CAPÍTULO I

TIEMPO Y DISTANCIA

Cuando alguien tiene la oportunidad de planear un encuentro, suele usar una expresión como:

"Juntémonos mañana a las 7 de la tarde en la esquina más cercana al mall."

Naturalmente, ambos no llegan a la cita simultáneamente; quien llega primero mira su reloj, se pasea y puede entretenerse contando los pasos, camina veinte metros, vuelve a mirar su reloj, se mueve en otra dirección... hasta que se produce el encuentro.

En tales situaciones, aunque de carácter "simple" y usual, ya estamos en presencia de dos elementos fundamentales que, de una u otra forma, directa o indirectamente, están siempre involucrados en todo fenómeno físico: **tiempo** y **distancia**.

Notamos que el encuentro se produjo en cierto instante en el tiempo y en cierto lugar del universo. Para que aquello ocurriera fue necesario que usted y la otra persona entendieran lo mismo sobre varias cosas, por ejemplo:

* que debe transcurrir un determinado número de horas (7) desde cierto *instante de referencia*, el mediodía;

** que ambos deben llegar a determinado punto, la esquina más cercana, con respecto a un *lugar de referencia*, el mall.

No pretendemos **definir** tiempo ni distancia. Más aún, le advertimos de inmediato que **no** podemos definir todos los conceptos en Física en forma precisa.

Si lo intentásemos, podríamos caer en un estéril juego de palabras con el riesgo de paralizar el progreso del pensamiento.[†]

En consecuencia, para comenzar a conversar constructivamente de Física, usted y nosotros nos pondremos de acuerdo en que al hablar de tiempo y distancia nos estamos refiriendo a las mismas cosas.

Sin embargo, le damos un grito de alerta: tiempo y distancia son ideas profundas, llenas de sutilezas, que deben ser *analizadas* muy cuidadosamente en Física, lo que no es fácil de hacer. La actitud mental adoptada para tales análisis es:

Lo realmente importante no es definir, sino el dar reglas para **medir**.

Medir es **comparar** cosas del mismo tipo. Esto significa seleccionar una cosa, llamada **unidad**, y contar cuántas veces está contenida en otra cosa del mismo tipo.

[†] En cada ciencia hay ciertos conceptos básicos *indefinibles*, por ejemplo, en Matemáticas el concepto de **conjunto** y el de **punto**. Use un buen diccionario y siga las "definiciones" de: conjunto, grupo, familia, agrupación, reunión, clase, categoría, corrillo. Observe que cada una de estas palabras está definida en términos de una o más de estas mismas palabras; en casos como éstos, se usa la expresión *círculo vicioso*.

Las **unidades de medición** son en sí arbitrarias y, por lo tanto, solamente obtenibles por **acuerdo**. El acuerdo puede ser con uno mismo, con un grupo local de relaciones o internacional. En caso de acuerdo internacional se habla de **unidad patrón**. Se exige que la unidad patrón sea fácilmente reproducible y que pueda guardarse sin que prácticamente sufra alteraciones. La validez de una unidad patrón radica en que los científicos del mundo la aceptan y la usan para comunicarse.

Cuando la unidad de medida ha sido convenida, la comparación se expresa por un número, que es el cuociente entre la cosa que se mide y la unidad de medida de esa cosa; llamaremos a este número: **número de medición**.

Los físicos llamamos **cantidades físicas** a las cosas con las que tratamos, dando así a entender que son cosas que pueden ser medidas y, por lo tanto, cuantificadas.

Por ejemplo, decimos "la distancia fue veinte metros" o "el intervalo de tiempo fue 7 horas". ¡Decir "la distancia fue veinte" o "el intervalo de tiempo fue 7", **no** tiene sentido!

Medición de Tiempo

Un método de medición de tiempo consiste en utilizar algo que sucede una y otra vez en forma regular, algo que llamamos fenómeno **cíclico** o **periódico**. Este método de medir es fundamentalmente un *proceso de conteo*.

En nosotros mismos tenemos ejemplos de fenómenos cíclicos: el proceso de respiración, los latidos del corazón, el metabolismo que requiere ingerir alimentos, etc. Fuera de nosotros observamos el carácter repetitivo de la salida del Sol y de la Luna, de los cambios climáticos, de los movimientos de los planetas y las estrellas, etc. En general, en el Universo entero abundan casos de fenómenos cíclicos.

No es aventurado decir que, entre tales fenómenos, ha sido la repetitiva aparición del Sol lo que mayor influencia ha tenido en dar al hombre un sentido de medida del tiempo, lo que condujo a la unidad de tiempo: día.

Los días nos parecen distintos unos de otros cuando pensamos en el tiempo entre una salida del Sol y su puesta siguiente. Pero si consideramos el día como el "tiempo transcurrido" entre dos pasos consecutivos del sol por su punto más alto, se encuentra que este "intervalo de tiempo" no varía en *término medio*. Tal afirmación debe ser controlada. La forma natural de hacerlo es recurrir a otro fenómeno repetitivo y verificar si se establece una correspondencia entre una regularidad de cierto tipo y otra regularidad de otro tipo. Este proceso condujo a la invención de aparatos para medir el tiempo y al establecimiento de otras unidades de tiempo.

A cualquier aparato para medir el tiempo le llamamos *cronómetro* (reloj). Existen relojes de sol, de agua, de arena, de péndulo, de resorte, eléctricos, electrónicos, atómicos y de diversos otros tipos.

Unidades de Tiempo

Varias unidades de tiempo que usamos en nuestra vida “diaria” como hora, minuto y segundo; así como la subdivisión del día en 24 horas, de la hora en 60 minutos y del minuto en 60 segundos, provienen de Babilonia; de allí se extendieron a Egipto, Fenicia, Grecia, al Imperio Romano... hasta nosotros.

Para medir el paso de las horas se usó en Babilonia un reloj de sol en la forma rudimentaria de un estilete vertical.

Es muy probable que haya sido la observación del corrimiento cíclico de la salida del sol en el horizonte con respecto a un punto dado, lo que permitió a los babilonios considerar otra unidad de tiempo: el año. Determinaron hace unos 4.500 años, comparando la unidad “día” con el corrimiento de la salida del sol sobre el horizonte, que el año tenía 360 días. Dividieron el año en 12 meses de 30 días cada uno. Luego se dieron cuenta que el año no tenía exactamente 360 días y por lo tanto agregaban, de vez en cuando, meses extras para evitar que se corrieran mucho las estaciones.

> **Divertimento**: Observe que en Babilonia gustaba el número 60 y otros relacionados con él. Allí, junto con el sistema numérico **decimal**, basado en múltiplos y fracciones de 10 (derivado de los 10 dedos de la mano y al que nosotros estamos más acostumbrados), se usó el sistema duodecimal, basado en el número 12. El sistema duodecimal facilita el cálculo de fracciones, ya que 12 es divisible por 1, 2, 3, 4, 6 y 12; en cambio, 10 sólo es divisible por 1, 2, 5 y 10 (pero, 12 no es divisible por 5 ni por 10).
>
> Se han encontrado tablas numéricas babilónicas (de multiplicar, de cubos y cuadrados) en las cuales se usa el sistema **sexagesimal**, basado en el número 60, que combina las ventajas de los otros dos sistemas.
>
> Otra influencia del uso del sistema sexagesimal en Babilonia, que persiste hasta hoy, se tiene en la medida de ángulos: división del círculo en 360 grados; esto pudo basarse en consideraciones astronómicas (año de 360 días). También se opina que eligieron cada ángulo de un triángulo equilátero como ángulo fundamental y lo subdividieron en 60 partes iguales.

Patrones de Tiempo

La unidad básica de tiempo, usada en todo el mundo científico, es el **segundo**.

Hasta hace unas décadas atrás no se había encontrado nada mejor que la Tierra como “reloj patrón” y, por lo tanto, todos los relojes se calibraban de acuerdo a la duración del día (período rotacional de la Tierra) y se definía

1 segundo como 1/86.400 de un día solar medio.

(86.400 = 24 · 60 · 60)

Sin embargo, a medida que las mediciones se han ido haciendo más y más precisas, se ha encontrado que con el paso de los siglos la Tierra ha aumentado levemente su período medio de rotación. La dificultad que esto presentaba fue solucionada, por acuerdo en conferencias internacionales en 1955 y 1960, refiriendo el segundo a un período particular:

Año trópico 1900 = 31 556 925,9747 segundos

(365 días 5 horas 48 minutos 45,9747 segundos)

Recientemente se ha encontrado que ciertas radiaciones naturales originadas en sistemas atómicos, proporcionan una referencia muchísimo más constante que la Tierra para medida de tiempo; en ello se basan los llamados "relojes atómicos".

En 1967, por acuerdo internacional, se adoptó para el **segundo** la siguiente definición:

> El segundo es la duración de 9 192 631 770 períodos de la radiación correspondiente a la transición entre los dos niveles hiperfinos del estado fundamental del átomo de cesio 133 no perturbado.

Las sucesivas definiciones no implican, dentro de los márgenes de errores de las respectivas mediciones, cambio en la duración del segundo. A estas definiciones corresponden *patrones* cada vez más precisos y más directamente reproducibles. En los relojes atómicos se ha alcanzado una precisión mejor que una parte por 100 billones.

Convenios sobre unidades

- Cada unidad de medición la representamos por un símbolo o abreviatura, encerrada entre paréntesis cuadrados.

  Ejemplos: 1 segundo …. 1[s] 1 minuto .... 1[min]

  1 hora …. 1[h] 1 día .... 1[d]

- Los símbolos para unidades los usamos siempre en **singular**.

  Ejemplo: Gramaticalmente escribimos y leemos : 1 año, 15 años

  pero simbólicamente escribimos : 1[año], 15[año]

- Para relaciones entre unidades de una misma cantidad física usamos la palabra **equivalencia**, y la simbolizamos por $\triangleq$

  Ejemplos: 1[d] $\triangleq$ 24[h] 1[min] $\triangleq$ 60[s]

Ejercicios

1-1) Construya un *péndulo*. Puede hacerlo amarrando un objeto "pequeño" y "pesado" al extremo de un hilo de unos 20[cm] de largo y sujetando el otro extremo. Use un reloj corriente, ojalá con segundero, y cuente un cierto número de oscilaciones para determinar su **período**.

1-2) Cierre "mal" una llave de agua y déjela gotear ¿cuántas gotas caen por minuto? ¿Se podría usar este fenómeno para establecer una unidad de tiempo?

1-3) Establezca experimentalmente el tiempo entre un latido del corazón y el siguiente (cuente más de un centenar de latidos). Si dicho tiempo fuera tomado como unidad ¿cuál sería la magnitud de una hora expresada en dichas unidades?

1-4) Juegue con una pelota de goma. Estime cuántos rebotes puede dar en una hora.

1-5) Estime lo que demoraría en contar, sin interrupción, desde uno a un millón. Tome en cuenta que no demora lo mismo al contar, por ejemplo: .... 87, 88, 89, ... , 874316, 874317, 874318, ... Haga mediciones.

1-6) Suponga que un reloj de péndulo sin "esfera" está colgado en una muralla. Se observa que este reloj emite un sonido a la *una*, dos sonidos a las *dos*, ..., y que además emite un sonido en las medias horas; la pesa que controla el sonido baja 1[cm] por cada sonido emitido. Gradúe las horas en la muralla.

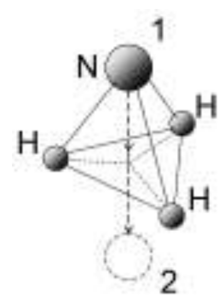
1-7) Una nota redonda dura *4 tiempos*. Averigüe qué significa esto o indique la duración en segundos de una nota redonda. Estime cuánto dura el "tiempo" para los músicos.

1-8) En la proyección de una película pasan 24 cuadros en 1[s] ¿Cuántos cuadros hay en una película que dura 1[h] 30[min]? Si cada cuadro mide 15[mm] ¿qué longitud tiene la película?

1-9) En la pantalla de un televisor antiguo aparecen *20 cuadros* por segundo. En cada cuadro el haz de electrones marca 400 líneas en la pantalla. ¿Cuánto demora el haz en recorrer una sola vez la pantalla de lado a lado? ¿Cuántas veces el haz recorre la pantalla de lado a lado en un programa de 1/2 hora?

1-10) Una campanilla hace un "tic" cada 0,02[s]. ¿En cuánto tiempo, en horas, efectúa diecinueve mil doscientos cincuenta y tres tics?

1-11) En un "reloj de amonio" el átomo de N de la molécula NH_3 demora $2{,}5 \cdot 10^{-12}$[s] en cada oscilación (ir de la posición 1 a la 2 y regresar de la posición 2 a la 1, indicadas en la figura). Determine el número de oscilaciones del átomo de N en un segundo. Estime el número de oscilaciones del átomo de N en el tiempo que el minutero de un reloj da 10^5 vueltas.



1-12) Tenemos un reloj cuya esfera está graduada del 1 al 6 en horas y cuyo minutero da una vuelta por cada hora. Determine el número de vueltas que da el horario en 2 semanas. Determine las vueltas que hubiese dado el minutero si el reloj estuviese funcionando desde hace 18 años.

1-13) Para un alumno de la educación media la "hora de clase" dura 45 minutos. Su horario es de 9 horas de clase de lunes a miércoles, y de 7 horas de clase los jueves y viernes. Considerando que el año escolar tiene 30 semanas efectivas de clase, determine el tiempo en minutos que un alumno está en clases durante dicho periodo. Dé el resultado en horas y también en segundos.

1-14) Un avión hace un viaje diario de $3\frac{1}{2}$ horas de ida y $3\frac{3}{4}$ horas de vuelta. Cada mes pasa 2 días en revisión y cada año una semana. Calcule aproximadamente las horas de vuelo en tres años, si los domingos no se trabaja.

1-15) El *ritmo* de trabajo del motor de cierto artefacto industrial es: funcionar durante 30[s] y detenerse por 10[min]. Calcule el tiempo de funcionamiento durante el día; dé su resultado en horas.

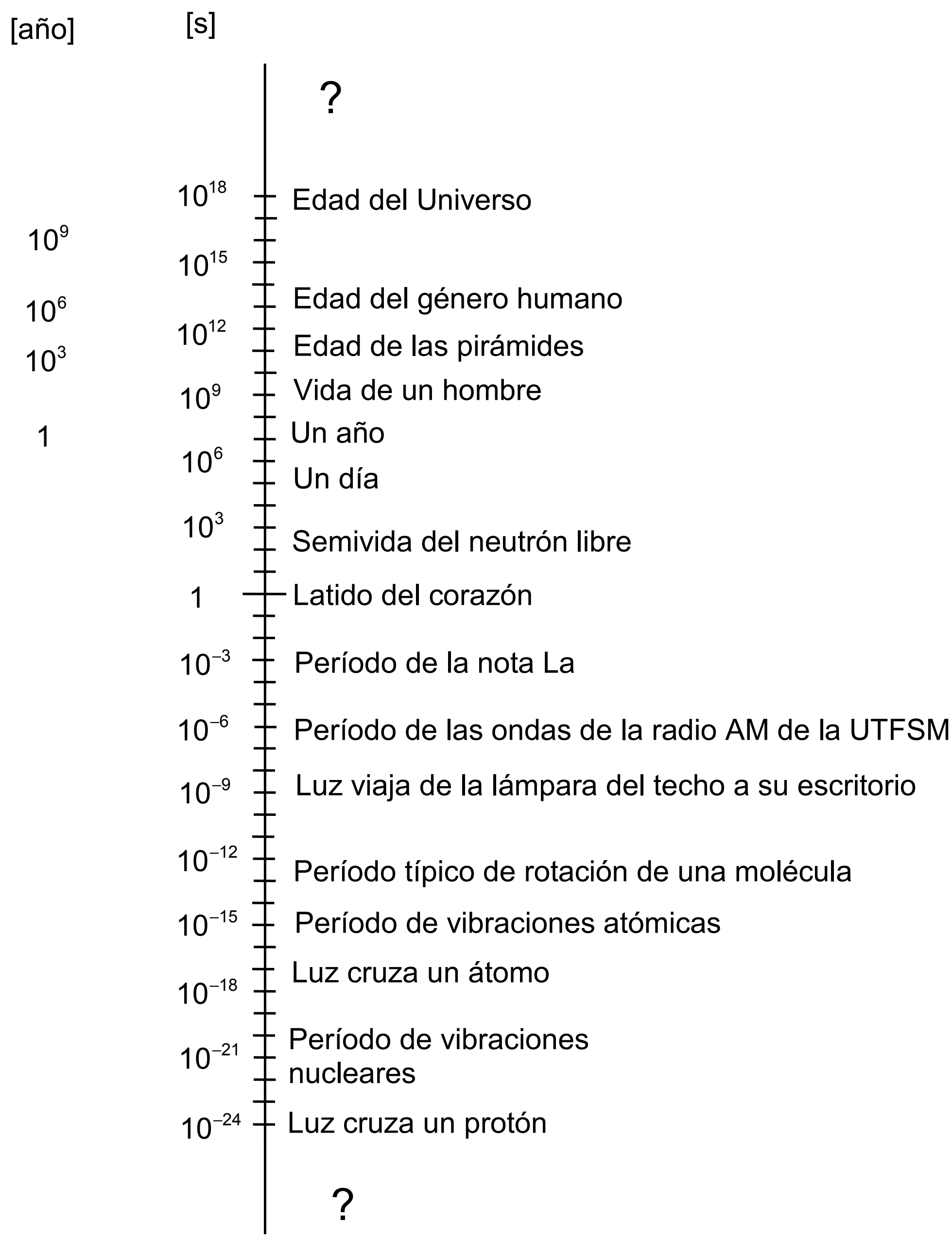
Tiempo. Intervalos de tiempo

Sin duda usted puede apreciar en forma directa algunos intervalos de tiempo o duraciones: 1[s], latido del corazón; 1[min], cepillarse los dientes; 1[h], almorzar y tomarse un cafecito; 1[d], entre desayuno y desayuno; 1[semana], de domingo a domingo; 1[mes], entre pagos de arriendo; 1[año], entre el feliz día de iniciación de un curso y el siguiente, después de vacaciones de verano; como 100[año], desde el “tiempo de la abuelita”.

Para tiempos menores o mayores no tenemos nociones directas, sin embargo, en diferentes situaciones físicas se presentan tiempos *muy pequeños* tales como el que emplea la luz en cruzar un protón, que es cerca de un cienmiltrillonésimo de segundo $\left(10^{-23}[\mathrm{s}]\right)$ o el período de vibraciones nucleares que son del orden de un miltrillonésimo de segundo $\left(10^{-21}[\mathrm{s}]\right)$; o tiempos *muy grandes* como la edad del Universo estimada en algo más de trece mil millones de años ($13 \cdot 10^{9}$ [año], aproximadamente $4{,}3 \cdot 10^{17}$ [s]) o también la edad de la Tierra que es alrededor de cinco mil millones de años ($5 \cdot 10^{9}$ [año] o $1{,}6 \cdot 10^{17}$[s]) o la edad de una pirámide de 5.000 años ($5 \cdot 10^{3}$ [año] ó $1{,}6 \cdot 10^{11}$[s]).

Examine detenidamente las magnitudes de éstos y otros tiempos observando el gráfico presentado en la página siguiente.

Intervalos de tiempo



Nota: Para representar este amplio rango de intervalos de tiempo, de 10^{-24} [s] a 10^{18} [s], hemos usado una **escala de potencia de 10**. Posteriormente usted encontrará la justificación y el método para construir tales escalas.

Notación Científica

Al trabajar en diferentes campos de la Física, y de otras Ciencias Naturales, es frecuente encontrar que las cantidades físicas (tiempo, distancia, rapidez, aceleración, masa, densidad, temperatura, fuerza, energía, ...) se presentan en ciertos casos con valores numéricos "muy grandes" (millones, billones, cuatrillones, ...) y en otros casos valores numéricos "muy pequeños" (millonésimas, trillonésimas, ...).

Por ejemplo, para el caso del tiempo, hemos mencionado entre otros, los siguientes valores:

- Estimación de la edad de la Tierra, en segundos:

  ciento sesenta mil billones ………………………….. 160 000 000 000 000 000

- Período de vibraciones nucleares, en segundos:

  un miltrillonésimo ………………………… 0,000 000 000 000 000 000 001

La forma de escritura de estos números es incómoda, ofrece dificultades de visualización y, además, es inconveniente para operar con ellos. Estas dificultades no se evitan aún cuando se use una recomendación internacional de formar grupos de tres cifras al escribir un número de muchas cifras.

Resulta conveniente adoptar una forma abreviada de escritura para tales números, que permita además leerlos sin estar contando ceros en cada oportunidad y facilite operaciones aritméticas entre ellos.

Un buen método es usar las *potencias de diez* y sus propiedades.

Recordemos algunas expresiones de *potencias de 10*:

uno ………………………………………………………………….. $1 = 10^0$

diez ……………………………………………………………….. $10 = 10^1$

cien ………………………………………………… $100 = 10 \cdot 10 = 10^2$

mil …………………………………… $1000 = 100 \cdot 10 = 10^2 \cdot 10^1 = 10^3$

cien mil ………………………… $100\,000 = 100 \cdot 1000 = 10^2 \cdot 10^3 = 10^5$

un millón ………………… $1\,000\,000 = 1000 \cdot 1000 = 10^3 \cdot 10^3 = 10^6$

mil millones …………………………………………… $10^3 \cdot 10^6 = 10^9$

un billón ……………………………………… $10^6 \cdot 10^6 = \left(10^6\right)^2 = 10^{12}$

cien mil billones ……………………………… $10^2 \cdot 10^3 \cdot 10^{12} = 10^{17}$

un décimo …………………………………… $0,1 = \dfrac{1}{10} = \dfrac{1}{10^1} = 10^{-1}$

un centésimo ……………………………… $0,01 = \dfrac{1}{100} = \dfrac{1}{10^2} = 10^{-2}$

un cienmilésimo …………………………… $0,00001 = \dfrac{1}{10^5} = 10^{-5}$

un millonésimo……………………………………………… $\dfrac{1}{10^6} = 10^{-6}$

un miltrillonésimo ……………………… $\dfrac{1}{10^3 \cdot \left(10^6\right)^3} = \dfrac{1}{10^{21}} = 10^{-21}$

Todo número real puede ser escrito usando factores y potencias de 10 adecuados. Por ejemplo:

- Ya que el número 300 es igual a $3 \cdot 100$; igual a $30 \cdot 10$; igual a $0{,}3 \cdot 1000$; igual a ...; podemos escribir:

$$300 = 3 \cdot 10^2 = 30 \cdot 10^1 = 0{,}3 \cdot 10^3 = \ldots$$

- Para el número 325 tenemos:

$$325 = 32{,}5 \cdot 10^1 = 3{,}25 \cdot 10^2 = 0{,}325 \cdot 10^3 = \ldots$$

- Para el número negativo –325 resulta:

$$-325 = -3{,}25 \cdot 10^2 \quad (\text{ distinto a } 3{,}25 \cdot 10^{-2} = 0{,}0325 \text{ })$$

- El número 5 427 285 puede ser escrito como:

$$5\ 427\ 285 = 54{,}27285 \cdot 10^5 = 5{,}427285 \cdot 10^6 = 0{,}5427285 \cdot 10^7$$

- Ya que el número 0,007 es igual a $7 \cdot 0{,}001$ escribimos:

$$0{,}007 = 7 \cdot 10^{-3} = 70 \cdot 10^{-4} = 700 \cdot 10^{-5} = \ldots$$

- Análogamente:

$$0{,}000\ 006\ 23 = 623 \cdot 10^{-8} = 62{,}3 \cdot 10^{-7} = 6{,}23 \cdot 10^{-6} = 0{,}623 \cdot 10^{-5} = \ldots$$

Las diferentes expresiones usadas en estos ejemplos para escribir cada número son todas correctas; con el objeto de obtener una escritura uniforme, es costumbre en Física, y en otras ciencias, adoptar de preferencia una de tales formas, usando el siguiente

Convenio: Al escribir un número real usando potencia de 10 se elegirá un factor de valor absoluto entre 1 y 10 acompañando a la potencia de 10 correspondiente:

$$\text{NÚMERO REAL} = \left(\begin{array}{c} \text{factor numérico} \\ \text{de valor absoluto} \\ \text{entre 1 y 10} \end{array} \right) \cdot \left(\begin{array}{c} \text{potencia de 10} \\ \text{de exponente adecuado} \end{array} \right)$$

$$N = f \cdot 10^{\alpha} \quad ; \quad 1 \le |f| < 10$$

Usualmente se hace referencia a este convenio con el calificativo de **notación científica**.

Para efectuar operaciones aritméticas con números escritos en *notación científica* usamos las reglas para operar con potencias. Esto es, si consideramos los números:

$$N_1 = A \cdot 10^{\alpha} \quad y \quad N_2 = B \cdot 10^{\beta}$$

tenemos:

$$\begin{aligned} N_1 \cdot N_2 &= \left(A \cdot 10^{\alpha}\right) \cdot \left(B \cdot 10^{\beta}\right) = \left(A \cdot B\right) \cdot 10^{\alpha+\beta} \\ N_1 / N_2 &= \left(A/B\right) \cdot 10^{\alpha-\beta} \; ; N_2 \neq 0 \\ \left(N_1\right)^p &= \left(A \cdot 10^{\alpha}\right)^p = \left(A\right)^p \cdot 10^{\alpha \cdot p} \; ; \text{p real} \end{aligned}$$

Le advertimos que no hay reglas generales para la suma:

$$N_1 + N_2 = A \cdot 10^{\alpha} + B \cdot 10^{\beta}$$

sólo en el caso particular de exponentes iguales $(\alpha = \beta)$, resulta:

$$N_1 + N_2 = A \cdot 10^{\alpha} + B \cdot 10^{\beta} = A \cdot 10^{\alpha} + B \cdot 10^{\alpha} = \left(A + B\right) \cdot 10^{\alpha}$$

Ejemplos

- Calculemos

$$U = \frac{\left(4,21 \cdot 10^{3}\right) \cdot \left(2,0974 \cdot 10^{-12}\right)}{\left(9,6042 \cdot 10^{-5}\right)^{2} \cdot \left(7,30 \cdot 10^{7}\right)}$$

$$U = \frac{4,21 \cdot 2,0974 \cdot 10^{3} \cdot 10^{-12}}{\left(9,6042\right)^{2} \cdot 7,30 \cdot 10^{-10} \cdot 10^{7}} = \frac{4,21 \cdot 2,0974}{\left(9,6042\right)^{2} \cdot 7,30} \cdot 10^{3-12-(-10)-7}$$

$$\simeq 0,0131135 \cdot 10^{-6} \simeq 1,31 \cdot 10^{-8}$$

donde hemos dado el resultado final **aproximado** a tres cifras.

- Calculemos $\quad Z = \sqrt[3]{7,48 \cdot 10^{-5}}$

$$Z = \sqrt[3]{7,48 \cdot 10^{-5}} = \left(7,48 \cdot 10^{-5}\right)^{1/3} = \left(74,8 \cdot 10^{-6}\right)^{1/3}$$

$$Z = \left(74,8\right)^{1/3} \cdot 10^{-6/3} \simeq 4,21 \cdot 10^{-2}$$

fíjese usted que en este caso, antes de calcular la raíz cúbica hemos *acomodado* la potencia de 10 para que su exponente sea un múltiplo de 3.

Aproximaciones numéricas

Ya sea por el resultado de una medición o por efectos de cálculos, una cantidad física puede ser comunicada mediante un número (número de medición) que contenga más cifras (dígitos) que los que sean requeridos en una situación particular. En tal caso, efectuamos una aproximación numérica.

* Supongamos que nos informan que la cantidad física γ tiene el valor:

$$\gamma = 1,758796 \cdot 10^{11} \text{ [unidad de } \gamma]$$

y que en un caso dado sea suficiente usar sólo cuatro, tres o menos cifras en el factor numérico. Entonces, sin preocuparnos de la unidad de medición, resulta:

		aproximación a:
$\gamma = 1,758796 \cdot 10^{11}$	$\simeq 1,759 \cdot 10^{11}$	4 cifras numéricas
	$\simeq 1,76 \cdot 10^{11}$	3 cifras numéricas
	$\simeq 1,8 \cdot 10^{11}$	2 cifras numéricas
	$\simeq 2, \cdot 10^{11}$	1 cifra numérica
	$\simeq 10^{11}$	la potencia de 10

** Veamos otros ejemplos usando algunas constantes físicas. Como en esta ocasión sólo nos interesan los aspectos numéricos, no indicamos las respectivas unidades de medición:

aproximación a:

$$
\begin{array}{rcll}
6{,}673 \cdot 10^{-8} & \simeq & 6{,}67 \cdot 10^{-8} & \text{3 cifras numéricas} \\
 & \simeq & 6{,}7 \cdot 10^{-8} & \text{2 cifras numéricas} \\
 & \simeq & 7, \cdot 10^{-8} & \text{1 cifra numérica} \\
 & \simeq & 10^{-7} & \text{potencia de 10}
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{rcll}
4{,}80298 \cdot 10^{-10} & \simeq & 4{,}8 \cdot 10^{-10} & \text{2 cifras numéricas} \\
 & \simeq & 10^{-10} & \text{potencia de 10}
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{rcll}
1{,}05450 \cdot 10^{-34} & \simeq & 1{,}054 \cdot 10^{-34} & \text{4 cifras numéricas} \\
 & \simeq & 1{,}1 \cdot 10^{-34} & \text{2 cifras numéricas} \\
 & \simeq & 10^{-34} & \text{potencia de 10}
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{rcll}
3{,}7415 \cdot 10^{-5} & \simeq & 3{,}742 \cdot 10^{-5} & \text{4 cifras numéricas} \\
 & \simeq & 4, \cdot 10^{-5} & \text{1 cifras numéricas} \\
 & \simeq & 10^{-5} & \text{potencia de 10}
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{rcll}
5{,}0505 \cdot 10^{-27} & \simeq & 5{,}050 \cdot 10^{-27} & \text{4 cifras numéricas} \\
 & \simeq & 5{,}05 \cdot 10^{-27} & \text{3 cifras numéricas} \\
 & \simeq & 5{,}0 \cdot 10^{-27} & \text{2 cifras numéricas} \\
 & \simeq & 5, \cdot 10^{-27} & \text{1 cifra numérica} \\
 & \simeq & 10^{-26} & \text{potencia de 10}
\end{array}
$$

Fíjese que en algunas de estas aproximaciones hemos escrito:

$$7, \cdot 10^{-8} \qquad\qquad 4, \cdot 10^{-5} \qquad\qquad 5, \cdot 10^{-27}$$

donde se ha colocado la **coma** después de los números 7 y 4 y 5 para indicar que ellos no son los enteros 7 y 4 y 5. Más adelante explicaremos la conveniencia de esta forma de escritura y su extensión a otros casos.

*** Para efectuar aproximaciones numéricas no es necesario que el número esté escrito en notación científica. Veamos dos casos y comparemos:

$$
\begin{array}{rcl}
386{,}72 & \simeq & 386{,}7 \\
 & \simeq & 387 \\
 & \simeq & 390 \\
 & \simeq & 400
\end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{rcl}
3{,}8672 \cdot 10^{2} & \simeq & 3{,}867 \cdot 10^{2} \\
 & \simeq & 3{,}87 \cdot 10^{2} \\
 & \simeq & 3{,}9 \cdot 10^{2} \\
 & \simeq & 4, \cdot 10^{2}
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{rcl}
980{,}665 & \simeq & 980{,}7 \\
 & \simeq & 981 \\
 & \simeq & 1000
\end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{rcl}
9{,}80665 \cdot 10^{2} & \simeq & 9{,}807 \cdot 10^{2} \\
 & \simeq & 9{,}81 \cdot 10^{2} \\
 & \simeq & 10^{3}
\end{array}
$$

Note que al efectuar aproximaciones de números no escritos en *notación científica*, la cantidad de cifras enteras no disminuye e incluso puede aumentar, como ocurre en el segundo ejemplo. Esto sucede así, para mantener la **magnitud** del número al hacer la aproximación.

**** En la mayoría de los casos la aproximación se hace en forma directa, subiendo en una unidad o manteniendo la cifra en la posición elegida, valorando las cifras que siguen a la derecha de ella. Examinemos algunos ejemplos de *aproximación a*:

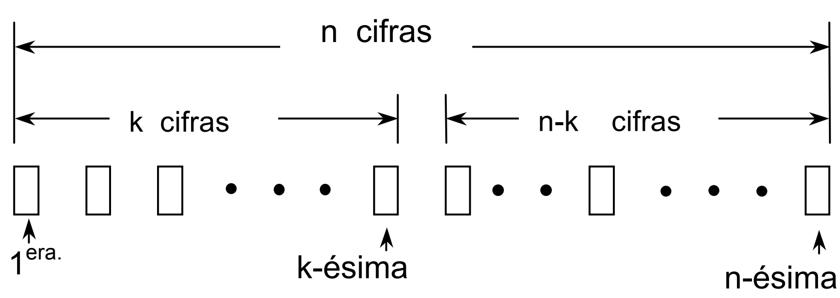
$7{,}2501$	$\simeq$	$7{,}25$	3 cifras numéricas
	$\simeq$	$7{,}3$	2 cifras numéricas
$7{,}2499$	$\simeq$	$7{,}25$	3 cifras numéricas
	$\simeq$	$7{,}2$	2 cifras numéricas
$8{,}35$	$\simeq$	$8{,}4$	2 cifras numéricas
$8{,}3500$	$\simeq$	$8{,}35$	3 cifras numéricas
$8{,}3499$	$\simeq$	$8{,}35$	3 cifras numéricas
	$\simeq$	$8{,}3$	2 cifras numéricas

Note que si la aproximación a 2 cifras de los números $7{,}2501$ y $8{,}3499$ se hubiese efectuado a partir de los números ya aproximados a 3 cifras daría resultados diferentes a los obtenidos, en contradicción con los acuerdos indicados.

Resumiendo, para aproximar (redondear) un número dado, lo consideramos siempre con todas sus cifras, adoptando el siguiente

Convenio: Para aproximar a k cifras un número de n cifras $(n > k)$, acordamos las siguientes reglas para la $k-$ ésima cifra (la que ocupa el lugar número k contando de izquierda a derecha):

- aumenta en una unidad si el número formado por las últimas $n-k$ cifras es mayor que $5 \cdot 10^{n-k-1}$
- no se modifica si el número formado por las últimas $n-k$ cifras es menor que $5 \cdot 10^{n-k-1}$
- aumenta si es, impar y no se modifica si es par cuando el número formado por las últimas $n-k$ cifras es igual a $5 \cdot 10^{n-k-1}$



Orden de magnitud

En varios de los ejemplos precedentes aproximamos un número a la "potencia de 10" más representativa de él:

$$1{,}758796 \cdot 10^{11} \simeq 10^{11} \qquad 5{,}0505 \cdot 10^{-27} \simeq 10^{-26}$$

$$6{,}673 \cdot 10^{-8} \simeq 10^{-7} \qquad 9{,}80665 \cdot 10^{3} \simeq 10^{4}$$

$$3{,}7415 \cdot 10^{-5} \simeq 10^{-5}$$

Vocabulario

La aproximación de un número a la "potencia de 10" más representativa de él define el **orden de magnitud** del número.

El orden de magnitud del valor de una cantidad física nos permite visualizar en forma inmediata su grandeza o pequeñez relativa en diferentes situaciones.

Para obtener con facilidad el orden de magnitud de una cantidad física expresada en términos de otras cantidades físicas, conviene operar con los valores de ellas en notación científica aproximada a una cifra.

Convenio

La expresión: " F tiene el orden de magnitud 10^{α}" la simbolizamos por: $F \sim 10^{\alpha}$

Nos parece importante que Ud., como estudiante de Ingeniería, se acostumbre a **estimar**, valorar en forma rápida aunque aproximada, cantidades físicas. Use para ello *órdenes de magnitud*.

Veamos algunos **ejemplos** simples usando *órdenes de magnitud* en relación a "tiempo":

* Una de las definiciones del segundo da la equivalencia:

$$1[\text{año}] \triangleq 31556925{,}9747[\text{s}] = 3{,}15569259747 \cdot 10^{7}[\text{s}]$$

de ello resulta el *orden de magnitud*: $1[\text{año}] \sim 10^{7}[\text{s}]$.

Entonces, la vida media de un hombre, en segundos, tiene el orden de magnitud:

$$70[\text{año}] \simeq 70 \cdot 3 \cdot 10^{7}[\text{s}] \simeq 2{,}1 \cdot 10^{9}[\text{s}] \sim 10^{9}[\text{s}]$$

** Como $1[\text{d}] \triangleq 86400[\text{s}] = 8{,}64 \cdot 10^{4}[\text{s}]$

resulta el orden de magnitud: $1[\text{d}] \sim 10^{5}[\text{s}]$.

Una antigüedad del orden de $10^{11}[\text{s}]$ equivale, en orden de magnitud, a $10^{6}[\text{d}]$.

Ejercicios

1-16) Escriba en la forma de un *factor* por una *potencia de 10* los siguientes números:

5345 0,00128 15,329 21,0018

18.000.000.000 - 0,000000158

1-17) Escriba en *notación científica* los siguientes números:

75000000000000 0,000000017896 45763200000000

6400000000132 - 0,0000480000092 - 52800,0032

1-18) Aproxime a 3 cifras dándole la forma de *notación científica* a:

457,53829 0,000 034 519 184,4979

- 725,490 000 000 - 0,00185

1-19) Calcule aproximadamente el valor de las siguientes expresiones, escribiendo el resultado aproximado a una cifra.

$$U = \frac{1,181 \cdot 10^5 \cdot 6,34 \cdot 10^7}{3,6 \cdot 10^{-8}} \qquad V = \frac{5,4 \cdot 10^8 \cdot 3,4 \cdot 10^{-9}}{1,2 \cdot 10^9}$$

$$W = 7,4 \cdot 10^5 + 0,257 \cdot 10^5 \qquad X = 1,43 \cdot 10^{-9} + 6,8 \cdot 10^{-10}$$

1-20) Dada la expresión

$$Y = \frac{4 \cdot \left(8,17 \cdot 10^{-5}\right)^2 \cdot \left(7,41 \cdot 10^6\right)}{9,065 \cdot 10^4}$$

calcule el valor aproximado a 1 cifra.

1-21) Cierto número S está determinado por la relación:

$$S = x - \frac{x^3}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{x^5}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} - + \ldots$$

Para $x = 0,524$ calcule el valor de S aproximado a 3 cifras considerando, sucesivamente, sólo el primero, los dos primeros y los tres primeros términos. Determine hasta qué término *vale la pena* tomar en cuenta para obtener S con tres cifras.

1-22) Escriba el orden de magnitud de cada uno de los siguientes números:

89 5789 14.528.232 150.738,64

0,000000483 $4,57 \cdot 10^9$ $0,18 \cdot 10^{-5}$ $5,001 \cdot 10^4$

1-23) Use los siguientes valores de constantes físicas en un cierto sistema de unidades de medición:

$$c \simeq 2{,}998 \cdot 10^{8} \qquad h \simeq 6{,}626 \cdot 10^{-34}$$

$$e \simeq 1{,}6022 \cdot 10^{-19} \qquad \varepsilon_0 \simeq 8{,}854 \cdot 10^{-12}$$

$$m \simeq 9{,}1095 \cdot 10^{-31} \qquad k \simeq 1{,}381 \cdot 10^{-23}$$

y el valor del número $\pi \simeq 3$ para evaluar (dando el resultado con 1 cifra numérica) y determinar el *orden de magnitud* de las siguientes expresiones:

$$p = m \cdot c \qquad \lambda = \frac{h}{m \cdot c} \qquad \nu = \frac{m \cdot c^2}{h}$$

$$\alpha = \frac{e^2}{2 \cdot \varepsilon_0 \cdot h \cdot c} \qquad R = \frac{\pi^2 \cdot m \cdot e^4}{\varepsilon_0 \cdot c \cdot h^3}$$

$$r = \frac{e^2}{4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot h \cdot c} \qquad a = \frac{\varepsilon_0 \cdot h^2}{\pi \cdot m \cdot e^2} \qquad E = \frac{m \cdot e^4}{8 \cdot \varepsilon_0^2 \cdot h^2}$$

$$\mu = \frac{h \cdot e}{2 \cdot m} \qquad \sigma = \frac{2\pi^5 \cdot k^4}{15 \cdot h^3 \cdot c^2}$$

1-24) Considerando que $2^{10} = 1024 \sim 10^3$, determine el orden de magnitud de 2^{56} y de 2^{20}. Determine el orden de magnitud de la expresión $N \cdot 2^{-t/T}$ con $N \simeq 6{,}02 \cdot 10^{26}$, $t \simeq 2{,}8 \cdot 10^{8}$ y $T \simeq 7{,}0 \cdot 10^{6}$.

1-25) Estime el tiempo, en [s], que duerme durante toda la vida un chileno medio.

1-26) ¿Cuántas letras podría escribir ininterrumpidamente en un año? Sugerencia: puede estimar el número de letras que escribe en media hora, contando las líneas usadas y las letras por línea ...

1-27) Observe a un fumador. Estimando cuánto demora en fumar cada cigarrillo y cuántos cigarrillos promedio fuma al día, ¿qué fracción de cada año lo ha empleado en fumar?

1-28) Imagine que un reloj con *manecillas* hubiere funcionado desde hace muchos siglos. ¿Cuántas vueltas hubiera completado el **minutero** desde la construcción de la pirámide de Cheops hasta hoy?

1-29) Si la *edad del universo* se tomara como **un día** ¿cuántos segundos ha existido el género humano?

Edades arqueológicas y geológicas

Para tiempos algo mayores que un día, Ud. puede contar días; para tiempos mayores puede contar meses y después años. Pero para medidas de tiempo más largas, cuando ya no es posible contar años, hay que buscar otros medios para la medición del tiempo. En algunos casos, es posible usar indicadores del transcurso del tiempo directamente proporcionados por la naturaleza, como los anillos en troncos de árboles, o capas sedimentarias depositadas en fondos de ríos y océanos.

El primero de esos indicadores mencionados, un verdadero contador de años, es un buen auxiliar de la historia y la arqueología, aunque está limitado a unos pocos miles de años, lapso de tiempo para el cual hay buena información. En efecto, podemos retroceder hasta unos 5.000 años en el pasado a través de registros de acontecimientos en la forma de libros, papiros, tabletas cuneiformes e inscripciones jeroglíficas. Al retroceder más en el pasado, los registros son cada vez más escasos, a pesar que descubrimientos arqueológicos están constantemente agregando pedacitos de información, alcanzando a veces hasta unos 15.000 años. Hasta hace una pocas décadas no se tenían métodos para poner fechas a los acontecimientos de tal o más antigüedad.

Más aún, esa cantidad de años es trivial en comparación con los intervalos de tiempo muchísimo más grandes de los procesos geológicos. Para ellos ha sido útil el segundo de los mencionados indicadores de tiempo. Los geólogos han tomado muestras de la corteza terrestre, generalmente han encontrado que ella está conformada por numerosas capas rocosas superpuestas unas sobre las otras; ellas se han originado por consolidación de capas sedimentarias formadas al acumularse productos de erosión durante millones de años. Eventualmente han quedado grabadas en las rocas formas de la flora y fauna que fueron atrapadas cuando el sedimento estaba siendo depositado, guardando así información de lo vivido en aquellos tiempos.

Estudios geológicos y paleontológicos ayudan, a menudo, a descifrar el orden en que se depositaron las capas sedimentarias y aún a estimar (por comparación con las rapideces de erosiones en el presente siglo) el probable tiempo de formación de cada capa. Esto ha permitido indicar duraciones relativas de procesos geológicos; pero hasta una fecha reciente había poco en qué basarse para ubicar tales eventos en una escala de tiempo precisa en términos de una unidad común, como año.

En la actualidad se dispone de una poderosa técnica basada en la **radiactividad**, para fechar sucesos históricos y prehistóricos.

Vocabulario

El átomo se caracteriza por el número de protones y de neutrones de su núcleo.

La suma del número de protones más el número de neutrones de un núcleo se llama **número másico**. Lo simbolizamos por A. El número de protones de un núcleo atómico se llama **número atómico** y se designa por Z.

Un átomo (o su núcleo) usualmente se escribe: $_{Z}\text{SIMBOLO}^{A}$, por ejemplo, $_{6}C^{14}$ corresponde a un átomo de carbono con 6 protones y 8 neutrones.

Un conjunto de átomos de igual número atómico se denomina **elemento químico** o especie atómica.

Átomos cuyos núcleos tienen igual número de protones (igual Z) y distinto número de neutrones se denominan **isótopos** del elemento correspondiente al número atómico Z. Los distintos isótopos de un mismo elemento tienen igual comportamiento químico y diferente comportamiento físico.

Algunos isótopos son **estables** y otros son **radiactivos**.

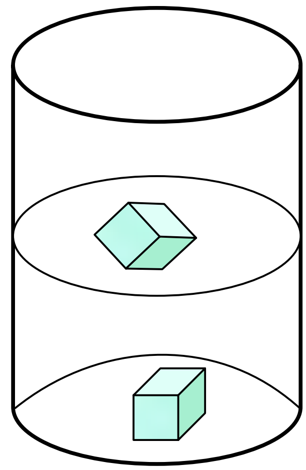
Los isótopos radiactivos tienden espontáneamente a transformarse (desintegrarse o decaer) en isótopos de otros elementos, formando configuraciones más estables y liberando energía. Este proceso se denomina **radiactividad natural**.

Hay varios modos de decaimiento radiactivo, entre ellos están la emisión de partículas α y β, de fotones (rayos γ) y la fisión espontánea.

El caso del cubo misterioso

Un profesor presenta una demostración a sus alumnos. Toma dos cubos de hielo, ambos igualmente fríos, duros, transparentes y húmedos y los deposita en un vaso con agua. Sucede que uno de ellos flota y el otro se va al fondo.

Para demostrar que no hay objetos transparentes encerrados en el cubo que se hundió, el profesor saca los cubos de ese vaso y los coloca cada uno en un vaso diferente y espera que se derritan; los líquidos que se producen tienen el mismo aspecto y el mismo sabor y podría pedirse que se realizaran con ellos reacciones químicas, las que no mostrarían diferencias.



¿Qué ha pasado? El cubo que se sumergió estaba hecho de "agua pesada"; los átomos de hidrógeno de esa agua eran "hidrógeno pesado" o **deuterio**.

El elemento hidrógeno tiene dos isótopos estables, el hidrógeno ordinario $\left({}_1H^1\right)$ y el deuterio $\left({}_1H^2\right)$ y un isótopo radiactivo, el tritio $\left({}_1H^3\right)$.

Cualquier cantidad de agua que usted beba tiene algo de deuterio; en una muestra corriente de agua hay, en término medio, 6500 átomos de hidrógeno ordinario por un átomo de deuterio.

Una propiedad de las substancias radiactivas

Se ha determinado experimentalmente que las substancias radiactivas presentan una cierta *regularidad* en su desintegración que los hace ser útiles como *relojes*:

> El número de núcleos de cierta muestra de material decrece en igual fracción en el transcurso de tiempos iguales.

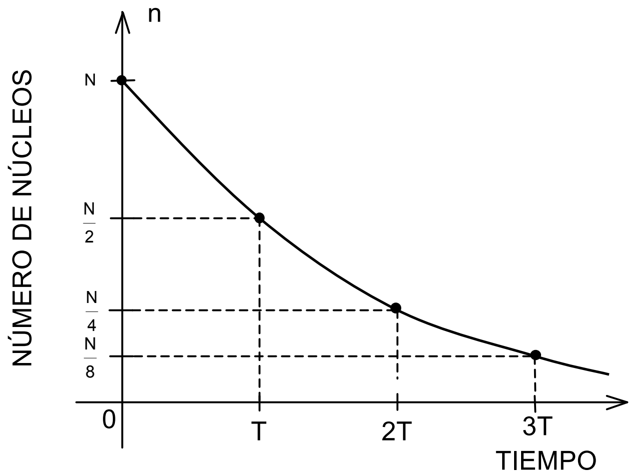
Para aclarar el sentido de esta propiedad, considere la situación particular siguiente : Si en cierto instante hay N núcleos en la muestra y después de un intervalo de tiempo T quedan sin desintegrarse la **mitad** de los núcleos, $\frac{1}{2}N$, entonces al transcurrir otro intervalo de tiempo T quedará la mitad de esos núcleos: $\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}N\right)=\left(\frac{1}{2}\right)^2 N=\frac{1}{4}N$ y después de otro nuevo intervalo T quedará $\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{4}N\right)=\left(\frac{1}{2}\right)^3 N=\frac{1}{8}N$ núcleos sin desintegrarse; así sucesivamente.

Esta propiedad radiactiva se puede expresar matemáticamente por:

- la ecuación : $n=N\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{t/T}=N\cdot 2^{-t/T}$

- la tabla de valores y el gráfico :

t	n
0	N
T	N/2
2T	N/4
3T	N/8



donde **n** representa al número de núcleos que permanecen después del tiempo **t** .

¡Atención: la relación $n=N\cdot 2^{-t/T}$ describirá cuantitativamente a este fenómeno físico sólo si los tiempos t y T se expresan en la misma unidad!

El tiempo T, propio de cada isótopo radiactivo, se denomina la semivida de ese isótopo y se define como el tiempo necesario para que se desintegren, en término medio, la mitad de los núcleos de cualquier muestra de él.

Se debe tener presente que la relación $n=N\cdot 2^{-t/T}$ se refiere a procesos estadísticos de un enorme número de átomos de una substancia.

Los físicos han determinado, usando diferentes métodos, la semivida de una gran cantidad de isótopos. Le damos unos pocos ejemplos:

Elemento	Núcleo	Semivida	Abundancia natural %
(Neutrón)	${}_0n^1$	$12[\text{min}]$	
Hidrógeno	${}_1H^1$	**infinita**	99.985
	${}_1H^2$	**infinita**	0,015
	${}_1H^3$	$12{,}26[\text{año}]$	
Helio	${}_2He^4$	**infinita**	99.99987
	${}_2He^5$	$2 \cdot 10^{-21}[\text{s}]$	
Berilio	${}_4Be^8$	$3 \cdot 10^{-16}[\text{s}]$	
	${}_4Be^9$	**infinita**	100
	${}_4Be^7$	$2{,}7 \cdot 10^6[\text{año}]$	
Carbono	${}_6C^{12}$	**infinita**	98,89
	${}_6C^{14}$	$5770[\text{año}]$	
Plomo	${}_{82}Pb^{204}$	$1{,}4 \cdot 10^{17}[\text{año}]$	1,48
	${}_{82}Pb^{208}$	**infinita**	52,3
Polonio	${}_{84}Po^{212}$	$3 \cdot 10^{-7}[\text{s}]$	
Uranio	${}_{92}U^{235}$	$7{,}1 \cdot 10^8[\text{año}]$	0,7
	${}_{92}U^{238}$	$4{,}5 \cdot 10^9[\text{año}]$	99,3
Neptunio	${}_{93}Np^{237}$	$2{,}1 \cdot 10^6[\text{año}]$	

En esta tabla se aprecia que las semividas de los diferentes decaimientos varían desde una pequeñísima fracción de segundo ($2 \cdot 10^{-21}[\text{s}]$ para helio 5) hasta cientos de miles de billones de años ($1{,}4 \cdot 10^{17}[\text{año}]$ para plomo 204).

Un ejemplo curioso: Aunque la semivida $2{,}1 \cdot 10^6[\text{año}]$ del neptunio 237 $\left({}_{93}Np^{237}\right)$ le parezca grande, es en realidad demasiado pequeña para que este elemento radiactivo sobreviva por miles de millones de años. En efecto, si Ud. imaginara que toda la Tierra hubiera estado hecha de neptunio 237 apenas unos 420 millones de años atrás, hoy no quedaría nada de neptunio (la Tierra sería toda de bismuto 209).

En este ejemplo hipotético, puede considerar que inicialmente había $N = 10^{51}$ núcleos de neptunio. El número de tales núcleos sería hoy:

$$n = N \cdot 2^{-t/T} = \frac{N}{2^{t/T}} \qquad \text{con} \qquad \frac{t}{T} = \frac{420 \cdot 10^6\,[\text{año}]}{2{,}1 \cdot 10^6\,[\text{año}]} = 200$$

$$2^{t/T} = 2^{200} = 2^{10 \cdot 20} = \left(2^{10}\right)^{20} \sim \left(10^3\right)^{20} = 10^{60}$$

$$n \sim \frac{10^{51}}{10^{60}} = 10^{-9} = 0{,}000000001 \quad \text{núcleos,}$$

lo que comprueba que hoy no quedaría **nada** de neptunio.

Determinación de edades por técnicas radiactivas

Hace unos 30 años se encontró que en la atmósfera la proporción entre carbono radiactivo $_6C^{14}$ y carbono normal $_6C^{12}$ se ha mantenido **constante** probablemente por unos 100.000 años. Esto se debe a que se ha establecido un balance entre la disminución de carbono 14, por desintegración, y el incremento de él a partir de nitrógeno 14, por efecto de rayos cósmicos.

Ahora bien, cuando las plantas están vivas ingieren carbón de la atmósfera en la forma de dióxido de carbono (CO_2), lo que produce que en ellas exista la misma razón $\mu = n(C^{14})/n(C^{12})$ entre el número de átomos de C_{14} y C_{12} que en la atmósfera. Cuando la planta muere y no más C^{14} es tomado del aire, tal razón μ disminuye con el tiempo debido al decaimiento radiactivo de C^{14} (semivida $T = 5770[\text{año}]$). Entonces, tomando una muestra de la madera obtenida de esa planta, midiendo su razón μ y aplicando relaciones del tipo $n/N = 2^{-t/T}$, podemos calcular el tiempo t desde que la planta murió. Los primeros ejemplos de aplicación de este método se hicieron con muestras de maderas de los sarcófagos egipcios; las antigüedades obtenidas (unos 4.600[año]) coincidieron, dentro de los errores de medición, con las indicadas por evidencias arqueológicas. El uso del *carbono 14* permite dar edades de acontecimientos hasta unos 40 mil años de antigüedad.

Para fechar sucesos más y más remotos en el pasado, es necesario usar isótopos radiactivos de semividas cada vez más grandes. Por ejemplo, si en un objeto se encuentran trazas de isótopos radiactivos de semivida del orden de 10^4 [año] se podría determinar su edad, cuando ella no fuera mayor que alrededor de 10^5 [año].

Virtualmente todas las rocas tienen cierta cantidad de isótopos radiactivos. Midiendo en muestras de rocas la proporción en que se encuentran tales isótopos radiactivos y los productos en que ellos decaen, se puede calcular la edad de esa muestra. Por ejemplo, el uranio 238, cuyo principal elemento final es plomo 206, decae según el esquema:

$$1[\text{g}] \text{ de } U^{238} \xrightarrow{4{,}5 \cdot 10^9\,[\text{año}]} \begin{cases} 0{,}4[\text{g}] & \text{de } U^{238} \\ 0{,}4326\,[\text{g}] & \text{de } Pb^{206} \\ 0{,}067[\text{g}] & \text{de } He^4 \end{cases}$$

luego, determinando las cantidades de plomo y uranio en cierta muestra, se puede fijar su antigüedad.

Con técnicas radiactivas se ha determinado que ciertas rocas tienen edades superiores a 3 mil millones de años.

Algunas mediciones hechas en Chile han dado resultados como los siguientes:

Compuesto	**Localidad**	**Edad (millones de años)**
Granodiorita	Huera	100 ± 10
Adamelita	Pozo Almonte	120 ± 15
Granito	Copiapó	265 ± 30
Granito	Valparaíso	270 ± 30
Tonalita	Algarrobo	320 ± 35
Granito	Laguna Verde	440 ± 40

y hasta el presente, no se han encontrado en Chile rocas de mayor antigüedad que la del último ejemplo indicado en esta tabla.

Breve historia de la Tierra

El uso de "relojes radiactivos" ha permitido poner fecha a muchos sucesos, lo que nos permite contarles una breve historia de la Tierra.

Muchas teorías sobre el cómo y el cuándo de la formación de la Tierra han sido formuladas y descartadas en los últimos 200 años. La teoría que hoy parece tener la mayor aceptación considera que todo el Sistema Solar tuvo un origen común en una nube de polvo estelar y gas. Unos 5 mil millones de años $\left(5 \cdot 10^9 [\text{año}]\right)$ atrás esa nube comenzó a contraerse por efecto de su propia atracción gravitacional y durante el proceso algo de material pudo haber formado anillos alrededor de una concentración central, lo que daría origen a los planetas y al Sol.

Se ha determinado, analizando rocas con el método de uranio radiactivo, que la corteza terrestre ha permanecido en estado sólido por más de $3 \cdot 10^9 [\text{año}]$ ("tres mil millones de años"). Durante los subsiguientes millones de años, la corteza terrestre sufrió muchas modificaciones, bajó la temperatura de la Tierra, se formaron los océanos y se transformó la atmósfera.

Nuestra atmósfera actual contiene fundamentalmente nitrógeno y oxígeno; pero inicialmente parece haber sido rica en gases más livianos: hidrógeno, metano y amonio. Estos gases livianos dejaban pasar más la parte ultravioleta de la radiación solar que nuestra atmósfera actual. La relativamente alta energía de la radiación ultravioleta pudo promover reacciones químicas entre esos gases, lo que pudo resultar en la producción de moléculas orgánicas complejas y en la formación de los primeros organismos vivientes, hace algo más de mil millones de años $\left(10^9 [\text{año}]\right)$, en la Era Precámbrica.

Evidencias encontradas hasta la fecha, indicarían que los siguientes 500 millones de años se desarrolla sólo vida marítima; los primeros rastros de vida sobre suelo terrestre se encuentran en el

Período Silúrico, entre 500 y 400 millones de años atrás. Durante otros cientos de millones de años, a través de las eras Paleozoica y Mesozoica, se desarrollan plantas y bosques, anfibios, reptiles, insectos y mamíferos. Unos 70 millones de años atrás, en los comienzos de la Era Cenozoica (moderna), dominan los mamíferos arcaicos y aparecen los primates. Unos 40 millones de años atrás aparecen los antropoides y, recientemente entre 2 y 1 millón de años atrás se encuentran las primeras evidencias de humanoides.

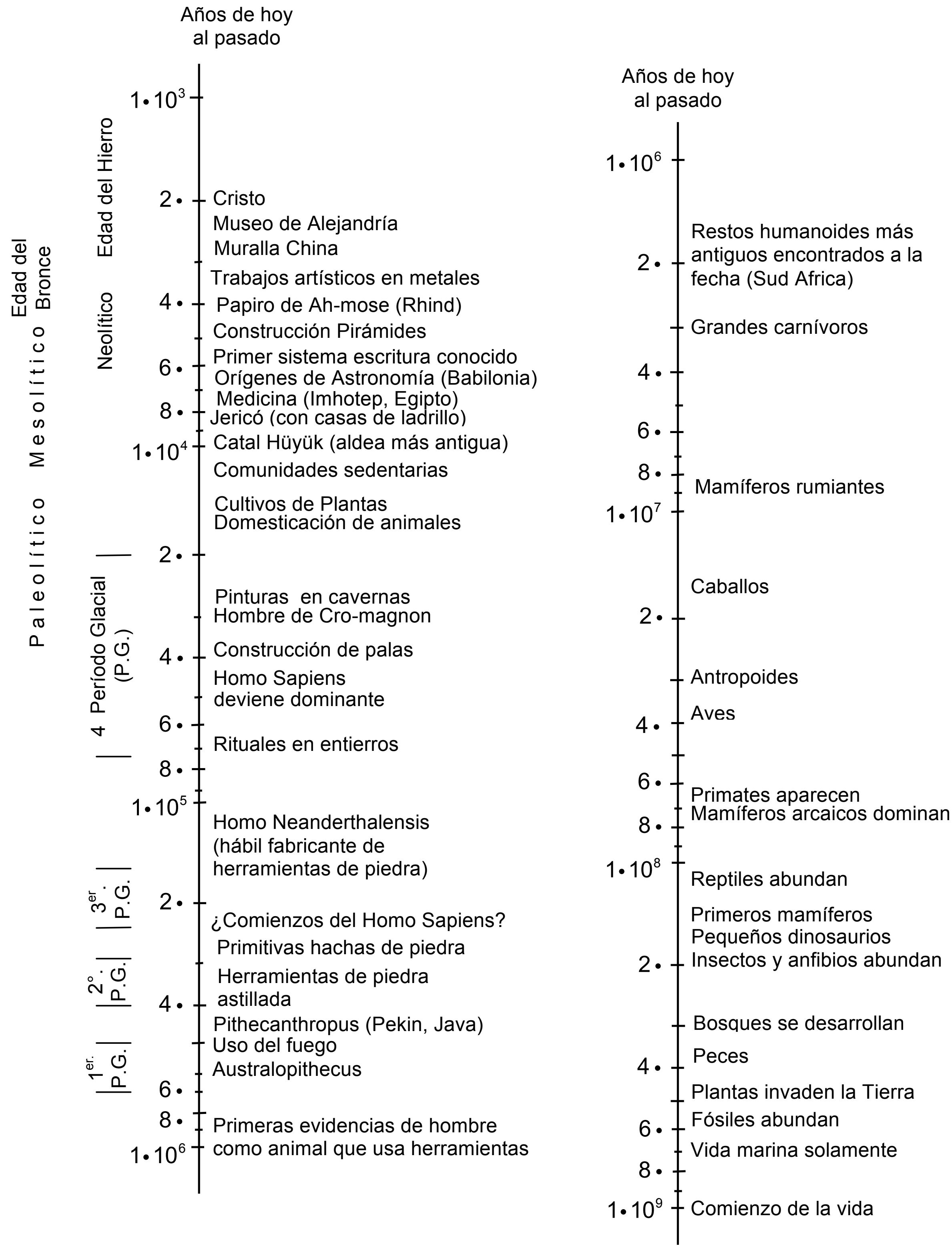
La manera por la cual los hombres primitivos se distinguen de los grandes monos parece ser, en gran medida, un asunto de definiciones. La definición sugerida por la mayoría de los paleontólogos y antropólogos es distinguir al hombre por su habilidad para fabricar herramientas; aunque también se ha considerado el distinguirlo por su habilidad en el uso del lenguaje simbólico para comunicaciones o por su habilidad de planificación para satisfacer necesidades futuras. Se han presentado opiniones indicando que las herramientas preceden al hombre y que el uso de herramientas por primates pre-humanos produjo el desarrollo que condujo al Homo Sapiens, nuestra propia especie.

Los primeros rastros del Homo Sapiens parecen datar de unos 250.000 años atrás, en el 2° período interglacial. Es probable que diferentes especies de hombres (Pithecanthropus, Neantherthalensis y Sapiens) coexistieron sobre la Tierra y tuvieron culturas comparables; hay evidencias que esto fue así en el caso del Neantherthalensis y el Sapiens durante la más reciente edad del hielo (4° período glacial), pero hace unos 40.000 años el Sapiens llegó a ser dominante y el Neantherthalensis estaba extinguido.

Numerosas diferentes culturas de Homo Sapiens han sido identificadas como existentes entre 40.000 y 10.000 años atrás, durante y hasta finalizar el Paleolítico (antigua edad de piedra). Se ha avanzado la idea de que el *tiempo* de evolución cultural se aceleró al finalizar el 4º período glacial, unos 20.000 años atrás, lo cual es avalado por testimonios que muestran el aumento del uso de herramientas más elaboradas de piedra y de hueso, construcción de moradas de madera, piedra y arcilla, desarrollo de lenguajes, producción de ciertas formas de arte y de tradiciones religiosas, etc. Tal ímpetu no ha decaído hasta nuestros días.

Presentamos algunos acontecimientos en la tierra en el gráfico de la página siguiente. Se ha usado una "escala de potencias de 10" que permite considerar tiempos desde 1.000 años atrás $\left(10^3\,[\text{año}]\right)$ hasta mil millones de años atrás $\left(10^9\,[\text{año}]\right)$ ocupando "poco" espacio.

Algunos acontecimientos en la Tierra



Escalas

En muchos casos es útil una visualización global de una *ordenación* de cantidades físicas. Esto se logra por medio de escalas.

Ya le hemos mostrado a usted una escala de “tiempos” y otra de “acontecimientos en la Tierra”, para que pueda apreciar en conjunto una gran variedad de fenómenos.

Para construir una escala elegimos una cualidad de las cosas a representar. Asociamos un número a cada cosa basándonos en la cualidad elegida y usamos estos números para ordenarlas.

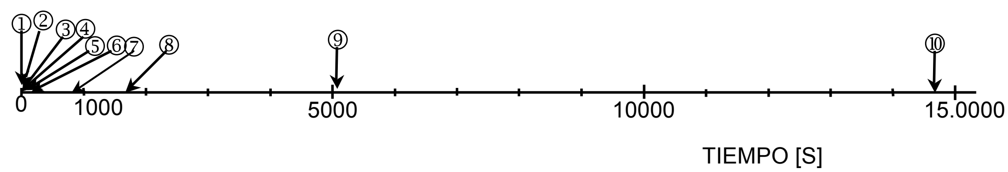
- un grupo de edificios puede ser ordenado según antigüedad, altura, precio de venta, etc.
- los ríos pueden ser ordenados por longitud o por caudal medio.
- los hechos históricos pueden ser ordenados cronológicamente.
- las partículas fundamentales pueden ser ordenadas por los valores de masa, carga eléctrica, spin, etc.

A continuación, le presentamos a Ud. los tiempos empleados (récords mundiales) en diferentes carreras; desde los 100[m] planos hasta caminatas de 20[km] y 50[km]. En la tabla identificamos las carreras por un número entre paréntesis, las distancias están en metros [m] y los tiempos correspondientes en [h] : [min] : [s]. Las equivalencias a minutos y segundos están dadas en forma aproximada.

(1)	100	9,9	$\triangleq$	0,16 [min]	$\triangleq$	10 [s]	$\simeq$	$1{,}0 \cdot 10^1$ [s]
(2)	200	19,8	$\triangleq$	0,33 [min]	$\triangleq$	20 [s]	$\simeq$	$2{,}0 \cdot 10^1$ [s]
(3)	400	43,8	$\triangleq$	0,73 [min]	$\triangleq$	44 [s]	$\simeq$	$4{,}4 \cdot 10^1$ [s]
(4)	800	1:43,7	$\triangleq$	1,73 [min]	$\triangleq$	104 [s]	$\simeq$	$1{,}0 \cdot 10^2$ [s]
(5)	1000	2:16,0	$\triangleq$	2,27 [min]	$\triangleq$	136 [s]	$\simeq$	$1{,}4 \cdot 10^2$ [s]
(6)	1500	3:33,1	$\triangleq$	3,55 [min]	$\triangleq$	213 [s]	$\simeq$	$2{,}1 \cdot 10^2$ [s]
(7)	5000	13:13,0	$\triangleq$	13,22 [min]	$\triangleq$	793 [s]	$\simeq$	$7{,}9 \cdot 10^2$ [s]
(8)	10000	27:30,8	$\triangleq$	27,51 [min]	$\triangleq$	1651 [s]	$\simeq$	$1{,}7 \cdot 10^3$ [s]
(9)	20000	1:25:19,4	$\triangleq$	85,32 [min]	$\triangleq$	5119 [s]	$\simeq$	$5{,}1 \cdot 10^3$ [s]
(10)	50000	4:04:19,8	$\triangleq$	244,33 [min]	$\triangleq$	14660 [s]	$\simeq$	$1{,}5 \cdot 10^4$ [s]

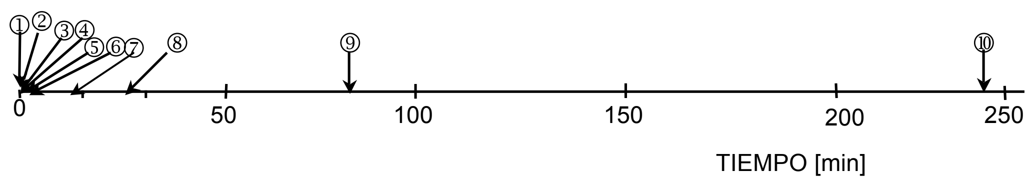
Ubicaremos estas carreras en algunas *escalas de tiempo*, mostradas en la página siguiente.

Para incluir todas las carreras construimos una escala de tiempo graduada de 0 a 15.000[s] uniformemente:

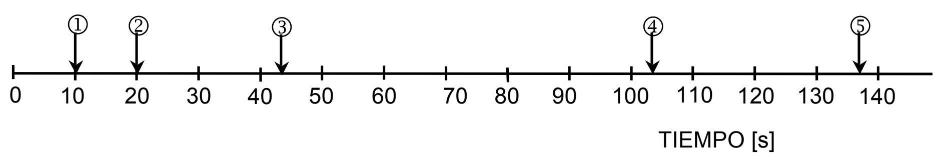


Vemos que en esta escala las primeras 6 carreras quedan prácticamente confundidas unas con otras. Esto no se debe a la unidad de tiempo elegida, sino a las diferencias de orden de magnitud de los tiempos empleados para la primera y las últimas carreras.

A continuación le mostramos una escala "graduada en minutos" la que, por supuesto, no mejora la representación; aún las primeras carreras están confusas.

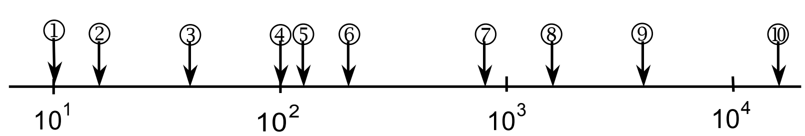


Intentemos ahora distinguir las primeras carreras. Podemos hacerlo abarcando, en un trozo de igual longitud, un menor rango de tiempos; por ejemplo:



pero resulta que la últimas carreras quedan fuera de esta escala.

Al usar *notación científica* para escribir los tiempos empleados en las carreras, nos damos cuenta que sus órdenes de magnitud están en el rango de 10^1 a 10^4. Esto nos sugiere que una solución satisfactoria para representar todas las carreras de manera que todas ellas se distingan, es usar una escala graduada en *potencias de 10*:

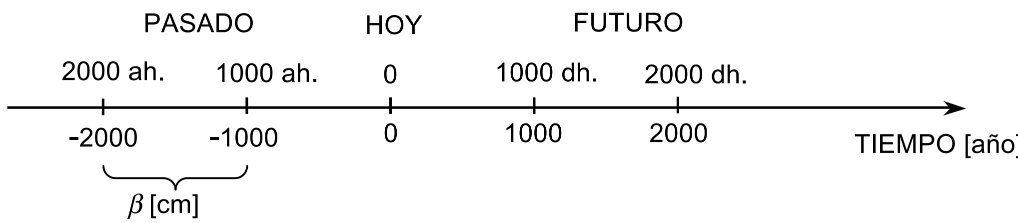


En este ejemplo hemos usado dos tipos de escalas:

- Escalas lineales (uniformes)
- Escalas no lineales (en particular, la escala de *potencias de 10*).

En general, usamos una *escala lineal* cuando los valores a representar tienen órdenes de magnitud similares; si estos valores abarcan un amplio rango de órdenes de magnitud debemos recurrir a una *escala de potencias de 10*, ya que estamos limitados por el tamaño del papel.

* Por ejemplo, en el gráfico ***intervalo de tiempos*** de la página 7 la *escala de potencias de 10* necesita unos pocos centímetros para representar con claridad la edad del Universo, del género humano y de las pirámides. En una *escala lineal* usando β *centímetros para representar mil años.*



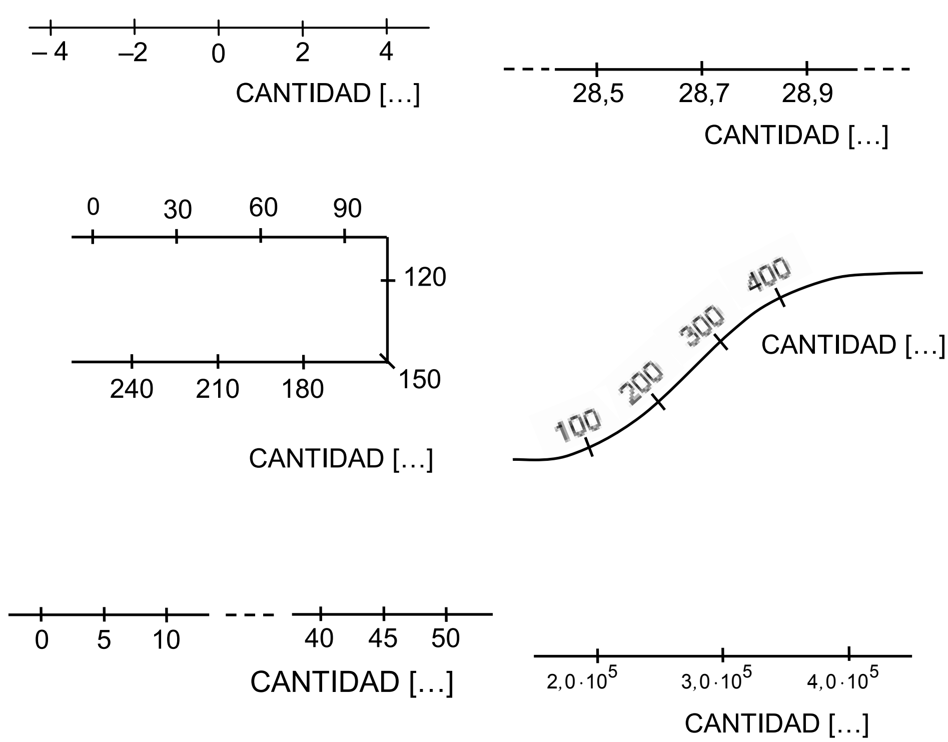
necesitaríamos, aproximadamente:

5 β centímetros para ubicar la edad de la pirámide de Cheops.

50 β metros para ubicar la edad del género humano.

120 β kilómetros para ubicar la edad del Universo.

Una **escala lineal** se caracteriza porque los **números asignados** a marcas sucesivas colocadas a igual distancia sobre una curva (en particular una recta) tienen **diferencia constante**.

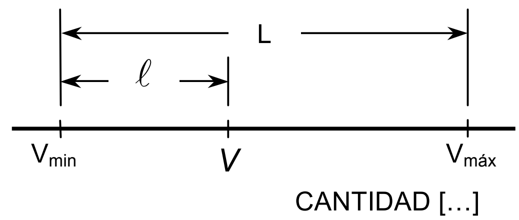


Para construir una escala lineal:

- Escogemos una curva cuyo largo está de ordinario limitado.
- Determinamos sobre la curva un trazo a cuyos extremos le asignamos, respectivamente, valores cercanos al valor mínimo ($V_{mín}$) y al valor máximo ($V_{máx}$) que deseamos representar.
- Obtenemos las marcas intermedias dividiendo el trazo inicial en partes iguales; asignamos a estas marcas los valores intermedios correspondientes.

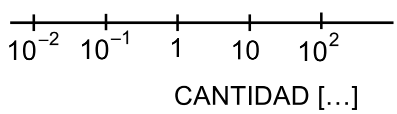
Algebraicamente, cualquier valor intermedio V queda ubicado en la escala lineal según:

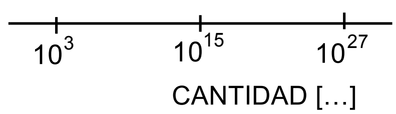
$$\ell = \frac{V - V_{mín}}{V_{máx} - V_{mín}} \cdot L$$

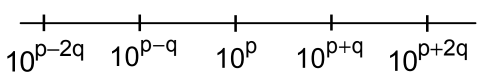


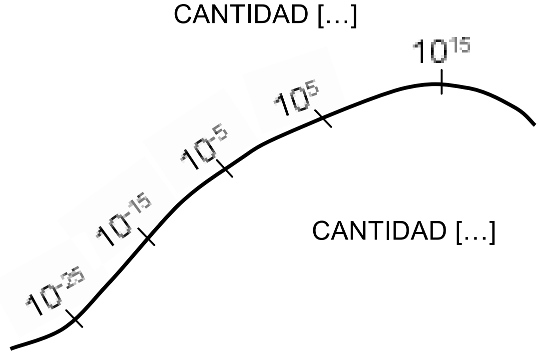
donde usualmente los largos ℓ y L se miden en centímetros.

Una **escala de potencias de 10** se caracteriza porque los números asignados a marcas sucesivas colocadas a igual distancia sobre una curva (en particular una recta) tienen como **cuociente** una potencia de 10 **constante**.









Observe que en este tipo de escala, contrario a lo que sucede en la escala lineal, la **diferencia** entre los números asignados a las marcas sucesivas no es constante.

Le advertimos que el **cero** no tiene representación en una escala de potencias de 10, porque ningún número real finito como exponente de 10 produce 0.

Para construir una escala de *potencia de 10*:

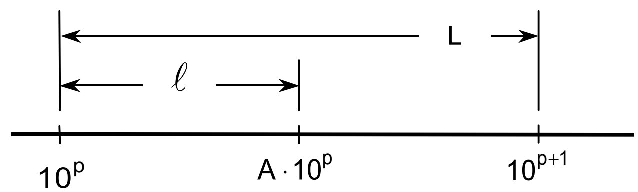
- Elegimos un trazo sobre la curva.
- A sus extremos le asignamos *potencias de 10* cercanas al menor y al mayor orden de magnitud de los valores a representar.
- Dividimos el trazo inicial en cierto número de partes iguales de modo que a cada marca le corresponda una determinada potencia de 10.

Cuando los valores a representar son *potencias de 10* (órdenes de magnitud de cantidades físicas) su ubicación en la escala es simple.

Cuando queremos representar valores dados en forma más precisa (factor numérico por potencia de 10) debemos ubicar puntos intermedios entre las marcas de la escala correspondientes a dos potencias de 10 consecutivas.

Sea L la distancia entre las marcas correspondientes a las potencias 10^p y 10^{p+1}. Entonces, la distancia ℓ a que debe colocarse el número:

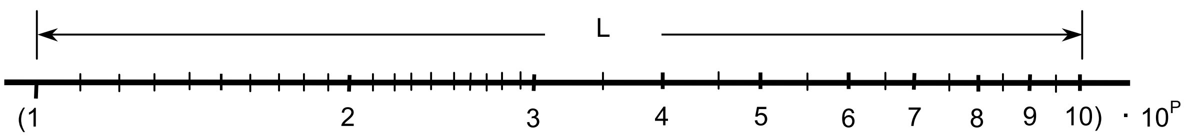
$$A \cdot 10^p \quad , \quad 1 < A < 10$$



queda determinada algebraicamente por:

$$10^{\ell/L} = A$$

La solución de esta ecuación conduce a la siguiente división, válida para cualquier intervalo entre dos potencias de 10 consecutivas:

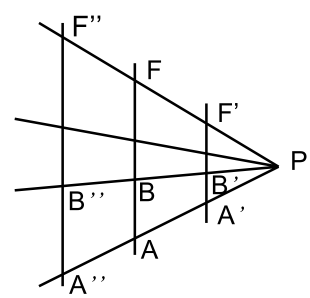


En general sucederá que las *escalas de potencias de 10* que Ud. construya tendrán una distancia distinta al de este *modelo*. Pero no tendrá necesidad de solucionar en cada caso la ecuación $10^{\ell/L} = A$, puede recurrir a un teorema geométrico de homotecia que permite la siguiente construcción:

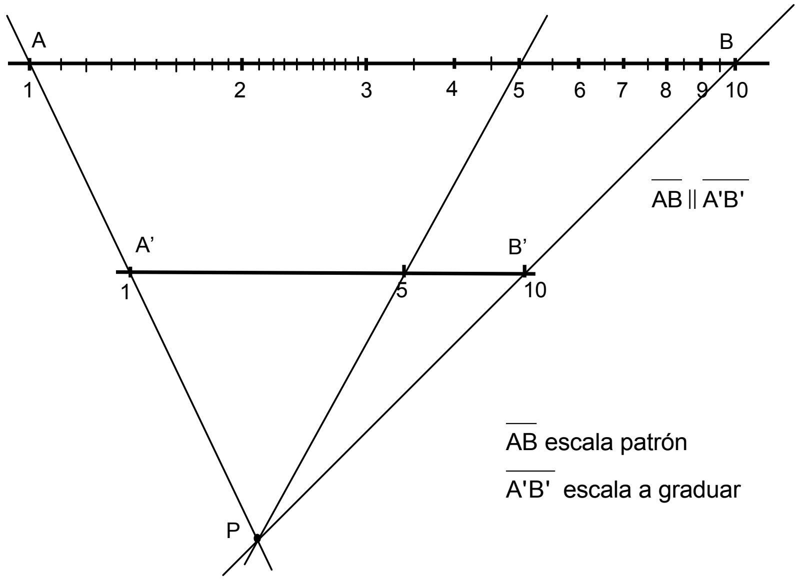
Considere un trozo de una escala no lineal con divisiones A, B, … , F; como modelo.

Elija un punto P cualquiera y trace desde él, rayos que pasen por los puntos de división de la escala modelo.

Trace líneas paralelas a la *escala modelo*; los rayos dividirán a estas líneas paralelas en la misma razón que la escala modelo.



Use este método para *escalas de potencias de 10* con el modelo dado para controlar las divisiones del gráfico *acontecimientos en la Tierra* (pág. 23). Compare con las escalas básicas de una regla de cálculo.



Ejercicios

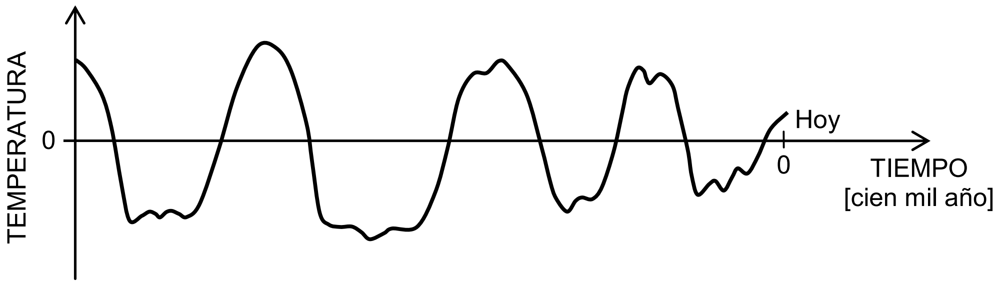
1-30) Considere la tabla de isótopos radiactivos (pág.19). Exprese las semividas en una unidad de tiempo común, por ejemplo **segundos** y haga una lista de ellos en orden de semividas decrecientes. Construya una *escala de potencias de 10* para semividas que sea conveniente para que Ud. pueda ubicar en ella esos isótopos radiactivos.

1-31) Si usara una *escala uniforme* de tiempo en que la semivida de 1[s] se representara por 1[cm], ¿a qué distancia del origen representaría la semivida del polonio 212 y la del plomo 204? Comente.

1-32) Construya una *escala uniforme*, de unos 20[cm] de largo, para representar tiempos desde hoy (año 0) hasta unos 600 millones de años al pasado. Indique en ella los intervalos de tiempo geológicos (eras, períodos y épocas), según los siguientes datos aproximados (en millones de años) dados correlativamente y retrocediendo en el tiempo. Entre paréntesis se dan las *duraciones* respectivas.

- Era cenozoica o moderna desde 0 a 70; con un período cuaternario (1) y un período terciario con las épocas: pliocena (11), miocena (13), oligocena (10), eocena (25) y paleocena (10).
- Era mesozoica o media, desde 70 a 230; con períodos; cretácico (60), jurásico (50) y triásico (50).
- Era paleozoica o antigua, desde 230 a 600; con períodos: pérmico (40), carbonífero (70), devoniano (60), silúrico (100), ardivicio (50) y cámbrico (50).

1-33) En el gráfico se representa, en forma cualitativa, la temperatura de la Tierra (sobre y bajo el punto de congelación del agua, 0[°C]) en el transcurso del tiempo. La escala de tiempo usada es *uniforme*, Ud. debe subdividirla en unidades [cien mil año] usando los datos sobre los períodos glaciales en el gráfico "*acontecimientos en la Tierra*" (pág. 23).



1-34) En culturas surgidas en las regiones del Mediterráneo y en el Cercano Oriente se estimaba la edad del Universo en unos pocos miles de años. Pero en culturas de la India se encuentra el uso de edades de gran duración que se suceden unas a otras : Edad de Oro (Kritayuga) de 1.728.000 años, Edad de Plata (Thretayuga) de 1.296.000 años, Edad de Bronce (Dwaparayuga) de 864.000 años y Edad de Hierro (Kaliyuga) de 432.000 años. Las cuatro edades juntas forman una Gran Edad (Mahayuga). El Universo existía por *un día Brahámico (Kalpa),* con 1[*Kalpa*] $\triangleq$ 1.000[*Mahayuga*] después del cual el Universo se destruía y era vuelto a crear ...

¿A cuántos años equivale 1[*Kalpa*] ? Haga un gráfico, eligiendo una escala conveniente, para representar 2[*Mahayuga*] con sus respectivas edades.

1-35) Los habitantes del planeta Garyon, en otra galaxia, mandan una sonda para analizar la composición de la atmósfera terrestre y decidir la posibilidad de enviar parte de su población a la Tierra. La sonda cae al borde de una super carretera de una ciudad muy industrializada y transmite a Garyon los siguientes datos, en *partes por millón* (ppm):

> nitrógeno: 743.954 ppm; oxígeno: 240.758 ppm; vapor de agua: 10.602 ppm; argón: 9.103 ppm; dióxido de carbono: 300 ppm; neón: 2 ppm; xenón: 2 ppm; etileno: 2 ppm; sulfito de hidrógeno: 17 ppm; ...

Construya Ud. una *escala de potencias de 10* apropiada para representar tal composición atmosférica.

1-36) Infórmese y ubique en el gráfico *acontecimientos en la Tierra* los siguientes hechos: construcción de Stonehenge (England), invención del calendario Azteca, guerras médicas, destrucción de Babilonia y nacimiento de Buda.

1-37) Represente en una *escala lineal o uniforme* de tiempo algunos inventos y descubrimientos como: invención de la imprenta en Europa (1439), telescopio (1610), bomba neumática (1650), barco a vapor (1707), vacuna (1798), alto horno (1828), máquina de coser (1830), hormigón armado (1867), motor de 4 tiempos (1876), alumbrado eléctrico (1878), emisión termoiónica (1883), aspirina (1893), pulmón de acero (1928), transistor (1947), láser (1960), ... Usted puede completar esta pequeña lista.

1-38) Los períodos de rotación (*"días"*) de los planetas de nuestro sistema solar son:

Mercurio	:	58[d] 15[h] 42[min]
Venus	:	243[d]
Tierra	:	23[h] 56[min] 4[s]
Marte	:	24[h] 37[min] 23[s]
Júpiter	:	9[h] 50[min] 23[s]
Saturno	:	10[h] 11[min]
Urano	:	10[h] 42[min]
Neptuno	:	15[h]

Exprese tales *períodos de rotación* en [s] y construya una escala apropiada para representarlos con claridad.

1-39) Para representar ciertos sucesos en el tiempo, se ha construido una escala uniforme de 30[cm] de largo, comenzando en 50[μs] y terminando en 1,8[ms]. Determine el valor, en [s], que indicará el punto de la escala situado a 16[cm] del final de la escala.

Unidades y patrones de distancia

Es muy usual el que nos preguntemos cuán grandes son o cuán lejos están las cosas; esto es, nos interesan los tamaños y las distancias o longitudes.

Para medir la distancia entre la esquina en que lo dejó la micro y su casa, usted puede contar el número de "pasos" dados; o para medir el largo de su escritorio puede contar "cuartas" o "gemes". Es decir, usted comienza eligiendo una unidad y luego cuenta. Note usted la tendencia a escoger unidades convenientes para facilitar la medición de distancias, de estos órdenes de magnitud, en forma directa.

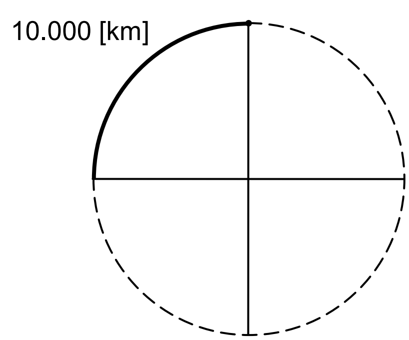
Los tamaños y distancias extremadamente pequeños del microcosmos o grandes del macrocosmos, o los de objetos inaccesibles, no pueden ser determinados por métodos directos; pero la idea general de comparar se mantiene. Esperamos que en el futuro usted aprenda a efectuar mediciones apropiadas para estos casos.

El hombre escogió al principio como unidades de distancia, longitudes relacionadas con su cuerpo. El **pie** ha sido usado como unidad de longitud por casi todas las culturas en uno u otro tiempo, aunque naturalmente el *pie patrón* terminaba por ser distinto en las diferentes regiones. En sus marchas las legiones romanas contaban 2.000 pasos, de lo cual derivó la **milla**.

Ya en la Babilonia antigua existía un sistema de medidas de longitud que adoptaba como unidad básica el **dedo**. Además se usaba el **pie**, que correspondía a 20 dedos y el **codo**, a 30 dedos; la **percha** constaba de 12 codos y la **cuerda de agrimensor**, de 120 codos; la **legua** equivalía a 180 cuerdas. Estas unidades han sido normalizadas respecto a las unidades de uso actual; por ejemplo, el "dedo" equivale a 1,65 centímetros.

La unidad de longitud básica aceptada actualmente por todo el mundo científico es el **metro**.

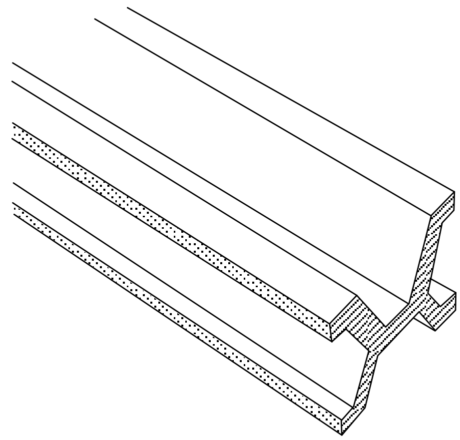
El **metro** (del griego $\mu\epsilon\tau\rho o\nu$ = medida) se introdujo en Francia (1791) con la intención de tener una unidad de longitud independiente de cualquier medida antigua y válida internacionalmente. Se definió equivalente a *la diez millonésima parte de un cuadrante de un meridiano terrestre.* Esa longitud se obtuvo en forma aproximada mediante medidas angulares hechas en el mediodía de Francia.



La definición internacional de Metro, sancionada por la Conferencia General de Pesos y Medidas celebrada en París en 1889, es la siguiente:

"Metro es la distancia entre dos trazos grabados sobre una barra de platino e iridio, a la temperatura de 0[ºC] y a la presión atmosférica normal, que se encuentra depositada en la Oficina Internacional de Pesos y Medidas de Sevres, París".

Se confeccionaron simultáneamente 40 barras iguales que sirven como prototipo del metro. Se usó una aleación de 90% de platino y 10% de iridio. La sección transversal de esta barra tiene forma de "x" por ofrecer varias ventajas como minimizar la dependencia de la distancia entre las marcas de posibles doblamientos, poseer una superficie relativamente grande (lo que permite adquirir más fácilmente una temperatura uniforme) y usar una cantidad relativamente pequeña de material.



El metro prototipo fue hecho con la intención de que se conservara inalterable, pero el material utilizado ha sufrido fatiga (deformaciones por tensiones internas) y se han constatado pequeñísimas variaciones en él. Los físicos se han preocupado de buscar otro patrón de longitud que sea, según los conocimientos actuales, realmente inalterable. Ya en 1892 se comparó el metro prototipo de París con la *longitud de onda* de la luz roja emitida por cadmio, encontrándose, mediante mediciones que pueden efectuarse con gran precisión, que a un metro corresponden 1.553.164,13 longitudes de onda de esa luz.

La Conferencia General de Pesos y Medidas adoptó formalmente en 1983 la definición:

"Metro es el largo del camino recorrido por la luz en el vacío durante el intervalo de tiempo igual a:

$$\frac{1}{299.792.458}\,[\mathrm{s}]\text{''.}$$

Un principio y una constante fundamental en Física

La luz se propaga en el vacío con velocidad constante.

La magnitud de esta velocidad se ha determinado experimentalmente por diferentes métodos con bastante precisión. Trabajos en 1974 daban el valor:

$$c = 299\,792\,533 \pm 71\left[\mathrm{m/s}\right]$$

Comúnmente para cálculos puede usar la aproximación:

$$c \simeq 3,\cdot 10^{8}\ [\mathrm{m/s}]$$

En la Conferencia General de Pesos y Medidas de 1983 se definió que la rapidez de la luz en el vacío es exactamente:

$$c = 299\,792\,458\ [\mathrm{m/s}]$$

Ejercicios

1-40) Estime la cantidad de pasos que ha dado en su vida. ¿Qué distancia ha recorrido?

1-41) Estime el tamaño de un grano de azúcar. Si pusiera un millón de ellos, uno al lado de otro, ¿qué longitud ocuparían?

1-42) Estime el número de carros de ferrocarril que serían necesarios para cubrir el meridiano terrestre.

1-43) Estime el espesor de un trozo de papel celofán y el tiempo que tardaría la luz en atravesarlo.

1-44) Tome una unidad arbitraria tal como la longitud de la primera falange de su pulgar o la longitud de una de sus uñas. Haga una regla utilizando esta unidad y con ella mida el ancho y el largo de esta página.

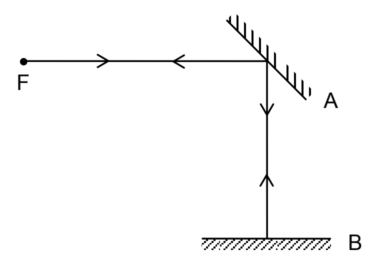
1-45) En una excavación se encontró un pie prehistórico de 0,40[m] de largo. Suponiendo que la relación entre la altura y el tamaño del pie es la misma para el hombre prehistórico que para Ud.. ¿Qué altura tendría ese hombre prehistórico?

1-46) Un hombre de 1,80[m] de estatura, está parado a 5,20[m] de distancia del pie de un farol cuya ampolleta encendida está a 4,80[m] de altura. Calcule el largo de la sombra del hombre.

1-47) Un estudiante ha observado que cuando mantiene un lápiz de 0,15[m] verticalmente a 0,60[m] de sus ojos, éste se superpone exactamente sobre una antena de radio situada a 80[m] de él. Calcule la altura de la antena.

1-48) Suponga que como metro patrón se elijan 1.432.409,4 longitudes de onda de cierta luz. Determine el orden de magnitud de esta longitud de onda.

1-49) Un haz de luz que se origina en F se refleja sucesivamente en los espejos A y B. Se ha medido que la luz emplea $1{,}5 \cdot 10^{-6}$ [s] en ir de F a B y regresar a F. Calcule la distancia FAB.



1-50) Suponga que le presentan la siguiente unidad de tiempo: Un "metro-luz" es el tiempo que la luz demora en recorrer la distancia de 1[m].

¿Cuántos segundos equivalen a un "metro-luz"? (1 [metro-luz] $\hat{=}$? [s])

¿Cuántos "metros-luz" ha vivido usted ?

Múltiplos y submúltiplos decimales de unidades de medición

Teniendo una unidad básica para cierta cantidad física, se pueden elegir unidades más pequeñas y más grandes dividiendo y multiplicando la unidad básica por potencias de 10.

Así, dividiendo tal unidad en 10 partes iguales aparece una 10 veces más pequeña y agrupando 10 unidades básicas obtenemos una 10 veces mayor. Estas nuevas unidades tienen nombres que derivan de la palabra que designa a la unidad básica, con un prefijo que denota la división o multiplicación que corresponde.

De acuerdo a la Conferencia Internacional de Pesos y Medidas de 1991, los prefijos son:

Prefijo	**Valor**	**Símbolo**
yotta	10^{24}	Y
zetta	10^{21}	Z
exa	10^{18}	E
peta	10^{15}	P
tera	10^{12}	T
giga	10^{9}	G
mega	10^{6}	M
kilo	10^{3}	k
hecto	10^{2}	h
deca	10	da
deci	10^{-1}	d
centi	10^{-2}	c
mili	10^{-3}	m
micro	10^{-6}	μ
nano	10^{-9}	n
pico	10^{-12}	p
femto	10^{-15}	f
atto	10^{-18}	a
zepto	10^{-21}	z
yocto	10^{-24}	y

Ejemplos

- De la unidad básica de longitud : Un metro ··· 1[m] , derivan las unidades:

Un kilómetro	···	1[km]	$\triangleq$	10^{3}[m]
Un hectómetro	···	1[hm]	$\triangleq$	10^{2}[m]
Un centímetro	···	1[cm]	$\triangleq$	10^{-2}[m]
Un milímetro	···	1[mm]	$\triangleq$	10^{-3}[m]
Un micrometro	···	1 [μm]	$\triangleq$	10^{-6}[m]
Un nanometro	···	1[nm]	$\triangleq$	10^{-9}[m]

- De la unidad básica de tiempo: Un segundo ··· 1[s] , se obtiene:

Un milisegundo	···	1[ms]	$\triangleq$ 10^{-3}[s]
Un microsegundo	···	1[μs]	$\triangleq$ 10^{-6}[s]
Un nanosegundo	···	1[ns]	$\triangleq$ 10^{-9}[s]

En las conferencias internacionales, recién mencionadas, se ha recomendado que:

- los símbolos para prefijos se escriban sin espacio entre el símbolo del prefijo y el símbolo de la unidad.
- se evite el empleo de prefijos compuestos formados por la combinación de varios prefijos.

* Use 1[nm] pero no 1[mμm]

Se desaprueba, en general, el uso de los nombres:

un micrón ··· 1[μ] para la unidad 1[μm]

un milimicrón ··· 1[mμ] para la unidad 1[nm]

Ejercicios

1-51) Exprese un intervalo de tiempo de $2{,}04\cdot 10^{4}$[s] en [Ms], [ks], [ms], [ns], [Gs] y [μs].

1-52) Le informan que el espesor de cierta lámina metálica es 2,8[μm] . Exprese este espesor en [mm], [cm], [dm] y [m].

1-53) El radio efectivo de cierta partícula vale $2{,}5\cdot 10^{-15}$[m]. Exprese esta magnitud en [nm], [fm] y [am].

1-54) Use los prefijos que usted considere los más adecuados para escribir en su forma más simple los siguientes valores de una cantidad física, medidos en la unidad [V]:

0,008 [V]	$1{,}8\cdot 10^{-6}$ [V]	$4{,}05\cdot 10^{-30}$ [V]
$0{,}024\cdot 10^{10}$ [V]	$0{,}9\cdot 10^{-4}$ [V]	$0{,}87\cdot 10^{8}$ [V]
0,000 000 29 [V]	$43{,}2\cdot 10^{7}$ [V]	

Tamaños y distancias

El orden de magnitud de la estatura del hombre es 1[m], una estatura típica es 1,70[m]. Una piedra puede tener 50[cm] de largo y otra más chica 2[cm]. Las pequeñas partículas suspendidas en el aire tienen diámetros que van de 1[mm] a 0,01[mm]. El tamaño de un grano de sal es del orden de 10^{-4}[m], el de las irregularidades de una superficie metálica bien pulida de 10^{-6}[m] ($\triangleq$ $1\left[\mu\text{m}\right]$) y el de un virus de 10^{-7}[m] . Amplitudes de ondas sonoras audibles pueden ser tan pequeñas como 10^{-8}[m] ($\triangleq$ 10[nm]).

El cuerpo humano contiene un promedio del orden de 10^{14} células, cada una de las cuales está formada por unas 10^{10} moléculas, con un promedio de 10^{4} átomos por molécula. Algunas células tienen diámetro de 2[μm] y algunas moléculas de 6[nm].

Las dimensiones atómicas son del orden de 10^{-10}[m] . A esta distancia se da un nombre especial:

Un ångström $\cdots$ 1[Å] $\triangleq 10^{-10}$[m] ; 1[nm] $\triangleq$ 10[Å].

Se ha establecido experimentalmente que el radio efectivo de un núcleo con número másico A está dado por la relación: $R = R_0 \cdot A^{1/3}$, en donde la constante R_0 vale aproximadamente $1{,}1 \cdot 10^{-15}$[m] .

Al usar la unidad un Fermi (1[F] $\triangleq 10^{-15}$[m] $\triangleq$ 1[fm]), utilizada en física nuclear, la constante R_0 se expresa como $R_0 \simeq$ 1,1[F] .

El electrón, el constituyente más liviano de la materia ordinaria, no tiene forma ni tamaño bien definido, pero puede asignársele un radio del orden de 1[F] .

El hombre vive en un medio ambiente natural o construido por él. Las pirámides egipcias alcanzaron alturas de 140[m], la torre Eiffel mide 300[m] y la de Toronto 550[m]. El edificio más alto construido hasta 2010 mide 828[m].

Los Ojos del Salado se elevan 6.880[m] sobre el nivel del mar. El radio de la Tierra queda mejor expresado en kilómetros, y es aproximadamente, de 6.400[km].

La estación espacial internacional describe una órbita a una altura entre 278[km] y 460[km] sobre la superficie de la Tierra, y la Luna una de aproximadamente 385.000[km] (unos 60 radios terrestres) respecto de superficie de la Tierra.

Para las distancias de los planetas al Sol se usa, generalmente, la "*unidad astronómica*". Esta unidad se refería inicialmente a la distancia media de la Tierra al Sol; actualmente la Unión Astronómica Internacional la ha definido en forma precisa y ha adoptado la siguiente equivalencia:

Una **unidad astronómica** $\cdots$ 1[UA] $\triangleq 149600 \cdot 10^{6}$[m]

Para cálculos aproximados usted puede usar $1\left[\text{UA}\right] \triangleq 1{,}5 \cdot 10^{11}\left[\text{m}\right]$. Puede obtener, aproximadamente, este valor si recuerda que la *luz del Sol* demora alrededor de 8[min] para llegar a la Tierra y que la rapidez de la luz es $\simeq 3, \cdot 10^{8}$[m/s].

Las distancias medias entre los planetas y el Sol, expresadas en unidades astronómicas son:

Mercurio	0,387[UA]	Júpiter	5,203[UA]
Venus	0,723[UA]	Saturno	9,572[UA]
Tierra	1[UA]	Urano	19,194[UA]
Marte	1,524[UA]	Neptuno	30,066[UA]

Las distancias a las estrellas son "enormes". Por ejemplo, con un telescopio moderno usted puede observar una estrella a $2 \cdot 10^{25}$[m] de distancia, aproximadamente 10^{14}[UA].

Tal vez este dato no le impresione mucho, pero si consideramos que la luz viaja a $3 \cdot 10^{8}$[m/s], un destello emitido por esta estrella demora $(2/3) \cdot 10^{17}$[s], o sea, unos $2 \cdot 10^{9}$[año] (2.000 millones de años) en llegar a la Tierra. Dicho de otro modo, mientras el destello viajaba desde esa estrella, la vida se desarrollaba en la Tierra; aparecía el hombre que aprendió a usar el fuego, a construir ciudades y a fabricar el telescopio que permitió captar ese destello.

Resulta conveniente expresar la distancia entre estrellas y, también, entre galaxias, en "años luz".

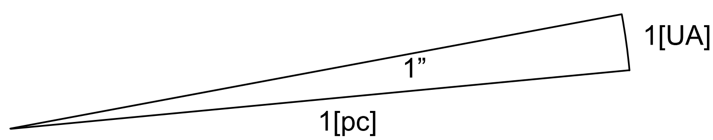
Un **año luz** es la distancia que la luz recorre, en el vacío, durante un año.

Usando 1[año] $\hat{\simeq}$ $3{,}145 \cdot 10^{7}$[s] y $c \simeq 2{,}998 \cdot 10^{8}$[m/s], resulta la equivalencia aproximada:

Un año luz · · · 1[AL] $\hat{\simeq}$ $9{,}461 \cdot 10^{15}$[m] $\sim 10^{16}$[m]

Habitualmente se usa en Astronomía la unidad "parsec":

Un **parsec** es la distancia a la cual 1[UA] subtiende un ángulo de "un segundo de arco".

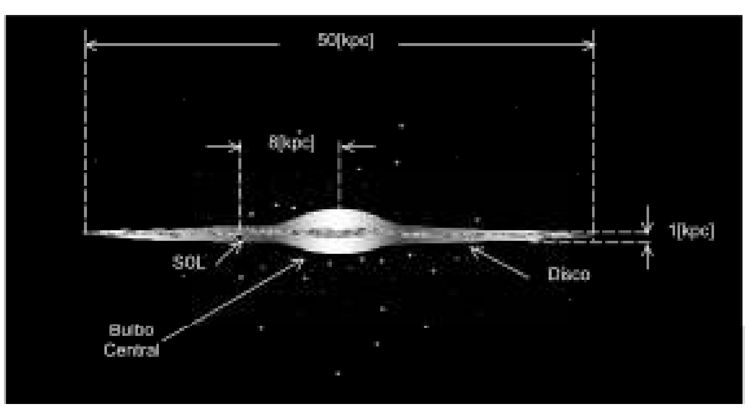


Aproximadamente se tiene que:

Un parsec · · · 1[pc] $\triangleq$ 206 265[UA] $\triangleq$ $3{,}0857 \cdot 10^{16}$[m]

La distancia a la estrella más cercana, Alfa Centauro, es 1,33[pc] ó 4,33[AL].

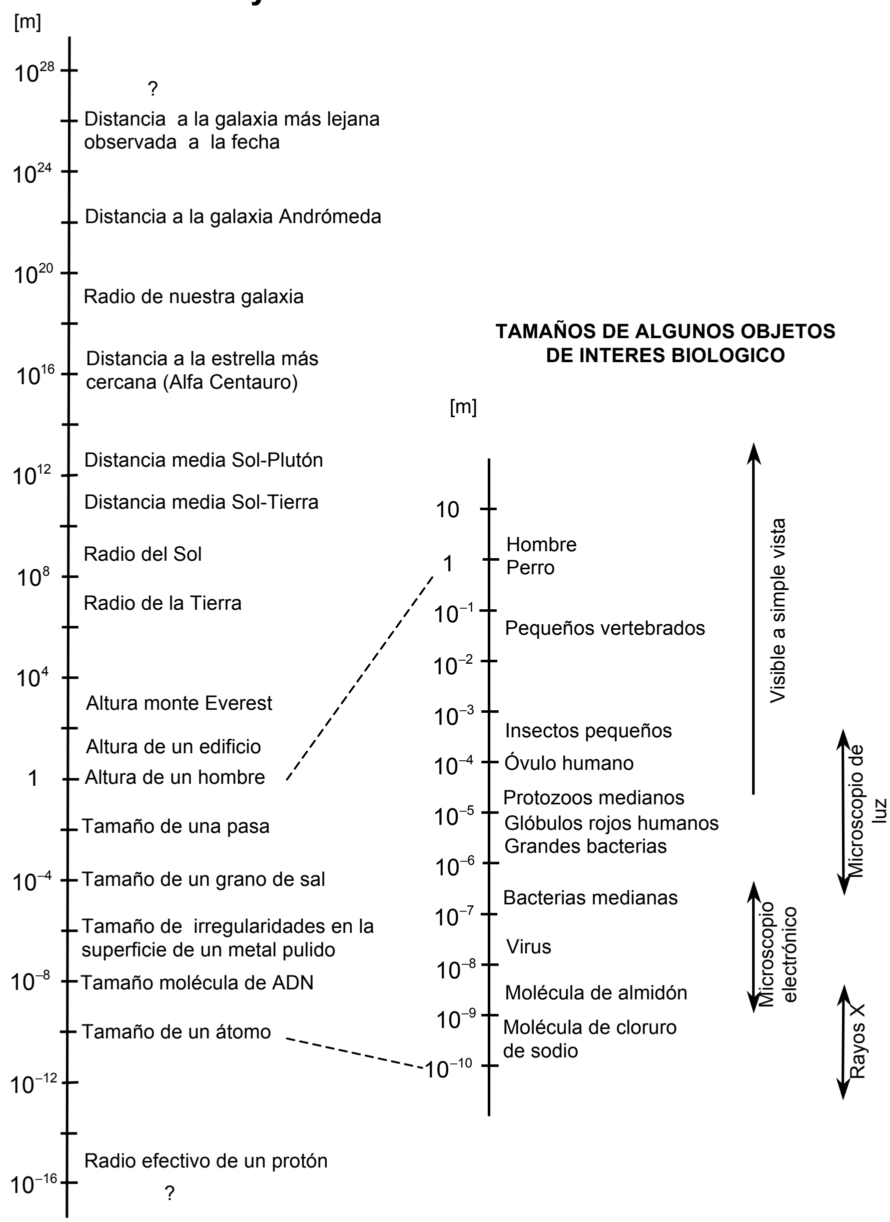
En la figura siguiente, mostramos un dibujo esquemático de nuestra galaxia, la Vía Láctea, indicando sus medidas aproximadas, en "kilo parsecs" [kpc].



Una galaxia típica contiene de 10^9 a 10^{11} estrellas. Las menores distancias entre sus estrellas es del orden de 1[AL]. Las galaxias entre sí están separadas por distancias del orden de los 10^8[AL]. El Universo conocido se puede representar por una esfera del orden de 10^{10}[AL] de radio que contiene unas 10^{11} galaxias.

Le presentamos a continuación un cuadro de tamaños y distancias. Para cubrir tan amplio rango de órdenes de magnitud hemos usado como base la unidad **metro**, representándolos en una *escala de potencias de 10.*

Tamaños y Distancias



Entreténgase, comparando los datos proporcionados en esta sección con los que figuran en los gráficos previos. Por ejemplo:

- La distancia a Alfa Centauro es 1,33[pc] :

$$1{,}33[\text{pc}] \triangleq 1{,}33 \cdot 1[\text{pc}] \triangleq 1{,}33 \cdot 3{,}1 \cdot 10^{16}[\text{m}] \sim 4{,}1 \cdot 10^{16}[\text{m}]$$

que es donde se representa a esta estrella en el gráfico correspondiente.

- Para el tamaño de cierta molécula se dio el dato 6 [nm] :

$$6, [\text{nm}] \triangleq 6, \cdot 1[\text{nm}] \triangleq 6, \cdot 10^{-9}[\text{m}]$$

que corresponde al caso de la molécula de almidón presentada en el gráfico correspondiente.

Ejercicios

1-55) Estime el número de átomos que cabrían a lo largo del diámetro de un glóbulo rojo.

1-56) Indique cuál de los siguientes números: 10^{70}, 10^{51}, 10^{20}, 10^{10} ó 10^{5}, representaría mejor al número de átomos de una naranja.

1-57) Calcule el número aproximado de veces que el diámetro de la Tierra cabe en el diámetro del Sol y el número aproximado de veces que el diámetro de la Tierra cabe en el radio de la órbita terrestre.

1-58) Suponga que usted hace *modelos* de varios objetos, de tal modo que un núcleo de oro (A = 200) está representado por una esfera de 7[cm] de radio. ¿Qué radio debería tener una esfera que represente a un virus, manteniendo la misma proporción?

1-59) Imagine que una manzana se expandiera hasta tomar el tamaño de la Tierra y que sus átomos se expandieran en la misma proporción. Calcule el nuevo diámetro de los átomos.

1-60) Si desea hacer un modelo planetario del sistema solar, y escoge para la Tierra una cereza de 1[cm] de diámetro, ¿qué escogería para la Luna y el Sol?

1-61) Calcule aproximadamente el tiempo que tarda un pulso de un láser en viajar de la Tierra a la Luna y volver a la Tierra.

1-62) Suponga que todo el Universo hubiese estado concentrado en un punto hace unos 12 mil millones de años $(1{,}2 \cdot 10^{10}[\text{año}])$ y que entonces, debido a una explosión, hubiese comenzado a expandirse uniformemente con una rapidez igual al 93% de la rapidez de propagación de la luz en el vacío. ¿Cuál sería la dimensión actual del Universo? Compare y comente.

Unidades inglesas de longitud

La unidad fundamental de longitud en el sistema inglés es la **yarda**. En 1824 se definió:

"La Imperial Standard Yard es la distancia entre los trazos medios sobre los dos tarugos de oro de una barra de bronce a 62[ºF] que se guarda en el Board of Trade en Westminster."

Actualmente la **yarda** se define en relación al **metro internacional** según la equivalencia:

Una yarda $1[yd] \triangleq 0{,}9144[m]$, **exactamente**.

Divertimento: En el año 1101, el rey Enrique I declaró la unidad de longitud **yarda** como *"la mayor distancia entre la punta de su nariz y el extremo de su pulgar"*. En el año 1324, el rey Eduardo II definió la **pulgada** como *"la distancia formada por 3 granos de cebada tomados de la parte central de una espiga y colocados a lo largo, uno tras otro"*.

Los romanos introdujeron las unidades **pie** y **milla** en las Islas Británicas. Una milla romana es la distancia recorrida por un soldado al dar dos mil pasos.

Simbolizaremos las unidades inglesas de longitud más usadas en la siguiente forma:

Una pulgada (inch)	1[in]
Un pie (foot)	1[ft]
Una yarda (yard)	1[yd]
Una milla (mile)	1[mile]

Entre ellas rigen las equivalencias:

1[yd]	$\triangleq$	3[ft]
1[ft]	$\triangleq$	12[in]
1[mile]	$\triangleq$	5280[ft] (milla terrestre)

De estas equivalencias y de la definición $1[yd] \triangleq 0{,}9144[m]$ exactamente, obtenemos las siguientes equivalencias:

$$* \quad 1[ft] \triangleq \frac{1}{3}[yd] \triangleq \frac{1}{3} \cdot 1[yd] \triangleq$$

$$\triangleq \frac{1}{3} \cdot 0{,}9144[m] = 0{,}3048[m] \triangleq 30{,}48[cm]$$

$$** \quad 1[in] \triangleq \frac{1}{12}[ft] \triangleq \frac{1}{12} \cdot 30{,}48[cm] = 2{,}54[cm]$$

En resumen, para las principales unidades de longitud del sistema inglés rigen las siguientes equivalencias del sistema métrico:

$$1[yd] \triangleq 0{,}9144[m] \text{ exactamente}$$

$$1[ft] \triangleq 0{,}3048[m] \triangleq 30{,}48[cm] \text{ exactamente}$$

$$1[in] \triangleq 2{,}54[cm] \text{ exactamente}$$

Conversión de unidades

Es un hecho común que los resultados de mediciones de una misma cantidad física se expresen en diferentes unidades. La elección de estas unidades depende del orden de magnitud de las cantidades que se manejen, del campo particular de interés de la Física en el que se trabaje o del sistema oficial usado en cada país. Por lo tanto, para poder usar datos con soltura, es necesario acostumbrarse a transformar unidades.

Aunque en muchas ocasiones las conversiones entre unidades se hacen en forma intuitiva; en general, resulta conveniente efectuarlas sistemáticamente; para ello pueden seguirse varios métodos, como usted captará en los siguientes ejemplos:

* Determinemos la equivalencia entre *parsec* y *año luz*.

$$1[pc] \triangleq ? [AL]$$

Disponemos de las siguientes equivalencias:

$$1[AL] \hat{=} 9{,}461 \cdot 10^{15}[m]$$

$$1[pc] \hat{=} 3{,}086 \cdot 10^{16}[m]$$

La primera de estas equivalencias la podemos poner en la forma:

$$1[m] \triangleq \frac{1}{9{,}461 \cdot 10^{15}}[AL]$$

con lo cual escribimos sucesivamente:

$$1[pc] \hat{=} 3{,}086 \cdot 10^{16} [m] \triangleq 3{,}086 \cdot 10^{16} \cdot 1[m] \triangleq$$

$$\triangleq 3{,}086 \cdot 10^{16} \frac{1}{9{,}461 \cdot 10^{15}}[AL] \triangleq$$

$$\triangleq \frac{3{,}086 \cdot 10^{16}}{9{,}461 \cdot 10^{15}}[AL] \simeq 3{,}262 [AL]$$

o sea, $1[pc] \hat{=} 3{,}262 [AL]$.

Procedemos de otro modo comprendiendo que:

de la equivalencia: $1[AL] \triangleq 9{,}461 \cdot 10^{15}[m]$

se puede formar el cuociente: $\dfrac{1[AL]}{9{,}461 \cdot 10^{15}[m]}$

que tiene el valor **uno** sin unidades, porque corresponde a la razón entre dos longitudinales iguales.

Entonces:

$$1[\text{pc}] \;\hat{=}\; 3{,}086 \cdot 10^{16}[\text{m}] \cdot \frac{1[\text{AL}]}{9{,}461 \cdot 10^{15}[\text{m}]} \;\hat{=}\; \frac{3{,}086 \cdot 10^{16} \cdot [\text{AL}]}{9{,}461 \cdot 10^{15}} \;\hat{=}$$

$$\hat{=}\; \frac{3{,}086 \cdot 10^{16}}{9{,}461 \cdot 10^{15}}[\text{AL}] \;\simeq\; 3{,}262\ [\text{AL}]$$

en donde hemos tratado al *nombre de la unidad que queremos reemplazar*, [m], como si fuera un *factor algebraico* usual y lo hemos *simplificado*.

** Encontremos cuántos metros hay en 17 **millas**.

Disponemos de las equivalencias:

$$1[\text{mile}] \;\hat{=}\; 5280[\text{ft}] \qquad 1[\text{yd}] \;\hat{=}\; 3[\text{ft}] \qquad 1[\text{yd}] \;\hat{=}\; 0{,}9144[\text{m}]$$

con las cuales:

$$1[\text{mile}] \;\hat{=}\; 5280[\text{ft}] \;\hat{=}\; 5280[\text{ft}] \cdot \frac{1[\text{yd}]}{3[\text{ft}]} \cdot \frac{0{,}9144[\text{m}]}{1[\text{yd}]} \;\hat{=}$$

$$\hat{=}\; \frac{5280 \cdot 0{,}9144}{3}[\text{m}] \;\simeq\; 1609{,}344\ [\text{m}]$$

obteniendo la equivalencia: $1[\text{mile}] \;\hat{\simeq}\; 1609\ [\text{m}]$

Entonces:

$$17[\text{mile}] \;\hat{\simeq}\; 17 \cdot 1609[\text{m}] \;\simeq\; 2{,}7 \cdot 10^4[\text{m}]$$

*** Expresemos $c \simeq 2{,}998 \cdot 10^8[\text{m/s}] \simeq 3, \cdot 10^8[\text{m/s}]$ en [mile/h]

Con las equivalencias:

$$1[\text{mile}] \;\hat{=}\; 1609[\text{m}] \qquad\qquad 1[\text{h}] \;\hat{=}\; 3600[\text{s}]$$

escribimos sucesivamente:

$$c \;\hat{=}\; 3, \cdot 10^8[\text{m/s}] \;\hat{=}\; 3, \cdot 10^8 \cdot 1\ [\text{m/s}] \;\hat{=}\; 3, \cdot 10^8 \cdot \frac{1[\text{m}]}{1[\text{s}]} \;\hat{=}$$

$$\hat{=}\; 3, \cdot 10^8 \cdot \frac{\frac{1}{1609}[\text{mile}]}{\frac{1}{3600}[\text{h}]} \;\hat{=}\; 3, \cdot 10^8\ \frac{3600[\text{mile}]}{1609[\text{h}]} \;\hat{\simeq}\; 7, \cdot 10^8[\text{mile/h}]$$

resulta: $c \simeq 7, \cdot 10^8[\text{mile/h}]$;

al calcular con $c \simeq 2{,}998 \cdot 10^8[\text{m/s}]$ se obtiene $c \simeq 6{,}708 \cdot 10^8[\text{mile/h}]$.

También podemos hacer este ejercicio en la forma siguiente:

$$c \simeq 3,\cdot 10^8\ [m/s] \triangleq 3,\cdot 10^8\ \frac{[m]}{[s]} \cdot \frac{1[mile]}{1609[m]} \cdot \frac{3600[s]}{1[h]} \triangleq$$

$$\triangleq 3,\cdot 10^8 \cdot \frac{3600[mile]}{1609[h]} \triangleq 7,\cdot 10^8 [mile/h]$$

dando, obviamente, el mismo resultado.

Los métodos usados en los ejercicios previos, para conversión de unidades, pueden ser expuestos en la siguiente forma general:

Consideremos una cantidad física F.

Sean $[\alpha]$, $[\beta]$, $[\gamma]$ y $[\delta]$ posibles unidades para expresar valores de F.

Rigen para ellas las equivalencias:

$$1[\alpha] \triangleq u[\beta] \qquad 1[\beta] \triangleq v[\gamma] \qquad 1[\gamma] \triangleq w[\delta]$$

Para una situación particular se da el valor $F = b[\beta]$. Deseamos expresar este valor en las unidades $[\alpha]$ y $[\delta]$.

Podemos solucionar este problema en las siguientes formas:

$$* \quad F = b[\beta] \triangleq b\cdot 1[\beta] \triangleq b\cdot\frac{1}{u}[\alpha] \triangleq \frac{b}{u}[\alpha] = a[\alpha]$$

$$F = b[\beta] \triangleq b\cdot 1[\beta] \triangleq b\cdot v[\gamma] \triangleq bv\cdot 1[\gamma] \triangleq$$

$$\triangleq bv\cdot w[\delta] \triangleq bvw[\delta] = d[\delta]$$

Esencialmente, lo hecho aquí consiste en aislar la unidad que se desea cambiar y reemplazarla directamente por su equivalencia en la nueva unidad.

$$** \quad F = b[\beta] \triangleq b[\beta]\cdot\frac{1[\alpha]}{u[\beta]} \triangleq \frac{b\cdot 1}{u}[\alpha] = a[\alpha]$$

$$F = b[\beta] \triangleq b[\beta]\cdot\frac{v[\gamma]}{1[\beta]}\cdot\frac{w[\delta]}{1[\gamma]} \triangleq \frac{b\cdot v\cdot w}{1\cdot 1}[\delta] = d[\delta]$$

El procedimiento seguido aquí consiste en ir formando **razones** o cuocientes entre las unidades. Estas razones, por originarse en las correspondientes equivalencias, tienen valor **uno**.

Por ejemplo:

$$1[\gamma] \triangleq w[\delta] \text{ , entonces } \frac{1[\gamma]}{w[\delta]} \text{ tiene valor } 1$$

Tales razones, a las que llamaremos **factores de conversión**, permiten ir acomodando las expresión inicial de modo que las unidades que no deseamos mantener se vayan **cancelando**, tal como si los **nombres de las unidades** fueran **factores algebraicos** usuales.

Ejercicios

1-63) La distancia a una de las estrellas de la Nube Magallánica es 150[kAL]. Exprese esa distancia en metros.

1-64) Un grupo galáctico detectado en la dirección de la constelación "El Cangrejo" está a 50[Mpc] de distancia de la Vía Láctea. Exprese esta distancia en [Tm] , [MAL] y [kUA].

1-65) En un "MANUAL DE MANTENCIÓN DEL AUTOMÓVIL" aparece la siguiente instrucción: *"cambie el aceite del motor cada 2000 millas"*, pero, el instrumento indicador de la distancia recorrida por el automóvil está graduado en kilómetros. ¿Cada cuántos kilómetros debe efectuarse el cambio de aceite?

1-66) Se dan los siguientes resultados de mediciones de longitudes:

427,12[ft]; 123[mile]; 0,031[in] y 42,7[yd] .

Exprese estos resultados en la unidad del sistema métrico (múltiplo o submúltiplo del metro) que usted estime más convenientes para cada caso.

1-67) Transforme las siguientes mediciones: 12,43[m]; 321[μm] y 30,4[hm] a las unidades inglesas más afines.

1-68) Exprese porcentualmente la diferencia de 39,4[in] respecto a 3,40[ft].

1-69) Un atleta de USA ha saltado hasta 2[yd] 1[ft] 4[in] de altura. ¿En qué tanto por ciento debe aumentar la altura de sus saltos para alcanzar el record mundial de 2,29[m]?

1-70) Un joven tiene 3 amigos, *C*, *P* y *R*, que viven a distancias de 8,7[mile], 2,8[league] y 71[furlong] desde su casa, respectivamente. Use las equivalencias: 1[furlong] $\triangleq$ 40[rod]; 1[rod] $\triangleq$ 5 1/2[yd] y 3[mile] $\triangleq$ 1[league], además de las que Ud. ya conoce, para determinar cuál de los amigos es el que vive más cerca y cuál el que vive más lejos de él.

1-71) Considere dos cintas, *A* y *B* , de longitudes L_A = 89,1[link] y L_B = 1,2[chain] . Estas unidades se definen por las equivalencias 100[link] $\triangleq$ 1[chain] y 1[chain] $\triangleq$ 66[yd] .

Exprese las longitudes de ambas cintas en [m]. Exprese la longitud de la cinta *A* en término de la longitud de la *B* (L_A = ? L_B) .

1-72) Una carretilla de hilo de 200[yd] vale $ *A* . Si usted necesitara 420[m] de hilo ¿cuánto debería gastar?

1-73) Se desea comparar precios de un mismo tipo especial de alambre en Inglaterra y en Alemania:

2 ½ [yd] cuestan B[libra esterlina] en Inglaterra y 2,6[m] cuestan 6,7·B[euro] en Alemania. Infórmese sobre la equivalencia entre estas monedas para decidir dónde conviene adquirir el alambre.

1-74) La rapidez de propagación del sonido, en el aire en ciertas condiciones es 340[m/s]. Exprese este valor en las siguientes unidades: [cm/s], [m/h], [km/h], [mile/h] y [ft/s].

1-75) En un planeta imaginario, Gayron, las unidades fundamentales para tiempo y distancia son **rouj** y **deip**, respectivamente. Comparando datos sobre la semivida del neutrón los habitantes de Gayron han determinado que 1[rouj] $\triangleq$ $6{,}7\cdot 10^4$[s]. La velocidad de propagación de la luz en vacío se expresa en Gayron por $4{,}2\cdot 10^{13}$[deip/rouj]. Determine la equivalencia entre deip y metro.

1-76) Imagine que una hormiga le contara que en la última reunión de la SOCHO (Sociedad Científica de Hormigas) decidieron normalizar su unidad de longitud con las del sistema métrico; para ello eligieron: 1[horm] $\triangleq$ 0,5[mm]. Ayude usted a la SOCHO transformando: 1[mm]; 6,1[cm]; 1,3[m] y 2,7[km] a horms.

1-77) Un día en el planeta Gorti equivale a 37[h] y se divide en 16[rouh]. Un terrícola llega a Gorti y cuando su reloj marca 00:00[h] ajusta un reloj de Gorti a 00:00[rouh]. ¿Cuánto indicará tal reloj gortiano cuando el reloj del terrícola marque las 5:45[h] ?

1-78) Use las equivalencias:

$$1[\text{ñau}] \triangleq 13{,}4[\text{bee}] \quad \text{y} \quad 1[\text{guau}] \triangleq 5{,}2 \cdot 10^{-3}[\text{muu}]$$

para expresar:

$$A = \frac{2{,}5[\text{bee}]\cdot 4{,}9[\text{bee}]}{\left(0{,}51[\text{muu}]\right)^2}$$

en términos de [ñau] y [guau] .