Instituto Superior de Engenharia do Porto

Álgebra Linear e Geometria Analítica
Departamento de Engenharia Eletrotécnica
LEEC

Exame época normal
Data: 17-01-2023
Versão: 01

Nome: ______________________ **Número:** __________ **Turma:** __________

1.	2.a)	2.b)	3.	4.a)	4.b)	5.	6.a)	6.b)	6.c)	7.a)	7.b)	7.a)	8.b)	9.a)	9.b)	9.c)	Total
15	10	15	15	10	15	15	10	10	10	10	10	10	15	10	10	10	200

---

1. Encontre o número complexo z que satisfaz a equação $\sqrt[3]{z} = \left(\dfrac{2-8i}{5-3i}\right) i$

2. Considere as matrizes A $= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 \\ -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ e C $= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$

   (a) Calcule $X = AB - 3IC^T$

   (b) Calcule A^{-1}

3. Considere a matriz A $= \begin{bmatrix} x & x+1 & 1 \\ 1 & 5 & 2 \\ -2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$. Utilizando apenas as propriedades dos determinantes, escreva dois determinantes det (B) e det (C), tais que tenham, cada um, uma coluna só com “1” e satisfaçam a equação det (A) = det (B) + det (C)

4. Considere o sistema $\begin{cases} x + z = 2 \\ x + y + 2z = 3 \\ 2y + 5z = 7 \end{cases}$

   (a) Mostre que o sistema é de Cramer

   (b) Calcule x através da fórmula de Cramer

5. Considere o sistema $\begin{cases} x - 2z = 1 \\ x + y - 3z = 2 \\ ax - 2z = b \end{cases}$ $, \forall a, b \in \mathbb{R}$ e discuta-o, com base na análise de car($\mathbf{A}$) e car($[\mathbf{A} \,|\, \mathbf{b}\,]$)

6. Considere o conjunto $A = \left\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x = 0 \wedge y = 2z\right\}$.

   (a) Averigue se A é, ou não, um subespaço vectorial de $\mathbb{R}^3$

   (b) Identifique uma base de A e indique qual a sua dimensão

   (c) Identifique as coordenadas do vetor $v = (0, 6, 3)$ na base que considerou na alínea anterior

7. Considere os vetores $\mathrm{v}_1 = (1, 1, 0)$, $\mathrm{v}_2 = (0, 3, 0)$ e $\mathrm{v}_3 = (2, 3, 2)$

   (a) Averigue se os 3 vetores são, ou não, linearmente independentes

   (b) Escreva, se possível, o vetor $\mathrm{v}_4\,(4, 5, 0)$ como combinação linear dos vetores v_1 e v_2

(o teste continua no verso da folha)

8. Considere a transformação linear $U \rightarrow V$ definida por $T(x, y, z) = (0, x + y, x + z)$

   (a) determine o nucleo e a imagem da transformação linear

   (b) Encontre as coordenadas da imagem de $(1, 2, 3)$ na base $V_1 = \{(1, 0, 1), (0, 1, 1), (1, 2, 2)\}$ para o espaço de chegada e na base canónica, para o espaço de partida

9. Considere a matriz $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$.

   (a) Calcule os valores próprios associados a esta matriz

   (b) Encontre os vetores prórios associados ao valor próprio de maior valor. Caso não tenha feito a alínea a), considere $\lambda = 3$

   (c) Para $\lambda = 3$, encontre o subespaço próprio