

1. Considere os sistemas de equações lineares seguintes:

$$a) \begin{cases} 3x - 4y + 2z = 0 \\ -2x + y = 3 \\ -x - y + z = 7 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x - 3y - 4z = 1 \\ x - 3y - 3z = 0 \\ x - 3y + 9z = 1 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} -2x - y + 2t = 5 \\ 3x + y - 2z - 2t = 3 \\ -4x - y + 2z + 3t = 12 \\ 3x + y - z - 2t = 10 \end{cases}$$

(i) Verifique quais dos sistemas são Sistemas de Cramer.

(ii) Resolva os Sistemas de Cramer usando as fórmulas respetivas.

$$2. \text{ Considere o sistema de equações lineares } \begin{cases} x - y = 3 \\ 5y - z = -3 \\ a^2x + 4a^2y - z = a + 1 \end{cases}, a \in \mathbb{R}.$$

a) Para que valores do parâmetro a , o sistema é possível e determinado?

b) Faça $a = 0$ e determine a solução do sistema usando as fórmulas de Cramer.

$$3. \text{ Considere o sistema de equações lineares } \begin{cases} 2x - y = 1 \\ ax + 2y + z = 2 \\ x - y + z = b \end{cases}, a, b \in \mathbb{R}.$$

a) Para que valores de a e de b o sistema é possível e determinado?

b) Use o Método de Cramer para determinar a solução do sistema quando $a = -4$ e $b = 1$.

$$4. \text{ Considere o sistema de equações lineares } \begin{cases} x + ay = 1 \\ x + 2y + z = 0 \\ x + ay - z = 1 \end{cases}, a \in \mathbb{R}.$$

a) Para que valores do parâmetro a , o sistema é possível e determinado?

b) Determine o conjunto solução do sistema usando as fórmulas de Cramer.

$$5. \text{ Considere as matrizes } A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & 0 \\ a & 0 & 1 \end{bmatrix}, a \in \mathbb{R}, b = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix} \text{ e } X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}.$$

a) Para que valores do parâmetro a , o sistema $AX = b$ é um Sistema de Cramer?

b) Determine o conjunto solução do sistema, usando as fórmulas de Cramer.

c) Faça $a = 1$. Determine a solução do sistema, resolvendo a equação matricial $AX = b$ e utilizando a matriz inversa de A .

6. Considere o sistema de equações lineares

$$\begin{cases} ax + by + abz = 1 \\ x + aby + z = b \\ x + by + bz = 1 \end{cases}, \quad a, b \in \mathbb{R}.$$

- a) Mostre que o determinante da matriz dos coeficientes do sistema tem o valor $(1 - a)b(1 - b)$.
- b) Determine os valores de $a, b \in \mathbb{R}$ para os quais o sistema é de Cramer.
- c) Fazendo $a = 0$ e $b = 2$, resolva, se possível, o sistema pelo Método de Cramer.

Soluções

- 1. (i) (a) e (c) ;
(ii) $(a) : CS = (-8, -13, -14)$; $(c) : CS = (22, 25, 7, 37)$.
- 2. a) $a \neq \pm 1$.
b) $CS = \{(\frac{11}{5}, -\frac{4}{5}, -1)\}$.
- 3. a) $a \neq -5 \wedge b \in \mathbb{R}$.
b) $CS = \{(4, 7, 4)\}$.
- 4. a) $a \neq 2$.
b) $CS = \{(\frac{-2}{a-2}, \frac{1}{a-2}, 0) : a \in \mathbb{R} \setminus \{2\}\}$.
- 5. a) $a \neq \frac{2}{3}$.
b) $CS = \{(\frac{10}{3a-2}, \frac{-a-6}{3a-2}, \frac{-4a-4}{3a-2}) : a \in \mathbb{R} \setminus \{\frac{2}{3}\}\}$.
c) $(10, -7, -8)$.
- 6. b) $a \neq 1 \wedge b \neq 0 \wedge b \neq 1$.
c) $CS = \{(4, \frac{1}{2}, -2)\}$.

Referências

Viamonte, A. J., *Sebenta de Álgebra Linear e Geometria Analítica*, Publicação de apoio à unidade curricular, Departamento de Matemática, ISEP, 2011.
Matos, J., *Sebenta de ALGAN*, Publicação de apoio à unidade curricular, Departamento de Matemática, ISEP, 2017.