GBI-Tutorium 1

Tristan Schnell

27. Oktober 2011

Inhaltsverzeichnis

Vorstellung

- Name
- Alter
- Studiengang (Semester)
- Woher?
- Erwartungen

Organisatorisches

Tutorium ist

- kurze Wiederholung der Vorlesung
- Anlaufstelle für Fragen
- Übungsbereich für aktuellem Vorlesungsstoff
- Ausgabestelle der Übungsblätter
- Freiwillig

Organisatorisches

Tutorium ist

- kurze Wiederholung der Vorlesung
- Anlaufstelle für Fragen
- Übungsbereich für aktuellem Vorlesungsstoff
- Ausgabestelle der Übungsblätter
- Freiwillig

Tutorium ist nicht

- Vorlesungsersatz
- Lösungsstelle für kommendes Übungsblatt

Organisatorisches

Übungsblatt

- Übungsblatt einzelnd handschriftlich bearbeiten
- Abgabe Freitag 12:30 Uhr im Briefkasten im Keller
- Offensichtlich abgeschrieben $\Rightarrow$ 0 Punkte
- Ab Hälfte der Punkte bestanden (Voraussichtlich 120)
- Übungsschein zum Bestehen des Moduls notwendig

Organisatorisches

Klausur

- 5. März 2012 (11 Uhr)
- Nachprüfung im September
- Klausur ist Teil der Orientierungsprüfung.

Organisatorisches

Klausur

- 5. März 2012 (11 Uhr)
- Nachprüfung im September
- Klausur ist Teil der Orientierungsprüfung.

Kontakt / Information

- gbi.tutorium@googlemail.com
- http://gbi.ira.uka.de/

Alphabete

Definition

Ein Alphabet ist eine *endliche, nichtleere* Menge von Zeichen.

Aufgaben

- $\mathbb{N}_+$?
- $M = \{\phi, 3, \psi, a\}$?

Alphabete

Definition

Ein Alphabet ist eine *endliche, nichtleere* Menge von Zeichen.

Aufgaben

- $\mathbb{N}_+$?
- $M = \{\phi, 3, \psi, a\}$?

Notation

- $\mathbb{N}_+ = \{1, 2, 3, \ldots\}$ (positive ganze Zahlen)
- $\mathbb{N}_0 = \{0, 1, 2, 3, \ldots\}$ (nichtnegative ganze Zahlen)

Aussagenlogik

- Eine Aussage ist ein Satz, der (objektiv) entweder wahr oder falsch sein kann
- Aussagen sind äquivalent ($\Leftrightarrow$), wenn sie die gleichen Wahrheitswerte besitzen

Aussagenlogik

- Eine Aussage ist ein Satz, der (objektiv) entweder wahr oder falsch sein kann
- Aussagen sind äquivalent ($\Leftrightarrow$), wenn sie die gleichen Wahrheitswerte besitzen

Logisches UND und ODER

A	B	$A \wedge B$	A	B	$A \vee B$
wahr	wahr	**wahr**	wahr	wahr	wahr
wahr	falsch	falsch	wahr	falsch	wahr
falsch	wahr	falsch	falsch	wahr	wahr
falsch	falsch	falsch	falsch	falsch	**falsch**

Aussagenlogik

- Eine Aussage ist ein Satz, der (objektiv) entweder wahr oder falsch sein kann
- Aussagen sind äquivalent ($\Leftrightarrow$), wenn sie die gleichen Wahrheitswerte besitzen

Logisches UND und ODER

A	B	$A \wedge B$	A	B	$A \vee B$
wahr	wahr	**wahr**	wahr	wahr	wahr
wahr	falsch	falsch	wahr	falsch	wahr
falsch	wahr	falsch	falsch	wahr	wahr
falsch	falsch	falsch	falsch	falsch	**falsch**

Aufgabe

Stelle eine Wahrheitstabelle für den Ausdruck $(A \wedge B) \vee A$ auf.

Implikation

A	B	$\Rightarrow$
wahr	wahr	wahr
wahr	falsch	**falsch**
falsch	wahr	wahr
falsch	falsch	wahr

Wichtig!

- A $\Rightarrow$ B ist äquivalent zu $\neg A \vee B$
- D.h. man muss nur etwas tun, wenn A wahr ist. (Beweise)

Implikation

A	B	$\Rightarrow$
wahr	wahr	wahr
wahr	falsch	**falsch**
falsch	wahr	wahr
falsch	falsch	wahr

Aufgabe

Finde für F einen äquivalenten Ausdruck, in dem A und B jeweils höchstens einmal vorkommen.

$$F = (A \Rightarrow B) \Rightarrow ((B \Rightarrow A) \Rightarrow B)$$

Kartesisches Produkt

Definition

$A \times B = \{(a, b) | a \in A \wedge b \in B\}$

Die Menge aller geordneten Paare (a,b) mit a aus A und b aus B

Kartesisches Produkt

Definition

$A \times B = \{(a, b) | a \in A \wedge b \in B\}$

Die Menge aller geordneten Paare (a,b) mit a aus A und b aus B

Aufgaben

- Berechne $\{a, b\} \times \{1, 2, 3\}$.
  $\{(a, 1), (a, 2), (a, 3), (b, 1), (b, 2), (b, 3)\}$
- Wieviele Elemente hat $\{\alpha, \beta, \gamma, \delta\} \times \{42, 43, 44\}$?
- Was ist $\emptyset \times M$?

Kartesisches Produkt

Definition

$A \times B = \{(a, b) | a \in A \wedge b \in B\}$

Die Menge aller geordneten Paare (a,b) mit a aus A und b aus B

Aufgaben

- Berechne $\{a, b\} \times \{1, 2, 3\}$.
  $\{(a, 1), (a, 2), (a, 3), (b, 1), (b, 2), (b, 3)\}$
- Wieviele Elemente hat $\{\alpha, \beta, \gamma, \delta\} \times \{42, 43, 44\}$?
  12
- Was ist $\emptyset \times M$?

Kartesisches Produkt

Definition

$A \times B = \{(a, b) | a \in A \wedge b \in B\}$
Die Menge aller geordneten Paare (a,b) mit a aus A und b aus B

Aufgaben

- Berechne $\{a, b\} \times \{1, 2, 3\}$.
  $\{(a, 1), (a, 2), (a, 3), (b, 1), (b, 2), (b, 3)\}$
- Wieviele Elemente hat $\{\alpha, \beta, \gamma, \delta\} \times \{42, 43, 44\}$?
  12
- Was ist $\emptyset \times M$?
  $\emptyset$

Relationen

Definition

- Eine Teilmenge $R \subseteq A \times B$ heißt (binäre) Relation von A in B.
- Wenn A = B, spricht man von einer Relation auf der Menge A.
- Statt (a,b) $\in$ R kann man auch a R b schreiben bzw. statt $(a, b) \in R_{\geq}$ auch $a \geq b$.

Relationen

Definition

- Eine Teilmenge $R \subseteq A \times B$ heißt (binäre) Relation von A in B.
- Wenn A = B, spricht man von einer Relation auf der Menge A.
- Statt (a,b) $\in$ R kann man auch a R b schreiben bzw. statt $(a, b) \in R_{\geq}$ auch $a \geq b$.

Aufgabe

Wie ist die Kleiner-Gleich-Relation $R_{\leq}$ auf der Menge M = {1,2,3} formell definiert?

Relationen

Definition

- Eine Teilmenge $R \subseteq A \times B$ heißt (binäre) Relation von A in B.
- Wenn A = B, spricht man von einer Relation auf der Menge A.
- Statt (a,b) $\in$ R kann man auch a R b schreiben bzw. statt $(a, b) \in R_{\geq}$ auch $a \geq b$.

Aufgabe

Wie ist die Kleiner-Gleich-Relation $R_{\leq}$ auf der Menge M = {1,2,3} formell definiert?

$R_{\leq} = \{(1,1),(1,2),(1,3),(2,2),(2,3),(3,3)\}$

Eigenschaften von Relationen

linkstotal eine Relation $R \subseteq A \times B$ ist linkstotal wenn gilt:
$\forall a \in A, \exists b \in B : (a, b) \in R$

rechtseindeutig eine Relation $R \subseteq A \times B$ ist rechtseindeutig wenn gilt:
$\forall a \in A, \forall b, c \in B :$
$(a, b) \in R \land (a, c) \in R \Rightarrow b = c$

rechtstotal eine Relation $R \subseteq A \times B$ ist rechtstotal wenn gilt:
$\forall b \in B, \exists a \in A : (a, b) \in R$

linkseindeutig eine Relation $R \subseteq A \times B$ ist linkseindeutig wenn gilt:
$\forall a, c \in A, \forall b \in B :$
$(a, b) \in R \land (c, b) \in R \Rightarrow a = c$

Eigenschaften von Relationen

linkstotal	Jedes Element aus A hat mindestens einen Partner in B
rechtseindeutig	Jedes Element aus A hat höchstens einen Partner in B
rechtstotal	Jedes Element aus B hat mindestens einen Partner in A
linkseindeutig	Jedes Element aus B hat höchstens einen Partner in A

Eigenschaften von Relationen

Aufgaben

Sind folgende Relationen links-/rechtstotal, links-/rechtseindeutig?

- Die Gleichheitsrelation $R_=$ auf $\mathbb{R}$
- Die Kleinerrelation $R_<$ auf $\mathbb{R}$

Funktionen/Abbildungen

Definition

Eine Relation, die linkstotal und rechtseindeutig ist, nennt man Funktion oder Abbildung.

Sei f: A $\rightarrow$ B eine Funktion. Dann ist:

- A der Definitionsbereich
- B der Zielbereich
- f(A) der Bildbereich von f

Aufgabe

Was bedeutet es wenn der Bildbereich gleich dem Zielbereich ist?

Eigenschaften von Funktionen/Abbildungen

- linkseindeutig $\rightarrow$ injektiv
- rechtstotal $\rightarrow$ surjektiv
- injektiv $+$ surjektiv $=$ bijektiv

Aufgaben

Sind folgende Funktionen injektiv, surjektiv oder bijektiv?

- $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto x$
- $g : \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}_0, x \mapsto 2x$

Fragen

Fragen?!

Unnützes Wissen

Anatidaephobia ist die Angst von einer Ente beobachtet zu werden.