

# GBI-Tutorium 5

Tristan Schnell

24.November 2011

# Inhaltsverzeichnis

- 1 Wiederholung
- 2 Kontextfreie Grammatiken
  - Definition
  - Ableitung von Wörtern
- 3 Aufgaben

# Letztes Übungsblatt

- Induktionsschluss zu knapp gehalten
- Tag hat auch in der Invarianten jede Zeigerposition doppelt

# Definition

Eine Grammatik ist ein Tupel

# Definition

Eine Grammatik ist ein Tupel

$$G = (N, T, S, P)$$

# Definition

Eine Grammatik ist ein Tupel

$$G = (N, T, S, P)$$

$N$  = Alphabet der **Nichtterminalsymbole**

$T$  = Alphabet der **Terminalsymbole**,  $N \cap T = \emptyset$

$S$  = Startsymbol,  $S \in N$

$P$  = Produktionen,  $P \subseteq N \times (N \cup T)^*$

# Beispiele für Grammatiken

## Einfache Grammatik

$$G = ( \{X\}, \{a, b\}, X, \{X \rightarrow \epsilon \mid aX \mid bX\} )$$

# Beispiele für Grammatiken

## Einfache Grammatik

$$G = ( \{X\}, \{a, b\}, X, \{X \rightarrow \epsilon \mid aX \mid bX\} )$$

- Frage:
- Welche Wörter lassen sich daraus ableiten?



# Beispiele für Grammatiken

## Einfache Grammatik

$$G = ( \{X\}, \{a, b\}, X, \{X \rightarrow \epsilon \mid aX \mid bX\} )$$

- Frage:
- Welche Wörter lassen sich daraus ableiten?
- $L(G) = \{a, b\}^*$

# Produktionen

- Produktionen (oder auch Ableitungsregeln) schreiben wir in der Form  $n \rightarrow w$  wobei  $n \in N$  und  $w \in V^*$
- Auf der linken Seite von  $\rightarrow$  steht genau ein Nichtterminalsymbol
- Auf der rechten Seite von  $\rightarrow$  steht ein Wort aus  $V^*$
- Verschiedene Ableitungen aus dem gleichen Symbol können zusammengefasst werden:  
 $\{ S \rightarrow a \mid b \mid \epsilon \} \ ( = \{ S \rightarrow a, S \rightarrow b, S \rightarrow \epsilon \} )$

# Ableitung von Wörtern

## Definition

- $R_{\Rightarrow}$  ist eine Relation.  $R_{\Rightarrow} \subseteq V^* \times V^*$
- Wir schreiben  $w_1 \Rightarrow w_2$  wenn  $w_2$  aus  $w_1$  abgeleitet werden kann (durch anwenden **einer** Produktionsregel).  
Oder:  $(w_1, w_2) \in R_{\Rightarrow}$
- Wir schreiben  $w_1 \Rightarrow^* w_2$  wenn  $w_2$  aus  $w_1$  indirekt abgeleitet werden kann ( durch anwenden **mehrerer** Produktionsregeln nacheinander).

# Ableitung von Wörtern

## Example

### Beispiel

$$G = ( \{X\}, \{a, b\}, X, \{X \rightarrow \epsilon \mid aX \mid bX\} )$$

$$X \Rightarrow \epsilon$$

$$X \Rightarrow bX \Rightarrow baX \Rightarrow baaX \Rightarrow baa$$

$$X \Rightarrow aX \Rightarrow abX \Rightarrow abb \Rightarrow abbaX \Rightarrow abba$$

Also:  $\epsilon, baa, abba \in L(G)$

# Sprache einer Grammatik

Eine Grammatik  $G$  beschreibt eine Sprache  $L(G)$ :

$$L(G) = \{w \in T^* \mid w \text{ lässt sich aus } S \text{ ableiten} \}$$
$$L(G) = \{w \in T^* \mid S \Rightarrow^* w\}$$

Wörter der Sprache besetzen nur aus Terminalsymbolen!

## Aufgabe

Gib  $L(G)$  für die folgende Grammatik an:

$$\begin{aligned} G = ( \{ A, B, C \}, \{ a, b, c \} A, P) \\ P = \{ A \rightarrow B, \\ B \rightarrow CC \mid a, \\ C \rightarrow c \} \end{aligned}$$

## Aufgabe

Gib  $L(G)$  für die folgende Grammatik an:

$$\begin{aligned} G = ( \{ A, B, C \}, \{ a, b, c \} A, P ) \\ P = \{ A \rightarrow B, \\ B \rightarrow CC \mid a, \\ C \rightarrow c \} \end{aligned}$$

## Example

$L(G) = \{ a, cc \}$

## Aufgabe

$$A = \{a, b\}$$

$$L = \{a^k b^m a^{m-k} : m, k \in \mathbb{N}_0 \wedge m \geq k\}$$

- Gebe  $G$  an, sodass  $L(G) = L$
- Gebe Ableitungsbaum für  $aabbba$  an (mit  $G$ )
- Gebe alle  $n \in \mathbb{N}_0$  an, für die gilt  $L \cap A^n \neq \{\}$
- Sie  $n$  so gewählt - wieviele Elemente enthält  $L \cap a^n$



# Ende

Fragen?

# Unnützes Wissen

In Brasilien erzielte 2006 ein Balljunge ein offizielles Tor in einem Ligaspiel.