1 Mengen und Aussagen

1.1 Aussagen

Aussagen sind objekte, die zwei Bedingungen erfüllen:

- 1. Sie sind Zeichenketten, die in einer Grammatik formuliert sind.
- 2. Sie müssen einen eindeutigen Wahrheitsgehalt innehaben (bspw. wahr oder falsch, + oder -).

Aussagen werden mit lateinischen Großbuchstaben abgekürzt. (Großes Alphabet)

Die Verknüpfung von Aussagen sieht entsprechend wie folgt aus: Aus A folgt B heißt $A \Rightarrow B$. Die zugehörige Wahrheitstafel:

A | B |
$$A \Rightarrow B$$

+ | + | +
+ | - | -
- | + | +
- | - | +

Analog das Beispiel A genau dann, wenn B oder auch A äquivalent B heißt $A \Leftrightarrow B$ Die zugehörige Wahrheitstafel:

1.2 Was ist ein Beweis?

Ein Beweis besteht aus vielen Zwischenaussagen. Beweise:

$$\begin{array}{ccc} A & \Leftrightarrow & B \\ A \Leftrightarrow A_1 \Leftrightarrow A_2 & \Leftrightarrow & \ldots \Leftrightarrow B \end{array}$$

1.3 Quantoren

1.3.1 Allquantor

Der Allquantor \forall drückt aus, dass eine bestimmte Bedingung oder Aussage für alle Objekte zutrifft. Beispiel:

Für alle reellen Zahlen x gilt:
$$(x + 1) = x^2 + 2x + 5$$

1.3.2 Existenzquantor

Der Existenzquantor \exists drückt aus, dass es mindestens ein Objekt gibt, welches bestimmte Bedingungen erfüllt. Beispiel:

Es gibt ein reelles x mit
$$x + 3 = 2x + 5$$

2 Mengen

Mengen sind Sammlungen von Objekten. Objekte können in ihr nicht doppelt vorkommen.

Die Menge der natürlichen Zahlen $\{0,1,2,3,\dots\}$ wird mit \mathbb{N} abgekürzt. In der Informatik enthält \mathbb{N} immer die Null. Richtig notiert:

 $\mathbb{N} \ := \ \{0,1,2,3,\dots\}$ als Menge aller natürlichen Zahlen

 $\mathbb{Z} \ := \ \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$ als Menge aller ganzen Zahlen