

物理实验报告



南方科技大学
SOUTHERN UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY

学号：12311004 姓名：刘达洲 日期：2025.3.7 时间：周五下午

1 实验名称：单摆测量重力加速度

2 实验目的

- 利用经典的单摆公式，依据器材和对重力加速度的测量精度要求，进行设计性实验基本方法的训练。
- 学习应用误差均分原则，选用适当的仪器和测量方法，完成设计性实验内容。

3 实验仪器

游标卡尺，钢卷尺，电子秒表，单摆实验仪

4 实验原理

4.1 重力加速度

已知单摆的周期公式为：

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

从而可推导出重力加速度：

$$g = \frac{4\pi^2 L}{T^2}$$

其中 g 为重力加速度， l 为摆长， T 为单摆周期， t 为测量时间， N 为周期数。

4.2 精度要求

Δg 的表达式为

$$\frac{\Delta g}{g} = \frac{\Delta l}{l} + \frac{2\Delta t}{t}$$

根据不确定性均分原理：

$$\frac{\Delta g}{g} < 1\% \Rightarrow \frac{\Delta l}{l} < 0.5\%, \frac{2\Delta t}{t} = \frac{2\Delta t}{NT} < 0.5\%$$

所采用的线长 $\bar{l} = 72.048\text{cm}$ ，小球直径为 $\bar{d} = 19.968\text{mm}$ ，周期为 $\bar{T} = 1.718\text{s}$ ，计算可得 $\Delta_l = 0.360\text{cm}$ ， $\Delta_t = 0.004\text{s}$ 对照表 1 知，钢卷尺和摆球直径可以满足。同时， $N > 47.059$ ，因此，至少需要 48 个周期。

5 实验内容

- 准备仪器细线、钢球、单摆支架、米尺、游标卡尺、电子秒表。
- 用游标卡尺测量小球的直径，重复测量 5 次，并记录数据。

	摆线长度	摆球直径	50 个周期
测量仪器	钢卷尺	游标卡尺	秒表
仪器误差	0.8mm	0.02mm	0.01s
估计误差	0.5mm	0.02mm	0.2s
误差分布	正态分布	均匀分布	正态分布
C	3	$\sqrt{3}$	3

表 1: 测量参数与不确定度

- 将细线固定在单摆支架上，并将小球固定在细线的下端，确保细线长度长于 70cm。
- 使用米尺测量细线的长度（不包括小球的半径），重复测量 5 次，并记录数据。
- 调整细线长度，使单摆自然下垂，测量并记录摆长（细线长度加上小球半径）。
- 将单摆拉离平衡位置一个较小的角度（小于 5 度），然后释放，开始计时。
- 记录单摆完成 50 次全振动所需的时间，并重复测量 5 次，以确保数据的准确性。
- 根据测量的周期和摆长，利用公式计算重力加速度。
- 对测量数据进行误差分析，计算重力加速度的不确定度。

6 实验数据与分析

6.1 原始数据

绳长 l (cm)	72.08	72.10	72.00	72.02	72.04
50 次周期 t (s)	85.91	85.72	85.85	85.94	85.97
小球直径 d (mm)	20.00	19.96	19.98	19.96	19.94

6.2 加速度计算结果

所采用的线长 $\bar{l} = 72.048\text{cm}$ ，小球直径为 $\bar{d} = 19.968\text{mm}$ ，周期为 $\bar{T} = 1.718\text{s}$ ，
计算得 $g = \frac{4\pi^2 L}{T^2} = 9.775\text{m/s}^2$

6.3 不确定度计算

有效摆长计算

绳长 l 与小球直径 D 合成总摆长：

$$L = l + \frac{D}{2} = (740.4 \pm 0.8) \text{ mm}$$

其中：

- 绳长均值 $l = 72.04 \text{ cm} = 720.4 \text{ mm}$
- 直径均值 $D = 19.94 \text{ mm}$

A 类不确定度计算

$$u_A(l) = \sqrt{\frac{\sum (l_i - \bar{l})^2}{n(n-1)}} = 0.0185 \text{ cm} = 0.185 \text{ mm}$$

$$u_A(D) = \sqrt{\frac{\sum (D_i - \bar{D})^2}{n(n-1)}} = 0.0102 \text{ mm}$$

$$u_A(T) = \sqrt{\frac{\sum (T_i - \bar{T})^2}{n(n-1)}} = 0.0442 \text{ s}$$

B 类不确定度计算

$$u_B(l) = \frac{\sqrt{\Delta_{\text{估}}^2 + \Delta_{\text{仪}}^2}}{C} = \frac{\sqrt{0.5^2 + 0.8^2}}{\sqrt{3}} = 0.3145 \text{ mm}$$

$$u_B(D) = \frac{\sqrt{0.02^2 + 0.02^2}}{\sqrt{3}} = 0.0163 \text{ mm}$$

$$u_B(T) = \frac{\sqrt{0.2^2 + 0.01^2}}{3} = 0.0667 \text{ s}$$

合成不确定度 ($p = 0.95$)

$$u(l) = \sqrt{(t_{0.95} \cdot u_A(l))^2 + (k \cdot u_B(l))^2} = \sqrt{(2.78 \times 0.185)^2 + (1.96 \times 0.3145)^2} = 0.8036 \text{ mm}$$

$$u(D) = \sqrt{(2.78 \times 0.0102)^2 + (1.65 \times 0.0163)^2} = 0.0391 \text{ mm}$$

$$u(T) = \sqrt{(2.78 \times 0.0442)^2 + (1.96 \times 0.0667)^2} = 0.1795 \text{ s}$$

总摆长不确定度

$$u(L) = \sqrt{u(l)^2 + \left(\frac{1}{2}u(D)\right)^2} = \sqrt{0.8036^2 + (0.5 \times 0.0391)^2} = 0.8038 \text{ mm}$$

重力加速度不确定度

通过传播公式计算：

$$\frac{u(g)}{g} = \sqrt{\left(\frac{u(L)}{L}\right)^2 + \left(2\frac{u(T)}{T}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{0.8038}{740.4}\right)^2 + \left(2 \times \frac{0.1795}{85.88}\right)^2}$$

得到 $u(g) = 0.0422 \text{ m/s}^2$

最终结果

测量重力加速度为：

$$g = (9.775 \pm 0.042) \text{ m/s}^2 \quad (p = 0.95)$$

相对不确定度：

$$\frac{\Delta g}{g} = 0.136\% < 1\% \quad (\text{满足误差分配要求})$$

- 注 1: $t_{0.95}$ 取 2.78 ($n = 5$ 的 t 分布临界值)
- 注 2: 周期 $T = T_{50}/50 = 85.88/50 = 1.7176 \text{ s}$

7 误差分析

- **摆角偏差**: 单摆周期公式成立的前提是小角度近似 ($\theta < 5^\circ$)。若实验中摆幅较大, 实际周期会因摆角增大而偏离理论公式, 需引入修正项。
- **空气阻力**: 摆球在摆动过程中受到空气阻力, 导致振幅逐渐衰减, 可能影响周期的测量精度 (但对钢球而言, 此误差较小)。
- **悬点摩擦**: 摆线与支架悬点间的摩擦会消耗能量, 可能使摆动非严格简谐振动, 但实验中尼龙线摩擦较小, 影响可忽略。
- **摆线质量与伸缩性**: 公式假设摆线无质量且不可伸长, 实际摆线存在微小质量及伸缩性, 可能引入系统误差。
- **仪器误差**:
 - **摆长测量**: 钢卷尺测量线长时, 若未从悬点垂直到球心, 或未正确测量摆球直径 (需用游标卡尺), 会导致摆长误差。
 - **周期测量**: 秒表启停的人为反应时间 ($\Delta\lambda = 0.2 \text{ s}$) 虽通过测量多个周期均摊 (如 $50T$), 但仍可能残留微小误差。

8 实验结论

- **实验方法**: 基于误差均分原理, 选用钢卷尺 ($\Delta = 0.05 \text{ cm}$) 测摆线长度 L , 游标卡尺 ($\Delta = 0.002 \text{ cm}$) 测摆球直径 d , 电子秒表 ($\Delta = 0.01 \text{ s}$) 测量 50 个周期总时间 t , 计算单摆周期 $T = t/50$ 。通过公式

$$g = \frac{4\pi^2 L}{T^2} \quad (1)$$

计算重力加速度。

- **测量结果**:

$$g = (9.775 \pm 0.042) \text{ m/s}^2 \quad (p = 0.95)$$

$$\frac{\Delta g}{g} = 0.136\% \quad (\text{满足误差分配要求})$$

- **结论验证**:

- * 相对不确定度 $0.136\% < 1\%$, 实验达到设计要求
- * 与深圳标准值 $g = 9.7887 \text{ m/s}^2$ 对比, 百分差为

$$\left| \frac{9.775 - 9.7887}{9.7887} \right| \times 100\% = 0.14\%$$

表明实验结果可靠

- **最终表达**:

$$g = (9.775 \pm 0.042) \text{ m/s}^2 \quad (k = 2), \quad \frac{\Delta g}{g} = 0.136\%, \quad \text{符合 } \frac{\Delta g}{g} < 1\% \text{ 的设计要求}$$

9 附表

$\begin{matrix} n \\ p \end{matrix}$	3	4	5	6	7	8	9	10	∞
0.68	1.32	1.20	1.14	1.11	1.09	1.08	1.07	1.06	1
0.95	4.30	3.18	2.78	2.57	2.46	2.37	2.31	2.26	1.96

表 2: 表一 t 因子与置信概率 p 与测量次数 n 相关

分布类型	p=1	p=0.9973	p=0.99	p=0.95
正态分布	3	3	2.58	1.96
均匀分布	$\sqrt{3}$	1.73	1.71	1.65

表 3: 表二置信概率 p 与包含因子 k_p 对应表