

# Etude du stigmatisme pour une lentille demi-boule

1. La réfraction sur le premier dioptré est nul (c'est à dire que les rayons ne sont pas déviés) car les rayons arrivent perpendiculairement au dioptré.
2. Les rayons vont dans un milieu moins réfringent, cela veut dire qu'il n'existera pas toujours un rayon réfracté, car l'angle de sortie du rayon par rapport à la normale sera toujours plus grand que l'angle d'incidence. Il y aura donc un angle limite où il y aura réflexion totale, c'est-à-dire que le rayon réfracté n'existe plus.

Nous avons un angle limite quand le rayon sortant est rasant (soit avec un angle  $r$  de  $\frac{\pi}{2}$ ).

Trouvons l'angle  $i_{lim}$  d'incidence. D'après les lois de Descartes, on a :

$$n \sin(i) = \sin(r) \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow n \sin(i_{lim}) = \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) \quad (2)$$

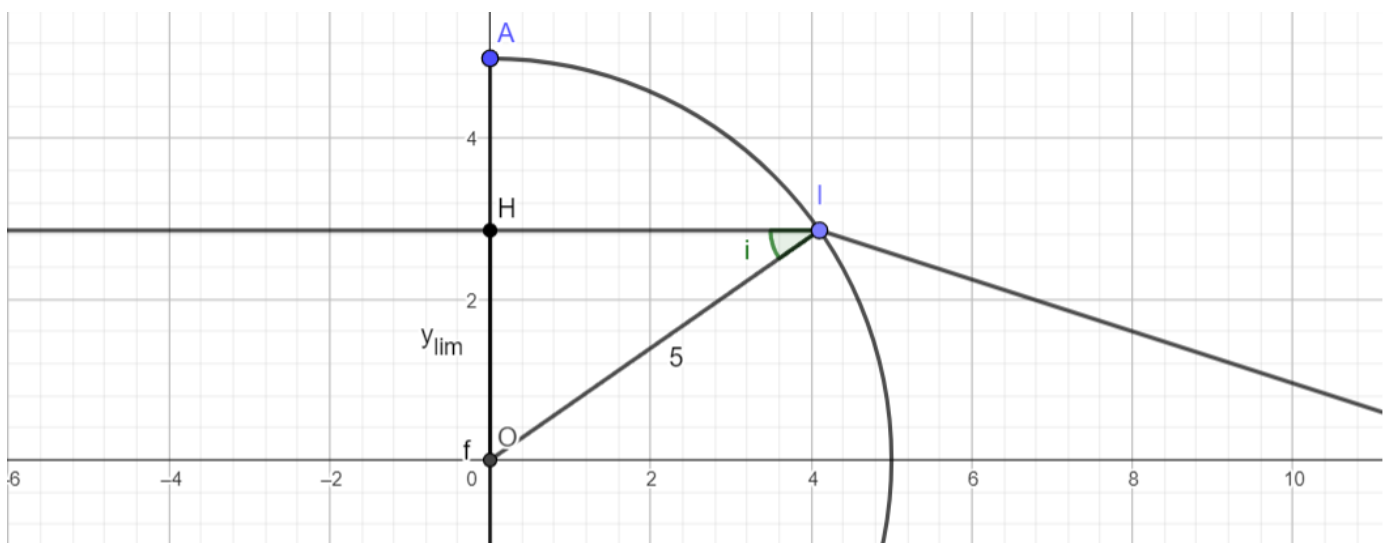
$$\Leftrightarrow \sin(i_{lim}) = \frac{1}{n} \quad (3)$$

$$\Leftrightarrow i_{lim} = \arcsin\left(\frac{1}{n}\right) \quad (4)$$

$$= \arcsin\left(\frac{1}{1.5}\right) \quad (5)$$

$$= \boxed{41.81^\circ} \quad (6)$$

Trouvons maintenant l'ordonnée  $y_I$  correspondant. Pour cela, nous allons nous placer dans le triangle  $OIH$ , où  $H$  est le projeté de  $I$  sur l'axe des ordonnées :



Nous avons donc :

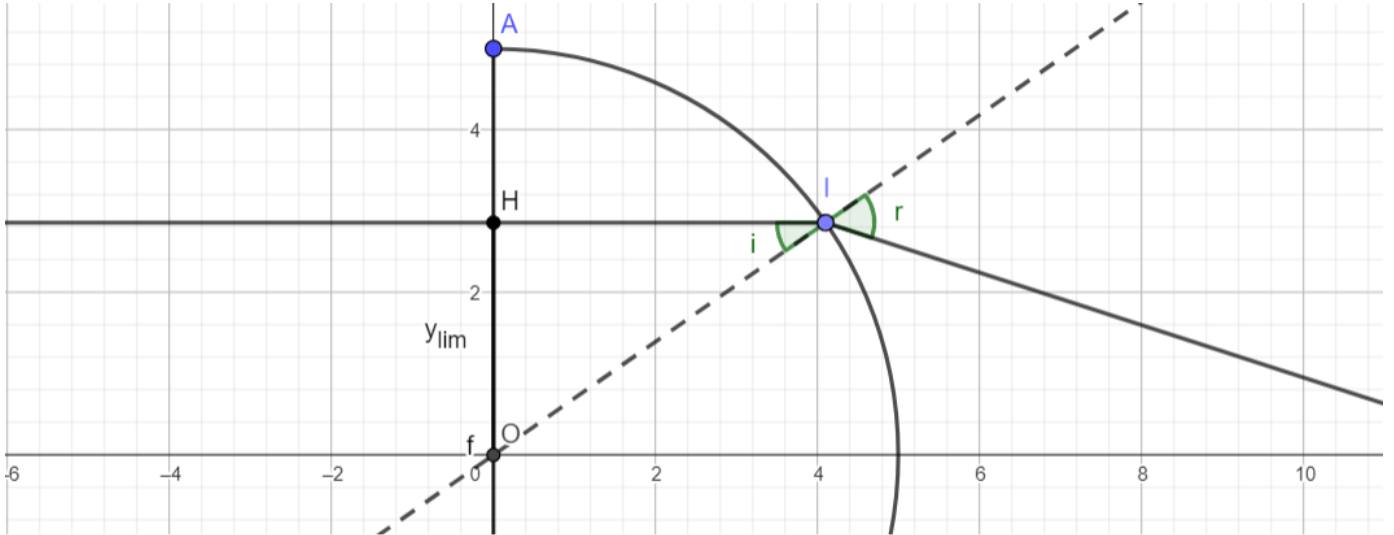
$$\sin(i) = \frac{y_{lim}}{R} \quad (7)$$

$$\Leftrightarrow y_{lim} = 5\sin(i) \quad (8)$$

$$= 5\sin(41.81) \quad (9)$$

$$= \boxed{3.33cm} \quad (10)$$

3. En modélisant  $I$ ,  $i$ ,  $r$ , et la normale, on la figure suivante:



4. D'après les lois de Descartes, nous avons:

$$n\sin(i) = \sin(r) \quad (11)$$

$$\Leftrightarrow r = \arcsin(n\sin(i)) \quad (12)$$

$$\Leftrightarrow r = \boxed{\arcsin(1.5\sin(i))} \quad (13)$$

Or de la même façon que dans 2, nous avons dans le triangle  $OIH$ :

$$\sin(i) = \frac{y_I}{R} \quad (14)$$

$$\Rightarrow n\frac{y_I}{5} = \sin(r) \text{ (lois de Descartes)} \quad (15)$$

$$\Leftrightarrow r = \boxed{\arcsin(0.3y_I)} \quad (16)$$

5. La déviation  $D$  correspond à l'angle  $r$ :  $D = r$ .

6. Nous avons un (demi) cercle de rayon  $5cm$  et de centre  $(0,0)$ , ce qui peut s'exprimer de la façon suivante:

$$y_I^2 + x_I^2 = 5^2 \quad (17)$$

$$\Longleftrightarrow x_I^2 = 25 - y_I^2 \quad (18)$$

$$\Longleftrightarrow x_I = \boxed{\sqrt{25 - y_I^2}} \text{ (} x \text{ est toujours positif)} \quad (19)$$

On a donc  $\boxed{I(\sqrt{25 - y_I^2}, y_I)}$

7.