

13 сентября 2024 г.

Расчёт вероятностей

1. Вычислите с помощью любого удобного статистического пакета следующие значения:
 - a) Вероятность того, что биномиальная случайная величина $B(n = 100, p = 0.3)$ примет значение, не превышающее 25;
 - b) Значение функции плотности нормальной случайной величины $N(10, 25)$ в точке $x = 7.5$;
 - c) Вероятность, что пуассоновская случайная величина $Pois(\lambda = 100)$ примет значение 115;
 - d) Среднее значение 10000 независимых случайных величин, имеющих экспоненциальное распределение с $\lambda = 0.4$;
 - e) Среднее значение 10000 независимых случайных геометрических случайных величин с $p = 0.1$.

Генераторы случайных чисел

2. Сгенерируйте 5000 значений независимых случайных величин с распределением $U[0, 1]$. Полученную выборку $\{x_i\}$ преобразуйте с помощью функции $f(x) = -\frac{\ln(1-x)}{2}$ и постройте гистограмму получившихся значений. Сравните её с гистограммой 5000 значений экспоненциальной случайной величины с $\lambda = 2$.

3. Сгенерируйте 5000 значений $X \sim U[0, 2\pi]$ и 5000 значений $Y \sim Exp(1)$ и постройте с их помощью $Z_1 = \sqrt{2Y} \sin(X)$ и $Z_2 = \sqrt{2Y} \cos(X)$. Постройте гистограммы Z_1 и Z_2 , а также вычислите 3й и 4й моменты у получившихся выборок.

4. Выберите достаточно большое число n ; например, подойдёт $n = 10^5$. После этого сгенерируйте n независимых нормальных случайных величин $X_i \sim \mathcal{N}(0, \frac{1}{n})$, $i \in \{1, \dots, n\}$ и постройте вектор накопленных сумм W , в котором $W_1 = X_1, W_2 = X_1 + X_2, \dots, W_n = \sum_{i=1}^n X_i$. После этого постройте график функции, принимающей значения W_i в точках $\frac{i}{n} \in [0, 1]$. График такой функции приближенно соответствует траектории так называемого винеровского процесса W_t на $t \in [0, 1]$.

Приближенное решение задач методом Монте-Карло

5. X, Y брошены независимо на отрезок $[0, 1]$. Найдите приближенное значение (с точностью до 2-го знака после запятой) вероятности того, что $\frac{X}{Y}$ ближе к чётному числу чем к нечётному.

6. Палку разломали на n кусков, из кусков выбрали 3 наугад. Найдите приближенное значение (с точностью до 2-го знака после запятой) вероятности того, что из кусков можно сложить треугольник при $n = 5, 15, 30$.