

rings 解题报告

董杨静

2019 年 3 月 1 日

给定一个有向图，每条边有边权。你需要找出一些环，使得

- 这些环的边互不相交
- 所有环的边权和最大

整数线性规划 (ILP)

若一共有 M 条边，对于每条边，确定一个非负变量 x_i

整数线性规划 (ILP)

若一共有 M 条边, 对于每条边, 确定一个非负变量 x_i

- ① $\forall i, x_i \leq 1$, 且 x_i 是整数

整数线性规划 (ILP)

若一共有 M 条边，对于每条边，确定一个非负变量 x_i

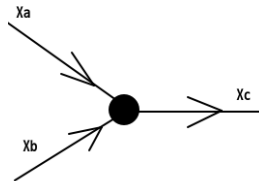
① $\forall i, x_i \leq 1$, 且 x_i 是整数

x_i 取值只能是 0 或 1, 取值为 1 表示这条边在某个环里。

整数线性规划 (ILP)

若一共有 M 条边，对于每条边，确定一个非负变量 x_i

- 1 $\forall i, x_i \leq 1$, 且 x_i 是整数
 x_i 取值只能是 0 或 1, 取值为 1 表示这条边在某个环里。
- 2 对于每个点，入边之和等于出边

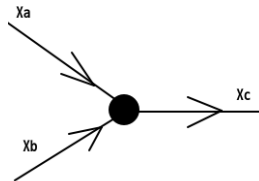


$$x_a + x_b = x_c$$

整数线性规划 (ILP)

若一共有 M 条边，对于每条边，确定一个非负变量 x_i

- 1 $\forall i, x_i \leq 1$, 且 x_i 是整数
 x_i 取值只能是 0 或 1, 取值为 1 表示这条边在某个环里。
- 2 对于每个点，入边之和等于出边



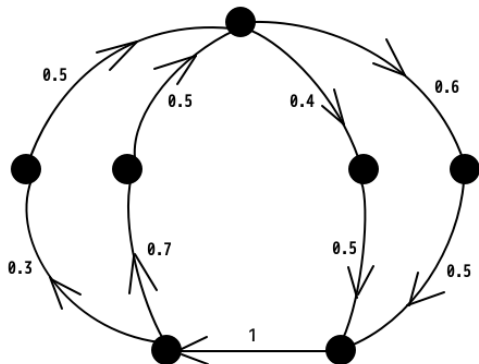
$$x_a + x_b = x_c$$

- 3 目标函数为

$$\sum_{i=1}^M x_i w_i$$

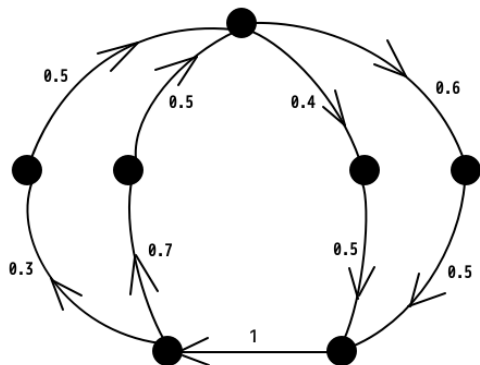
$$OPT_{ILP} = OPT_{LP}$$

证明 (实数) 线性规划的解等于整数线性规划的解:



$$OPT_{ILP} = OPT_{LP}$$

证明 (实数) 线性规划的解等于整数线性规划的解:



实数线性规划一定存在一个最优解, 使得 $\forall i, x_i \in \{0, 1\}$.

