

Problem B

Zuma and DP

张天昀

2019 年 3 月 10 日

南京大学计算机科学与技术系
171860508@smail.nju.edu.cn

- 祖玛游戏
- 连续 > 1 即可消除（也就是说可以消除任意位置的球）
- 且如果空隙两边颜色相同不会继续消除

问最快几次清空。

首先, m 是一个没用的变量, 有多少种颜色和答案没有关系。

思路

首先, m 是一个没用的变量, 有多少种颜色和答案没有关系。

题目要求消除整个 $[1, n]$ 的区间, 如果用 $ans[l][r]$ 表示消除 $[l, r]$ 区间最少的次数, 最后的答案是 $ans[1][n]$ 。

区间 DP

先在小区间上求解, 然后把多个区间的解合并求解大区间的最优解。

那么 $ans[l][r]$ 如何转化呢?

首先, m 是一个没用的变量, 有多少种颜色和答案没有关系。

题目要求消除整个 $[1, n]$ 的区间, 如果用 $ans[l][r]$ 表示消除 $[l, r]$ 区间最少的次数, 最后的答案是 $ans[1][n]$ 。

区间 DP

先在小区间上求解, 然后把多个区间的解合并求解大区间的最优解。

那么 $ans[l][r]$ 如何转化呢? 递推的终止条件有两种:

- $l > r$, 消完了, 值为 0;
- $l = r$, 只有一个球, 值为 1;

首先, m 是一个没用的变量, 有多少种颜色和答案没有关系。

题目要求消除整个 $[1, n]$ 的区间, 如果用 $ans[l][r]$ 表示消除 $[l, r]$ 区间最少的次数, 最后的答案是 $ans[1][n]$ 。

区间 DP

先在小区间上求解, 然后把多个区间的解合并求解大区间的最优解。

那么 $ans[l][r]$ 如何转化呢? 递推的终止条件有两种:

- $l > r$, 消完了, 值为 0;
- $l = r$, 只有一个球, 值为 1;

不存在的情况为什么值是 0?

对于 $l > r$ 的情况, 你可以认为这种情况不存在, 然后返回一个无穷大的值, 但是在这种假设下递推式会发生相应的变化。

思路

最后，如果 $l < r$ ，枚举所有的中间位置 t ，把整个区间分成两段，分为两种情况：

- $s[l] = s[t]$ ，说明 $[l, t]$ 这段区间先消除中间的内容比从左至右消除更快，值为 $ans[l+1][t-1] + ans[t][r]$ ；

最后，如果 $l < r$ ，枚举所有的中间位置 t ，把整个区间分成两段，分为两种情况：

- $s[l] = s[t]$ ，说明 $[l, t]$ 这段区间先消除中间的内容比从左至右消除更快，值为 $ans[l+1][t-1] + ans[t][r]$ ；

为什么两端相等时没有 +1

如果区间为 122213，那么转换为 222 和 13。

你可以看到整个区间最左端的那个元被叠加到第二段的最左端了。

思路

最后，如果 $l < r$ ，枚举所有的中间位置 t ，把整个区间分成两段，分为两种情况：

- $s[l] = s[t]$ ，说明 $[l, t]$ 这段区间先消除中间的内容比从左至右消除更快，值为 $ans[l+1][t-1] + ans[t][r]$ ；

为什么两端相等时没有 +1

如果区间为 122213，那么转换为 222 和 13。

你可以看到整个区间最左端的那个元被叠加到第二段的最左端了。

- $s[l] \neq s[t]$ ，说明在这种分割下最左侧端点必须单独消除，值为 $1 + ans[l+1][t-1] + ans[t][r]$ 。

$t = l + 1$ 的时候发生了什么？

如果你把 $l < r$ 赋值成无穷，这里递推式的魔法就不成立了。

递推公式

标准的递推公式：

$$ans[l][r] = \min \begin{cases} 1 + ans[l+1][t-1] + ans[t][r], & \text{if } s[l] \neq s[t], \\ 0 + ans[l+1][t-1] + ans[t][r], & \text{if } s[l] = s[t]. \end{cases}$$

递推公式

标准的递推公式：

$$ans[l][r] = \min \begin{cases} 1 + ans[l+1][t-1] + ans[t][r], & \text{if } s[l] \neq s[t], \\ 0 + ans[l+1][t-1] + ans[t][r], & \text{if } s[l] = s[t]. \end{cases}$$

In C/C++, use Boolean as 0/1

$$ans[l][r] = \min ((s[l] \neq s[t]) + ans[l+1][t-1] + ans[t][r]) .$$

递推公式

标准的递推公式：

$$ans[l][r] = \min \begin{cases} 1 + ans[l+1][t-1] + ans[t][r], & \text{if } s[l] \neq s[t], \\ 0 + ans[l+1][t-1] + ans[t][r], & \text{if } s[l] = s[t]. \end{cases}$$

In C/C++, use Boolean as 0/1

$$ans[l][r] = \min ((s[l] \neq s[t]) + ans[l+1][t-1] + ans[t][r]).$$

然而其实可以剪掉一大堆枝：

$$ans[l][r] = \min \begin{cases} 1 + ans[l+1][r], & \text{(涵盖了其他的情况)} \\ ans[l+1][t-1] + ans[t][r], & \text{if } s[l] = s[t]. \end{cases}$$

Sources of this problem:

- CF 607B / JSOI 2007 / BZOJ 1032 Zuma
- CF 1114D Flood Fill
- CF 1132F Clear the String

Thanks for your listening.

Q&A