МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМ. Н.Э. БАУМАНА

Р.В. КОМЯГИН, А.И. СЕНИН

ИССЛЕДОВАНИЕ ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТИ РАДИОСИСТЕМ ПЕРЕДАЧИ ИНФОРМАЦИИ

Методические указания к выполнению лабораторной работы по курсу
"Основы теории и техники радиосистем передачи информации"

Москва, 2017

ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ РАБОТЫ

Цель работы – теоретическое и экспериментальное исследование помехоустойчивости радиосистем передачи информации.

Задачи работы – ознакомление с теоретическим материалом по данным методическим указаниям, выполнение работы в указанном порядке.

Назначение лабораторной работы – углубление теоретических знаний, практических умений и навыков в результате проведения экспериментальных исследований помехоустойчивости радиосистем передачи информации.

КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Общие сведения о радиосистемах передачи информации

В цифровых системах передачи информации (СПИ) сообщение представляет последовательность символов b_{ki}, где i = 1, 2, ... , m - номер кодового символа в алфавите, k - номер символа в последовательности. Передача символов в непрерывном канале связи (НКС) осуществляется сигналами $S_i(t)$. Преобразование символов b_i в сигналы называется модуляцией, а устройство, выполняющее прямое и обратное преобразование, модемом. В НКС сигналы $S_{ki}(t)$ искажаются (линейные и нелинейные искажения) и на них накладываются помехи. На приемной стороне принятому сигналу $u(t)$ ставится в соответствие символ b'_{ki} (демодуляция).

Для каналов с постоянными параметрами качество передачи информации характеризуется вероятностью ошибки на символ или на одну двоичную единицу информации $P_{ош}$, а для каналов с переменными параметрами - средней вероятностью ошибки $\overline{P}_{ош}$ и надежностью по помехоустойчивости $P(P_{ош} \le P_{доп})$, где $P_{доп}$ — допустимая вероятность ошибки в канале, $P(P_{ош} \le P_{доп})$ - вероятность того, что $P_{ош} \le P_{доп}$. Для оценки эффективности СПИ в каналах с белым шумом широко используют относительные критерии эффективности: $h^2 = E/N_0$ и $\gamma = R/F_k$, где E – энергия полезного сигнала на входе приемника, N_0 – спектральная плотность мощность белого шума, R=1/T – скорость передачи информации, T – длительность сигнала, F_k – полоса частот канала.

Различение двух детерминированных сигналов

Пусть сигнал на входе приемника имеет вид

$$u(t) = \theta s_1(t) + (1-\theta) s_0(t) + n(t),$$

где θ — случайная величина, принимающая значения 0 и 1 с вероятностями p_0 и p_1 соответственно; $s_0(t)$ и $s_1(t)$ — полезные сигналы с известными параметрами; $n(t)$ — стационарный гауссовский белый шум с нулевым математическим ожиданием и корреляционной функцией $R_n(\tau) = \frac{N_0}{2}\delta(\tau).$

Оптимальный алгоритм работы различителя сводится к вычислению отношения правдоподобия $l(u)$

$$l(u) = \exp\left(-\frac{E_1}{N_0} + \frac{2}{N_0}\int_0^T u(t)s_1(t)\,dt\right) \Big/ \exp\left(-\frac{E_0}{N_0} + \frac{2}{N_0}\int_0^T u(t)s_0(t)\,dt\right), \tag{1}$$

и сравнению его с порогом p_0/p_1, где E_0 и E_1 — энергии сигналов $s_0(t)$ и $s_1(t)$. Логарифм отношения правдоподобия описывается формулой

$$\ln l(u) = -\frac{E_1 - E_0}{N_0} + \frac{2}{N_0}\int_0^T u(t)\big(s_1(t) - s_0(t)\big)\,dt.$$

Отсюда получаем, что решение принимается в пользу сигнала $s_1(t),$ если

$$z = \frac{2}{N_0}\int_0^T u(t)\big(s_1(t) - s_0(t)\big)\,dt \ \geq\ \ln\frac{p_0}{p_1} + \frac{E_1 - E_0}{N_0} = C_1. \tag{2}$$

Для симметричного канала, когда $p_0 = p_1 = 0{,}5$ и $E_0 = E_1 = E,$ порог C_1 равен нулю и алгоритм различения принимает вид

$$z \underset{s_0}{\overset{s_1}{\gtrless}} 0. \tag{3}$$

Структурная схема оптимального когерентного приемника состоит из двух корреляторов, вычитающего и порогового устройств. Корреляторы могут быть заменены согласованными фильтрами с импульсными характеристиками $h_1(t) = s_1(T-t)$ и $h_0(t) = s_0(T-t)$.

Средняя вероятность ошибки записывается в виде

$$P_{\text{ош}} = p_0 P_{\text{ош}}(s_0) + p_1 P_{\text{ош}}(s_1),$$

где $P_{\text{ош}}(s_i)$ — вероятность ошибки при передаче сигнала $s_i(t),\ i = 0,1.$

При $p_0 = p_1 = 0{,}5$

$$P_{\text{ош}} = 0{,}5\big(P_{\text{ош}}(s_0) + P_{\text{ош}}(s_1)\big). \tag{4}$$

Условные вероятности $P_{\text{ош}}(s_0)$ и $P_{\text{ош}}(s_1)$ определяются через распределения случайной величины z при наличии соответственно сигналов $s_0(t)$ и $s_1(t)$ следующим образом:

$$\begin{aligned} P_{\text{ош}}(s_0) &= \int\limits_{z>C_1} w(z|s_0)\,dz; \\ P_{\text{ош}}(s_1) &= \int\limits_{z<C_1} w(z|s_1)\,dz. \end{aligned} \qquad (5)$$

Нетрудно видеть, что при сигнале $s_1(t)$ величина

$$z = z_1 = \frac{2}{N_0}\int\limits_0^T (s_1(t)+n(t))(s_1(t)-s_0(t))\,dt$$

распределена по нормальному закону с математическим ожиданием и дисперсией

$$\mathbf{M}\{z_1\} = \frac{2E}{N_0}(1-r_s); \qquad \sigma_{z_1}^2 = \frac{4E}{N_0}(1-r_s),$$

где $r_s = \frac{1}{E}\int\limits_0^T s_1(t)s_0(t)\,dt$ — коэффициент взаимной корреляции сигналов $s_1(t)$ и $s_0(t)$.

Аналогично при сигнале $s_0(t)$ величина

$$z = z_0 = \frac{2}{N_0}\int\limits_0^T (s_0(t)+n(t))(s_1(t)-s_0(t))\,dt$$

распределена по нормальному закону с математическим ожиданием и дисперсией

$$\mathbf{M}\{z_0\} = -\frac{2E}{N_0}(1-r_s); \qquad \sigma_{z_0}^2 = \frac{4E}{N_0}(1-r_s).$$

С учетом соотношений (3)-(5) и распределений $w(z_1)$ и $w(z_0)$ имеем

$$P_{\text{ош}} = 0{,}5\left(\int\limits_0^\infty w(z|s_0)\,dz + \int\limits_{-\infty}^0 w(z|s_1)\,dz\right) =$$

$$= 1-\Phi\left(\sqrt{\frac{E}{N_0}(1-r_s)}\right) = 1-\Phi\left(\sqrt{(1-r_s)}h\right), \qquad (6)$$

где $\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_{-\infty}^{z} e^{-t^2/2}dt$ - интеграл вероятности; $h^2 = \frac{E}{N_0}$.

Из формулы (6) следует, что средняя вероятность ошибки зависит от энергии сигнала, спектральной плотности мощности шума и от коэффициента взаимной корреляции между сигналами, т. е. от используемой системы сигналов. Интеграл вероятности $\Phi(z)$ является монотонно возрастающей функцией. Поэтому при одном и том же отношении E/N_0 помехоустойчивость системы оказывается тем выше, чем меньше коэффициент взаимной корреляции r_s.

Поскольку $-1 \le r_s \le 1$, то наибольшей помехоустойчивостью обладают сигналы с коэффициентом корреляции $r_s = -1$. Они имеют одинаковую форму, но противоположные знаки и называются *противоположными*. Для них

$$P_{\text{ош}} = 1 - \Phi\left(\sqrt{2E/N_0}\right) = 1 - \Phi(\sqrt{2} \cdot h). \qquad (7)$$

Примером противоположных сигналов являются фазоманипулированные сигналы с манипуляцией фазы на π:

$$s_1(t) = S_0 \cos\omega_0 t; \qquad s_0(t) = S_0 \cos(\omega_0 t + \pi), \qquad 0 \le t \le T.$$

Меньшей помехоустойчивостью обладают ортогональные сигналы $(r_s = 0)$. Для них

$$P_{\text{ош}} = 1 - \Phi\sqrt{E/N_0} = 1 - \Phi(h). \qquad (8)$$

Сигналы при $r_s = 1$ являются одинаковыми, т. е. $s_1(t) = s_0(t),$ и их невозможно различить. Для них $P_{\text{ош}} = 0{,}5.$

Примером ортогональных сигналов являются фазоманипулированные сигналы с манипуляцией фазы на π/2:

$$s_1(t) = S_0 \cos\omega_0 t; \qquad s_0(t) = S_0 \cos(\omega_0 t + \pi/2), \qquad 0 \le t \le T.$$

Ортогональные сигналы можно получить, используя частотную манипуляцию. Действительно, в этом случае

$$s_1(t) = S_0 \cos(\omega_1 t - \varphi_1); \qquad s_0(t) = S_0 \cos(\omega_0 t - \varphi_0).$$

При $\varphi_1 = \varphi_0 = \varphi$ коэффициент взаимной корреляции между этими сигналами имеет вид

$$r_s = \frac{\sin((\omega_1 - \omega_0)T)}{(\omega_1 - \omega_0)T} + \frac{\sin((\omega_1 + \omega_0)T - 2\varphi) + \sin 2\varphi}{(\omega_1 + \omega_0)T}.$$

При выполнении условия $(\omega_1 - \omega_0)T = 2\pi k, \quad k = 1, 2, ...,$ коэффициент корреляции r_s равен нулю, и сигналы оказываются ортогональными. На практике параметры ω_1, ω_0 и T выбирают так, чтобы (ω_1- ω_2)T>>1. При этом $r_s \approx 0.$

Отметим, что минимальное значение коэффициента взаимной корреляции r_s между частотно-манипулированными сигналами равно $-1/(1{,}5\pi)$. Оно достигается, когда $(\omega_1 - \omega_0)T = 1{,}5\pi.$ При этом вероятность ошибки

$$P_{\text{ош}} \approx 1 - \Phi\left(\sqrt{\frac{1{,}21E}{N_0}}\right) = 1 - \Phi\left(\sqrt{1{,}21h}\right).$$

Оценим помехоустойчивость системы передачи, использующей амплитудно-манипулированные сигналы

$$s_1(t) = S_0 \cos(\omega_0 t + \varphi); \qquad s_0(t) = 0, \qquad 0 \le t \le T.$$

Алгоритм различения сигналов в рассматриваемом случае принимает вид

$$z = \frac{2}{N_0}\int_0^T u(t)s_1(t)dt \underset{s_0}{\overset{s_1}{\gtrless}} \frac{E}{N_0} + \ln\frac{p_0}{p_1} = C_1.$$

Плотности вероятности $w(z|s_1)$ и $w(z|s_0)$ описываются гауссовскими законами с параметрами $\mathbf{M}\{z\} = 2E/N_0, \quad \sigma_z^2 = 2E/N_0$ и $\mathbf{M}\{z\} = 0, \quad \sigma_z^2 = 2E/N_0$ соответственно.

При $p_1 = p_0 = 0{,}5$ средняя вероятность ошибки принимает вид

$$P_{\text{ош}} = 0{,}5\left[\int_{-\infty}^{C_1} w(z|s_1)dz + \int_{C_1}^{\infty} w(z|s_0)dz\right].$$

Учитывая, что $C_1 = E/N_0$ находим

$$P_{\text{ош}} = 1 - \Phi\left(0{,}5\sqrt{2E/N_0}\right) = 1 - \Phi\left(h/\sqrt{2}\right). \qquad (9)$$

Таким образом, из (7)-(9) следует, что наибольшей потенциальной помехоустойчивостью обладают фазоманипулированные сигналы. Они обеспечивают энергетический выигрыш в 2 раза по сравнению с частотно-манипулированными сигналами и в 4 раза по сравнению с амплитудно-манипулированными сигналами. Частотно-манипулированные сигналы обеспечивают энергетический выигрыш по сравнению с амплитудно-манипулированными сигналами в 2 раза. Однако следует иметь в виду, что в отличие от фазовой и частотной манипуляций при амплитудной манипуляции передается только один сигнал. Поэтому если исходить из среднеэнергетических затрат, то нетрудно заметить, что системы с АМ- и ЧМ-сигналами обладают одинаковой помехоустойчивостью.

Отметим, что величина $\sqrt{2E(1-r_s)}$ представляет расстояние между сигналами:

$$d=\left[\int_0^T [s_1(t)-s_0(t)]^2 dt\right]^{1/2}.$$

При этом формулу (6) можно записать в виде

$$P_{\text{ош}}=1-\Phi\left(d/\sqrt{2N_0}\right). \qquad (10)$$

Из соотношения (10) следует, что при действии в канале гауссовского белого шума вероятность ошибки зависит только от расстояния между сигналами и спектральной плотности мощности шума. Этот вывод оказывается справедливым и для случая различения m сигналов ($m > 2$).

При высоких требованиях к помехоустойчивости $(P_{\text{ош}}<10^{-3})$ вероятность ошибки удобно определять по приближенной формуле:

$$P_{\text{ош}}\approx\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sqrt{h^2(1-r_s)}}\exp\left(-\frac{h^2(1-r_s)}{2}\right), \qquad (11)$$

которая получается при асимптотическом представлении интеграла вероятности:

$$\Phi(x)\approx 1-\frac{\exp(-x^2/2)}{\sqrt{2\pi}x}. \qquad (12)$$

Точность вычислений по формуле (11) составляет не хуже 10 %, если $\sqrt{h^2(1-r_s)} \geq 3$.

Как указывалось ранее, ФМ-сигналы обеспечивают наибольшую помехоустойчивость. Тем не менее они практически не используются в системах передачи информации из-за трудностей реализации демодуляторов, связанных с созданием опорного колебания с определенной начальной фазой.

В существующих системах передачи информации опорный сигнал формируется из принимаемого сигнала. В системах с фазовой манипуляцией задача затрудняется тем, что при равновероятных сигналах в их спектре отсутствует составляющая с частотой несущей и ее невозможно получить методом фильтрации. В этих случаях приходится применять способы формирования опорного колебания, основанные на снятии манипуляции принятого сигнала. Однако всем им присущ одинаковый недостаток. Начальная фаза сформированного опорного колебания с равной вероятностью принимает значения либо 0°, либо 180°. Другими словами либо формируется истинное опорное колебание, либо противоположное ему. В последнем случае происходит инвертирование передаваемых символов: при передаче символа 0 решение принимается в пользу символа 1, а при передаче символа 1 решение принимается в пользу символа 0. Возникает так называемое явление «обратной работы». Кроме того, из-за различных неконтролируемых факторов возможны скачки фазы истинного опорного колебания на π, что также приводит к инвертированию принимаемых символов, которое будет продолжаться до следующего скачка фазы.

Эффективным средством борьбы с явлением «обратной работы» является применение метода относительной фазовой модуляции (ОФМ), предложенного впервые Н.Т. Петровичем. Идея метода ОФМ состоит в том, что информация в сигнале определяется не абсолютным значением начальной фазы сигнала, как при обычной ФМ, а разностью $\Delta\varphi$ начальных фаз двух соседних сигналов: $\Delta\varphi=0$, если передается символ 0, $\Delta\varphi=\pi$, если передается символ 1.

Формирователь ОФМ-сигнала состоит из относительного кодера (сумматора по $\mathrm{mod}\,2$ и линии задержки на время T) и фазового манипулятора (ФМ). Работа кодера происходит в соответствии с правилом

$$b_k = a_k \oplus b_{k-1},$$

где $a_1, a_2, ..., a_k$ — последовательность информационных символов; $b_1, b_2, ..., b_k, ...$ — последовательность символов на выходе кодера.

Оптимальный демодулятор состоит из фазового демодулятора и относительного декодера (сумматора по $\mathrm{mod}\,2$ и линии задержки на время T). Задача декодера — восстановить информационные символы. Это осуществляется в соответствии с правилом

$$\tilde{a}_k = \tilde{b}_k \oplus \tilde{b}_{k-1},$$

где $\tilde{b}_k$ — k-й принятый символ. Нетрудно убедиться, что в данном случае явление «обратной работы» не будет наблюдаться.

Помехоустойчивость демодулятора ОФМ-сигналов легко определяется из следующих соображений. Очевидно, что ошибка в приеме информационного символа будет происходить в двух возможных случаях:

а) символ $\tilde{b}_k$ принят правильно, а символ $\tilde{b}_{k-1}$ — ошибочно;

б) символ $\tilde{b}_k$ принят ошибочно, а символ $\tilde{b}_{k-1}$ — правильно.

Вероятность каждого из этих событий равна $P_{\text{ош ФМ}}(1 - P_{\text{ош ФМ}})$, где $P_{\text{ош ФМ}}$ — вероятность ошибочного приема символа при ФМ, определяемая выражением (7). Следовательно, вероятность ошибки приема символа при ОФМ имеет вид

$$P_{\text{ош ОФМ}} = 2P_{\text{ош ФМ}}(1 - P_{\text{ош ФМ}}) \approx 2\left(1 - \Phi\left(\sqrt{2E/N_0}\right)\right) = 2\left(1 - \Phi\left(\sqrt{2}h\right)\right). \qquad (13)$$

Таким образом, из (13) следует, что платой за устранение явления «обратной работы» при применении ОФМ является удвоение вероятности ошибки по сравнению с ФМ. Отметим, что энергетический проигрыш метода ОФМ методу ФМ не превосходит 1 дБ.

Различение двух сигналов со случайной начальной фазой

Пусть сигнал на входе приемника имеет вид

$$u(t) = \theta s_1(t, \varphi_1) + (1-\theta) s_0(t, \varphi_0) + n(t),$$

где θ — случайная величина, принимающая значения 1 и 0 с вероятностями p_1 и p_0 соответственно; φ_1 и φ_0 — начальные фазы, представляющие собой независимые случайные величины, распределенные равномерно на отрезке $[-\pi, \pi]$; $n(t)$ — помеха типа белого гауссовского шума со спектральной плотностью мощности $N_0/2$.

Отношение правдоподобия (ОП) в данном случае зависит от начальных фаз. Условное ОП при фиксированных начальных фазах определяется формулой

$$l(u|\varphi_1, \varphi_0) = \frac{\exp\left(-\frac{E_1}{N_0} + \frac{2}{N_0}\int_0^T u(t) s_1(t, \varphi_1)\, dt\right)}{\exp\left(-\frac{E_0}{N_0} + \frac{2}{N_0}\int_0^T u(t) s_0(t, \varphi_0)\, dt\right)}. \tag{14}$$

Усредняя числитель и знаменатель в выражении (14) по случайным параметрам φ_1 и φ_0, получаем безусловное усредненное ОП:

$$\bar{l}(u) = \frac{\exp(-E_1/N_0)\,\mathrm{I}_0(2Z_1/N_0)}{\exp(-E_0/N_0)\,\mathrm{I}_0(2Z_0/N_0)},$$

где $\mathrm{I}_0(\cdot)$ — модифицированная функция Бесселя нулевого порядка; E_0, E_1 — энергии сигналов. Величины Z_1 и Z_0 совпадают со значениями огибающих на выходах фильтров, согласованных с сигналами $s_1(t)$ и $s_0(t)$.

В соответствии с критерием максимума апостериорной вероятности решение в пользу сигнала $s_1(t)$ принимается, когда

$$\bar{l}(u) = \frac{\exp((E_0 - E_1)/N_0)\,\mathrm{I}_0(2Z_1/N_0)}{\mathrm{I}_0(2Z_0/N_0)} \geq \frac{p_0}{p_1},$$

или

$$\ln \mathrm{I}_0(2Z_1/N_0) - \ln \mathrm{I}_0(2Z_0/N_0) \geq (E_1 - E_0)/N_0 + \ln(p_0/p_1) = C_1, \tag{15}$$

где p_0, p_1 — вероятности появления сигналов $s_0(t)$ и $s_1(t)$ соответственно.

Для симметричного канала ($p_0 = p_1 = 0{,}5,\ E_0 = E_1 = E$) порог C_1 в (15) равен нулю, а алгоритм различения сигналов принимает вид

$$\ln \mathrm{I}_0(2Z_1/N_0) \underset{s_0}{\overset{s_1}{\gtrless}} \ln \mathrm{I}_0(2Z_0/N_0). \tag{16}$$

В силу монотонности функции $\ln \mathrm{I}_0(\cdot)$ неравенство (16) эквивалентно неравенству

$$Z_1 \underset{s_0}{\overset{s_1}{\gtrless}} Z_0. \tag{17}$$

Оптимальный приемник, алгоритм работы которого описывается формулой (17), состоит из двух каналов, вычисляющих значения огибающих Z_1 и Z_0, сумматора и порогового устройства (ПУ). Каждый из каналов является оптимальным по отношению к соответствующему сигналу.

Оценим помехоустойчивость различителя, предварительно отметив, что в данном случае для передачи информации нельзя использовать противоположные сигналы, отличающиеся сдвигом фаз на π, так как при случайной начальной фазе такие сигналы будут неразличимы. Обычно применяют ортогональные в усиленном смысле сигналы и амплитудно-манипулированные сигналы.

Рассмотрим сначала случай, когда используются ортогональные в усиленном смысле сигналы. Для таких сигналов справедливы соотношения

$$\int_0^T s_1(t)s_0(t)dt = \int_0^T s_1(t)\hat{s}_0(t)dt = 0, \tag{18}$$

где $\hat{s}_0(t)$ — преобразование Гильберта от $s_0(t)$. Примером таких сигналов являются ЧМ-сигналы $s_0(t) = S_0\cos(\omega_0 t + \varphi)$, $s_1(t) = S_0\cos(\omega_1 t + \varphi)$, где φ — произвольная начальная фаза, а частоты ω_1 и ω_0 удовлетворяют соотношениям $\omega_1 = 2\pi k_1/T,\ \omega_0 = 2\pi k_0/T$; k_1 и k_0 — натуральные числа.

Исследования показывают, что ортогональные в усиленном смысле сигналы с активной паузой обеспечивают в канале с неопределенной фазой и аддитивной гауссовской помехой минимальную вероятность ошибки, т. е. являются оптимальными для указанных условий.

Положим, что $p_1 = p_0,\ E_1 = E_0 = E.$ Пусть для определенности передается сигнал $s_1(t).$ Тогда с учетом алгоритма (17) ошибка возникает, если выполняется неравенство $Z_0 > Z_1$ или

$$v_0 > v_1, \tag{19}$$

где $v_i = Z_i / \sigma,$ $i = 0, 1,$ — относительное (нормированное) значение огибающей.

Можно показать, что в рассматриваемом случае величины Z_0 и Z_1, а следовательно, v_0 и v_1 независимы. Поэтому с учетом неравенства (19) вероятность ошибки при передаче $s_1(t)$ имеет вид

$$P_{\text{ош}}(s_1) = \int_0^\infty dv_1 \int_{v_1}^\infty w_2(v_1, v_0)\, dv_0 = \int_0^\infty w(v_1) \int_{v_1}^\infty w(v_0)\, dv_0 dv_1. \tag{20}$$

Учитывая, что огибающие v_0 и v_1 распределены по закону Рэлея и Райса соответственно, находим

$$P_{\text{ош}}(s_1) = \int_0^\infty v_1 \exp\left(-\frac{v_1^2 + 2E/N_0}{2}\right) \mathrm{I}_0\left(\sqrt{\frac{2E}{N_0}} v_1\right) \int_{v_1}^\infty v_0 \exp\left(-\frac{v_0^2}{2}\right) dv_0 dv_1 =$$

$$= \int_0^\infty v_1 \exp\left(-\frac{v_1^2 + 2E/N_0}{2}\right) \mathrm{I}_0\left(\sqrt{\frac{2E}{N_0}} v_1\right) \exp\left(-\frac{v_1^2}{2}\right) dv_1.$$

Введем новую переменную $v = \sqrt{2} v_1$ и вынесем за знак интеграла множитель $\exp(-E/(2N_0)).$ Тогда

$$P_{\text{ош}}(s_1) = \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{E}{2N_0}\right) \int_0^\infty v \exp\left(-\frac{v^2 + E/N_0}{2}\right) \mathrm{I}_0\left(\sqrt{\frac{E}{N_0}} \cdot v\right) dv. \tag{21}$$

Подынтегральное выражение в (21) представляет собой распределение Райса, а следовательно, интеграл равен 1. Таким образом,

$$P_{\text{ош}}(s_1) = 0{,}5 \exp(-E/(2N_0)).$$

Учитывая симметричность канала, вероятность ошибки при передаче сигнала $s_0(t)$

$$P_{\text{ош}}(s_0) = P_{\text{ош}}(s_1) = 0{,}5 \exp(-E/(2N_0)).$$

Соответственно, средняя вероятность ошибки

$$P_{\text{ош}} = 0{,}5\exp(-E/(2N_0)). \tag{22}$$

Анализ показывает, что некогерентный прием ортогональных сигналов дает небольшой энергетический проигрыш по сравнению с когерентным приемом. При малых вероятностях ошибки $P_{\text{ош}} = 10^{-4}$ он не превышает 1 дБ.

Рассмотрим случай, когда используются амплитудно-манипулированные сигналы. В данном случае

$$s_1(t) = S_0 \cos(\omega_0 t + \varphi); \qquad s_0(t) = 0,$$

где начальная фаза φ является случайной величиной, распределенной равномерно на отрезке $[-\pi, \pi]$. По-прежнему полагаем, что $p_0 = p_1$.

Решение принимается на основе сравнения значения огибающей Z сигнала на выходе оптимального приемника (например, согласованного фильтра, настроенного на сигнал $s_1(t)$) с некоторым порогом $U_{\text{п}}$. При превышении порога принимается решение в пользу сигнала $s_1(t)$, в противном случае — в пользу $s_0(t)$.

Средняя вероятность ошибки имеет вид

$$P_{\text{ош}} = \frac{1}{2}(P_{\text{ош}}(s_1) + P_{\text{ош}}(s_0)) = \frac{1}{2}\left[\int\limits_0^{z_0} w_1(v_1|s_1)\,dv_1 + \int\limits_{z_0}^{\infty} w_1(v_0|s_0)\,dv_0\right], \tag{23}$$

где $z_0 = U_{\text{п}}/\sigma$ — нормированный порог.

Подставляя распределения огибающих v_1 и v_0 в (23), получаем

$$P_{\text{ош}} = \frac{1}{2}\left[\int\limits_0^{z_0} v_1 \exp\left(-\frac{v_1^2 + 2E/N_0}{2}\right) \mathrm{I}_0\left(\sqrt{\frac{2E}{N_0}} v_1\right) dv_1 + \exp\left(-\frac{z_0^2}{2}\right)\right]. \tag{24}$$

Оптимальное значение порога z_0 находится из условия минимизации вероятности ошибки (24). Взяв производную $dP_{\text{ош}}/dz_0$ и приравняв ее нулю, имеем

$$z_0 \exp\left(-\frac{z_0^2 + 2E/N_0}{2}\right) \mathrm{I}_0\left(\sqrt{\frac{2E}{N_0}} z_0\right) - z_0 \exp\left(-\frac{z_0^2}{2}\right) = 0,$$

или после упрощений

$$\mathrm{I}_0\left(\sqrt{\frac{2E}{N_0}}z_0\right)=\exp\left(\frac{E}{N_0}\right). \tag{25}$$

Логарифмируя соотношение (25), получим $\ln \mathrm{I}_0\left(\sqrt{\frac{2E}{N_0}}z_0\right)=\frac{E}{N_0}$. Учитывая, что

$$\ln I_0(x)\approx\begin{cases}x, x>>1\\ x^2/4, x<<1\end{cases},$$

находим

$$z_{0\text{opt}}=\begin{cases}\sqrt{E/2N_0} & \text{при больших отношениях сигнал—шум;}\\ \sqrt{2} & \text{при малых отношениях сигнал—шум.}\end{cases} \tag{26}$$

Таким образом, с учетом (24) и (26) при больших отношениях сигнал—шум имеем

$$P_{\text{ош}}=\frac{1}{2}\left(\int\limits_0^{\sqrt{E/2N_0}} v_1\exp\left(-\frac{v_1^2+2E/N_0}{2}\right)\mathrm{I}_0\left(\sqrt{\frac{2E}{N_0}}v_1\right)dv_1+\exp\left(-\frac{E}{4N_0}\right)\right). \tag{27}$$

При $E/N_0>10$ первым слагаемым в (27) можно пренебречь. Тогда

$$P_{\text{ош}}\approx 0{,}5\exp\left(-\frac{E}{4N_0}\right). \tag{28}$$

При вероятности ошибки $10^{-3}\ldots10^{-6}$ некогерентный прием АМ-сигналов проигрывает когерентному приему по энергетике на 0,5…1 дБ.

При неоптимальном пороге вероятность ошибки может оказаться значительно больше $P_{\text{ош}}$, определяемой по формуле (28). Поэтому при изменении уровня принимаемого сигнала порог приходится подстраивать, что является существенным недостатком систем с пассивной паузой.

В заключение отметим, что если начальная фаза случайна, но скорость изменения ее достаточно мала (на длительности двух посылок фаза практически не изменяется), то можно организовать оптимальный некогерентный прием ОФМ сигналов. Алгоритм работы оптимального различителя ОФМ сигналов имеет вид

$$z=\int_{-T}^{0}u(t)s_o(t,\varphi)dt\cdot\int_{0}^{T}u(t)s_o(t,\varphi)dt+\int_{-T}^{0}u(t)\hat{s}_o(t,\varphi)dt\cdot\int_{0}^{T}u(t)\hat{s}_o(t,\varphi)dt\,,$$

где $s_o(t,\varphi)$ – полезный сигнал, $\hat{s}_o(t,\varphi)$ - преобразование Гильберта от $s_o(t,\varphi)$.

Если $z \geq 0$, то принимается решение в пользу символа 0. В противном случае – в пользу символа 1.

Можно показать, что вероятность ошибки при этом определяется формулой

$$P_{\text{ош}}=0{,}5\exp\left(-\frac{E}{N_0}\right).$$

Помехоустойчивость радиосистем передачи информации с многопозиционными сигналами

Все многопозиционные сигналы можно разделить на два класса. К одному из них принадлежат сигналы, для которых характерно, что с увеличением объема ансамбля m растет энергетическая эффективность, но при этом расширяется полоса частот, занимаемая сигналами (снижается частотная эффективность). К этому классу относятся ортогональные, биортогональные и симплексные сигналы. При $m \gg 1$ они обеспечивают практически одинаковую помехоустойчивость и являются наилучшими. В то же время их полосы частот по сравнению с двоичными противоположными сигналами шире, соответственно, в $m/\log_2 m$, $m/(2\log_2 m)$ и $(m-1)/\log_2 m$ раз при той же скорости передачи информации.

К другому классу принадлежат сигналы, для которых с увеличением объема ансамбля m расстояние между сигналами уменьшается (снижается энергетическая эффективность), а полоса частот, занимаемая сигналами, не увеличивается (повышается частотная эффективность). К этому классу относятся многопозиционные ФМ сигналы и АФМ-сигналы.

В данной лабораторной работе исследуется помехоустойчивость РСПИ с сигналами второго класса.

Вероятность ошибки для *m*-позиционной ФМ

Цифровой сигнал ФМ описывается выражением

$$s_i(t) = A(t)\cos\left[2\pi f_0 t + \frac{2\pi}{m}(i-1)\right], \quad 1 \le i \le m.$$

Оптимальный различитель в канале с аддитивным белым гауссовским шумом вычисляет корреляционные интегралы

$$z_i = \int_0^T u(t) s_i(t) dt, \quad i = 1,2,...,m,$$

и решение принимается в пользу сигнала с наибольшим значением z_i.

Корреляционный приемник, описанный выше, эквивалентен фазовому детектору, который определяет фазу принимаемого сигнала $u(t)$:

$$\Theta_u = \operatorname{arctg}\frac{\int_0^T u(t)\sin w_o t dt}{\int_0^T u(t)\cos w_o t dt}.$$

Решение принимается в пользу сигнала $s_k(t)$, фаза которого ближе всего к фазе сигнала $u(t)$.

Пусть на входе приемника присутствует полезный сигнал $s_1(t)$, фаза которого равна нулю. Ошибка в принятии решения произойдет, если фаза Θ_u оказывается вне области $-\pi/m \le \Theta_u \le \pi/m$. Следовательно, вероятность ошибки

$$P_{\text{ош}} = 1 - \int_{-\pi/m}^{\pi/m} w(\Theta_u) d\Theta_u,$$

где $w(\Theta_u)$ – плотность распределения фазы сигнала $u(t)$.

Интегрирование $w(\Theta_u)$, исключая случай m=4, затруднительно, и вероятность ошибки находится численным интегрированием [2].

Сигнал ФМ-4 можно рассматривать как сумму двух сигналов с двухкратной фазовой манипуляцией, несущими которых являются квадратурные составляющие $\cos w_0 t$ и $\sin w_0 t$. Поскольку энергия сигналов в квадратурных каналах ФМ-4 такая же, как у сигналов ФМ-2 (при равных информационных скоростях), то вероятность ошибки на бит в обеих системах будет одинакова.

Вероятность ошибки в приеме сигнала ФМ-4

$$P_{\text{ош},4} = 1 - P_{\text{пр.пр.},4} = 1 - (1 - P_{\text{ош},2})^2 = 1 - \left[\Phi\left(\sqrt{2E/N_0}\right)\right]^2,$$

где $P_{\text{пр.пр.},4}$ – вероятность правильного приема сигнала ФМ-4.

С увеличением m для достижения одного и того же качества передачи необходимо увеличивать отношение сигнал-шум на бит. Так, при $P_{\text{ош},m}=10^{-5}$ разница в отношении сигнал-шум на бит между m=4 и m=8 составляет примерно 4 дБ, между m=8 и m=16 приблизительно 5 дБ. Для больших значений m увеличение m вдвое требует дополнительного увеличения отношения сигнал-шум на бит на 6 дБ [2].

Помехоустойчивость радиосистем передачи информации с многопозиционными АФМ сигналами

Для многопозиционных систем передачи информации средняя вероятность ошибки находится усреднением по ансамблю сигналов:

$$P_{\text{ош}} = \sum_{i=1}^{m} p(s_i)\, P_{\text{ош}}(s_i)\,,$$

где $p(s_i)$ – вероятность передачи сигнала $s_i(t)$, $P_{\text{ош}}(s_i)$ – вероятность ошибки при передаче сигнала $s_i(t)$. При использовании АФМ-сигналов ее вычисление в общем случае является весьма громоздким. Решение задачи упрощается при больших отношениях сигнал-шум. При этом можно воспользоваться верхней границей для вероятности ошибки

$$P_{\text{ош}}(s_i) \le \sum_{\substack{j=1\\ j\ne i}}^{m} P_{\text{ош}}(s_j \mid s_i),$$

где $P_{\text{ош}}(s_j|s_i)$ – вероятность принятия решения в пользу сообщения $s_j(t)$ при передаче сообщения $s_i(t)$.

При работе системы в условиях действия гауссовского белого шума с односторонней спектральной плотностью N_0 вероятность ошибки, выраженная через расстояние $d(s_i, s_j)$, находится по формуле

$$P_{\text{ош}}(s_j \mid s_i) = 1 - \Phi[d(s_i, s_j)/\sqrt{2N_0}\,].$$

Тогда

$$P_{\text{ош}}(s_i) \le \sum_{\substack{j=1\\ j\ne i}}^{m} \left\{1-\Phi\left[\frac{d(s_i,s_j)}{\sqrt{2N_0}}\right]\right\}.$$

Используя асимптотическое представление интеграла вероятности, можно записать

$$P_{\text{ош}}(s_i) \approx \sum_{\substack{j=1\\ j\ne i}}^{m} \frac{\exp(-d^2(s_i,s_j)/(4N_0))}{\sqrt{2\pi}d(s_i,s_j)/\sqrt{2N_0}}.$$

Соответственно, средняя вероятность ошибки имеет вид

$$P_{\text{ош}} \approx \sum_{i=1}^{m} \sum_{\substack{j=1\\ j\ne i}}^{m} \frac{\sqrt{2N_0}\exp(-d^2(s_i,s_j)/(4N_0))}{\sqrt{2\pi}d(s_i,s_j)} p(s_i),$$

что дает удовлетворительную точность при $P_{\text{ош}} < 0{,}01$.

Расчеты показывают, что при $m \ge 8$ системы с АФМ-сигналами обладают более высокой помехоустойчивостью, чем m-ичные системы с фазовой манипуляцией. Например, при $P_{\text{ош}} = 10^{-5}$ и $m = 8$ проигрыш в средней энергии системы с фазовой манипуляцией по сравнению с системой, использующей оптимальный ансамбль АФМ сигналов, составляет 1,7 дБ, при $m = 16$ — 4,3 дБ, при $m = 32$ — 7,1 дБ, при $m = 64$ — 10,1 дБ, при $m = 128$ — 13,1 дБ.

Многие из известных ансамблей АФМ-сигналов, построенных на основе треугольной и квадратной сетей, и ансамблей с круговым расположением сигнальных точек практически обеспечивают одинаковую помехоустойчивость. По крайней мере, могут быть построены различные типы систем АФМ-сигналов, проигрыш которых в средней энергии по сравнению с оптимальными системами не будет превышать 0,5 дБ. Это позволяет выбирать сигналы, для которых реализация модулятора и демодулятора не вызывает трудностей.

Помехоустойчивость приема дискретных сообщений в каналах с замираниями

В реальных радиоканалах действуют аддитивные помехи, порождаемые внешними источниками, по своим свойствам отличающиеся от модели гауссовского белого шума, а также имеют место случайные искажения сигнала. Виды помех и искажений весьма разнообразны, и учесть все их при проектировании СПИ не представляется возможным. Однако для каждого диапазона частот можно указать наиболее характерные ситуации, составить математическую модель канала и провести оптимизацию параметров сигналов и алгоритмов их обработки.

Ниже рассматривается канал с белым шумом и общими замираниями, которые проявляются в изменении уровня сигнала на входе приемника. Если скорость изменения коэффициента передачи канала μ мала по сравнению со скоростью передачи посылок, то за время длительности посылки условия приема сигнала практически не меняются, и решающая схема, оптимальная для канала с постоянными параметрами, сохраняет свою оптимальность и в данном случае. Однако достоверность принимаемых символов будет меняться во времени в зависимости от μ. Поэтому можно ввести условную вероятность ошибки $P_{\text{ош}}(\mu)$. Учитывая, что коэффициент μ принимает случайные значения, качество передачи информации можно задавать средней вероятностью ошибки $\bar{P}_{\text{ош}}(\mu)$ и надежностью по помехоустойчивости $P(P_{\text{ош}}(\mu) \le P_{\text{доп}})$, характеризующей вероятность непревышения $P_{\text{ош}}(\mu)$ допустимого значения $P_{\text{доп}}$.

Оценим, как влияют общие замирания на помехоустойчивость и надежность для двоичной СПИ. Вероятность ошибки при приеме информации является функцией отношения $h^2 = E/N_0$ и коэффициента взаимной корреляции сигналов: $P_{\text{ош}} = \varphi(h^2;\ r_{1,2})$. Вид функции $\varphi(h^2;\ r_{1,2})$ определяется способом обработки сигналов (когерентная, некогерентная). Среднюю вероятность ошибки при медленных общих замираниях можно оценить, усредняя $P_{\text{ош}}(\mu)$ по закону распределения $w(\mu)$ либо по закону $w(h)$:

$$\overline{P}_{\text{ош}}(\mu)=\overline{P}_{\text{ош}}(h)=\int\limits_0^\infty P_{\text{ош}}(\mu)w(\mu)d\mu=\int\limits_0^\infty P_{\text{ош}}(h)w(h)dh.$$

Тогда для канала с рэлеевскими замираниями при некогерентном приеме ортогональных сигналов с активной паузой

$$\overline{P}_{\text{ош}}(h)=\int\limits_0^\infty \frac{1}{2}\exp\left(-\frac{h^2}{2}\right)\frac{2h}{h_{\text{ср}}^2}\exp\left(-\frac{h^2}{h_{\text{ср}}^2}\right)dh=\frac{1}{2+h_{\text{ср}}^2},$$

где $h_{\text{ср}}^2$ — среднее значение h^2 = $(\mu^2/\mu_{\text{ср}}^2)h_{\text{ср}}^2$; $\mu_{\text{ср}}^2$ — средний квадрат коэффициента передачи.

Сравнивая формулы вероятности ошибки в каналах с замираниями и без замираний, видим, что для получения одинаковой вероятности ошибки, например 10^{-4}, необходимо увеличить мощность сигнала в канале с замираниями в 600 раз.

Вероятность ошибки $\overline{P}_{\text{ош}}(h)$ недостаточно полно характеризует качество приема, особенно при передаче сообщений, длительность которых соизмерима с интервалом корреляции замираний. В этом случае вероятность правильного приема сообщений в различных сеансах будет разной. В такой ситуации часто пользуются понятием надежности по помехоустойчивости

$$P(P_{\text{ош}}\le P_{\text{доп}})=P(h\ge h_{\text{доп}})=\int\limits_{h_{\text{доп}}}^\infty \mathrm{w(h)dh}.$$

Для канала с рэлеевскими замираниями

$$P(P_{\text{ош}}\le P_{\text{доп}})=\int\limits_{h_{\text{доп}}}^\infty \frac{\mathrm{2h}}{\mathrm{h}_{\text{ср}}^2}\exp\left(-\frac{h^2}{h_{\text{ср}}^2}\right)dh=\exp\left(-\frac{h_{\text{доп}}^2}{h_{\text{ср}}^2}\right).$$

Учитывая, что при некогерентном приеме двоичных символов $P_{\text{доп}}$ = 0,5exp($-h_{\text{доп}}^2$/2), получаем

$$P(P_{\text{ош}}\le P_{\text{доп}})=\left(2P_{\text{доп}}\right)^{2/h_{\text{ср}}^2}$$

При низкой достоверности и надежности принимаемой информации в канале с замираниями требуются специальные меры для их повышения. Увеличение мощности передатчика неэффективно.

Для повышения помехоустойчивости РСПИ в канале с медленными замираниями применяют разнесенный прием, передачу с переменной скоростью и кодирование [3].

ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

Экспериментальная установка состоит из персонального компьютера, принтера и программного обеспечения.

Исследование характеристик системы передачи дискретной информации (СППИ) проводится путем математического моделирования устройств формирования и обработки сигналов, а также непрерывного канала связи (НКС).

Непрерывный канал связи в общем виде содержит элементы, вносящие частотные и нелинейные искажения, аддитивный шум и мультипликационную помеху. На входе канала формируется полезный сигнал в соответствии с выбранным видом модуляции.

Демодулятор представляет собой оптимальный приемник, содержащий m корреляторов и схему выбора максимума. Программное обеспечение позволяет получить временное представление сигналов в различных точках канала и демодулятора.

ОПИСАНИЕ ПОЛЬЗОВАТЕЛЬСКОГО ИНТЕРФЕЙСА

Программа позволяет строить графики для различных видов ФМ и ММС. Под графиками подразумеваются: временной вид сигнала, вероятностные характеристики, виды сигнала после перемножителя и интегратора при наличии помех и искажений в канале.

Для получения необходимой информации следует в опции главного меню "Модуляция" выбрать требующийся вид модуляции, в опции "Виды ПКС" — нужную помеху, а и опции "Синхронизации" — наличие расстройки опорного сигнала или ее отсутствие (если нужно ввести нужную информацию). Затем в опции "Принятый сигнал", выбрать необходимое радиотехническое звено (Корреляционный приемник, Ограничитель, Фильтр, Фильтр + Ограничитель) и в этой опции выбрать вид необходимого графика (Вид сигнала, $P_{ош}$ (E/No, Схема). Радиотехнические звенья, вынесенные в названия опций, являются "довеском" к схеме корреляционного приемника. Для получении комбинаций "Фильтр + Ограничитель" либо "Ограничитель + Фильтр" пользуйтесь в опциях "Принятый сигнал", "Фильтр", "Ограничитель" соответствующим переключением.

По умолчанию выбраны следующие параметры: "2-ФМ" (двукратная ФМ), "Белый шум", "Когерентный прием". Выбрав соответствующий пункт во "всплывающем" меню над соответствующим графиком, можно либо сохранить график в графическом формате, либо скопировать его в буфер обмена или стереть с экрана. Для представления $P_{ош}$ можно выбрать точечный формат графика. Для каждого типа графика задан свой цвет. Его можно изменять по своему усмотрению в программе "ComboBox". Следует иметь в виду, что повторный выбор пункта "Вид сигнала" при заданных параметрах приведет к построению графика с возросшими значениями некоторых данных (например, дисперсии белого шума, фазы гармонической помехи). Если же нужно построить график для других параметров, следует предварительно нажать кнопку "Clear"! При любых сомнениях в адекватности изображаемой информации следует выйти из программы и заново загрузить ее.

ПОРЯДОК ПРОВЕДЕНИЯ РАБОТЫ

1. Запустить программу Paint, запустить программу моделирования и развернуть ее рабочее окно на весь экран.

2. Установить следующие параметры моделирования: опция "Виды НКС" - "Белый шум"; опция "Синхронизация" -"Когерентный прием". В опции "Модуляция" выбрать сигнал "2-ФМ "

3. Включить отображение графиков различными цветами и выбрать цвет "BLACK". Нажать клавишу F2 (или выбрать опцию "Принятый сигнал" -

"Корреляционный приемник" - "Кривая $P_{ОШ}$ (С/Ш)"), программа построит график вероятности ошибки при белом шуме.

4. Выбрать цвет графика "RED" и установить "Виды НКС" - "Гармоническая помеха" - "По умолчанию". Нажать клавишу F2, программа построит график вероятности ошибки при гармонической помехе.

5. Выбрать цвет графика, "BLUE" и установить "Виды НКС" - "Рэлеевские замирания" - "Автошаг". Нажать клавишу F2, программа построит график вероятности ошибки при рэлеевских замираниях.

6. Щелкнув правой кнопкой мыши на изображении графиков, выбрать в появившемся мелю пункт "Копировать". Перейти в программу Paint. В опции меню "Правка". выбрать пункт "Вставить". Сохранить файл с изображением графиков вероятности ошибки для сигнала с двукратной ФМ в директории D:\TEMP с каким-либо уникальным именем в формате 16 цветов BMP (например, EROR_2_BMP).

7. Перейти в программу моделирования и, щелкнув правой кнопкой мыши на изображения графиков, выбрать в появившемся меню пункт "Очистить".

8. Провести исследование СПДИ для сигналов "4-ФМ", "4-ФМ со сдвигом", "8-ФМ", "АФМ 8-кратная", "1б-ФМ", "АФМ 16-кратная", "Частотная с ММС" в соответствии с пунктами 1.2 - 1.7.

9. Перейти в программу Paint и распечатать полученные графики.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Сформулируйте задачу различения m сигналов.
2. Поясните алгоритм работы оптимального демодулятора m детерминированных сигналов при когерентном и некогерентном методах приема.
3. Как найти вероятность ошибки в двоичных РСПИ?
4. Как найти вероятность ошибки в многопозиционных РСПИ?
5. Сравните помехоустойчивость двоичных и многопозиционных РСПИ.

6. Изобразите структурные схемы оптимальных различителей сигналов ФМ-2, ФМ-4, ФМ-8.
7. Изобразите структурные схемы оптимальных различителей сигналов ЧМ, АМ, ОФМ при некогерентном приеме.

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

Определите среднюю вероятность ошибки ФМ сигналов при когерентном приеме в условиях рэлеевских замираний.

ТРЕБОВАНИЯ К ОТЧЕТУ

Отчет о работе должен содержать:

1. Ответы на контрольные вопросы.
2. Решение домашнего задания.
3. Экспериментальные графики с пояснениями.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Информационные технологии в радиотехнических системах: учеб. пособие / под ред. И.Б. Федорова. – Изд. 3-е перераб. и доп. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2011. – 846с.

2. Прокис Дж. Цифровая связь. Пер. с англ./ Под ред. Д.Д. Кловского.- М.: Радио и связь, 2000.- 800 с.: ил.

3. Финк Л.М. Теория передачи дискретных сообщений. 2-е изд., переработанное, дополненное. - М.: Советское радио, 1970. — 728 с.