

《数字信号处理》

课程 MATLAB 训练

中山大学电子与信息工程学院

李凡、王玮、殷明珠

2024 年 9 月 25 日

目录

1. 脉冲成型
2. 正交归一化
3. 色散补偿
4. 匹配滤波
5. CMA均衡
6. 频偏补偿
7. 相噪补偿

脉冲整形

脉冲信号整形，使信号更适合信道传输。利用根升余弦滤波器对脉冲进行整形，其中根升余弦滤波器频域表达式如下：

$$\text{修改前: } H(f) = \begin{cases} 1, & |f| \leq \frac{1-\beta}{2T_s} \\ 0.5 \left[1 + \cos\left(\frac{\pi T_s}{\beta} \left[|f| - \frac{1-\beta}{2T_s} \right] \right) \right], & \frac{1-\beta}{2T_s} \leq |f| \leq \frac{1+\beta}{2T_s} \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\text{修改后: } H(f) = \begin{cases} 1, & |f| \leq \frac{1-\beta}{2T_s} \\ \sqrt{0.5 \left[1 + \cos\left(\frac{\pi T_s}{\beta} \left[|f| - \frac{1-\beta}{2T_s} \right] \right) \right]}, & \frac{1-\beta}{2T_s} \leq |f| \leq \frac{1+\beta}{2T_s} \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

参考文献:

[1] 樊昌信 曹丽娜.通信原理(第6版)[M].国防工业出版社,2007.

正交归一化

格拉姆-施密特正交归一化(GSOP): 减弱器件的差异性导致IQ信号不正交。假设 $r_I(t)$ 和 $r_Q(t)$ 表示接收信号的非正交IQ分量,而 $I_{out}(t)$ 和 $Q_{out}(t)$ 则表示经过GSOP算法处理后的正交IQ分量,那么有:

$$I_{out}(t) = \frac{r_I(t)}{\sqrt{P_1}}$$

$$Q'(t) = r_Q(t) - \rho \frac{r_I(t)}{P_1}$$

$$Q_{out}(t) = \frac{Q'(t)}{\sqrt{P_Q}}$$

其中相关系数 $\rho = E(r_I(t)^* r_Q(t))$, $P_1 = E\{r_I^2(t)\}$, $P_Q = E\{Q'^2(t)\}$

参考文献:

[1] 余建军,迟楠,陈林著,基于数字信号处理的相干光通信技术.

色散补偿

色散补偿算法原理：

在光纤中的传输信号由于含有不同的频率成分或模式成分，经光纤传输后信号脉冲会因群速度不同而展宽，从而引起信号失真，这种物理现象称之为色散。从机理上说，光纤色散分为材料色散、波导色散和模式色散。光纤色散的普遍存在使得传输的信号脉冲存在畸变，从而限制了光纤的传输容量和传输带宽。在传统的相干通信系统中，采用基于色散光纤的光色散补偿或者数字信号处理算法的电色散补偿方式均可实现对光纤色散补偿，但后者具备成本更低、灵活度高、且对光纤非线性效应容忍度更高的优势，因此，基于数字信号处理算法的色散补偿方案如今被广泛应用。

光作为一种电磁波与电介质的束缚电子相互作用时，介质的响应通常与光波的频率 ω 相关，它表明折射率 $n(\omega)$ 对频率的依附关系。在数学上，光纤的色散效应可以通过在中心频率 ω_0 处展开成传播常数 β 的泰勒级数来描述，

$$\beta(\omega) = n(\omega) \frac{\omega}{c} = \beta_0 + \beta_1(\omega - \omega_0) + \frac{1}{2} \beta_2(\omega - \omega_0)^2 + \dots, \beta_m = \left(\frac{d^m \beta}{d\omega^m} \right)_{\omega=\omega_0}, m = 0, 1, 2, \dots \quad (2-1)$$

其中， β_1 ， β_2 ，和折射率 n 有关

$$\beta_1 = \frac{n_g}{c} = \frac{1}{v_g} = \frac{1}{c} \left(n + \omega \frac{dn}{d\omega} \right) \quad (2-2)$$

$$\beta_2 = \frac{1}{c} \left(2 \frac{dn}{d\omega} + \omega \frac{d^2 n}{d\omega^2} \right) \quad (2-3)$$

n_g 是群折射率， v_g 是群速度，光脉冲包络以群速度运动。参量 β_2 表示群速度色散，与脉冲展宽相关。光纤色散一般用色散系数 D 进行量化，单位为 ps/nm/km，表示带宽 $\Delta\lambda$ 为 1nm 的光信号脉冲经过 1km 光纤传输后脉冲展宽的程度。

$$\Delta T = D \cdot \Delta\lambda \cdot L \quad (2-4)$$

同时，

$$D = \frac{d\beta_1}{d\lambda} = \frac{2\pi c}{\lambda^2} \beta_2 \approx -\frac{\lambda}{c} \frac{d^2 n}{d\lambda^2} \quad (2-5)$$

根据单模光纤内光脉冲传输的非线性薛定谔方程

$$j \frac{\partial A}{\partial z} - j \frac{\alpha}{2} A + \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial T^2} - \gamma |A|^2 A \quad (2-6)$$

A 为脉冲包络的慢变振幅, $T=t-z/v_g$ 是随脉冲以群速度 v_g 移动的参考系中的时间度量。式(2-6)三项分别对应光脉冲在光纤传输中的吸收效应、色散效应和非线性效应。根据入射脉冲的初始宽度 T_0 和峰值功率 P_0 决定脉冲在光纤传输过程中是色散还是非线性效应起主要作用。在此, 我们忽略非线性效应, 认为色散起主要作用, 引入一个对初始脉冲宽度 T_0 归一化的时间度量

$$\tau = \frac{T}{T_0} = \frac{t-z/v_g}{T_0} \quad (2-7)$$

并引入归一化振幅 U

$$A(z, t) = \sqrt{P_0} e^{-\alpha \tau / 2} U(z, \tau) \quad (2-8)$$

因此, 根据式(2-6)~(2-8)可得到脉冲的归一化振幅 $U(z, \tau)$ 应满足

$$j \frac{\partial U}{\partial z} = \frac{\beta_2}{2T_0^2} \frac{\partial^2 U}{\partial \tau^2} \quad (2-9)$$

将(2-5)式代入式(2-9), 取 $T_0=1$

$$\frac{\partial U}{\partial z} = -\frac{j}{2} \frac{-D\lambda^2}{2\pi c} \frac{\partial^2 U(z, \tau)}{\partial \tau^2} = j \frac{D\lambda^2}{4\pi c} \frac{\partial^2 U(z, \tau)}{\partial \tau^2} \quad (2-10)$$

式(10)得到光纤色散对信号包络 $U(z, \tau)$ 影响的偏微分方程, 其中, z 表示传输距离, τ 表示时间归一化参量, D 表示光纤色散系数, λ 表示光波波长, c 表示光速。对上式的一种直接求解方法是对其进行傅里叶变换得到频域传输方程

$$G(z, \omega) = \exp(j \frac{Dz\lambda^2}{4\pi c} \omega^2) \quad (2-11)$$

因此, 根据式(2-11)便可得到频域的色散补偿函数

$$G_{CDC}(z, w) = \exp(-j \frac{Dz\lambda^2}{4\pi c} \omega^2) \quad (2-12)$$

在利用频域色散补偿时, 通常采用重叠保留的方法来降低此方法的计算复杂度 (参考文献[3]), 其具体方案如图 2-3 所示: 将收到的时域信号分为若干个块长为 N_T 的子块, 注意, 每个子块间存在 $2*N_c$ 长度的重叠。接着, 对每个子块进行

频域的色散补偿，再将色散补偿后每个子块的中间 $N_T - 2 * N_c$ 部分的数据进行拼接，形成最终的数据。

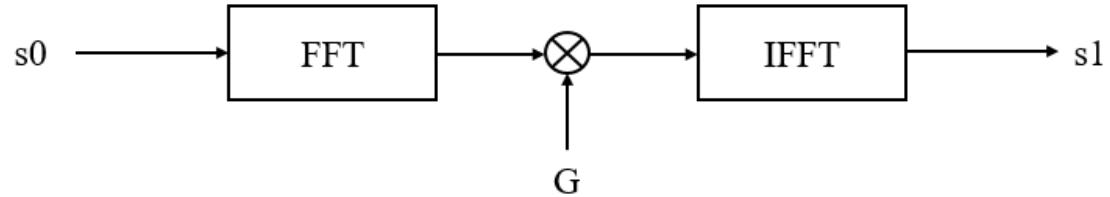


图 2-1. 频域色散补偿框图

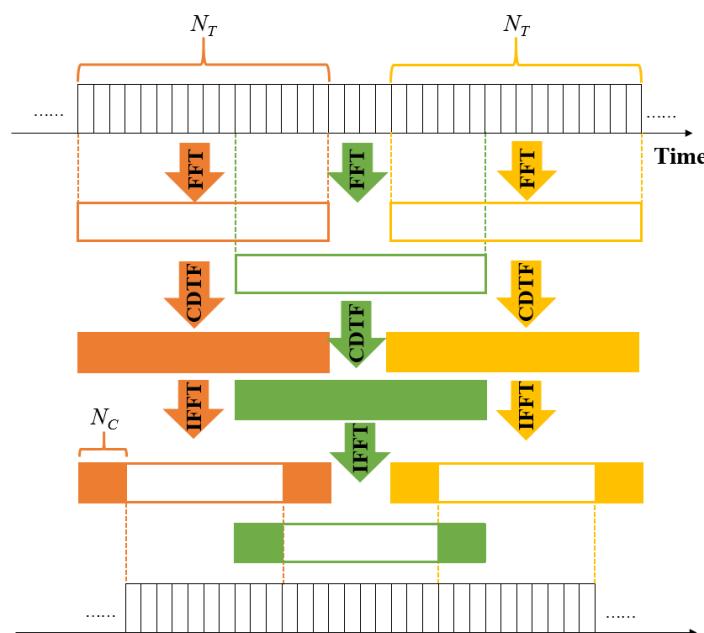


图 2-2. 重叠保留法频域色散补偿

要求：实现对传输 50km 光纤后的信号进行频域色散补偿。

参考文献：

- [1] G. Agrawal, Nonlinear Fiber Optics, Academic Press, 2001.
- [2] G. Goldfarb, G. Li. “Chromatic Dispersion Compensation Using Digital IIR Filtering with Coherent Detection”. IEEE Photonics Technol. Letter., 19(13), 969-971, 2007.
- [3] R. Kudo, K. Ishihara. “Coherent Optical Single Carrier Transmission Using Overlap Frequency Domain Equalization for Long-haul Optical Systems”. J. Lightwave Technol., 27(16), 3721-3728, 2009.

匹配滤波

最大化采样点信噪比。匹配滤波器的形式为：

$$S(f) = H^*(f)$$

其中 $H(f)$ 表示脉冲成型滤波器。

参考文献：

- [1] 樊昌信 曹丽娜.通信原理(第6版)[M].国防工业出版社,2007.

基于恒模算法(CMA)的信道均衡

CMA 主要算法原理：

由于光场有两个独立的偏振态，因此为了提升光纤通信系统的速率和频谱利用率，我们可以让光的不同偏振态承载不同的信号比特，从而实现偏振复用。偏振复用技术的应用可以使通信速率和系统谱效率提升一倍。然而，在光纤传输的过程中，光信号的偏振状态会发生随机的变化，导致两个偏振上的信号会相互串扰。此外，信号还会受到收发端器件的带宽限制的影响，从而引起相邻符号间的串扰，即码间串扰 (ISI)。

为了解决偏振串扰问题以及消除码间串扰，我们常用基于 CMA 算法的 2×2 多入多出 (MIMO) 均衡器的结构，用来实现解偏振复用与信道均衡。该均衡器原理框图如图 4-1 所示。

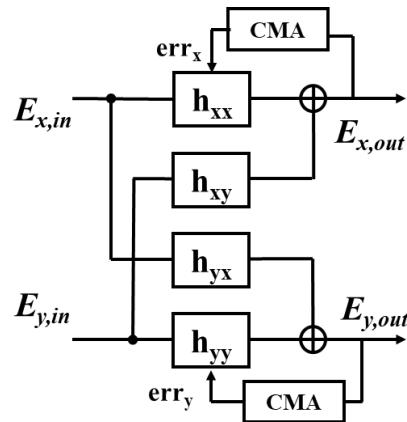


图 4-1 CMA 均衡原理框图

其均衡过程可以描述为：

$$E_{x,out}(n) = \sum_{k=-N}^N h_{xx}(n)E_{x,in}(n-k) + \sum_{k=-N}^N h_{xy}(n)E_{y,in}(n-k) \quad (4-1)$$

$$E_{y,out}(n) = \sum_{k=-N}^N h_{yx}(n) E_{x,in}(n-k) + \sum_{k=-N}^N h_{yy}(n) E_{y,in}(n-k) \quad (4-2)$$

其中 $E_{x,in}(n)$ 和 $E_{y,in}(n)$ 为输入到 CMA 中 X、Y 偏振信号, $h_{xx}(n)$ 、 $h_{xy}(n)$ 、 $h_{yx}(n)$ 和 $h_{yy}(n)$ 为 FIR 滤波器系数, 其长度为 $2N+1$ 。滤波器抽头的更新过程如下:

$$\begin{aligned} h_{xx}(n+1) &= h_{xx}(n) + \mu \cdot \left(1 - |E_{x,out}(n)|^2\right) E_{x,out}(n) \cdot E_{x,in}^*(n) \\ h_{xy}(n+1) &= h_{xy}(n) + \mu \cdot \left(1 - |E_{x,out}(n)|^2\right) E_{x,out}(n) \cdot E_{y,in}^*(n) \\ h_{yx}(n+1) &= h_{yx}(n) + \mu \cdot \left(1 - |E_{y,out}(n)|^2\right) E_{y,out}(n) \cdot E_{x,in}^*(n) \\ h_{yy}(n+1) &= h_{yy}(n) + \mu \cdot \left(1 - |E_{y,out}(n)|^2\right) E_{y,out}(n) \cdot E_{y,in}^*(n) \end{aligned} \quad (4-3)$$

要求: VPI 中在发射端加入一个带宽为 12GHz 的低通滤波器, 实现对传输 50km 光纤后的信号进行解偏振串扰和信道均衡。

参考文献:

- [1] S. J. Savory, "Digital filters for coherent optical receivers," *Optics Express*, vol. 16, no. 2, 2008.
- [2] I. Fatadin, D. Ives, and S. J. Savory, "Blind Equalization and Carrier Phase Recovery in a 16-QAM Optical Coherent System," *Journal of Lightwave Technology*, vol. 27, no. 15, 2009.

基于 Viterbi-Viterbi (V-V) 的频偏估计算法

频偏估计算法原理:

在实际通信系统中，本振光和信号光的频率并不锁定，一方面本身就可能存在一定的频率偏移，从几兆赫兹到几百兆赫兹甚至吉赫兹不等；另一方面，信号光和本振光随环境温度等条件的变化会有频率漂移效应。这种频率偏差，会对信号光引起较大的相位旋转，直至淹没信号本身的相位信息。另一方面，由于激光器线宽的存在，引入了相位噪声，这种噪声以一定的变化速率随机改变，造成了星座点的拖尾、延长和混叠。这两种损伤都将导致信号质量的劣化。

基于经典的 Viterbi-Viterbi (V-V) 算法的载波恢复算法可以有效补偿 QPSK 调制格式系统中的频偏。下面简单介绍该算法的原理。

在仅考虑频偏和激光器相位噪声的情况下，接收到的第 n 个码元可表示为：

$$S_n = \exp(j(a_n + 2\pi\Delta f n T_s + \theta_n)) \quad (5-1)$$

其中， a_n 为原始信号相位， Δf 为发射机和本振激光器之间的频偏， T_s 为码元采样间隔， θ_n 为激光器相位噪声。

对于这个算法来说，第一步需要对信号进行频偏估计，因为频偏估计必须在相位估计之前进行。由于频偏会引起相邻采样之间的相位差，那么只需要估计连续采样之间的相位差就可以计算出频偏。

QPSK 信号的频偏估计系统框图如图 5-1 所示。该算法实现的前提条件是 QPSK 信号的各调制相位之差的四倍为一个恒定不变的相位值。首先通过对前后相邻的两个符号之间的相位差做四倍运算，去除调制相位之差，然后对前 M 个符号的噪声相位进行平均得到频偏估值。

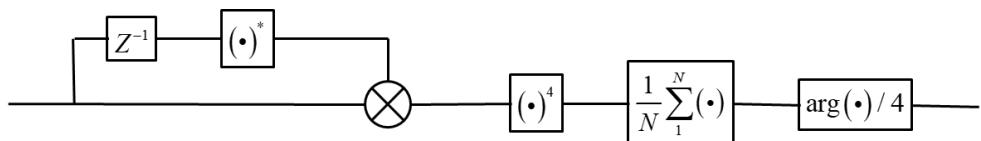


图 5-1 基于 V-V 的频偏估计流程框图

具体算法流程如下：

- 首先将接收到的信号 S_n 乘上他前一个信号的复共轭 S_{n-1}^* ，得到的复数 d_n 的相位是两个码元的相位差：

$$d_n = S_n \cdot S_{n-1}^* = \exp \left\{ j \left[a_n - a_{n-1} + 2\pi \Delta f T_s + \theta_n - \theta_{n-1} \right] \right\} \quad (5-2)$$

这里，前后码元之间的激光器相位噪声可以忽略不记，即 $\theta_n - \theta_{n-1} \approx 0$ 。

2. 将 d_n 做四次方运算得到：

$$d_n^4 = \exp \left\{ j \left[4(a_n - a_{n-1}) + 2\pi \Delta f T_s \cdot 4 \right] \right\} \quad (5-3)$$

其中 $(a_n - a_{n-1}) \in \{\pm\pi/4, \pm 5\pi/4\}$ ，因此有 $\exp \{j4(a_n - a_{n-1})\} = 1$ 。则：

$$d_n^4 = \exp \left\{ j \left[2\pi \Delta f T_s \cdot 4 \right] \right\} = \exp \{j4\Delta\phi\} \quad (5-4)$$

3. 计算频偏：

$$\Delta\phi = \arg(d_n^4) / 4 \quad (5-5)$$

要求：在 VPI 中给接收端的激光器加入 1GHz 的频偏，在 MATLAB 中进行频偏补偿。

参考文献：

- [1] Y. Cao, et al., "Frequency Estimation for Optical Coherent MPSK System Without Removing Modulated Data Phase," IEEE Photonics Technology Letters, vol. 22, no. 10, 2010.

基于 V-V 算法的相位噪声估计与补偿

相位噪声估计：

在经典的相位补偿算法中，常用 V-V 算法来补偿 QPSK 系统中的相位噪声。其原理框图如图 6-1 所示。

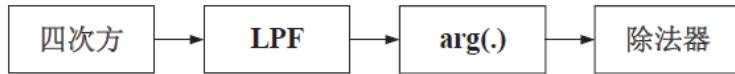


图 6-1 基于 V-V 算法的相位噪声估计流程框图

设接收信号的相位为：

$$\theta_k = \theta_s(k) + \Delta\omega k T_i + \theta_n + \theta_{ASE} \quad (6-1)$$

其中 $\Delta\omega k T_i$ 经前面频偏估计除去了，将剩下的经过四次方运算：

$$V^4(k) = \exp\{j4\theta_s(k)\} \cdot \exp\{j4\theta_n\} \cdot \exp\{j4\theta_{ASE}\} \quad (6-2)$$

对于 QPSK，其信号相位的取值范围为 $\{\pm\pi/4, \pm 5\pi/4\}$ ，则四次方运算可以消除信号相位。将前后 N 个经过四次方的符号进行相加，提取其角度则可得相偏：

$$\theta_e = \frac{1}{4} \cdot \arg \left[\sum_{i=1}^N V^4(i) \right] \quad (6-3)$$

修正前：

象限判断：

若 $\text{real}(V^4) < 0$ 且 $\text{imag}(V^4) < 0$ ，则 $\theta_e = \theta_e - \pi$ ；

若 $\text{real}(V^4) < 0$ 且 $\text{imag}(V^4) > 0$ ，则 $\theta_e = \theta_e + \pi$ ；

若 $\text{real}(V^4) > 0$ ，则 $\theta_e = \theta_e$ 。

修正后：

对于相位噪声估计算法，可能会出现相位模糊的问题。如基于 4 次方的相位噪声估计算法，当累计的相位噪声值超过 $(-\pi/4, \pi/4)$ 范围时，相位噪声值会跳变回周期内，从而发生相位噪声估计的跳变，无法正确跟踪相位噪声的变化 [2]。

为了防止估计的相位噪声值发生跳变，需要相位解扰模块对估计的相位值进行解扰。相位噪声符合维纳过程，相邻符号的相位噪声值变化不大，如果在进行相位噪声估计的过程中算出相邻符号的相位噪声值相差比较大，就要对其进行纠正。

因此可以利用相邻符号相位噪声相差不大的特点设计出相位噪声的解扰方法，从而提高相位噪声估计值的精确度 [2]。

具体解扰方程如下：

$$\theta_e(n+1) = \begin{cases} \theta_e(n+1) + \pi/2, & \theta_e(n+1) - \theta_e(n) < -\pi/4 \\ \theta_e(n+1) - \pi/2, & \theta_e(n+1) - \theta_e(n) > \pi/4 \\ \theta_e(n+1), & \text{其他} \end{cases}$$

要求：在 VPI 中给激光器加入 100kHz 的线宽，在 MATLAB 中进行相噪补偿。

参考文献：

[1] S. O. Zafra, et al., “Phase noise tolerance study in coherent optical circular QAM transmissions with Viterbi carrier phase estimation,” Optics Express, vol. 22, no. 25, 2014.

[2] 王红恩. 相干光通信系统中载波频偏和相位恢复算法研究 [D]. 北京邮电大学, 2019.