راهنمای حل عددی معادله ی مرتبه ی اول به روش

Euler-RK4

دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی

دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

فهرست مطالب

پیش نیاز

برای اجرای این برنامه نیاز به JRE دارید.

توضیح مختصری از روش ها

اویلر

در زمان t_0 شروع می‌کنیم. مقدار $y(t_0+h)$ را می‌توان توسط $y(t_0)$ بعلاوه زمان تغییر حالت ضرب در شیب تابع تقریب زد؛ که مشتق $y(t)$ است.

ما این تقریب را $y^*(t)$ می‌نامیم.

بنابرین اگر بتوانیم مقدار dy/dt را در زمان t_0 محاسبه کنیم، می‌توانیم مقدار تقریبی y در زمان t_0+h را حدس بزنیم. سپس این مقدار جدید $y(t_0)$ را استفاده کرده، دوباره dy/dt را حساب و این کار را تکرار می‌کنیم. به این روش متد اویلر می‌گویند.

توسط این پیش زمینه ساده روش اویلر برای معادلات دیفرانسیل مرتبه اول به صورت زیر است:

۱) در زمان t_0 شروع کنید، یک مقدار برای h در نظر بگیرید، سپس شرایط ابتدایی $y(t_0)$ را حساب کنید.

۲) از طریق $y(t_0)$ مشتق $y(t)$ را در زمان $t= t_0$ حساب کنید. آن را k1 بنامید.

۳) از این مقدار، مقدار تقریبی $y^*(t_0+h)$ را حساب کنید.

۴) قرار دهید $t_0=t_0+h$ و $y(t_0)=y(t_0+h)$

۵) مراحل ۲ تا ۴ را آنقدر تکرار کنید تا جواب به دست آید.

رانگ-کوتا

معادله دیفرانسیل عادی زیر را با شرط اولیه داده شده را در نظر بگیرید:

$$y' = f(t, y), \quad y(t_0) = y_0$$

برای بدست آوردن مقدار تابع y در یک واحد زمان جلوتر از رابطه زیر استفاده می‌شود:

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{6}\left(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4\right)$$

که در آن:

$$\begin{aligned}
k_1 &= f\left(t_n, y_n\right) \\
k_2 &= f\left(t_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{h}{2}k_1\right) \\
k_3 &= f\left(t_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{h}{2}k_2\right) \\
k_4 &= f\left(t_n + h, y_n + hk_3\right)
\end{aligned}$$

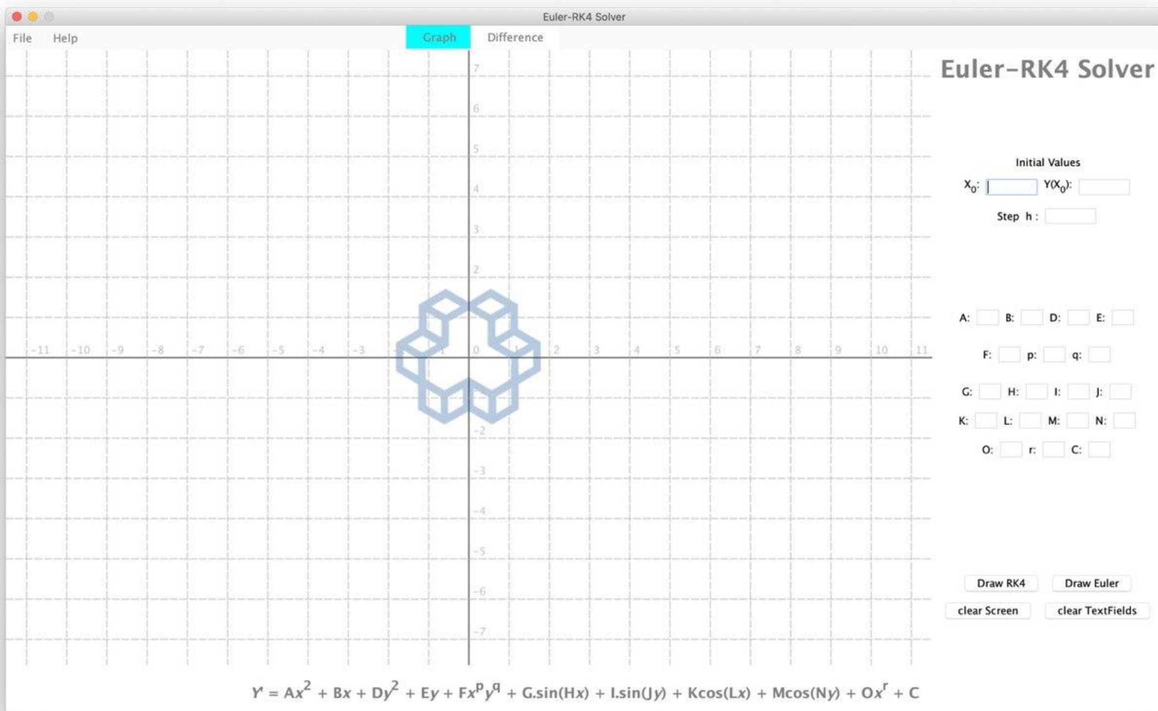
و h بازه زمانی است. انتخاب مقدار واحد زمانی بر اساس مقدار دقت مورد نیاز صورت می‌گیرد. هر چه مقدار واحد زمانی مورد استفاده کمتر باشد دقت روش رونگه-کوتا بالاتر می‌رود. البته با کاهش مقدار واحد زمانی از یک سو تعداد مراحل محاسبه و در نتیجه حجم محاسبات افزایش می‌یابد و از سوی دیگر خطای گرد کردن نیز افزایش می‌یابد.

رونگه-کوتای مرتبه چهار متعلق به خانواده رونگه-کوتاهای صریح می باشد.

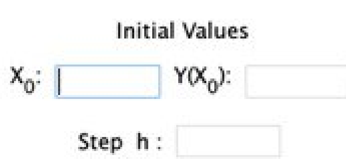
آموزش استفاده از نرم افزار

برای استفاده ابتدا آن را دانلود نموده و سپس فایل jar. را اجرا نمایید.

پس از اجرای برنامه صفحه ای مانند شکل زیر مشاهده خواهید کرد که در آن تابعی اولیه در پایین به همراه ضرایبی از A تا r وجود دارند که می توان آن ها را در سمت راست صفحه مقداردهی کرد.

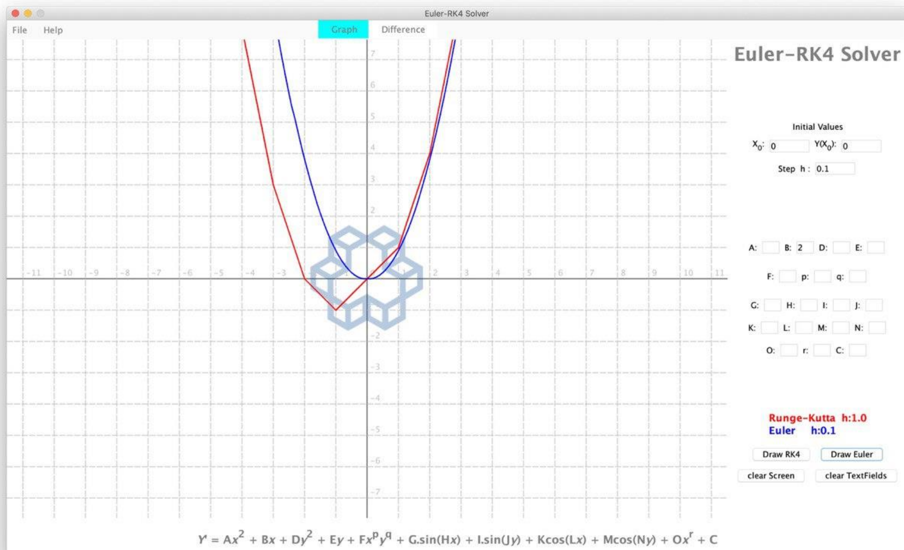


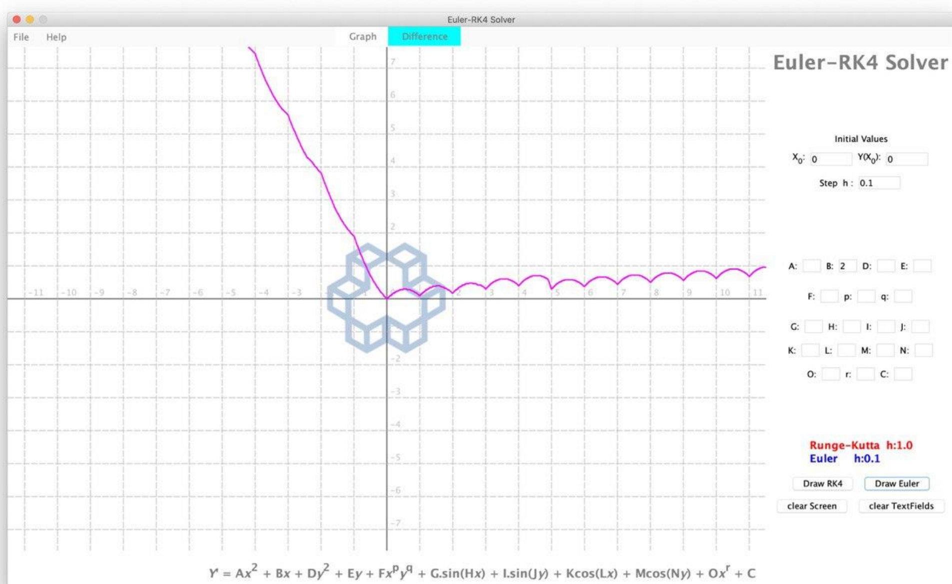
در سمت راست همچنین فضایی برای مقداردهی مقادیر اولیه و گام به دست آوردن تابع وجود دارد.



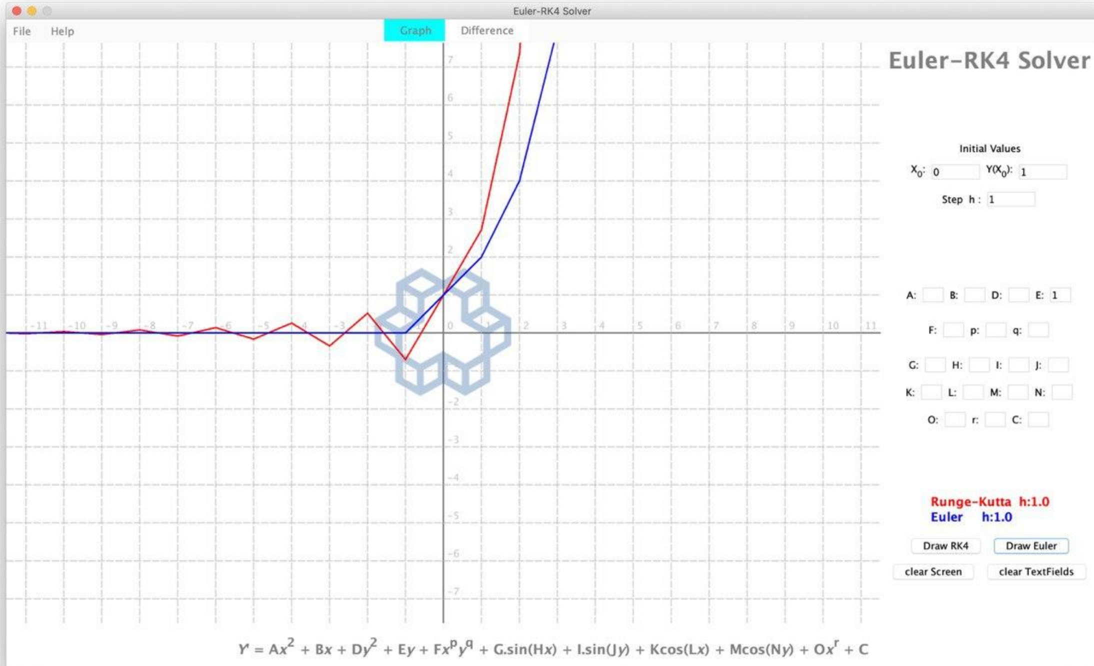
در سمت راست پایین، چهار دکمه برای رسم تابع به روش اویلر و رانگ-کوتا، پاک کردن صفحه و پاک کردن مقادیر داده شده به ضرایب و مقادیر اولیه وجود دارد.

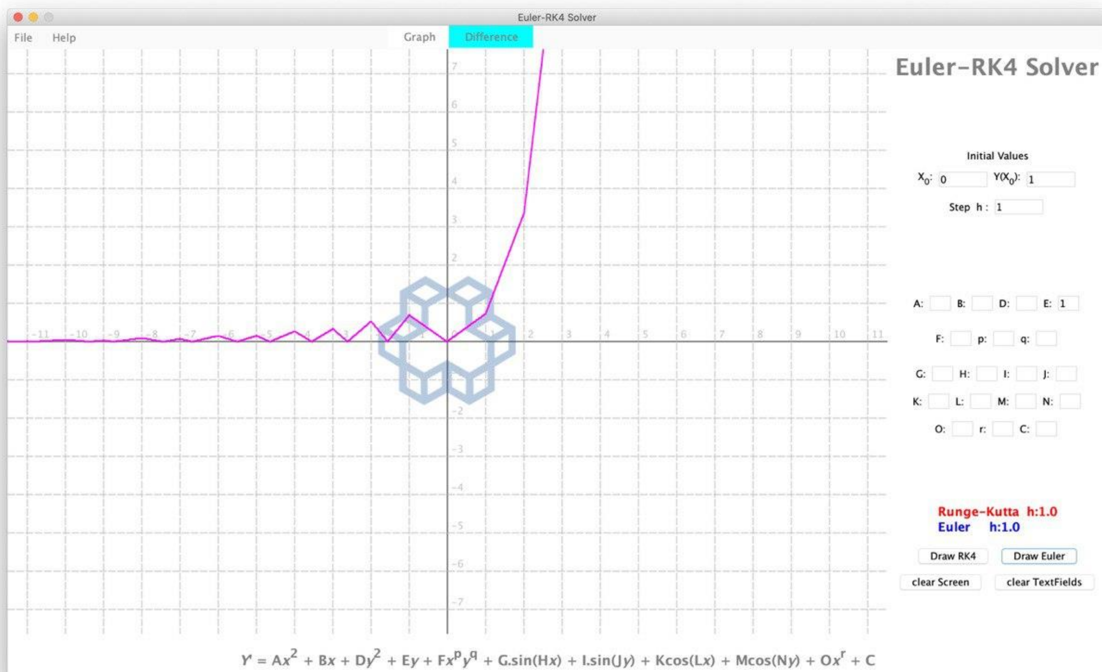
مثال: تابع y'=2x به روش رانگ-کوتا با گام ۱ و اویلر با گام ۰/۱ رسم شده اند. در سربرگ graph می توان نمودار دو تابع و همچنین در سربرگ difference می توان اختلاف دو تابع رسم شده را مشاهده کرد.



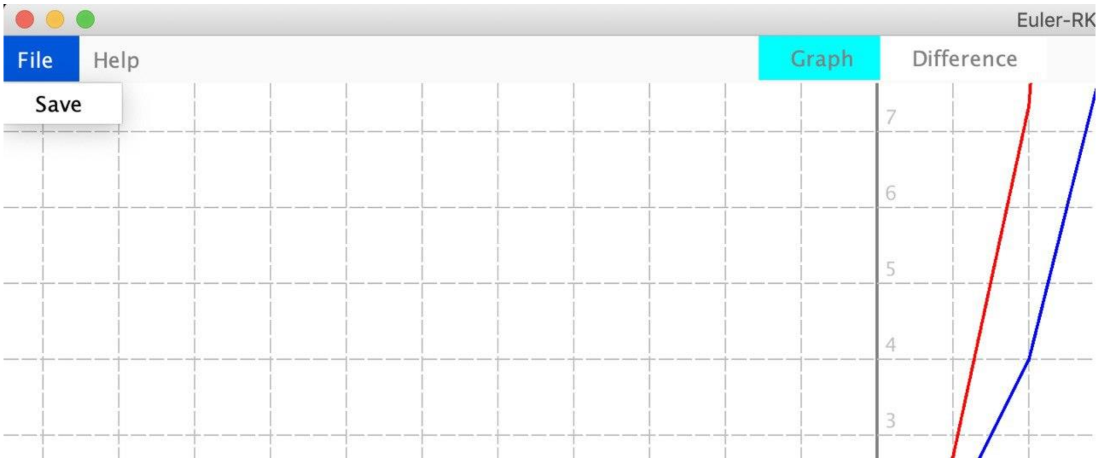


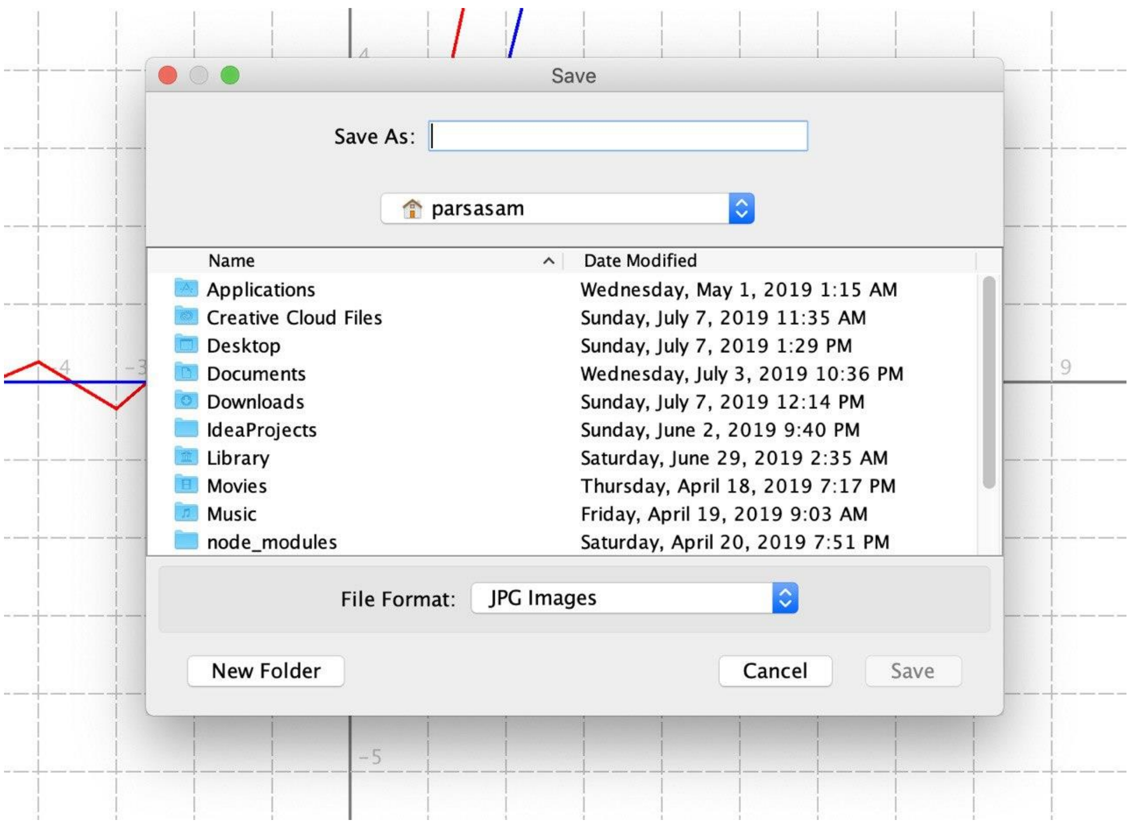
مثال دیگر: تابع y'=y به روش رانگ-کوتا با گام ۱ و به روش اویلر با گام ۱ رسم شده اند. در سربرگ graph می توان نمودار دو تابع مشاهده کرد.





می توان در سمت چپ بالا با انتخاب فایل و save as نمودارها را ذخیره کرد.


Euler-RK
File
Help
Graph
Difference
Save
7
6
5
4
3


Save
Save As:
parsasam
Name
Date Modified
Applications
Wednesday, May 1, 2019 1:15 AM
Creative Cloud Files
Sunday, July 7, 2019 11:35 AM
Desktop
Sunday, July 7, 2019 1:29 PM
Documents
Wednesday, July 3, 2019 10:36 PM
Downloads
Sunday, July 7, 2019 12:14 PM
IdeaProjects
Sunday, June 2, 2019 9:40 PM
Library
Saturday, June 29, 2019 2:35 AM
Movies
Thursday, April 18, 2019 7:17 PM
Music
Friday, April 19, 2019 9:03 AM
node_modules
Saturday, April 20, 2019 7:51 PM
File Format:
JPG Images
New Folder
Cancel
Save

درباره ما

تهیه شده توسط:

پارسا صمدنژاد محمدرضا کلاگر

تحت نظارت دکتر هادی علی اکبریان این پروژه صورت گرفته است.

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی