**МОДЕЛИРОВАНИЕ**

**Методические указания**

**к лабораторным работам**

Краковский Юрий Мечеславович

д.т.н., профессор

**Иркутск-2021**

**Оглавление**

Лабораторная работа №1 «Основные модели систем

массового обслуживания (СМО**)**»…………… ……………………… 3

**Лабораторная работа №1**

**«Основные модели систем массового обслуживания (СМО)»**

***Цель работы*** – ознакомиться с технологией оценки показателей эффективности систем массового обслуживания на основе аналитических моделей.

**Введение**

В теории массового обслуживания основной задачей является нахождение вероятности того, что в системе находится k заявок

Pk=P[Ek]=lim Pk(t) при t→∞; ∑Pk=1.

Зная эти вероятности, находят показатели эффективности, а далее, при необходимости, значения экономических критериев.

Здесь E={E0, E1, ..., Ek..} – множество состояний СМО, Ek – состояние системы, заключающееся в том, что в ней находится k заявок (требований). Общее число состояний Sо может быть конечным или счетным.

Далее мы величиной λ будем обозначать интенсивность входного потока, μ - параметр закона для времени обслуживания; α=λ/μ=λ\*, где  – среднее время обслуживания.

Показатели эффективности СМО:

*Q* – пропускная способность;

*Ротк* – вероятность отказа в обслуживании;

*Роч* – вероятность появления очереди;

 – среднее число занятых приборов;

 – среднее число заявок в очереди;

 – среднее число заявок в системе;

 – среднее время нахождения заявки в очереди;

 – среднее время нахождения заявки в системе.

По дисциплине ожидания (по числу мест в очереди) СМО делятся на три основные группы:

а) без ожидания, если система обслуживания занята, то заявка не поступает на обслуживание и теряется (число мест в очереди равно 0);

б) с ожиданием, если система обслуживания занята, то заявка поступает в очередь (число мест в очереди равно ∞);

в) ограниченное ожидание, если система обслуживания занята, то заявка поступает в очередь. Если очередь по числу мест занята, то заявка теряется и не поступает на обслуживание (число мест в очереди равно m).

**Случай M/M/n/0**

*Sо=n+1*;

, , .

; ; ;

 - формула Литтла.



*Пример.* Найти показатели эффективности СМО при:

λ=2; μ=2; n=2; α=1.

Pk=bkP0, k=1,...,n;, b1=α,.

P0=0,4; P1=0,4; P2=0,2.

Pотк=0,2; Q=1,6; =0,8; =0,4.

С одной стороны в среднем из двух каналов занято 0,8, а с другой 20-ти процентам заявок отказано в обслуживании.

**Случай M/M/n/∞**

Sо=∞. Условие стационарности α<n (иначе очередь не ограничено растет).

, ; , ;

.

; ; ; ;

Pоч=- вероятность очереди (вероятность занятости системы);

;  - формулы Литтла.

*Пример.* Найти показатели эффективности СМО при:

λ=2; μ=2; n=2; α=1.

Pk=bkP0; , b1=α, k=1,...,n;

Pk=bkP0, k>n; , ; .

P0=1/3; P1=1/3; P2=1/6; P3=1/12; P4=1/24; ...

=1; Pоч=1/3; =1/6; =7/6; Q=2; =1/12; =7/12.

Наличие накопителя увеличило среднюю загрузку каналов до 1 и пропускную способность до 2.

**Случай M/M/n/m**

*Sо=n+m+1.*

, ;

, ;

.

; Pотк=Pn+m;

;

;;

;  - формулы Литтла.

*Пример.* Найти показатели эффективности СМО при:

λ=2; μ=2; n=2; m=1; α=1.

Pk=bkP0; , b1=α, k=1,...,n;

Pk=bkP0, k=n+1,...,n+m; , ; .

P0=4/11; P1=4/11; P2=2/11; P3=1/11.

Pотк=1/11; Q=20/11; =10/11; =1/11; =1; =1/22;  =1/2.

Снижение размера накопителя снизило среднюю загрузку каналов и уменьшило пропускную способность, но около 9-ти процентам заявок отказано в обслуживании. По сравнению с нулевым накопителем пропускная способность выше.

**Содержание лабораторной работы**

1. Вычислить показатели эффективности для 3-х моделей СМО, результаты внести в таблицу 1.
2. Убедится, что для 1-ой и 3-ей моделей сумма вероятностей равна 1.
3. Сделать сравнение и выводы.
4. Лабораторная работа рассчитана на два занятия.

Таблица 1

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| m | Pотк | Q |  | kn=(/*n*)·100 |  |
| 0 |  |  |  |  |  |
| 2 |  |  |  |  |  |
| ∞ |  |  |  |  |  |

**Варианты работ**

Таблица 2

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер варианта | λ | μ | n | m |
| 1 | 4,2 | 2 | 3 | 2 |
| 2 | 4,4 | 2 | 3 | 2 |
| 3 | 4,6 | 2 | 3 | 2 |
| 4 | 4,8 | 2 | 3 | 2 |
| 5 | 5,0 | 2 | 3 | 2 |
| 6 | 5,2 | 2 | 3 | 2 |
| 7 | 2,1 | 1 | 3 | 2 |
| 8 | 2,2 | 1 | 3 | 2 |
| 9 | 2,3 | 1 | 3 | 2 |
| 10 | 2,4 | 1 | 3 | 2 |
| 11 | 2,5 | 1 | 3 | 2 |
| 12 | 2,6 | 1 | 3 | 2 |
| 13 | 4,8 | 2 | 3 | 2 |
| 14 | 5,0 | 2 | 3 | 2 |
| 15 | 2,6 | 1 | 3 | 2 |
| 16 | 5,3 | 2 | 3 | 2 |
| 17 | 4,1 | 2 | 3 | 2 |
| 18 | 2,2 | 1 | 3 | 2 |
| 19 | 2,4 | 1 | 3 | 2 |
| 20 | 2,5 | 1 | 3 | 2 |
| 21 | 5,2 | 2 | 3 | 2 |
| 22 | 2,4 | 1 | 3 | 2 |
| 23 | 5,1 | 2 | 3 | 2 |
| 24 | 2,3 | 1 | 3 | 2 |

**Список контрольных вопросов**

1. При каких условиях входной поток является Пуассоновским.
2. По какому фактору классифицируются основные модели СМО, перечислить их и дать краткую характеристику.
3. Что такое условие стационарности, для какой модели оно имеет значение и почему.
4. Что оценивается по формулам Литтла.
5. Для какого случая справедлива формула Поллачека-Хинчина и что она вычисляет.
6. Что такое состояние, каким свойством обладают вероятности этих состояний.
7. Какие две компоненты взаимодействую в СМО.