



**UNIVERSIDAD SIMÓN BOLÍVAR**

**Computación Gráfica II**

**Coordinación de Ingeniería de la Computación**

---

***Trabajo escrito/práctico:***

*Fluidos.*

**Caracas, 1 de junio del 2014**

**Integrantes**

Leonardo Ramos

08-10921

Karen Troiano

09-10855

## Introducción al problema

En los años 1982 (*Tron*) y 1984 (*Last Starfighter*) aparecen en la gran pantalla las dos primeras películas con imágenes generadas por computadora, ambas películas no fueron más que fracasos comerciales debido al poco nivel de realismo o fotorealismo en ellas.

Cinco años más tarde (1989), *The Abyss* ganó el premio de Efectos Visuales de la Academia de Hollywood. La película produjo imágenes generadas por computadora fotorealistas, pero la escena más memorable era la de una criatura de agua que imitaba la cara de la protagonista (ver fig. 1). A partir de *The Abyss* las imágenes generadas por computadora adquirieron un papel central en películas computarizadas.



fig. 1: Escena más recordada de la película *The Abyss*.

En la actualidad, las imágenes generadas por computadora son de alta relevancia en la industria cinematográfica, pero también han colaborado en el avance y la perfección de los videojuegos que, actualmente, son el sector con mayor movimiento económico en la industria del entretenimiento, por encima incluso del cine.

Los avances en ambas industrias han ido acompañados de innovaciones tecnológicas tanto a nivel de hardware como de software, pero sobre todo se atrae al deseo de explorar e interactuar con el medio ambiente, haciendo que las simulaciones físicas se hayan vuelto más realistas.

Simulaciones como los fluidos permanecen poco comunes, en gran parte debido a la dinámica de fluidos que implican desafíos conceptuales y computacionales haciendo que su simulación resulte complicada o difícil de realizar. Este informe comienza una serie que explica la dinámica de fluidos y sus técnicas de simulación.

## ¿Qué es un fluido?

Un fluido es cualquier sustancia que puede tomar la forma de su recipiente y no se resiste a la deformación.

El término fluido, se puede referir a un líquido o un gas. La distinción entre líquidos y gases puede influir en cómo modelar el fluido, pero ambos obedecen las mismas fórmulas y comparten propiedades similares.

El humo, es realmente una combinación de un gas y pequeñas partículas en suspensión. Estas partículas siguen el movimiento del gas y generalmente se puede tratar el humo como una especie de gas, donde se puede variar alguna de sus propiedades, como la densidad o quizá su composición.

También, las reacciones químicas convierten el combustible en productos gaseosos calientes, a menudo el fuego se refiere a la expansión del combustible, ya que reacciona para formar un producto gaseoso caliente, dando así que se pueda tratar el fuego como una especie de gas, donde, al igual que el humo, basta variar alguna de sus propiedades.

## Formulación matemática o física para resolverlo

Para poder resolver el problema de la simulación de fluidos bajo un ambiente computacional, se necesitan:

- Una configuración inicial para el fluido en cuestión.
- Un escenario y su geometría bien definida.

Dado estos elementos, un simulador de fluidos podrá ir calculando la evolución de la dinámica de un fluido con el paso del tiempo. Para ello, se utilizan las ecuaciones generales sobre física de fluidos expuestas por Claude-Louis Navier y George Gabriel Stokes, que tratan de un conjunto de ecuaciones en derivadas parciales no lineales que describen el movimiento de un fluido. Estas ecuaciones rigen el comportamiento de la atmósfera terrestre, las corrientes oceánicas y el flujo alrededor de objetos, en general, cualquier fenómeno en el que se involucran fluidos.

Para comprender completamente las ecuaciones de Navier-Stokes, se deben tener claros los siguientes conceptos:

- Derivada sustancial o material, que se define como el operador:

$$\frac{D}{Dt}(\star) = \frac{\partial(\star)}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla)(\star)$$

Donde  $\mathbf{v}$  representa la velocidad del fluido; el primer término representa la variación de la propiedad en un punto del espacio (derivada **local**); mientras que el segundo representa la variación de la propiedad dado el cambio de la posición de la partícula fluida (derivada **conectiva**)

- Teorema del transporte de Reynolds, permite calcular la variación de una magnitud fluida ligada a una partícula fluida

$$\frac{d}{dt} \int_{V_f(t)} \phi \, d\Omega = \frac{d}{dt} \int_{V_c(t)} \phi \, d\Omega + \int_{S_c(t)} \phi (\mathbf{v} - \mathbf{v}_c) \cdot \mathbf{n} \, d\sigma$$

Donde  $\phi$  es la magnitud fluida extensiva definida por unidad de volumen,  $V_f$  es un volumen fluido,  $V_c$  es un volumen de control,  $S_c$  es una superficie de control y  $\mathbf{n}$  es el vector normal (que apunta hacia afuera) a dicha superficie.

Las ecuaciones de Navier-Stokes se definen de la siguiente forma:

$$\rho \frac{Du_i}{Dt} = \rho F_i - \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} [2\mu (e_{ij} - \Delta \delta_{ij}/3)]$$

*(Ley de conservación del momento lineal)*

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial x_i} = 0$$

*(Ley de conservación de la masa)*

donde:

- $\rho$  representa la densidad.
- $U_i$  (para  $i = 1, 2, 3$ ) representa las componentes cartesianas de la velocidad.
- $F_i$  representa las fuerzas aplicadas sobre el cuerpo.
- $P$  la presión del fluido.
- $\mu$  la viscosidad dinámica.
- $e_{ij}$  representa la divergencia del fluido.
- $\delta_{ij}$  representa la Delta de Kronecker.
- $D/Dt$  es la derivada total o material siguiendo el fluido.

## Métodos para la solución del problema

Para resolver las ecuaciones de Navier-Stokes se propone un algoritmo llamado SIMPLE, que utiliza una ecuación adicional que hace las veces de enlace entre la velocidad ( $U_i$ ) y la presión ( $P$ ).

El algoritmo SIMPLE se explica en el esquema de la Figura 2 y comienza con la suposición inicial que permite solucionar el sistema de ecuaciones lineales producto de la discretización de la ecuación de momentum para obtener unos valores aproximados de velocidad. Estos valores preliminares luego se corrigen usando la forma simplificada de la ecuación de momentum (ver fig. 3) hasta que la solución converge.

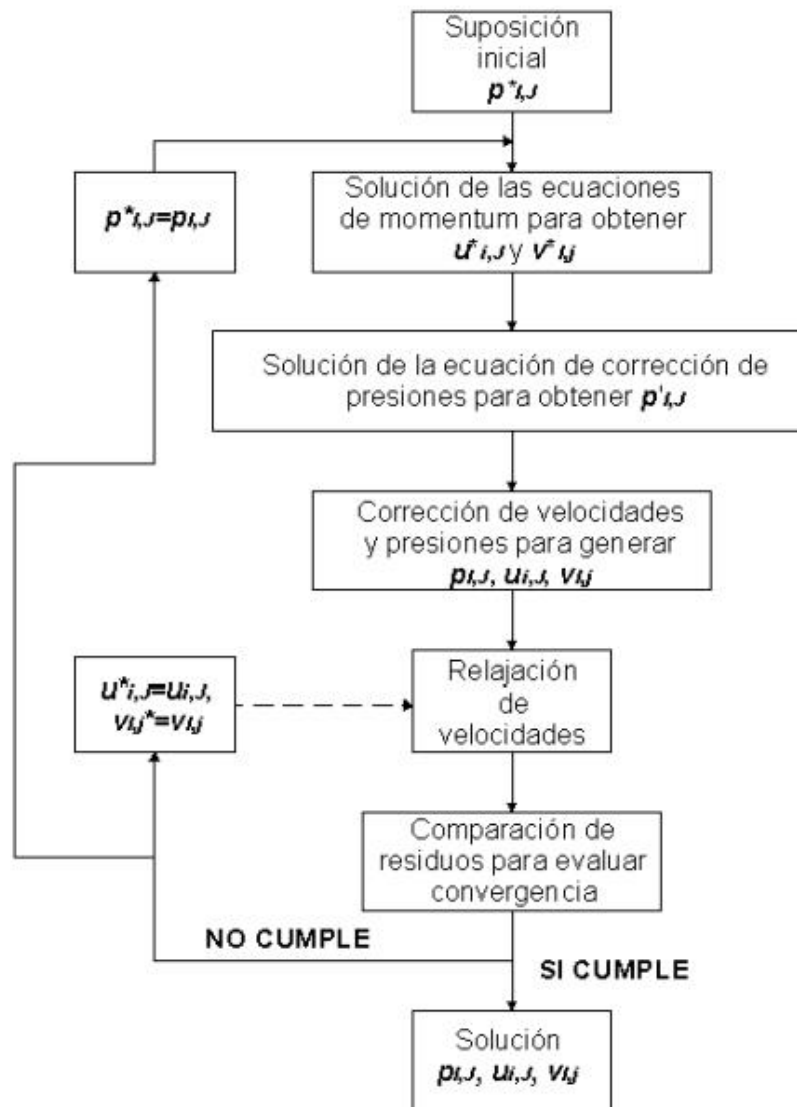


fig. 2: Esquema del algoritmo SIMPLE para ecuación de Navier-Stokes.

$$a_{i,J}u_{i,J}^* - \sum_{l=1}^{N+2} (au^*)_l = - \sum_{l=1}^N (p^*n_x\Delta S)_l + \bar{S}$$

fig. 3: Ecuación simplificada del momentum.

En Maya 4.5 se añadió un simulador de fluidos realista basado en la simplificación de las ecuaciones de Navier-Stokes para la simulación de fluidos, logrando facilidades para la simulación de elementos como el humo, el fuego, las nubes, explosiones, el agua, el magma o barro.



fig. 4: Simulación de fuego generada en Maya (**copyright:** Leonardo Ramos, Karen Troiano).

Existen otros métodos para la simulación de fluidos como el Método de Lattice Boltzmann, que presenta un esquema de colisión y traspaso sobre las celdas de un grid regular. Básicamente, el objetivo de este método es el de simular el comportamiento de un fluido a nivel microscópico, representando la interacción entre las partículas del mismo, el famoso paquete de código abierto Blender posee este método en la práctica.

## Aplicaciones en la computación gráfica

Actualmente, las imágenes generadas por computadora son de alta relevancia en la industria cinematográfica y de los videojuegos para simular con naturalidad la forma en que el espectador sienta un total realismo ante sus propios ojos sin la previa sospecha de una simulación.

Entre otras aplicaciones secundarias de la simulación de fluidos se puede mencionar la creación de anuncios publicitarios en los que realizar una simulación permite reducir los costos y permite una flexibilidad a la hora de probar diferentes combinaciones de velocidades, densidades, entre otros parámetros, y así poder lograr un mayor impacto en algún sector de mercado.

Existen otras áreas en las que son de gran importancia estos métodos de simulación de fluidos, empezando por áreas de investigación y pruebas de maquinarias que trabajan con fluidos.



**fig. 5:** Simulación de inundación en la película “El día después de mañana”.



## Técnicas para tiempo real (Real time)

La simulación de fluidos en tiempo real (usualmente utilizada en videojuegos) se basa en un método llamado Smoothed-particle hydrodynamics (SPH) propuesto y desarrollado por R. Gingold y J. Monaghan, inicialmente pensado para resolver problemas astrofísicos. Este método se basa en el modelo de LaGrange, en el que el eje de coordenadas se mueve con el fluido, y permite ser modificado con respecto a variables como la densidad.

Este método presenta varios beneficios en comparación con técnicas tradicionales basadas en grid:

1. Se garantiza la conservación de masa sin tener que realizar cálculos extras ya que las partículas representan la masa en sí.
2. Se computa la presión dada los pesos de las contribuciones de partículas vecinas, lo que implica no tener que resolver sistemas de ecuaciones lineales.
3. En las técnicas basadas en grid, se tiene que calcular los límites del fluido. SPH por su parte crea una superficie en la que interactúan solo dos tipos de fluidos, el más denso (usualmente agua) y el menos denso (usualmente aire).

Por estas 3 razones, se hace posible simular el movimiento de fluidos en tiempo real. Sin embargo, ambas técnicas todavía requieren la generación de la geometría de la superficie que se renderiza usando una técnica de poligonalización como el uso de Metabolos.

Pero no todo es perfecto con SPH, ya que requiere una gran cantidad de partículas para producir una simulación equivalente a la generada usando una técnica basada en grid. Lo que deja al SPH muy útil para crear animaciones en tiempo real y ser usado en juegos en los que la precisión no es tan crítica como la interacción.



fig. 6: Líquido en el juego Crysis.

## Problemas abiertos, o áreas de investigación

Como se mencionó con anterioridad las ecuaciones de Navier-Stokes describen el comportamiento de los líquidos y gases. Sin embargo, la no linealidad de las ecuaciones y los múltiples términos acoplados ha dificultado la solución analítica a las mismas. En la actualidad, se han hecho avances en soluciones parciales al problema, sin embargo dada la imposibilidad de hallar una solución analítica general es necesario recurrir al análisis numérico para determinar soluciones aproximadas.

A grandes rasgos, el desarrollo de métodos para simular la interacción de fluidos con sólidos es un tema con variadas aplicaciones prácticas. Un problema típico que se intenta determinar y simular es: ¿Cómo es la dinámica de un objeto que cayendo libremente de pronto impacta en la superficie del mar?, ¿Qué tipos de olas genera en el agua?, ¿Hasta cuál profundidad se sumerge?.

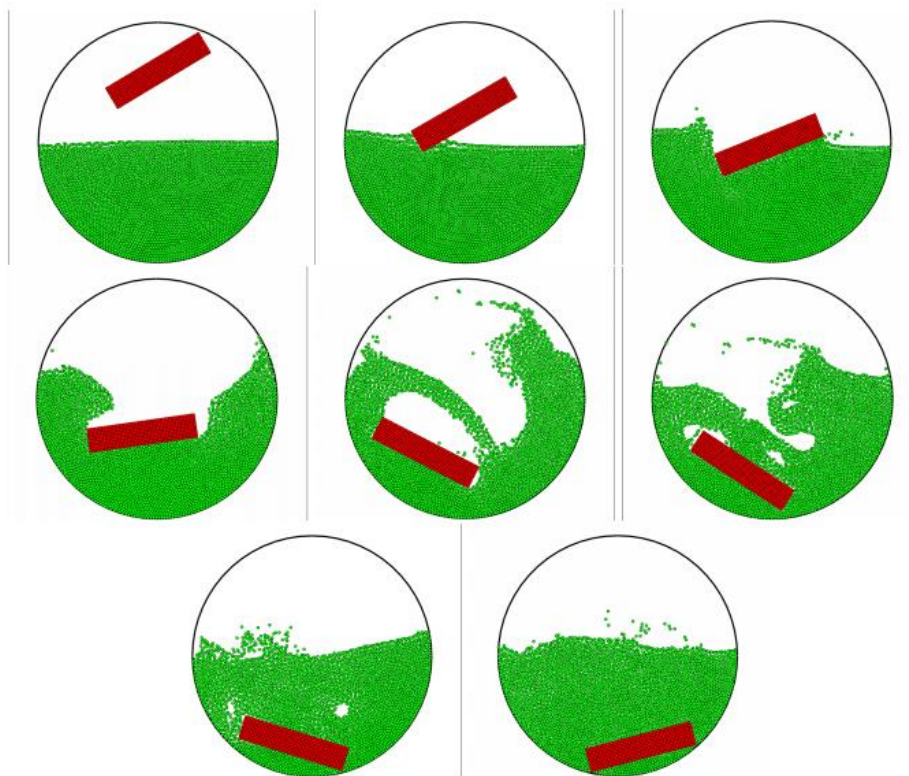


fig. 7: Simulación de un cuerpo sólido cayendo en un área circular con líquido.

Entre algunas áreas de investigación en fluidos encontramos:

- *Simulación interactiva de fluidos con partículas usando mallas Eulerianas trasladables*: Con el surgimiento de alto rendimiento GPU de consumo altamente programables y el desarrollo de alta calidad, eficiencia y sin condiciones estables, para los métodos de los sistemas de fluidos en 3D en tiempo real, se desea tomar el tiempo de cálculo constante por cuadro, y proporcionar una buena fidelidad visual. Aquí se busca traducir de forma dinámica el dominio de simulación de fluidos para el seguimiento de un objeto controlado por el usuario.
- *Simulación de fluidos a gran escala en mallas usando una discretización hexaédrica de elementos finita*: Las mallas regulares son atractivas para las simulaciones de fluido porque se prestan para que el cómputo sea más eficiente. Sin embargo, para la simulación de efectos de alta resolución en dominios complicados son poco adecuados debido a limitaciones de memoria. Esta área de investigación busca presentar un método para simulación en una malla adaptativa usando una discretización hexaédrica de elementos finita con lo que se reducen los requerimientos de memoria coaccionando los elementos en el interior del cuerpo del fluido.

## Bibliografía

[1] Computational fluid dynamics. Wikipedia, the free encyclopedia. referencia: [http://en.wikipedia.org/wiki/Computational\\_fluid\\_dynamics](http://en.wikipedia.org/wiki/Computational_fluid_dynamics)

[2] Fluid mechanics. Wikipedia, the free encyclopedia. referencia: [http://en.wikipedia.org/wiki/Fluid\\_mechanics](http://en.wikipedia.org/wiki/Fluid_mechanics)

[3] Fluid Simulation for Video Games. Dr. Michael J. Gourlay. Mayo 30, 2012. referencia: <https://software.intel.com/en-us/articles/fluid-simulation-for-video-games-part-1/>

[4] Interactive Fluid-Particle Simulation using Translating Eulerian Grids. Jonathan M. Cohen, Sarah Tariq, Simon Green. Febrero, 2010. referencia: <https://research.nvidia.com/sites/default/files/publications/paper.pdf>

[5] La ecuación de Navier-Stokes Un reto físico matemático para el siglo XXI. Juan Luis Vázquez. 2004. referencia: <http://es.scribd.com/doc/210110255/031Vazquez-La-ecuaci-on-de-Navier-Stokes-Un-reto-fisico-matematico-para-el-siglo-XXI>

[6] Large-Scale Liquid Simulation on Adaptive Octree Grids. Florian Ferstl, Rudiger Westermann & Christian Dick. 2014 . referencia: [http://www.cg.in.tum.de/fileadmin/user\\_upload/Lehrstuehle/Lehrstuhl\\_XV/Research/Publications/2013/CreepingOctreeGrid/OctreeFluidTVCG.pdf](http://www.cg.in.tum.de/fileadmin/user_upload/Lehrstuehle/Lehrstuhl_XV/Research/Publications/2013/CreepingOctreeGrid/OctreeFluidTVCG.pdf)

[7] Lattice Boltzmann Method for Fluid Simulations. Yuanxun Bill Bao & Justin Meskas. Abril 14, 2011. referencia: <http://www.cims.nyu.edu/~billbao/report930.pdf>

[8] Physically Based Modeling and Animation of Fire. Duc Quang Nguyen, Ronald Fedkiw Henrik & Wann Jensen. referencia: <http://graphics.ucsd.edu/~henrik/papers/fire/fire.pdf>

[9] Real-Time Fluid Simulation in a Dynamic Virtual Environment. Jim X. Chen, Niels da Vitoria Lobo, Charles E. Hughes & J. Michael Moshell.

[10] Smoothed-particle hydrodynamics. Wikipedia, the free encyclopedia. referencia: [http://en.wikipedia.org/wiki/Smoothed-particle\\_hydrodynamics](http://en.wikipedia.org/wiki/Smoothed-particle_hydrodynamics)

[11] Solución de las ecuaciones de Navier-Stokes por el método de volúmenes finitos aplicado a mallas no ortogonales. Carlos A. Bustamantea, Cesar Nietoa y Mauricio Giraldoa. Noviembre 13, 2008. referencia: <http://www.cimec.org.ar/ojs/index.php/mc/article/viewFile/1397/1362>