

2012-2013（1）专业课程实践论文

牛顿下山法

高广洲，0818180211，R 数学 08-2 班

一、算法理论

牛顿法的一种变形.它是为减弱牛顿法对初始近似 x_0 的限制而提出的一种算法.... x_0 为迭代参数,并由条件 $|f(x_{k+1})| < |f(x_k)|$ 确定,计算时可先选 $\omega_k = 1$,逐次减半,直到条件 $|f(x_{k+1})| < |f(x_k)|$ 满足为止。

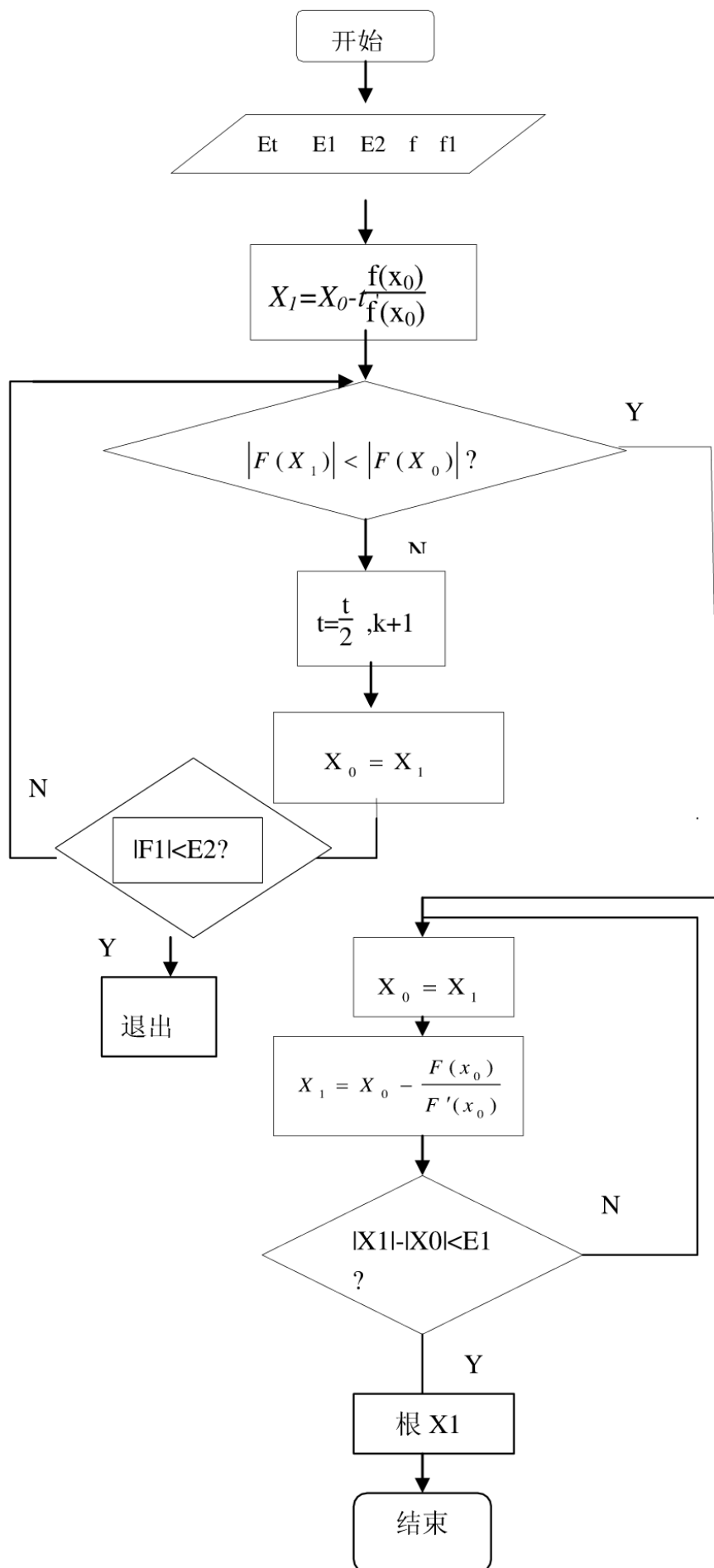
1、 算法:

$$x_{k+1} = x_k - u \frac{f(x_k)}{f'(x_k)}$$

下山因子从 $t=1$ 开始,逐次将 t 减半进行试算,直到能使下降条件 $|f(x_{k+1})| < |f(x_k)|$ 成立为止。再将得到的 $x_0 = x_{k+1}$,运用牛顿迭代法

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}, \text{ 求的方程根。}$$

二、算法框图



三、算法程序

```
#include "stdio.h"
#include "conio.h"
#include "math.h"
#include "stdlib.h"
#define Et 1e-3
#define E1 1e-3
#define E2 1e-3
double f(double x){return x*x*x-x-1;}
double f1(double x){return 3*x*x-1;}
void errormess(int b){
    char *mess;
    switch(b){
        case -1:mess="f(x)的导数为 0!";break;
        case -2:mess="下山因子已越界，下山处理失败";break;
        default:
            mess="其他类型错误！ ";
    }
    printf("The method has failed!because %s",mess);
}
int newton(double(*f)(double),double(f1)(double),double &x0){
    double F0,F1,a,h,x1,t;
    int k,i;
    printf("k          t          xk          f(xk)\n");
    printf("-----\n");
    printf("0          %f          %f\n",x0,f(x0));
    F0=f(x0);
    for(k=1;k<=100;k++){
        t=1;
        a=f1(x0);
        if(a==0) {i=-1;break;}
        h=F0/a;
        for(t=1;t>=Et;t=t/2){
            x1=x0-t*h;
            printf(" %d          %f          %f          %f",k,t,x1,f(x1));
```

```

        F1=f(x1);
        // if(fabs(F1)<=E2) {break;}
        if(fabs(F1)<fabs(F0)) {break;}
        printf("\n");
    }
    printf("    下山成功\n");
    //if(fabs(F1)<=E2) {break;}
    if(fabs(x1-x0)<E1) {break;}
    x0=x1;
    F0=F1;
    i=1;
    if(k==100) { i=-2;}
}
printf("-----\n");
x0=x1;
return i;
}
void main(){
    int b;
    double x0=0.6;
    b=newton(f,f1,x0);
    if(b==1) printf("\nThe root of is x=%f\n",x0);
    else errormess(b);
}

```

四、算法实现

1. 采用牛顿下山法求方程 $x^3-x-1=0$ 的一个根。

解：（1）首先根据方程求出其导数 $3x^2-1$ ，然后令 $X_0=0.6$ 。

（2）运行程序

（3）显示出结果： $x=1.324718$

```
"D:\VC\Microsoft Visual Studio\MyProjects\bb\Debug\bb.exe"
k      t      xk      f(xk)
-----
0      0      0.600000    -1.384000
1      1.000000    17.900000    5716.439000
1      0.500000     9.250000    781.203125
1      0.250000     4.925000    113.533953
1      0.125000     2.762500    17.319260
1      0.062500     1.681250     2.070974
1      0.031250     1.140625    -0.656643    下山成功
2      1.000000     1.366814     0.186640    下山成功
3      1.000000     1.326280     0.006670    下山成功
4      1.000000     1.324720     0.000010    下山成功
5      1.000000     1.324718     0.000000    下山成功
-----

The root of is x=1.324718
Press any key to continue
```

2. 采用牛顿下山法求方程 $2x^3-5x-1=0$ 的一个根。

解：（1）首先根据方程求出其导数 $6x^2-5$ ，然后令 $x_0=0.8$

（2）运行程序。

（3）显示出结果： $x=1.469617$

```
C:\Program Files\Microsoft Visual Studio\MyProjects\qqw\Debug\qqw.exe
k      t      xk      f(xk)
-----
0      0.800000      -3.976000
1      1.000000      -2.627586      -24.144879
1      0.500000      -0.913793      2.042898      下山成功
2      1.000000      -203.040568      -16739872.390005
2      0.500000      -101.977181      -2120482.949993
2      0.250000      -51.445487      -272058.944929
2      0.125000      -26.179640      -35755.767270
2      0.062500      -13.546717      -4905.277926
2      0.031250      -7.230255      -720.794783
2      0.015625      -4.072024      -115.679426
2      0.007813      -2.492909      -19.520281
2      0.003906      -1.703351      -2.367464
2      0.001953      -1.308572      1.061366      下山成功
3      1.000000      -1.509811      -0.334259      下山成功
4      1.000000      -1.471289      -0.013328      下山成功
5      1.000000      -1.469621      -0.000025      下山成功
6      1.000000      -1.469617      -0.000000      下山成功
-----
The root of is x=-1.469617
Press any key to continue
```