云南大学数学与统计学实验教学中心

实验报告

课程名称：数值计算方法实验	学期：2015—2016 学年第一学期	成绩：
指导教师： 李耀堂	学生姓名：金洋	学生学号：20131910023
实验名称： **拉格朗日插值法**		
实验编号：No. 7	实验日期： **2015.12.20**	实验学时： **2**
学院： 数学与统计学院	专业： **信息与计算科学**	年级：2013 级

一、实验目的

练习利用拉格朗日插值多项式进行插值；

二、实验内容

已知正弦函数表

x_k	0.5	0.7	0.9	1.1	1.3	1.5	1.7	1.9
$\sin x_k$	0.4794	0.6442	0.7833	0.8912	0.9636	0.9975	0.9917`	0.9463

编写程序用拉格朗日插值多项式计算 x_0 =0.6, 0.8, 1.0处的函数值 $\sin(0.6)$ 、$\sin(0.8)$ 、 $\sin(1.0)$ 的近似值 $f(0.6)$ 、 $f(0.8)$ 、 $f(1.0)$ 。

三、实验环境

PC 计算机；

MATLAB R2014a；

四.实验方法：拉格朗日插值法

①方法简述：

多项式插值中

$$P_1(x)=\frac{x-x_1}{x_0-x_1}y_0+\frac{x-x_0}{x_1-x_0}y_1$$

$$P_2(x)=\frac{(x-x_1)(x-x_2)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)}y_0+\frac{(x-x_0)(x-x_2)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)}y_1+\frac{(x-x_0)(x-x_1)}{(x_2-x_0)(x_1-x_2)}y_1$$

$$P_3(x)=\frac{(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)(x_0-x_3)}y_0+\cdots$$

如果已知任意 n+1 个节点上的函数值 $f(x_k)(k=0,1,2,\cdots,n)$，则拉格朗日插值多项式可以表示为

$$L_n(x)=\sum_{k=0}^{n}l_k(x)f(x_k)$$

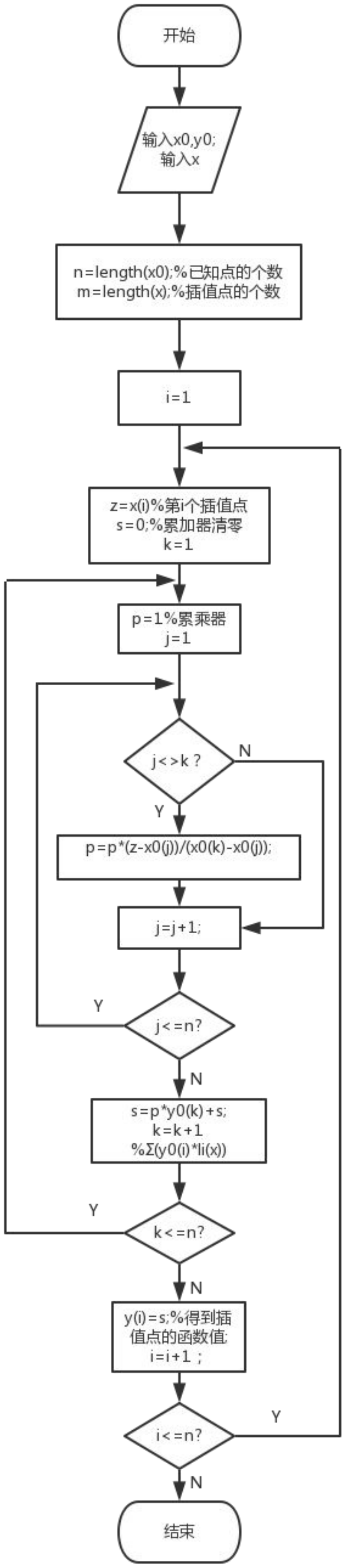
其中

$$l_k(x)=\prod_{\substack{j=0\\ j\neq k}}^{n}\frac{x-x_j}{x_k-x_j}(k=0,1,\cdots,n)$$

易得 $l_k(x_j)=\begin{cases}1, j=k\\ 0, j\neq k\end{cases}(k=0,1,\cdots,n)$，

故 $L_n(x_j)=\sum_{k=0}^{n}l_k(x_j)f(x_k)=f(x_j)(j=0,1,\cdots,n)$，满足插值条件；

②函数程序流程图



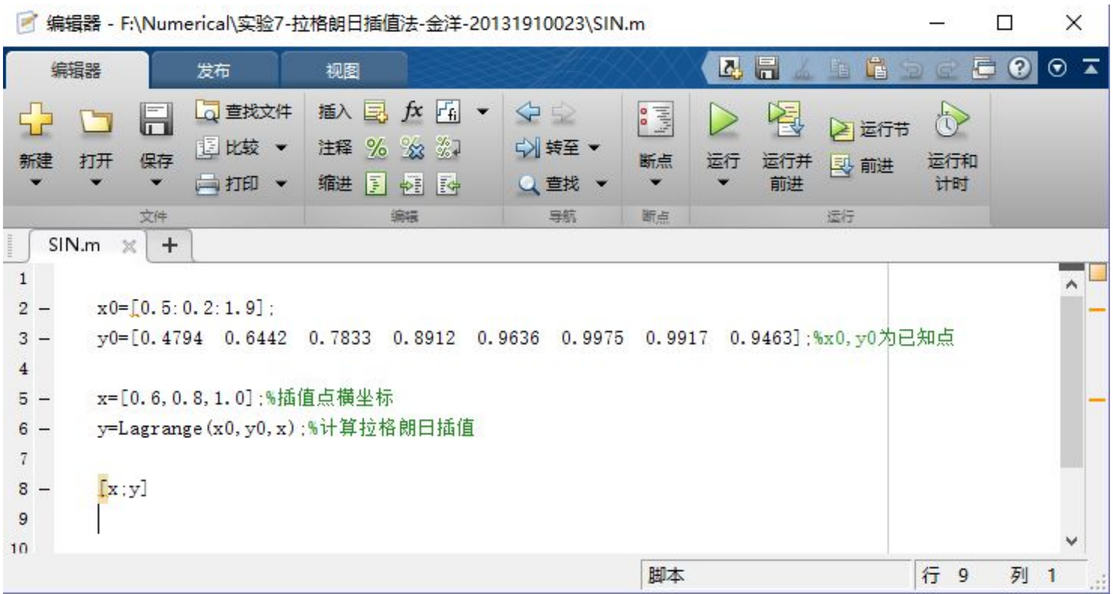
开始
输入x0,y0;
输入x
n=length(x0);%已知点的个数
m=length(x);%插值点的个数
i=1
z=x(i)%第i个插值点
s=0;%累加器清零
k=1
p=1%累乘器
j=1
j<>k ?
N
Y
p=p*(z-x0(j))/(x0(k)-x0(j));
j=j+1;
Y
j<=n?
N
s=p*y0(k)+s;
k=k+1
%Σ(y0(i)*li(x))
Y
k<=n?
N
y(i)=s;%得到插值点的函数值;
i=i+1 ;
Y
i<=n?
N
结束

五、实验过程

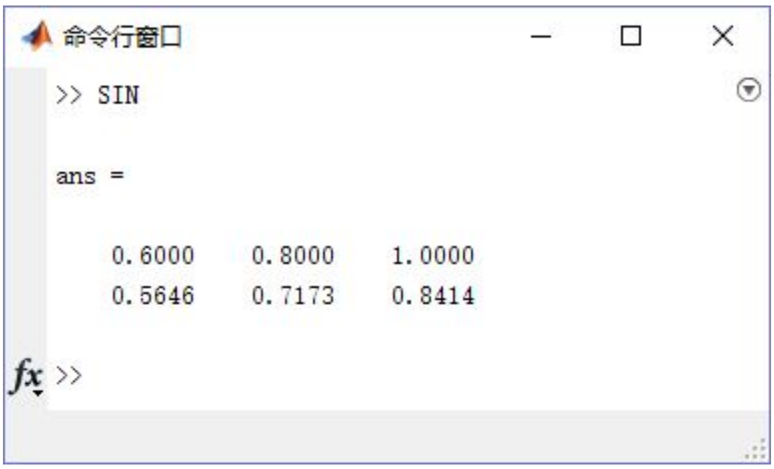
1 实验步骤

①编程：用 MATLAB 语言编出源程序。
②开机,键入所编程序源代码.
③调试程序，修改错误至能正确运行.
④运行程序并输出计算结果.
⑤尝试改进

键入已知点的数据：

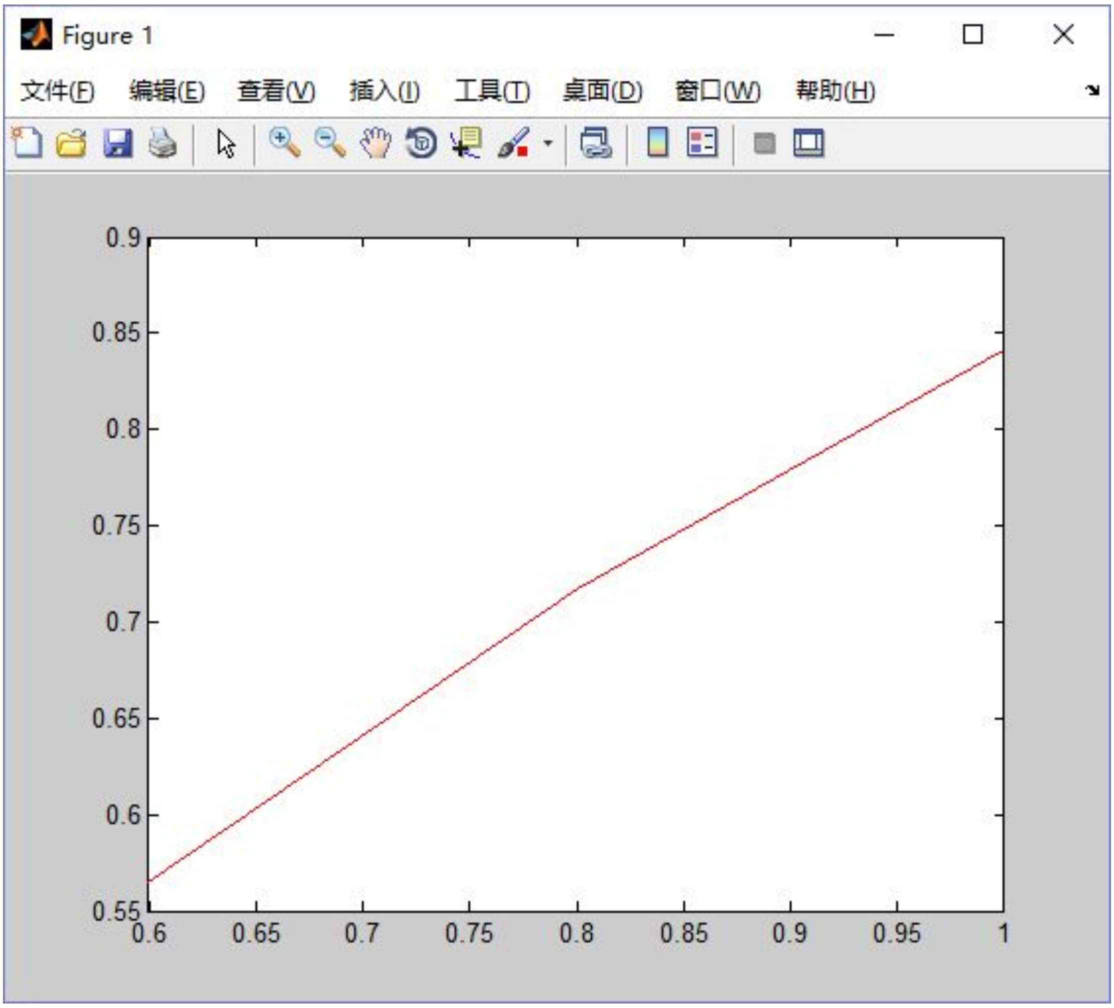


运行结果



即 $f(0.6)=0.5646$，$f(0.8)=0.7173$，$f(1.0)=8414$.

将插值出的点作图与真实的函数值作比较 `plot(x,sin(x),'k:',x,y,'r');`



可以看到只有一条曲线，说明在这三个点之下，拉格朗日多项式图像与真实图像基本重合，误差较小。

2 关键代码及其解释

```
for i=1:m
    z=x(i);%z: 第 i 个插值点


    s=0;%累加器清零
    %以下计算 Ln(x(i))
    for k=1:n
       p=1;%累乘器赋初值 1


       %以下计算 li(x(i))
       for j=1:n
```

```
        if j~=k%j=k时无意义
            p=p*(z-x0(j))  /  (x0(k)-x0(j));
        end
      end


      s=p*y0(k)+s;%s: Ln(x)=Σ(y0(i)*li(x));
    end
    y(i)=s;%得到插值点的函数值
end
```

3 调试过程

①函数文件保存为 Lagrange.M 时显示错误

②函数名引用时不一致

六、实验总结

1．遇到的问题及解决过程

①函数文件保存为 Lagrange.M 时显示错误
将其改为 Lagrange.m；

②函数名引用时不一致；仔细检查将其改为一致；

③Lagrange 插值多项式的表达在编程时一开始难以实现，自习分析后，将其拆分为两个过程求和与求积，顺利解决。

2．产生的错误及原因分析

①MATLAB 的文件都以 .m 结尾，其他的不能被 MATLAB 识别；

②MATLAB 的函数调用中，调用的格式必须与函数定义的格式相同，包括输出参数、输入参数的类型和个数。

③找不到 'lagrange.m' 的完全匹配项(区分大小写)，MATLAB 在运行程序时区分大小写，无论是代码中的变量还是文件名都应看个区分大小写。

3．体会和收获。

①在不出现龙格现象、插值点区间一定的条件下，已知节点数越多，插值法的误差越小；

②拉格朗日插值多项式容易记忆，且 $\sum$、$\prod$ 在计算机上实现方便，因此程序比牛顿插值简单。但若在拉格朗日插值多项式中改变插值次数，则必须重新计算，而在牛顿插值多项式中增加一个节点，只要在后面添加一项即可。

③在实际应用中，所谓插值是求 $f(x)$ 的值，把 x 直接代入

$L_n(x)=\sum_{k=0}^{n} f(x_k)\prod_{\substack{j=0\\ j\neq k}}^{n}\frac{x-x_j}{x_k-x_j}$ 即可，并不需要把插值多项式求出来。

七、程序源代码：

① SIN.m

```
x0=[0.5:0.2:1.9];
y0=[0.4794  0.6442  0.7833  0.8912  0.9636  0.9975  0.9917
0.9463];%x0,y0 为已知点

x=[0.6,0.8,1.0];%插值点横坐标
y=Lagrange(x0,y0,x);%计算拉格朗日插值

[x;y]
```

```
plot(x,sin(x),'k:',x,y,'r');
```

②Lagrange.m

```
function y=Lagrange(x0,y0,x)
%Input  -x0 n*1 矩阵,已知点的横坐标
%       -y0 n*1 矩阵,已知点的纵坐标
%       -x  m*1 矩阵,插值点的横坐标
%Output -y  m*1 使用 Lagrange 插值多项式求得的插值点的函数值


n=length(x0);%已知点的个数
m=length(x);%插值点的个数
for i=1:m
    z=x(i);%z: 第 i 个插值点


    s=0;%累加器清零
    %以下计算 Ln(x(i))
    for k=1:n
       p=1;%累乘器赋初值 1


       %以下计算 li(x(i))
       for j=1:n
          if j~=k%j=k 时无意义
             p=p*(z-x0(j))  /  (x0(k)-x0(j));
          end
       end


       s=p*y0(k)+s;%s: Ln(x)=Σ(y0(i)*li(x));
    end
    y(i)=s;%得到插值点的函数值
end
```

八、教师评语