

云南大学数学系《运筹学通论实验》课程上机实验报告

课程名称: 运筹学通论	学期: 2015-2016 学年第二学期	成绩:
指导教师: 李建平	学生姓名: 金洋	学生学号: 20131910023
实验名称: 最大流问题		
实验编号: No.6	实验日期: 2016/6/27	实验学时: 1
学院: 数学与统计学院	专业: 信息与计算科学	年级: 2013

一、实验目的

使用 c 语言解决网络最大流问题;

二、实验内容

给定一网络 $N = (V, A, c, v_s, v_t)$, 通过构造剩余网络 N_f 并寻找最短路, 找出 N 的最大流;

三、使用环境

平台: Microsoft Visual C++ 6.0

语言: C 语言

四、算法介绍

Algorithm 最大流

Input: $N = (V, A, c, v_s, v_t)$;

Output: 从 v_s 到 v_t 的最大流 f ;

Begin

Step 1: 设从 v_s 到 v_t 的流初值为 $f \equiv 0$;

Step 2: 构造剩余网络 $N_f = (V, A_f, c_f, v_s, v_t)$, 且在 N_f 中去掉容量值为 0 的所有弧;

Step 3: 利用最短路算法, 在 N_f 找一条从 v_s 到 v_t 的最短有向路 P;

Step 4: If (P 存在) then

$$1. \text{ 修改原网络 } N \text{ 的流量 } f, \text{ 即 } f(e) = \begin{cases} f(e) + \theta, e \in P^+ \\ f(e) - \theta, e \in P^- \\ f(e), e \in P \end{cases}, \text{ 其}$$

中 $\theta = \min \{W_f(e) | e \in P, P \text{ 为 } N_f \text{ 中从 } v_s \text{ 到 } v_t \text{ 的最短路}\};$

2. Goto Step 2;

Else 当前 f 已经是 N 的最大流, 输出并结束程序;

End.

五、调试过程

1. 程序代码

```
#include <stdio.h>

#include <string.h>

#define MAXNUM 999999999

#define MAXVERTEX 100

int n, arcNum; // 顶点数、弧数

int VS, VT; // 起点终点

int C[MAXVERTEX][MAXVERTEX], F[MAXVERTEX][MAXVERTEX]; // C, F 分别记录 N 的容量、流量

int Cf[MAXVERTEX][MAXVERTEX]; // 剩余网络权值

int LAM[MAXVERTEX], L[MAXVERTEX], X[MAXVERTEX];

void input() {
    int i;

    int u, v, cc; // 输入时的临时变量

    // freopen("MaximumFlow.in", "r", stdin);

    printf("请输入顶点个数 n=");
```

```
scanf("%d",&n);

printf("请输入弧数 arcNum=");

scanf("%d",&arcNum);

memset(C, 0, sizeof(C));//容量初始为全 0

memset(F, 0, sizeof(F));//流量初始为全 0

printf("请分别输入%d 条弧的顶点、 容量:\n",arcNum);

for (i=0;i<arcNum;i++) {

    scanf("%d %d %d",&u,&v,&cc);

    C[u][v]=cc;

}

printf("起点 Vs=");

scanf("%d",&VS);

printf("终点 Vt=");

scanf("%d",&VT);

}

/*构造剩余网络*/

void buildNf() {

    int i,j;

    memset(Cf, 0, sizeof(Cf));

    for (i=1;i<=n;i++)

        for (j=1;j<=n;j++)

            if (C[i][j]) {

                Cf[i][j]=C[i][j]-F[i][j];

                Cf[j][i]=F[i][j];

            }

}
```

```

    for (i=1;i<=n;i++)
        for (j=1;j<=n;j++)
            if (Cf[i][j]==0)
                Cf[i][j]=MAXNUM;//去掉 Nf 中容量值为 0 的所有弧
    }

/*最短路径初始化*/
void shortestPathInitial() {
    int i;
    for (i=1;i<=n;i++) {
        X[i]=0;
        LAM[i]=MAXNUM;
    }
    LAM[VS]=0;

    X[VS]=1;
    X[0]=1;//X[0]记录 X 集合中顶点个数,初始时 Vs 进入 X 集合
    for (i=1;i<=n;i++) L[i]=0;
}

/*  $\phi(X)$  是否为空? 是:返回 0;否:返回 1*/
int PHi(int M[MAXVERTEX][MAXVERTEX]) {
    int i,j;
    for(i=1;i<=n;i++)
        for (j=1;j<=n;j++)
            if ((i!=j)&&(X[i]&&(X[j]==0)&&(M[i][j]<MAXNUM)) return(1);
}

```

```
    return(0);
}

/*最短路*/

void prim(int M[MAXVERTEX][MAXVERTEX]) {
    int i,j,min;
    int x,y;
    min=MAXNUM;

    for(i=1;i<=n;i++)
        if (X[i])
            for(j=1;j<=n;j++)
                if (!X[j]  && i!=j && LAM[i]+M[i][j]<min ) {
                    min=LAM[i]+M[i][j];
                    x=i;
                    y=j;
                }
            if (min!=MAXNUM) {
                X[y]=1;
                X[0]++;
                L[y]=x;
                LAM[y]=min;
            }
    }

/*改变 N 中的流量*/
```

```
void changeFlow() {  
    int theta=MAXNUM;  
    int y=VT;  
    while (L[y]!=0) {  
        if (theta>Cf[L[y]][y] ) theta=Cf[L[y]][y];  
        if (theta>Cf[y][L[y]] ) theta=Cf[y][L[y]];  
        y=L[y];  
    }  
  
    y=VT;  
    while (L[y]!=0) {  
        if (F[L[y]][y]<C[L[y]][y]) F[L[y]][y]+=theta;  
        if (F[y][L[y]]>0) F[y][L[y]]-=theta;  
        y=L[y];  
    }  
}  
  
/*输出*/  
void display() {  
    int i,j,vf=0;  
    printf("最大流情况下的流为:\n");  
    for(i=1;i<=n;i++) {  
        for (j=1;j<=n;j++) printf("%4d",F[i][j]);  
        printf("\n");  
    }  
}
```

```

    for(i=1;i<=n;i++) vf+=F[VS][i];

    printf("最大流量为:%d\n",vf);
}

void main() {
    input();
    while (1) {
        buildNf();

        shortestPathInitial();//最短路径初始化

        while (!X[VT] && PHi(Cf)) prim(Cf);

        if (X[VT]) changeFlow();

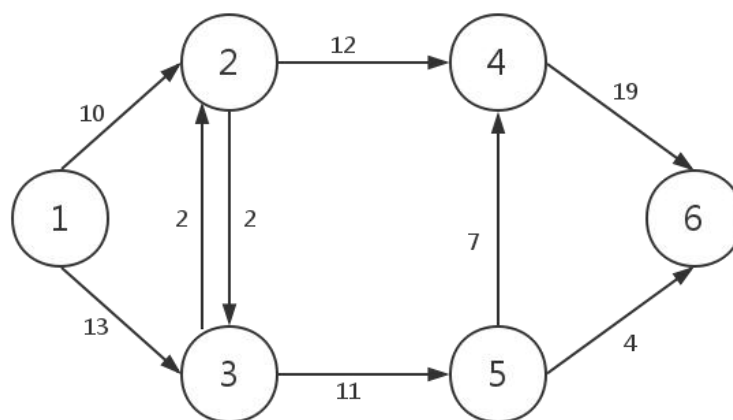
        else break;
    }

    display();
}

```

2. 运行窗口

①以第三版教材 P274 图 10-26 的网络作为测试例题：将 s 、 t 分别设为 5、6，求从 v_5 到 v_6 的最大流 f



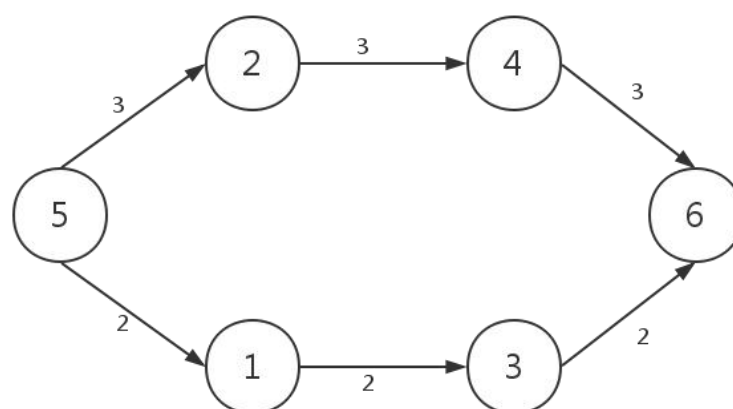
运行结果

```

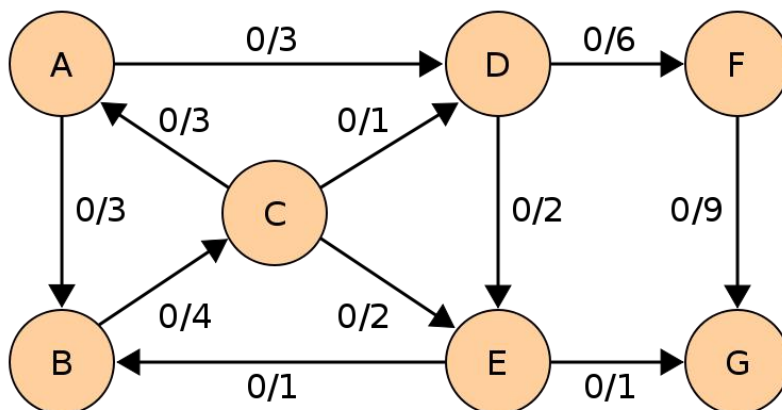
"C:\Users\DELL-PC\Desktop\20131910023-金洋\程序6 (金洋-最大流问题) \Debug\...
请输入顶点个数n=6
请输入弧数arcNum=9
请分别输入9条弧的顶点、容量:
5 2 3
5 1 5
2 4 4
2 3 1
2 1 1
1 3 2
3 4 3
4 6 5
3 6 2
起点Us=5
终点Ut=6
最大流情况下的流为:
  0  0  2  0  0  0
  0  0  0  3  0  0
  0  0  0  0  0  2
  0  0  0  0  0  3
  2  3  0  0  0  0
  0  0  0  0  0  0
最大流量为:5
Press any key to continue

```

与课本解答一致。即网络中最终的流是



②以维基百科的最大流一个例子测试：求从 v_A 到 v_G 的最大流，弧上的数值代表 f/c 。



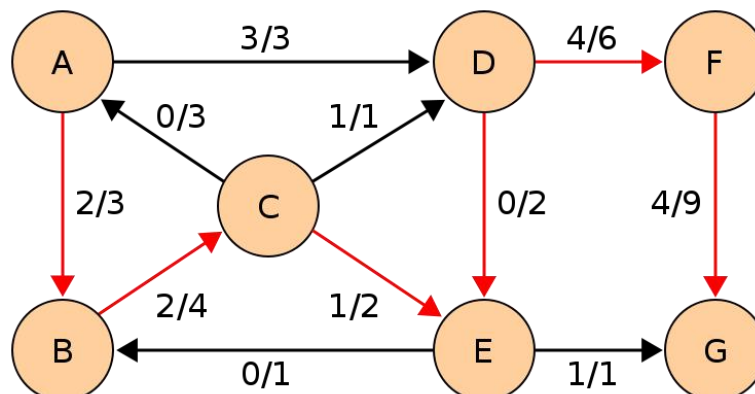
图片来源，wikipedia: Edmonds - Karp algorithm

运行结果：

```

"C:\Users\DELL-PC\Desktop\20131910023-金洋\程序6 (金洋-最大流问题) \Debug\...
请分别输入11条弧的顶点、容量：
1 2 3
1 4 3
2 3 4
3 1 3
3 4 1
3 5 2
4 5 2
4 6 6
5 2 1
5 7 1
6 7 9
起点Us=1
终点Ut=7
最大流情况下的流为：
0 2 0 3 0 0 0
0 0 2 0 0 0 0
0 0 0 1 1 0 0
0 0 0 0 0 4 0
0 0 0 0 0 0 1
0 0 0 0 0 0 4
0 0 0 0 0 0 0
最大流量为:5
Press any key to continue
    
```

与解答一致。即网络中最终的流是



六、总结

- 1.掌握了最大流问题的相关知识。学会通过构造剩余网络，在剩余网络中寻找最短路，进而调整流量，以最终得到最大流。
- 2.学会使用 c 语言解决网络最大流问题；

七、参考文献

- [1] 谭浩强著，《c 程序设计》（第三版），清华大学出版社, 2005.7;
- [2] 《运筹学》教程编写组，《运筹学》（第 4 版），清华大学出版社, 2013.1;

八、教师评语