

云南大学数学系《运筹学通论实验》课程上机实验报告

课程名称：运筹学通论	学期：2015-2016 学年第二学期	成绩：
指导教师：李建平	学生姓名：金洋	学生学号：20131910023
实验名称：分支定界法		
实验编号：No.3	实验日期：2016/4/15	实验学时：1
学院：数学与统计学院	专业：信息与计算科学	年级：2013

一、实验目的

使用 c 语言实现用分支定界法求解整数线性规划问题；

二、实验内容

1. 例 2-6 用分支定界解法求解整数线性规划问题

$$\begin{aligned} \max z &= 40x_1 + 90x_2 \\ \begin{cases} 9x_1 + 7x_2 \leq 56 \\ 7x_1 + 20x_2 \leq 70 \\ x_1, x_2 \geq 0 \\ x_1, x_2 \text{ 为整数} \end{cases} \end{aligned}$$

三、使用环境

平台：Microsoft Visual C++ 6.0

语言：C 语言

四、算法介绍

Algorithm Branch and Bound Method

Input C, A, b ;

Output 该整数线性规划问题 ILP 的最优解 或 无解;

Begin

Step 1: 用观察法找到原 ILP 的一个整数可行解, 如可取 $x_j = 0, j=1, \dots, n$, 试探, 求得其目标函数值, 并记作 \underline{z} 。以 z^* 表示原 ILP 的最优目标函数值; 这时有 $\underline{z} \leq z^* \leq \bar{z}$, 其中 \underline{z} 和 \bar{z} 分别为 z^* 的上界和下界。初始上界为 \bar{z}_0 。

记原 ILP 问题对应的 LP 问题称为问题 B;

Step 2: 分支。在 B 的最优解中任选一个不符合整数条件的变量 x_j , 其值为 b_j , 以 $[b_j]$ 表示小于 b_j 的最大整数。构造两个约束条件 $x_j \leq [b_j]$ 和 $x_j \geq [b_j]+1$ 。将这两个约束条件分别加入问题 B, 形成两个后继 LP 问题 B_1 和 B_2 。不考虑整数约束条件, 求解 B_1 和 B_2 ;

End.

五、调试过程

1. 函数说明

对于以下 LP 问题,

$$\begin{aligned} \min z &= CX \\ \text{s.t.} \quad &\begin{cases} AX \leq b \\ AeqX = beq \\ lb \leq X \leq ub \end{cases} \end{aligned}$$

可以调用 MATLAB 中已有函数 `linprog` 求解, 调用格式为

$$[x, fval, exitflag] = \text{linprog}(C, A, b, Aeq, beq, lb, ub)$$

其中

x: 最优解;

fval: z 的最小值;

exitflag: 是否存在标志, 1: 存在有限最有解; -2: 无有限最优解;

2. 程序代码

① **fenzhi.m**

%手动调

$C = [-40; \quad -90];$

$A = [9 \ 7; \quad 7 \ 20];$

```

b=[56; 70];
Aeq=[];
beq=[];
lb=[0; 0];
ub=[inf; inf];
[x,fval,exitflag]=linprog(C,A,b,Aeq,beq,lb,ub)

```

②尝试使用树的结构，但未成功

```

function resultX=BranchBound(C,A,b,Aeq,beq,lb,ub)
%Input -C
%      -A
%      -b
%      -Aeq
%      -beq
%      -lb
%      -ub 以上输入参数含义同 linprog() 函数的参数
%      -m 未知元个数
%Output -X 1*m 使用分支定界法得到的原约束条件下的整数解

```

```
m=length(C);%未知元个数
```

%参照课本(第四版)p137 求解示意图

%我们以一颗树的形式来记录求解的子问题;

%第0层为B问题, 标号1

%第1层为B1、B2问题, 分别标号2、3; 这一层对进行分支; 依次类推

```

[x,fval,exitflag] =linprog(C,A,b,Aeq,beq,lb,ub);
if (exitflag~=1)
    fprintf('无有限最优解解');
    return;
end;
abadon[1]=0;%表示该节点是否被剪支
X(1,1:m)=x;
Lb(1,1:m)=lb;
Ub(1,1:m)=ub;

zB=0;zU=fval;%上下界
for i=0:m
    for j=2^i:2^(i+1)-1
        if (abadon[floor(j/2)]==1)
            abadon[j]=1;
            continue;
        end
    end
end

```

```
if (j%2==0)
    Lb(i,:)=Lb(floor(i/2),:);
    Ub(i,:)=Ub(floor(i/2),:);
    Ub(i,i)=floor(Ub(i,i));
    [x,fval,exitflag] =linprog(C,A,b,Aeq,beq,lb,ub);

end

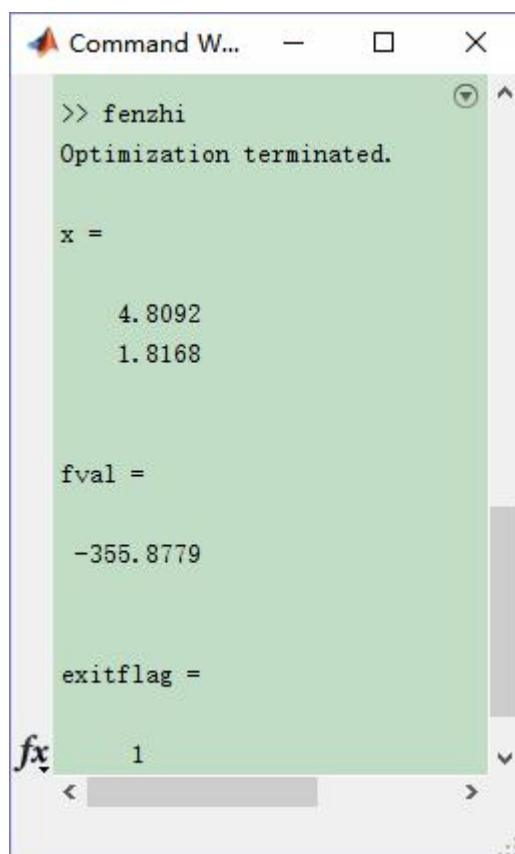
end

end
```

3. 运行窗口

①求解 B 问题

```
C=[-40;   -90];
A=[9  7;   7  20];
b=[56;   70];
Aeq=[];
beq=[];
lb=[0;   0];
ub=[inf;   inf];
[x,fval,exitflag]=linprog(C,A,b,Aeq,beq,lb,ub)
```



```

>> fenzhi
Optimization terminated.

x =

    4.8092
    1.8168

fval =

   -355.8779

exitflag =

    1

```

有解，但都不是整数解，（这里 $fval = -z$ ，下同）， $\underline{z} = 0$ ， $\bar{z} = 355.9$

把 B 分解为两个子问题 B1, B2;

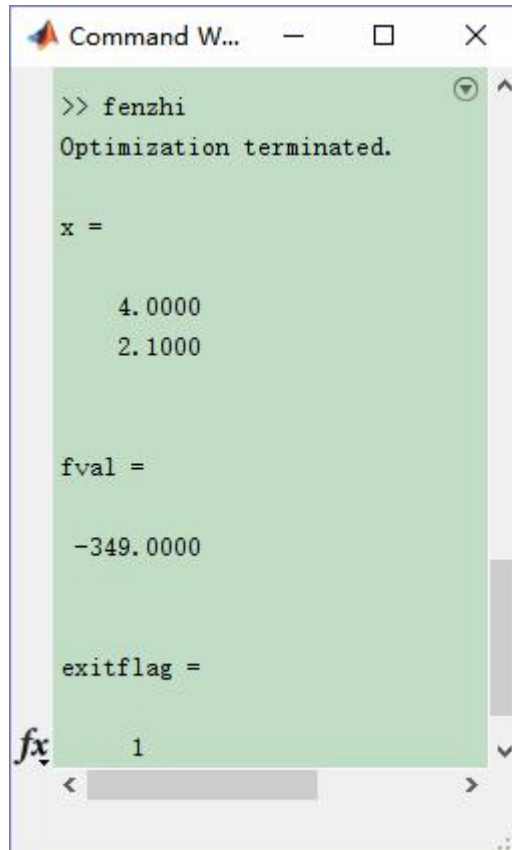
B1 中限定 $x_1 \leq 4$, B2 中限定 $x_1 \geq 5$

②求解 B1:

```

C=[-40;   -90];
A=[9  7;   7  20];
b=[56;   70];
Aeq=[];
beq=[];
lb=[0;   0];
ub=[4;   inf];
[x,fval,exitflag]=linprog(C,A,b,Aeq,beq,lb,ub)

```

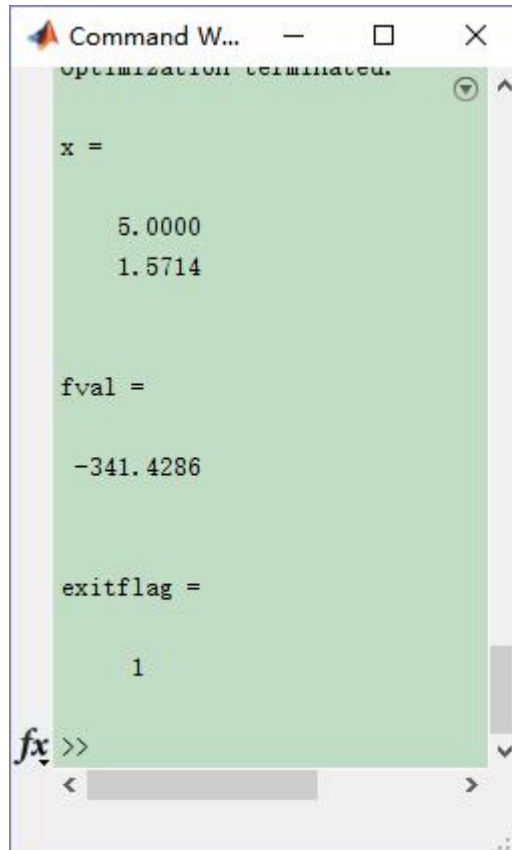


```
Command W...  
>> fenzhi  
Optimization terminated.  
  
x =  
  
    4.0000  
    2.1000  
  
fval =  
  
   -349.0000  
  
exitflag =  
  
    1
```

修改, $\underline{z} = 0$, $\bar{z} = 349$ 。x2 还不是整数; 要把 x2 继续分支; 分为 B3 和 B4

③求解 B2:

```
C=[-40; -90];  
A=[9 7; 7 20];  
b=[56; 70];  
Aeq=[];  
beq=[];  
lb=[5; 0];  
ub=[inf; inf];  
[x,fval,exitflag]=linprog(C,A,b,Aeq,beq,lb,ub)
```

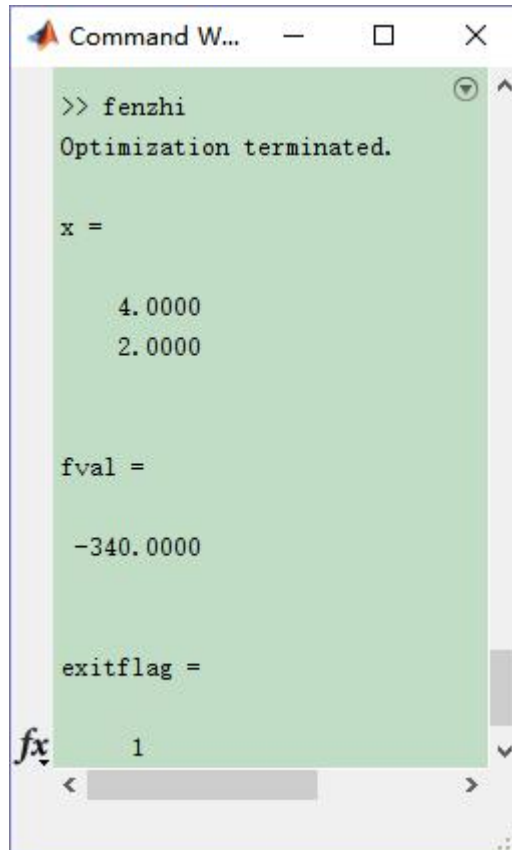
A screenshot of the MATLAB Command Window. The window title is "Command W...". The text inside shows the results of an optimization: "Optimization terminated.", "x =", a column vector [5.0000; 1.5714], "fval =", a scalar -341.4286, and "exitflag =", a scalar 1. The prompt "fx >>" is visible at the bottom left of the window.

```
Optimization terminated.  
  
x =  
  
    5.0000  
    1.5714  
  
fval =  
  
-341.4286  
  
exitflag =  
  
     1  
  
fx >>
```

修改 $z, z=0$, $\bar{z}=341$ 。x2 还不是整数；要把 x2 继续分支 B5, B6;

④求解 B3:

```
C=[-40;   -90];  
A=[9 7;   7 20];  
b=[56;   70];  
Aeq=[];  
beq=[];  
lb=[0;   0];  
ub=[4;   2];  
[x,fval,exitflag]=linprog(C,A,b,Aeq,beq,lb,ub)
```



```
>> fenzhi
Optimization terminated.

x =

    4.0000
    2.0000

fval =

   -340.0000

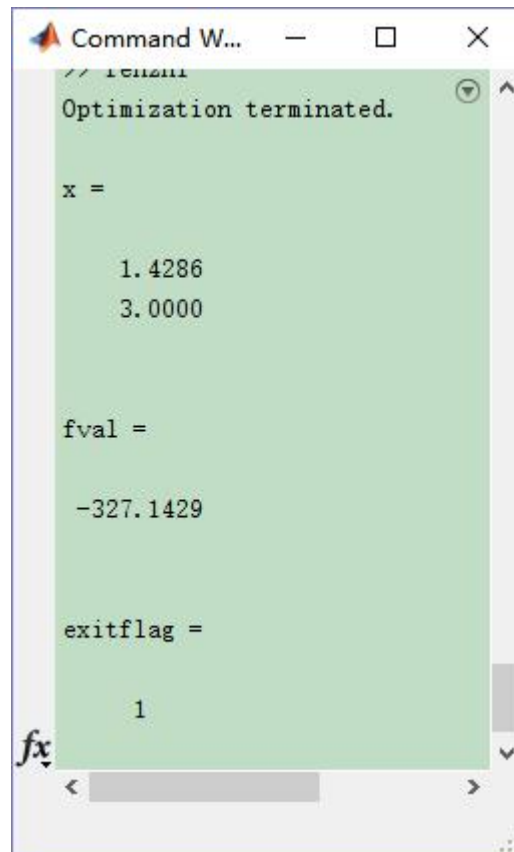
exitflag =

     1
```

修改 $z, \underline{z} = 340, \bar{z} = 341$ 。都是整数，不再分支；

⑤求解 B4:

```
C=[-40; -90];
A=[9 7; 7 20];
b=[56; 70];
Aeq=[];
beq=[];
lb=[0; 3];
ub=[4; inf];
[x,fval,exitflag]=linprog(C,A,b,Aeq,beq,lb,ub)
```

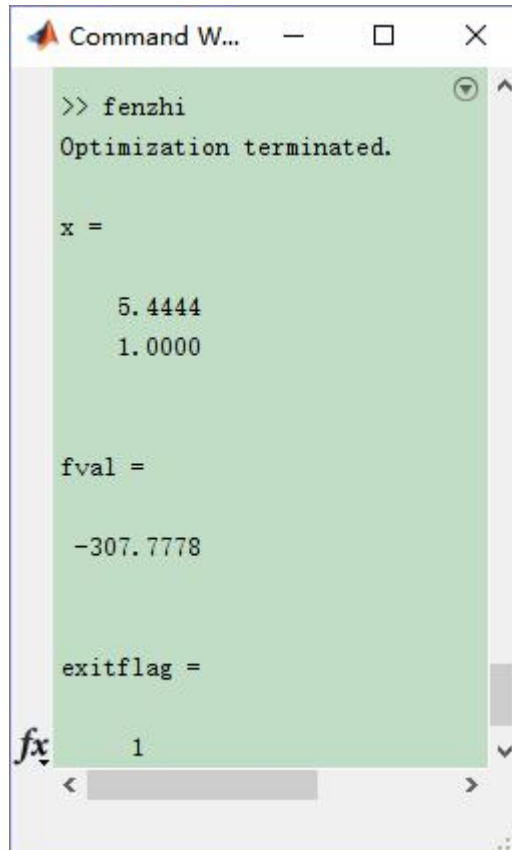

A screenshot of the MATLAB Command Window. The window title is "Command W...". The text inside shows the results of an optimization process. It starts with "Optimization terminated." followed by the optimal point $x =$ with values 1.4286 and 3.0000. Then it shows the optimal value $fval =$ as -327.1429. Finally, it shows $exitflag =$ as 1. There is a small "fx" icon in the bottom left corner of the window.

```
Command W...  
// 1.4286  
Optimization terminated.  
  
x =  
  
    1.4286  
    3.0000  
  
fval =  
  
-327.1429  
  
exitflag =  
  
    1
```

$z < 349$, 剪支, 不修改 z , $\underline{z} = 340$, $\bar{z} = 341$

⑥求解 B5:

```
C=[-40; -90];  
A=[9 7; 7 20];  
b=[56; 70];  
Aeq=[];  
beq=[];  
lb=[5; 0];  
ub=[inf; inf];  
[x,fval,exitflag]=linprog(C,A,b,Aeq,beq,lb,ub)
```

A screenshot of a MATLAB Command Window titled 'Command W...'. The window has a green background and shows the following text: '>> fenzhi', 'Optimization terminated.', 'x =', '5.4444', '1.0000', 'fval =', '-307.7778', 'exitflag =', '1'. There is a small 'fx' icon on the left side of the window. The window has standard Windows-style title bar buttons (minimize, maximize, close) and a scrollbar on the right.

```
>> fenzhi
Optimization terminated.

x =

    5.4444
    1.0000

fval =

   -307.7778

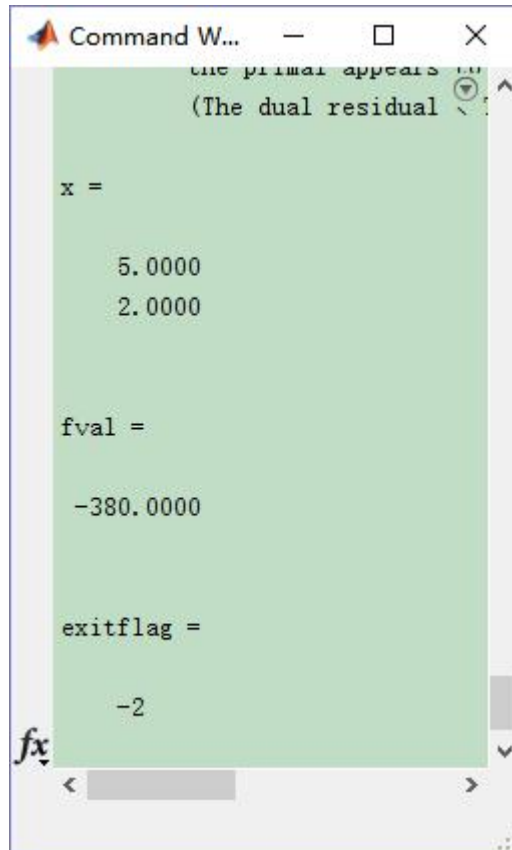
exitflag =

     1
```

$z < 341$, 剪支, 不修改 z , $\underline{z} = 340$, $\bar{z} = 349$

⑦求解 B6:

```
C=[-40; -90];
A=[9 7; 7 20];
b=[56; 70];
Aeq=[];
beq=[];
lb=[5; 2];
ub=[inf; inf];
[x,fval,exitflag]=linprog(C,A,b,Aeq,beq,lb,ub)
```

A screenshot of a MATLAB Command Window. The window title is "Command W...". The background is light green. The text displayed is as follows:

```
the primal appears to  
(The dual residual  
  
x =  
  
    5.0000  
    2.0000  
  
fval =  
  
   -380.0000  
  
exitflag =  
  
    -2
```

At the bottom left, there is a small icon of a function $f(x)$ with a downward arrow. At the bottom, there are navigation arrows: a left arrow, a gray bar, and a right arrow.

不存在解；剪支；

所以最后结果 $x_1=4, x_2=2, z=340$;

六、总结

1.学会使用 c 语言实现分支定界法；

七、参考文献

- [1] 谭浩强著,《c 程序设计》(第三版),清华大学出版社,2005.7;
- [2] 《运筹学》教程编写组,《运筹学》(第4版),清华大学出版社,2013.1;

八、教师评语