云南大学数学系《运筹学通论实验》课程上机实验报告

课程名称：运筹学通论	**学期**：2015-2016 学年第二学期	**成绩**：
指导教师：李建平	**学生姓名**：金洋	**学生学号**：20131910023
实验名称： **Simplex Method & Two-phase Method**		
实验编号：No.2	**实验日期**： 2016/3/25	**实验学时**： **1**
学院： 数学与统计学院	**专业**： **信息与计算科学**	**年级**： **2013**

一、实验目的

使用 c 语言实现单纯形法和两阶段法求解线性规划问题；

二、实验内容

1. **例 2-6** 用单纯形法求解线性规划问题

$$\max z = 2x_1 + 3x_2 + 0x_3 + 0x_4 + 0x_5$$
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 8 \\ 4x_1 + x_4 = 16 \\ 4x_2 + x_5 = 12 \\ x_j \ge 0, j = 1,2,\dots,5 \end{cases}$$

2. **例 2-9** 线性规划问题

$$\min z = -3x_1 + x_2 + x_3$$
$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 \le 11 \\ -4x_1 + x_2 + 2x_3 \ge 3 \\ -2x_1 + x_3 = 1 \\ x_1, x_2, x_3 \ge 0 \end{cases}$$

试用两阶段法求解；

3. **例 2-10**（合理利用线材问题）

$$\min z = 0x_1 + 0.1x_2 + 0.2x_3 + 0.3x_4 + 0.8x_5$$
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_4 = 100 \\ 2x_3 + 2x_4 + x_5 = 100 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_5 = 100 \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \ge 0, \text{且为整数} \end{cases}$$

试用两阶段法求解，当目标函数改为等价的 $z = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5$ 时,解是否

一致；

4. **作业题 2.6 (2)**，用两阶段法求解下述 LP 问题：

$$\min z = 2x_1 + 3x_2 + x_3$$
$$\begin{cases} x_1 + 4x_2 + 2x_3 \geq 8 \\ 3x_1 + 2x_2 \qquad \geq 6 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

5. 例 3-4 求解线性规划问题

$$\max z = x_1 + x_2$$
$$\begin{cases} -x_1 + x_2 + x_3 \leq 2 \\ -2x_1 + x_2 - x_3 \leq 1 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

三、使用环境

平台：Microsoft Visual C++ 6.0

语言：C 语言

四、算法介绍

1. 单纯形法

Algorithm Simplex

Input 标准型下的相关信息——

N: the number of decision variables;

M: the number of constraint conditions;

$C_{1\times N}$: value coefficient of the objective function;

$A_{M\times N}$, $b_{M\times 1}$:the constraint conditions ;

$BASIS_{M\times 1}$: 初始基可行解基变量所在的列号;

Output

原 LP 的标准型;

求解结果 $X[i](i = 1,2,\ldots, N)$；

解的类型；

Begin

Step 0: Input and initialize;

记录 x_j 是否为基;

Output 原 LP 的标准型;

Step 1: 计算各列的检验数 $\sigma[j]$, j=1,...,N

Step 2: For i=1 through N

If $\sigma[i]>0$ then break;

k=i; (x_k 为换入变量)

Step 3: If (All $\sigma[i]$≤0) then

If (基变量中有人工变量) then

1. Output "无可行解";

2. Return 0;

Else

1. Output "最优解";

2. Output 当前已求得的最优解;

3. Return 1;

Step 4: if ($\sigma[j]$>0) and (A_j ≤**0**) (for some j)

1. Output "无界解";

2. Return 0;

Step 5: $l=0, \theta=MAXNUM$;

Step 6: For i=1 through M

If (A[i][k]>0) then

1. t=b[i]/A[i][k];

2. If (t< θ) then

1. θ=t;

2. $l = i$

即在单纯形表中 l 行对应的基变量 为换出变量；

A[l][k]为主元素；

Step 7：修改基变量;

Step 8: 旋转变换；

Step 9：repeat Steps 1~8 ;

End.

2. 两阶段法

前一部分着重描述了单纯形法的算法，从输入上对比，单纯形法对输入数据的要求较高——需要输入标准型，且已得到一组基可行解，这对于一般 LP 问题，需要事先进行人工变形；两阶段法可以完美解决以上问题，其核心算法是两次运用单纯形法，以下对其的算法介绍，着重描述了**两阶段法的初始化**和**两次调用单纯形法**，而不再重复写单纯形法的详细步骤。

Algorithm Two-phase Method

Input 原 LP 的相关信息——

n: the number of decision variables;

M: the number of constraint conditions;

DIRE[0]: 约束条件中"<="类条件数;

DIRE[1]: 约束条件中">="类条件数;

DIRE[2]: 约束条件中"="类条件数;

objType: 目标函数类型(1 for max、0 for min);

$C_{1\times N}$: value coefficient of the objective function;

$A_{M\times N}$, $b_{M\times 1}$ the constraint conditions (**在输入约束条件时，按照 "<="类、">="、"="类的顺序输入**);

Output

原 LP 的标准型；

加入人工变量后，第一阶段标准型；

第一阶段解的类型、求解结果 $X[i](i=1,2,\ldots,NA)$；(NA 为原 LP 决策变量个数 n、剩余变量、人工变量之和);

第二阶段解的类型、求解结果 $X[i](i=1,2,\ldots,N)$；(N 为原 LP 决策变量个数、剩余变量之和);

Begin

Step 1: N=n+DIRE[0]+DIRE[1];//原 LP 标准型下决策变量总个数

NA=N+DIRE[1]+DIRE[2];//加入人工变量后决策变量总个数

If (N==NA) then

1.Output "输入形式的 LP 经变形未产生人工变量,请变形后再用两阶段法求解";

2.Exit(0) 结束程序

Step 2: If (!objType) then C= -C; //**原 LP 求解 min 时，需转化为求解 max，这样可直接调用单纯形法 Simplex()**

Step 3: 构造仅含人工变量的目标函数(价值系数矩阵为 C1)；

加入人工变量，形成初始基可行解；

Step 4: Output 原 LP 的标准型；

Output 加入人工变量后，第一阶段标准型；

Step 5: firstPhase=Simplex(C1,N,NA); //第一阶段, 返回值判断第一阶段是否存在最优解；

Step 6: if (firstPhase) then

Simplex(C,N,N);//第二阶段

else

Output "原 LP 无可行解";

End.

五、调试过程

1．程序代码

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <math.h>
#define  LENF sizeof(float)
#define  LENINT sizeof(int)
#define MAX 1000000
int N;        //N 为决策变量个数
int NA;       //NA 为加上人工变量后决策变量总个数
int M;        //M 为约束条件数（不含非负条件），默认所有决策变量为非负
int  objType;//目标函数类型 1 for Max;0 for Min;
float *C;     //价值系数
float *C1;    //两阶段法第一阶段的价值系数
float **A;    //约束条件系数矩阵
float *b; //约束条件限额系数
int *BASIS; //储存基所在的列数
int *STATUS;//基变量状态,提示是否是基变量
float *SIGMA; //检验数σ
int DIRE[3]; //分别代表约束条件中<=,>=,=的条件个数


/*单纯形法初始化*/
void initSimplex() {
```

```
int i,j;
printf("\n\n");
printf("请输入线性规划问题相关信息(已化为标准型,且已知初始基可行解基变量所在的列号):\n");

printf("请输入决策变量个数 N=");
scanf("%d",&N);
printf("请输入约束条件(已默认所有决策变量为非负)个数 M=");
scanf("%d",&M);

/*动态分配了数组 C[N],目标函数价值系数*/
C=(float*) malloc((N+1)*LENF);
printf("请输入目标函数价值系数:\n");
for (i=1;i<=N;i++)
    scanf("%f",&C[i]);

/*动态分配了数组 A[M][N],约束条件系数*/
A=(float**)malloc((M+1)*sizeof(float*)); //第一维
for(i=1;i<=M; i++)
    A[i]=(float*)malloc((N+1)* LENF);//第二维
printf("请输入约束条件系数:\n");
for (i=1;i<=M;i++)
    for (j=1;j<=N;j++)
        scanf("%f",&A[i][j]);
```

```
    /*输入 b*/
    b=(float*) malloc((M+1)*LENF);
    printf("请输入对应顺序的 b:\n");
    for (i=1;i<=M;i++) scanf("%f",&b[i]);


    /*输入初始基可行解基变量所在的列号*/
    BASIS=(int*) malloc((M+1)*LENINT);
    STATUS=(int*) malloc((N+1)*LENINT);
    for (i=0;i<=N;i++) STATUS[i]=0;//初始时所有的变量都是非基变量
    printf("请输入初始基可行解基变量所在的列号:");
    for (i=1;i<=M;i++)    {
        scanf("%d",&BASIS[i]);
        STATUS[BASIS[i]]=i;
    }
    SIGMA=(float*) malloc((N+1)*LENF);

}

/*两阶段法初始化*/
void initTwoPhase() {
    int i,j,n;//n 为初始时决策变量个数
    int kr;//剩余变量初始值
    int ka;//人工变量初始值
    printf("\n\n");
    printf("请输入线性规划问题初始相关信息:\n");
```

```
    printf("请输入决策变量个数 n=");
    scanf("%d",&n);

    printf("请输入约束条件(已默认所有决策变量为非负)个数 M=");
    scanf("%d",&M);

    printf("请输入约束条件中\"<=\"类条件数:");
    scanf("%d",&DIRE[0]);
    printf("请输入约束条件中\">=\"类条件数:");
    scanf("%d",&DIRE[1]);
    printf("请输入约束条件中\"=\"类条件数:");
    scanf("%d",&DIRE[2]);

    N=n+DIRE[0]+DIRE[1];//原 LP 标准型下决策变量总个数
    NA=N+DIRE[1]+DIRE[2];//加入人工变量后决策变量总个数

    if (N==NA) {
        printf("输入形式的线性规划问题未产生人工变量，请变形后再用两阶段法求解.");
        exit (0);
    }

    /*此处不再要求初始输入为标准型，我们通过输入标准型，但通过程序将其化为标准型*/
    printf("请输入目标函数类型(1 for max、0 for min):");
```

```
scanf("%d",&objType);

C=(float*) malloc((N+1)*LENF);
printf("请输入目标函数价值系数:\n");
for (i=1;i<=n;i++) {
    scanf("%f",&C[i]);
    if (!objType) C[i]=-C[i];//当目标函数求 min 时，则转化为求 max
}
for (i=n+1;i<=N;i++) C[i]=0;



A=(float**)malloc((M+1)*sizeof(float*)); //第一维
for(i=1;i<=M; i++)
    A[i]=(float*)malloc((NA+1)* LENF);//第二维
BASIS=(int*) malloc((M+1)*LENINT);
STATUS=(int*) malloc((NA+1)*LENINT);
for (i=0;i<=NA;i++) STATUS[i]=0;//初始时所有的变量都是非基变量

/*  开辟第一阶段的价值系数矩阵 C1,并化成 max 型  */
C1=(float*) malloc((NA+1)*LENF);
for (i=1;i<=NA;i++) C1[i]=0;

kr=n+1;//剩余变量下标初始值
ka=N+1;//人工变量下标初始值

for (i=1;i<=DIRE[0];i++){
```

```
        printf("请输入第%d 个\"<=\"条件的相关系数:",i);
        for (j=1;j<=n;j++) scanf("%f",&A[i][j]);
        for (;j<=NA;j++) A[i][j]=0;
        A[i][kr]=1;//剩余变量
        STATUS[kr]=i;//该剩余变量加入基
        BASIS[i]=kr;
        kr++;
    }
    for (;i<=DIRE[0]+DIRE[1];i++){
        printf("请输入第%d 个\">=\"条件的相关系数:",i-DIRE[0]);
        for (j=1;j<=n;j++) scanf("%f",&A[i][j]);
        for (;j<=NA;j++) A[i][j]=0;
        A[i][kr]=-1;//剩余变量
        A[i][ka]=1;//人工变量
        C1[ka]=-1;
        STATUS[ka]=i;//人工变量做基变量
        BASIS[i]=ka;
        kr++;
        ka++;
    }
    for (;i<=M;i++){
        printf("请输入第%d 个\"=\"条件的相关系数:",i-DIRE[0]-DIRE[1]);
        for (j=1;j<=n;j++) scanf("%f",&A[i][j]);
        for (;j<=NA;j++) A[i][j]=0;

        A[i][ka]=1;//人工变量
```

```
        C1[ka]=-1;
        STATUS[ka]=i;//人工变量做基变量
        BASIS[i]=ka;
        ka++;
    }

    /*输入 b*/
    b=(float*) malloc((M+1)*LENF);
    printf("请输入对应顺序的 b:\n");
    for (i=1;i<=M;i++) scanf("%f",&b[i]);

    SIGMA=(float*) malloc((NA+1)*LENF);

}



/*输出标准型*/
void output(float *C,int n) {
    int i,j;



    printf("Max Z=%0.1fX%d",C[1],1);
    for (i=2;i<=n;i++)
        printf("%+0.1fX%d",C[i],i);
    printf("\n");
```

```
    for (i=1;i<=M;i++) {
        printf("%0.1fX%d",A[i][1],1);
        for (j=2;j<=n;j++)
            printf("%+0.1fX%d",A[i][j],j);
        printf("=%.1f\n",b[i]);

    }
    for (j=1;j<=n-1;j++) printf("X%d,",j);
    printf("X%d>=0\n",n);
}


/*  计算目标函数值 CN*b */
float computeObj(float *C,int n) {
    float z=0;
    int i;

    for (i=1;i<=M;i++)
        z+=C[BASIS[i]]*b[i];
    return z;
}



/*输出解*/
void displaySolution(float *C,int n) {
```

```
    int i;
    for (i=1;i<=n;i++){
        printf("X%d=",i);
        if (STATUS[i]==0)
            printf("0\n");
        else
            printf("%0.1f\n",b[STATUS[i]]);

    }
    printf("Max z=%0.1f\n",computeObj(C,n));

}



/*计算所有σ*/
void computeSigma(float *C,int n) {
    int i,j;
    float sum;
    for (i=1;i<=n;i++)
        if (STATUS[i]>0) {
            SIGMA[i]=0;
            continue;
        }
        else {
            sum=0;
```

```
            for (j=1;j<=M;j++)
                sum+=C[BASIS[j]]*A[j][i];
            SIGMA[i]=C[i]-sum;
        }

}
```

```
/*基变量中是否有非零的人工变量*/
int nonZeroArtiVarInBasis(int m,int n) {
    int i;
    for (i=1;i<=M;i++)
        if (BASIS[i]>m && fabs(b[i])>=1e-7) return 1;
    return 0;

}
```

```
/*判断是否存在某非基变量检验数为0;   存在:返回1    不存在:返回0*/
int existNonbasisEqus0(int n) {
    int i;
    for (i=1;i<=n;i++)
        if (STATUS[i]==0 && fabs(SIGMA[i])<1e-7)
```

```
            return 1;
    return 0;
}



/* 单纯形法 C:目标函数价值系数; m:非人工变量个数 n:决策变量总个数*/
int simplex(float *C,int m,int n) {
    int i,j,flag,k,l;
    float theta,t;
    float pivot;//主元素

    while (1) {
        computeSigma(C,n);

        for (i=1;i<=n;i++) {
            if (SIGMA[i]>=1e-7) break; //存在σi>0
        }

        k=i;
```

```
/*所有σ<=0*/
if (i==(n+1))
    /*无可行解，结束程序*/
    if (nonZeroArtiVarInBasis(m,n)) {
        printf("无可行解\n");
        return 0;
    }
    /*无穷多最优解，结束程序
    else if (existNonbasisEqus0(n)){
        printf("无穷多最优解,其中一组解如下:\n");
        displaySolution(C,n);
        return 1;
    }*/
    /*唯一最优解，结束程序*/
    else {
        printf("有最优解:\n");
        displaySolution(C,n);
        return 1;
    }



/*检验是否有无界解*/
flag=0;
```

```
for (;i<=n;i++) {
    if (SIGMA[i]>=1e-7) {
        for (j=1;j<=M;j++)
            if (A[j][i]>=1e-7) break;
        if (j==M+1) {
            flag=1;


        }
    }
    if (flag==1) {
        printf("有无界解\n");
        return 0;
    }
}




/*计算θ*/
l=0;
theta=MAX;
for (i=1;i<=M;i++)
    if (A[i][k]>=1e-7) {
        t=b[i]/A[i][k];
        if (t<theta) {
            theta=t;
```

```
                l=i;
            }
        }

    /*  xk 为换入变量,l 行对应的基变量为换出变量  */
    STATUS[BASIS[l]]=0;
    STATUS[k]=l;
    BASIS[l]=k;

    /*旋转运算*/

    pivot=A[l][k];
    b[l]=b[l]/pivot;
    for (j=1;j<=n;j++) A[l][j]=A[l][j]/pivot;//第 l 行操作
    for (i=1;i<=M;i++)
        if (i!=l) {
            float pivot2=A[i][k];
            for (j=1;j<=n;j++) A[i][j]=-A[l][j]*pivot2+A[i][j];
            b[i]=-b[l]*pivot2+b[i];
        }
  }

}
```

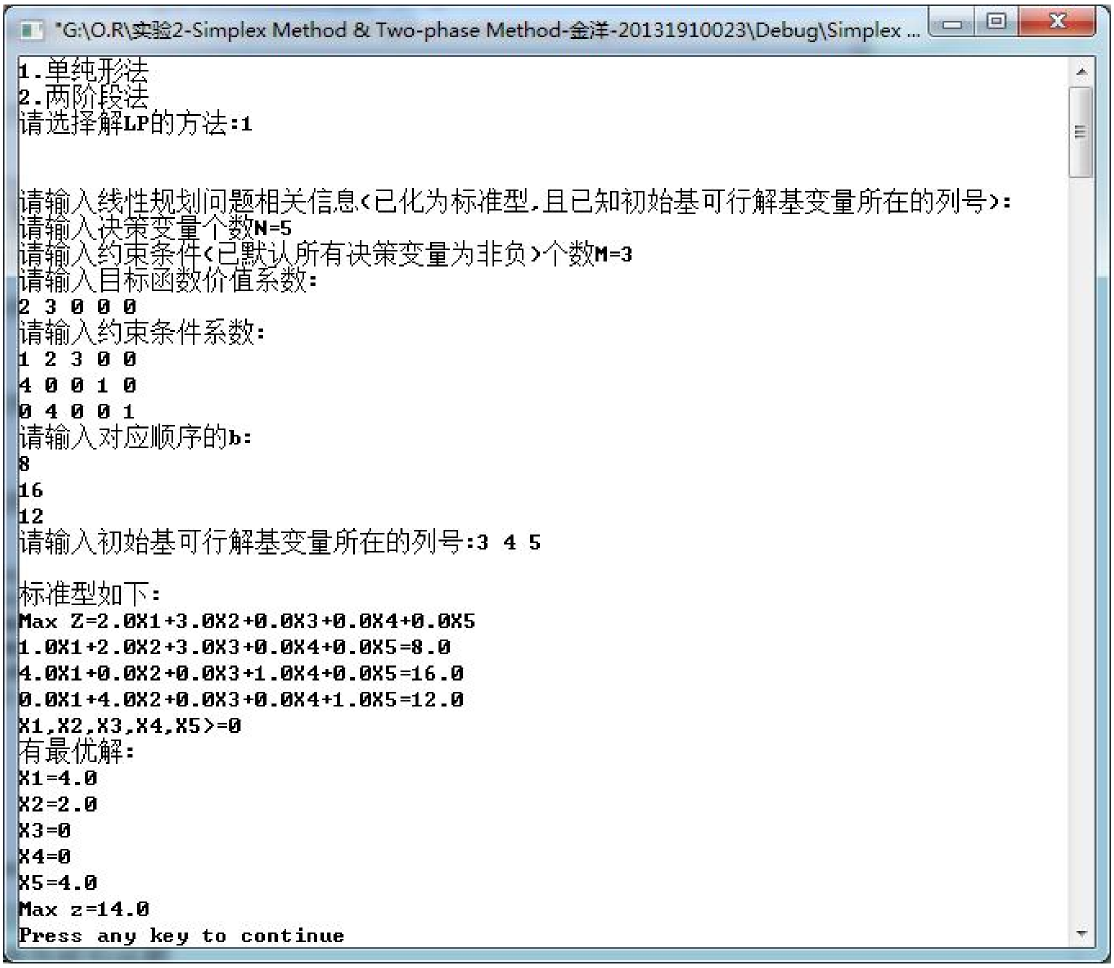
```
void release() {
    free(A);
    free(C);
    free(b);
    free(BASIS);
    free(STATUS);
    free(SIGMA);
}
void main() {
    int choice;
    int firstPhase;
    //freopen("Two-phase.in", "r", stdin);
    //freopen("2.in", "r", stdin);
    printf("1.单纯形法\n2.两阶段法\n");
    printf("请选择解 LP 的方法:");
    scanf("%d",&choice);

    if (choice==1) {
        initSimplex();
        printf("\n 标准型如下:\n");
        output(C,N);
        simplex(C,N,N);
    }
    else if (choice==2){
```

```
        initTwoPhase();
        printf("\n 初始标准型如下:\n");
        output(C,N);

        printf("加入人工变量后,第一阶段标准型如下:\n");
        output(C1,NA);
        printf("\n 第一阶段求解:\n");
        firstPhase=simplex(C1,N,NA);

        if (firstPhase) {
            printf("\n 第二阶段求解:\n");
            simplex(C,N,N);
        }
        else printf("即原 LP 无可行解\n");
    }
    //fclose(stdin);
    release();  //代码中为了节省空间，使用了几个动态数组，按照规范，动态数组使用完毕需要释放
}
```

2．运行窗口

(1). **例 2-6** 用单纯形法求解线性规划问题

$$\max z = 2x_1 + 3x_2 + 0x_3 + 0x_4 + 0x_5$$
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 8 \\ 4x_1 + x_4 = 16 \\ 4x_2 + x_5 = 12 \\ x_j \ge 0,\ j = 1,2,\ldots,5 \end{cases}$$




```
1.单纯形法
2.两阶段法
请选择解LP的方法:1


请输入线性规划问题相关信息(已化为标准型,且已知初始基可行解基变量所在的列号):
请输入决策变量个数N=5
请输入约束条件(已默认所有决策变量为非负)个数M=3
请输入目标函数价值系数:
2 3 0 0 0
请输入约束条件系数:
1 2 3 0 0
4 0 0 1 0
0 4 0 0 1
请输入对应顺序的b:
8
16
12
请输入初始基可行解基变量所在的列号:3 4 5

标准型如下:
Max Z=2.0X1+3.0X2+0.0X3+0.0X4+0.0X5
1.0X1+2.0X2+3.0X3+0.0X4+0.0X5=8.0
4.0X1+0.0X2+0.0X3+1.0X4+0.0X5=16.0
0.0X1+4.0X2+0.0X3+0.0X4+1.0X5=12.0
X1,X2,X3,X4,X5>=0
有最优解:
X1=4.0
X2=2.0
X3=0
X4=0
X5=4.0
Max z=14.0
Press any key to continue
```

(2) **例 2-9** 线性规划问题

$$\min z = -3x_1 + x_2 + x_3$$

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 \le 11 \\ -4x_1 + x_2 + 2x_3 \ge 3 \\ -2x_1 \qquad + x_3 = 1 \\ x_1, x_2, x_3 \ge 0 \end{cases}$$

试用两阶段法求解;

```
"G:\O.R\实验2-Simplex Method & Two-phase Method-金洋-20131910023\Debug\Simplex ...
1.单纯形法
2.两阶段法
请选择解LP的方法:2


请输入线性规划问题初始相关信息:
请输入决策变量个数n=3
请输入约束条件(已默认所有决策变量为非负)个数M=3
请输入约束条件中"<="类条件数:1
请输入约束条件中">="类条件数:1
请输入约束条件中"="类条件数:1
请输入目标函数类型(1 for max、0 for min):0
请输入目标函数价值系数:
-3 1 1
请输入第1个"<="条件的相关系数:1 -2 1
请输入第1个">="条件的相关系数:-4 1 2
请输入第1个"="条件的相关系数:-2 0 1
请输入对应顺序的b:
11
3
1
```

```
"G:\O.R\实验2-Simplex Method & Two-phase Method-金洋-20131910023\Debug\Simplex ...

初始标准型如下:
Max Z=3.0X1-1.0X2-1.0X3+0.0X4+0.0X5
1.0X1-2.0X2+1.0X3+1.0X4+0.0X5=11.0
-4.0X1+1.0X2+2.0X3+0.0X4-1.0X5=3.0
-2.0X1+0.0X2+1.0X3+0.0X4+0.0X5=1.0
X1,X2,X3,X4,X5>=0
加入人工变量后,第一阶段标准型如下:
Max Z=0.0X1+0.0X2+0.0X3+0.0X4+0.0X5-1.0X6-1.0X7
1.0X1-2.0X2+1.0X3+1.0X4+0.0X5+0.0X6+0.0X7=11.0
-4.0X1+1.0X2+2.0X3+0.0X4-1.0X5+1.0X6+0.0X7=3.0
-2.0X1+0.0X2+1.0X3+0.0X4+0.0X5+0.0X6+1.0X7=1.0
X1,X2,X3,X4,X5,X6,X7>=0
```

```
"G:\O.R\实验2-Simplex Method & Two-phase Method-金洋-20131910023\Debug\Simplex ...
第一阶段求解:
有最优解:
X1=0
X2=1.0
X3=1.0
X4=12.0
X5=0
X6=0
X7=0
Max z=0.0

第二阶段求解:
有最优解:
X1=4.0
X2=1.0
X3=9.0
X4=0
X5=0
Max z=2.0
Press any key to continue
```

即原问题 min z=-2

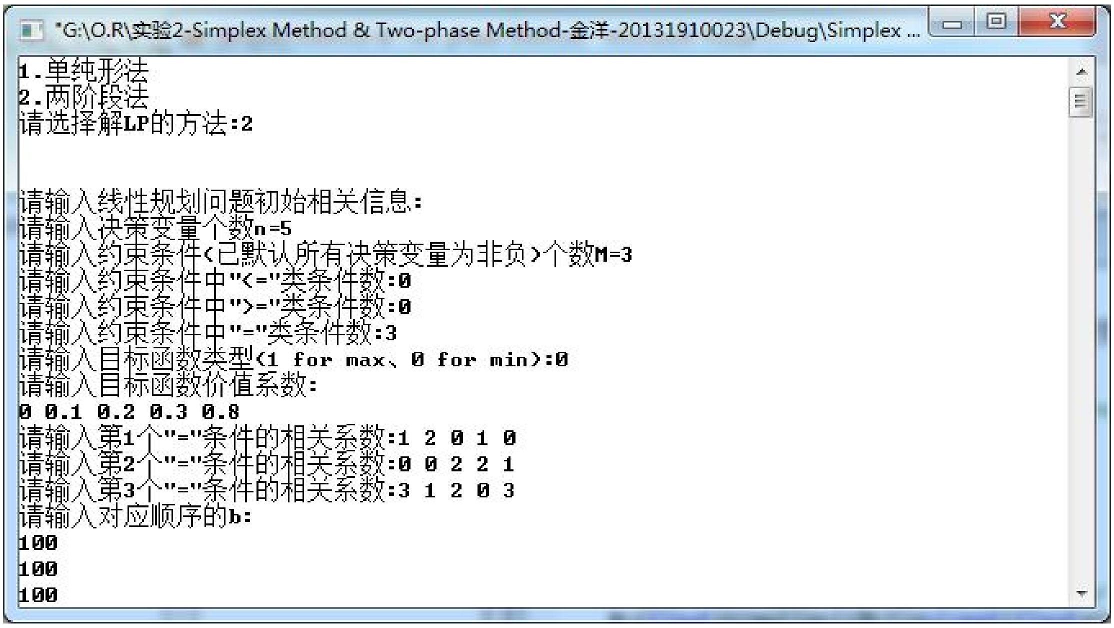
(3). **例 2-10**（合理利用线材问题）

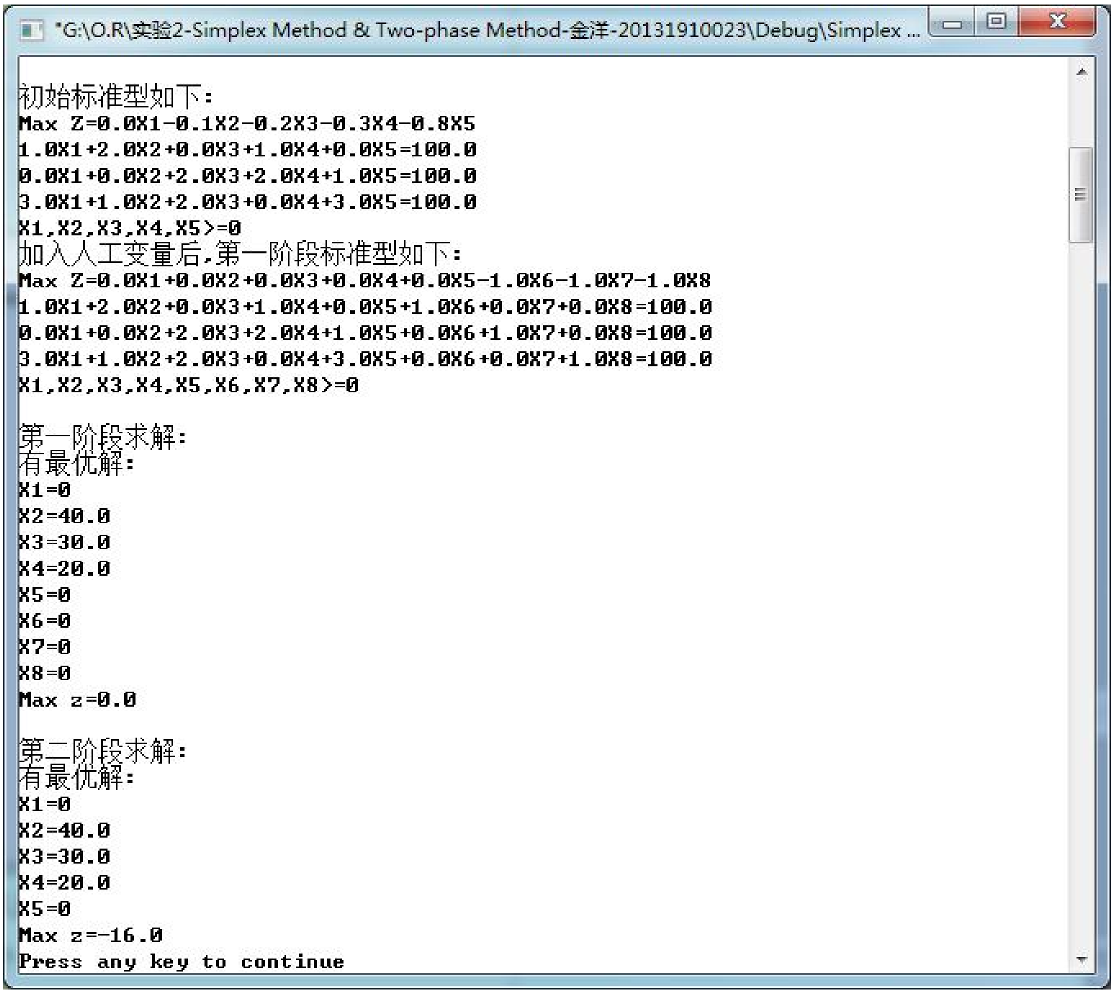
$$\min z = 0x_1 + 0.1x_2 + 0.2x_3 + 0.3x_4 + 0.8x_5$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \qquad + x_4 \qquad = 100 \\ \qquad\qquad 2x_3 + 2x_4 + x_5 = 100 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 \qquad + 3x_5 = 100 \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0, \text{且为整数} \end{cases}$$

试用两阶段法求解，当目标函数改为等价的 $\omega = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5$ 时,解是否一致；

①





```
"G:\O.R\实验2-Simplex Method & Two-phase Method-金洋-20131910023\Debug\Simplex ...

初始标准型如下:
Max Z=0.0X1-0.1X2-0.2X3-0.3X4-0.8X5
1.0X1+2.0X2+0.0X3+1.0X4+0.0X5=100.0
0.0X1+0.0X2+2.0X3+2.0X4+1.0X5=100.0
3.0X1+1.0X2+2.0X3+0.0X4+3.0X5=100.0
X1,X2,X3,X4,X5>=0
加入人工变量后,第一阶段标准型如下:
Max Z=0.0X1+0.0X2+0.0X3+0.0X4+0.0X5-1.0X6-1.0X7-1.0X8
1.0X1+2.0X2+0.0X3+1.0X4+0.0X5+1.0X6+0.0X7+0.0X8=100.0
0.0X1+0.0X2+2.0X3+2.0X4+1.0X5+0.0X6+1.0X7+0.0X8=100.0
3.0X1+1.0X2+2.0X3+0.0X4+3.0X5+0.0X6+0.0X7+1.0X8=100.0
X1,X2,X3,X4,X5,X6,X7,X8>=0

第一阶段求解:
有最优解:
X1=0
X2=40.0
X3=30.0
X4=20.0
X5=0
X6=0
X7=0
X8=0
Max z=0.0

第二阶段求解:
有最优解:
X1=0
X2=40.0
X3=30.0
X4=20.0
X5=0
Max z=-16.0
Press any key to continue
```

此处得原 LP 的一个最优解 $x_1=0, x_2=40, x_3=30, x_4=20, x_5=0.\max z''=-16.$ 即原问题 min z=16. 这与课本上的解($x_1=30, x_2=10, x_3=0, x_4=50, x_5=0.$)有所不同，但是把该解代入目标函数，z=0*30+0.1*10+0.2*0+0.3*50+0.8*0=16 与程序解得的目标函数值相等，故这两个都为最优解，若没有整数限制，由这两个解做凸组合，将得到无穷多个最优解.

② 目标函数由 $\min z=0x_1+0.1x_2+0.2x_3+0.3x_4+0.8x_5$ 换为 $\min\omega=x_1+x_2+x_3+x_4+x_5$ 时，由于 $\dfrac{z+100(2.9+2.1+1.5)}{7.4}=\omega$ 故两个目标函数其实是等价的，在程序中求解，如下：

```
"G:\O.R\实验2-Simplex Method & Two-phase Method-金洋-20131910023\Debug\Simplex ...
1.单纯形法
2.两阶段法
请选择解LP的方法:2


请输入线性规划问题初始相关信息:
请输入决策变量个数n=5
请输入约束条件(已默认所有决策变量为非负)个数M=3
请输入约束条件中"<="类条件数:0
请输入约束条件中">="类条件数:0
请输入约束条件中"="类条件数:3
请输入目标函数类型(1 for max、0 for min):0
请输入目标函数价值系数:
1 1 1 1 1
请输入第1个"="条件的相关系数:1 2 0 1 0
请输入第2个"="条件的相关系数:0 0 2 2 1
请输入第3个"="条件的相关系数:3 1 2 0 3
请输入对应顺序的b:
100
100
100
```

```
"G:\O.R\实验2-Simplex Method & Two-phase Method-金洋-20131910023\Debug\Simplex ...

初始标准型如下:
Max Z=-1.0X1-1.0X2-1.0X3-1.0X4-1.0X5
1.0X1+2.0X2+0.0X3+1.0X4+0.0X5=100.0
0.0X1+0.0X2+2.0X3+2.0X4+1.0X5=100.0
3.0X1+1.0X2+2.0X3+0.0X4+3.0X5=100.0
X1,X2,X3,X4,X5>=0
加入人工变量后,第一阶段标准型如下:
Max Z=0.0X1+0.0X2+0.0X3+0.0X4+0.0X5-1.0X6-1.0X7-1.0X8
1.0X1+2.0X2+0.0X3+1.0X4+0.0X5+1.0X6+0.0X7+0.0X8=100.0
0.0X1+0.0X2+2.0X3+2.0X4+1.0X5+0.0X6+1.0X7+0.0X8=100.0
3.0X1+1.0X2+2.0X3+0.0X4+3.0X5+0.0X6+0.0X7+1.0X8=100.0
X1,X2,X3,X4,X5,X6,X7,X8>=0

第一阶段求解:
有最优解:
X1=0
X2=40.0
X3=30.0
X4=20.0
X5=0
X6=0
X7=0
X8=0
Max z=0.0

第二阶段求解:
有最优解:
X1=0
X2=40.0
X3=30.0
X4=20.0
X5=0
Max z=-90.0
Press any key to continue
```

可以看到，求解结果与①中一致.

4. **作业题 2.6 (2)**，用两阶段法求解下述 LP 问题：

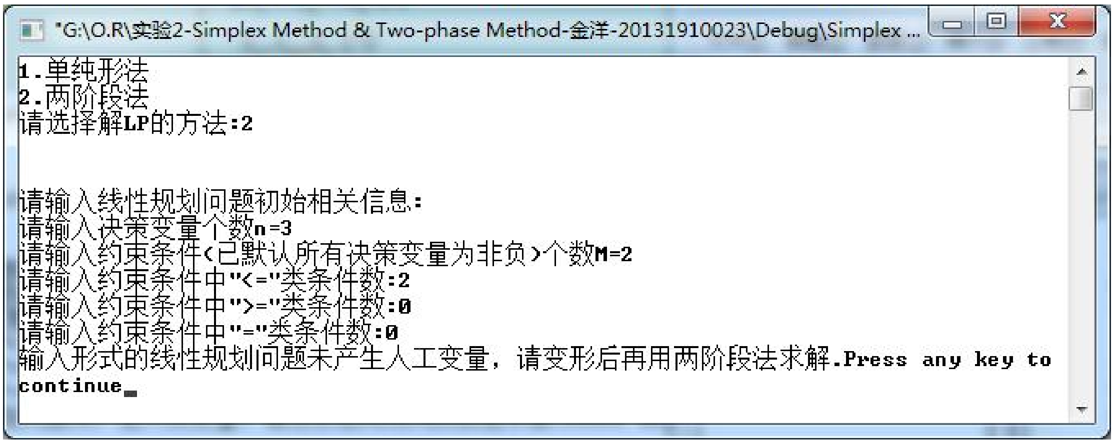
$$\min z = 2x_1 + 3x_2 + x_3$$
$$\begin{cases} x_1 + 4x_2 + 2x_3 \ge 8 \\ 3x_1 + 2x_2 \qquad \ge 6 \\ \quad x_1, x_2, x_3 \ge 0 \end{cases}$$

```
"G:\O.R\实验2-Simplex Method & Two-phase Method-金洋-20131910023\Debug\Simplex ...
1.单纯形法
2.两阶段法
请选择解LP的方法:2


请输入线性规划问题初始相关信息:
请输入决策变量个数n=3
请输入约束条件(已默认所有决策变量为非负)个数M=2
请输入约束条件中"<="类条件数:0
请输入约束条件中">="类条件数:2
请输入约束条件中"="类条件数:0
请输入目标函数类型(1 for max、0 for min):0
请输入目标函数价值系数:
2 3 1
请输入第1个">="条件的相关系数:1 4 2
请输入第2个">="条件的相关系数:3 2 0
请输入对应顺序的b:
8
6

初始标准型如下:
Max Z=-2.0X1-3.0X2-1.0X3+0.0X4+0.0X5
1.0X1+4.0X2+2.0X3-1.0X4+0.0X5=8.0
3.0X1+2.0X2+0.0X3+0.0X4-1.0X5=6.0
X1,X2,X3,X4,X5>=0
加入人工变量后,第一阶段标准型如下:
Max Z=0.0X1+0.0X2+0.0X3+0.0X4+0.0X5-1.0X6-1.0X7
1.0X1+4.0X2+2.0X3-1.0X4+0.0X5+1.0X6+0.0X7=8.0
3.0X1+2.0X2+0.0X3+0.0X4-1.0X5+0.0X6+1.0X7=6.0
X1,X2,X3,X4,X5,X6,X7>=0

第一阶段求解:
有最优解:
X1=0.8
X2=1.8
X3=0
X4=0
X5=0
X6=0
X7=0
Max z=0.0

第二阶段求解:
有最优解:
X1=0.8
X2=1.8
X3=0
X4=0
X5=0
Max z=-7.0
Press any key to continue
```

即原问题 min z=7.

5. 例 3-4 求解线性规划问题

$$
\max z = x_1 + x_2
$$
$$
\begin{cases}
-x_1 + x_2 + x_3 \le 2 \\
-2x_1 + x_2 - x_3 \le 1 \\
x_1, x_2, x_3 \ge 0
\end{cases}
$$



经过观察分析，两个约束条件加入剩余变量后即产生了一组基，不必再次加入人工变量，没有必要使用两阶段法。我们将其变形，两个约束条件改变不等号方向，可以使用程序进行两阶段法求解：

```
"G:\O.R\实验2-Simplex Method & Two-phase Method-金洋-20131910023\Debug\Simplex ...
1.单纯形法
2.两阶段法
请选择解LP的方法:2


请输入线性规划问题初始相关信息:
请输入决策变量个数n=3
请输入约束条件(已默认所有决策变量为非负)个数M=2
请输入约束条件中"<="类条件数:0
请输入约束条件中">="类条件数:2
请输入约束条件中"="类条件数:0
请输入目标函数类型(1 for max、0 for min):1
请输入目标函数价值系数:
1 1 0
请输入第1个">="条件的相关系数:1 -1 -1
请输入第2个">="条件的相关系数:2 -1 1
请输入对应顺序的b:
-2
-1

初始标准型如下:
Max Z=1.0X1+1.0X2+0.0X3+0.0X4+0.0X5
1.0X1-1.0X2-1.0X3-1.0X4+0.0X5=-2.0
2.0X1-1.0X2+1.0X3+0.0X4-1.0X5=-1.0
X1,X2,X3,X4,X5>=0
加入人工变量后,第一阶段标准型如下:
Max Z=0.0X1+0.0X2+0.0X3+0.0X4+0.0X5-1.0X6-1.0X7
1.0X1-1.0X2-1.0X3-1.0X4+0.0X5+1.0X6+0.0X7=-2.0
2.0X1-1.0X2+1.0X3+0.0X4-1.0X5+0.0X6+1.0X7=-1.0
X1,X2,X3,X4,X5,X6,X7>=0

第一阶段求解:
有最优解:
X1=1.0
X2=3.0
X3=0
X4=0
X5=0
X6=0
X7=0
Max z=0.0

第二阶段求解:
有无界解
Press any key to continue
```

第二阶段求解为无界解，这与观察一致，如 $(+\infty,0,0)'$ 便是原 LP 的无界解.

六、总结

1. 学会使用单纯形法对线性规划问题求解；

2. 学会使用 c 语言实现单纯形法；

3. 在原问题没有直接给出初始基可行解时，添加人工变量后，利用两阶段法可以进行求解；

4. 学会使用 c 语言实现两阶段法；

七、参考文献

[1] 谭浩强著, 《c 程序设计》（第三版）, 清华大学出版社, 2005.7；
[2]《运筹学》教程编写组, 《运筹学》（第 4 版）, 清华大学出版社, 2013.1;
[3] 吴振奎, 钱智华, 于亚秀著,《运筹学概论》, 哈尔滨工业大学出版社, 2015.2;

八、教师评语