模式识别上机实验 2：参数估计及两分类问题

专业： 信息与计算科学 **学号：** 20131910023 **姓名：** 金洋

给定 2 维样本 500 个，存放在文件"500 样本.txt"中，其中前 300 个是属于第一类的样本，接着 200 个是属于第二类的样本（第一列为样本的类别）。假设两类样本均来自正态总体，试分别估计其参数，分别就以下两种假设求出各参数的估计，决策函数和决策规则并对如下五个未知类别的样本进行分类（有图像则更佳）。

1． $\Sigma_1=\Sigma_2, P(\omega_1)=P(\omega_2)$，

$$\Sigma=\frac{1}{N}\left(\sum_{x_i\in I}(x_i-\mu_1)(x_i-\mu_1)^T+\sum_{x_i\in II}(x_i-\mu_2)(x_i-\mu_2)^T\right)$$

参数：$\mu_1=\begin{pmatrix}1.6473\\3.9287\end{pmatrix}$，$\mu_2=\begin{pmatrix}0.6673\\6.8952\end{pmatrix}$，$\Sigma=\begin{pmatrix}4.2150 & 4.5557\\4.5557 & 7.5198\end{pmatrix}$

决策函数：$g_1(x)-g_2(x)=0$ 即 1.230747x-y+3.987629=0

决策规则：当 $g_1(x)-g_2(x)<0$，则 $x\in\omega_1$

当 $g_1(x)-g_2(x)\geq 0$，则 $x\in\omega_2$；

2． $\Sigma_1\neq\Sigma_2, P(\omega_1)\neq P(\omega_2)$

参数：$\mu_1=\begin{pmatrix}1.6473\\3.9287\end{pmatrix}$，$\mu_2=\begin{pmatrix}0.6673\\6.8952\end{pmatrix}$，$\Sigma_1=\begin{pmatrix}5.6950 & 6.4981\\6.4981 & 10.2326\end{pmatrix}$，

$\Sigma_2=\begin{pmatrix}1.9951 & 1.6422\\1.6422 & 3.4506\end{pmatrix}$

决策函数：$g_1(x)-g_2(x)=\quad x^T(W_1-W_2)x+(\omega_1-\omega_2)^T x+\omega_{10}-\omega_{20}=0$

其　中　$W_1-W_2=\begin{pmatrix}0.0932 & 0.0064\\0.0064 & 0.0608\end{pmatrix}$，　$\omega_1-\omega_2=\begin{pmatrix}1.6136\\-2.2962\end{pmatrix}$，

$\omega_{10}-\omega_{20}=8.4552$

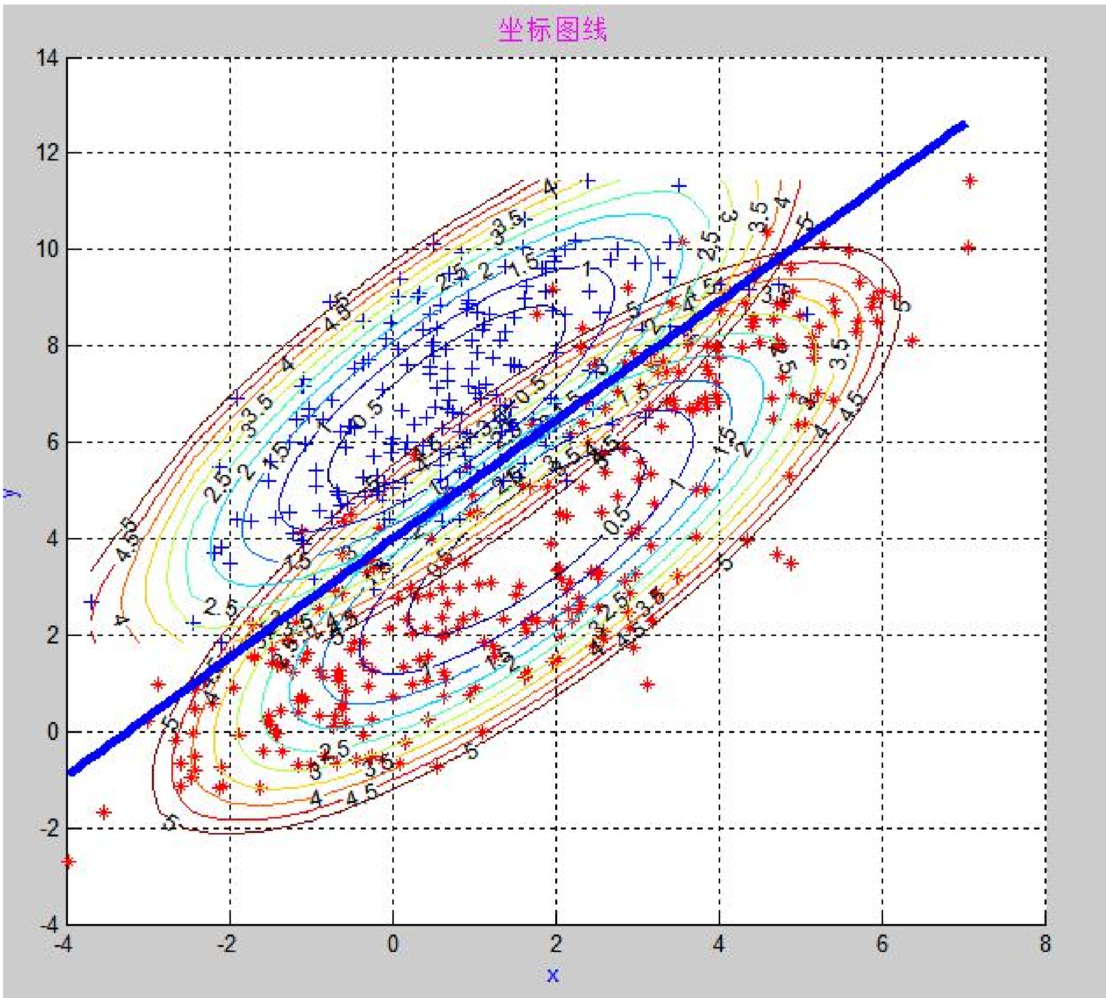
决策规则：当 $g_1(x)-g_2(x)<0$，则 $x\in\omega_2$

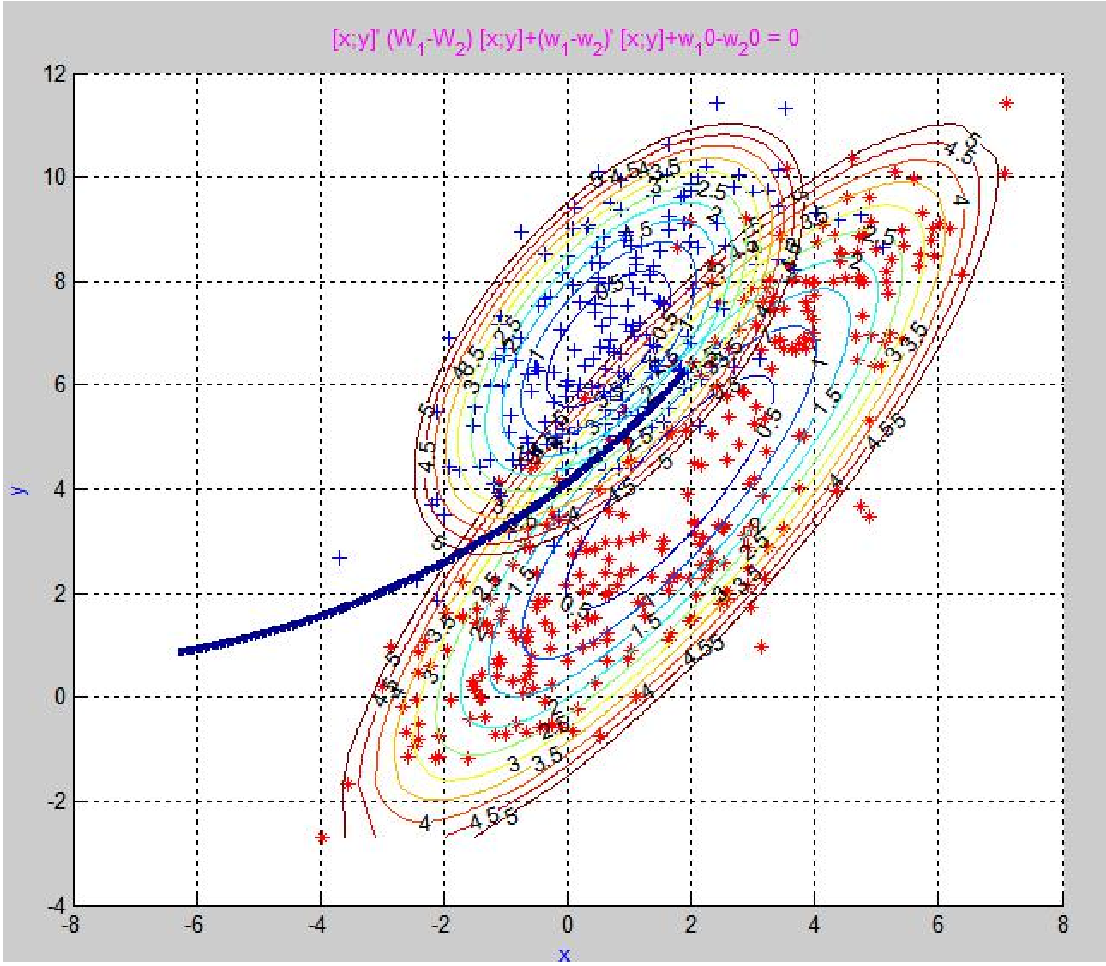
当 $g_1(x)-g_2(x)\geq 0$，则 $x\in\omega_1$；

5 个未知样本在两种假设下的类别：

1)类别	2)类别	x_1	x_2
2	1	-1.0221	3.2155
1	1	5.0000	10.000
1	1	2.4344	4.3210
2	2	3.1932	8.7089
1	1	-0.6212	1.8253

两小题的分界面：





一、算法介绍：

多元正态概率型下，最小错误率贝叶斯判别函数为

$$g_i(x)=-\frac{1}{2}(x-\mu_i)^T\Sigma_i^{-1}(x-\mu_i)-\frac{d}{2}\ln 2\pi-\frac{1}{2}\ln|\Sigma_i|+\ln P(\omega_i) \quad ①$$

决策面方程为

$$g_i(x)-g_j(x)=0.$$

（1）$\Sigma_1=\Sigma_2, P(\omega_1)=P(\omega_2)$

这种情况下，协方差想到，即Σ与 i 无关，所以①式可以简化为

$$g_i(x)=-\frac{1}{2}(x-\mu_i)^T\Sigma^{-1}(x-\mu_i)+\ln P(\omega_i) \quad ②$$

又先验概率相等，②可以化简为$g_i(x)=\gamma^2=(x-\mu_i)^T\Sigma^{-1}(x-\mu_i)$

这时其决策规则为：为了对观察 x 进行分类，只要计算出x到每类的均值点的 Mahalanobis 距离的平方γ^2，最后把x归于γ^2最小的类别。

决策面$g_i(x)-g_j(x)=0$，即$w^T(x-x_0)=0$

其中，

$$w=\Sigma^{-1}(\mu_i-\mu_j)$$

$$x_0=\frac{1}{2}(\mu_i+\mu_j)-\frac{\ln\frac{P(\omega_i)}{P(\omega_j)}}{(\mu_i-\mu_j)^T\Sigma^{-1}(\mu_i-\mu_j)}(\mu_i-\mu_j)=\frac{1}{2}(\mu_i+\mu_j)$$

（2）$\Sigma_1\neq\Sigma_2,P(\omega_1)\neq P(\omega_2)$

①中第二项可以省略，简化后判别函数为

$$g_i(x)=-\frac{1}{2}(x-\mu_i)^T\Sigma_i^{-1}(x-\mu_i)-\frac{1}{2}\ln|\Sigma_i|+\ln P(\omega_i)=x^TW_ix+\omega_i{}^Tx+\omega_{i0}$$

其中，

$$W_i=-\frac{1}{2}\Sigma_i^{-1}$$

$$\omega_i=\Sigma_i^{-1}\mu_i$$

$$\omega_{i0}=-\frac{1}{2}\mu_i{}^T\Sigma_i^{-1}\mu_i-\frac{1}{2}\ln|\Sigma_i|+\ln P(\omega_i)$$

决策面为：

$$g_i(x)-g_j(x)=0$$

$$x^T(W_i-W_j)x+(\omega_i-\omega_j)^Tx+\omega_{i0}-\omega_{j0}=0$$

二、实验过程：

1、程序源代码

① Main.m

```
clc;clear all            %清除所有
fid=fopen('data.txt');  %打开数据总文件
B=textscan(fid,'%f %f %f');%把每一列的数据读入到读入到单元数组 B 中
X=[B{2} B{3}];          %从单元数组 B 中提取每列数据赋值给矩阵 C
n=max(size(X));         %确定读入数据的坐标数目
n1=300;%第一类有 300 个
n2=200;%第二类有 200 个
x1=X(1:n1,:)';%第一类样本，2*300 矩阵
x2=X(n1+1:n,:)';%第二类样本，2*200 矩阵
X=X';
minx=min(X(1,:));
```

```
maxx=max(X(1,:));
xn=[-1.0221 3.2155;
5.0000  10.000;
2.4344  4.3210;
3.1932  8.7089;
-0.6212 1.8253]';


figure
hold on

a=input('请输入题目编号');

for i=1:n1
    plot(x1(1,i),x1(2,i),'r*');
end
for i=1:n2
    plot(x2(1,i),x2(2,i),'b+');
end
xlabel('x','color','b');
ylabel('y','color','b');
title('坐标图线','color','m');grid on

u1=[sum(x1,2)/n1];%第一类样本均值
u2=[sum(x2,2)/n2];%第二类样本均值
sigma1=1/n1*bsxfun(@minus,x1,u1)*bsxfun(@minus,x1,u1)';%第一类样本协方差
sigma2=1/n2*bsxfun(@minus,x2,u2)*bsxfun(@minus,x2,u2)';%第二类样本协方差
sigma=1/n*(bsxfun(@minus,x1,u1)*bsxfun(@minus,x1,u1)'+bsxfun(@minus,x2,u2)*bsxfun(@minus,x2,u2)') ;

x=minx:0.1:maxx;


if (a==1)
    drawEquidensity( x1,u1,sigma);
    drawEquidensity( x2,u2,sigma);
    drawFig1(u1,u2,x,sigma);
    for i=1:length(xn)
result(i)=((xn(:,i)-u1)'*inv(sigma)*(xn(:,i)-u1)>(xn(:,i)-u2)'*inv(sigma)*(xn(:,i)-u2) )+1;
    end
```

```
    result
else
    drawEquidensity( x1,u1,sigma1);
    drawEquidensity( x2,u2,sigma2);
    pw1=0.6;
    pw2=0.4;
    [W1,W2,w1,w2,w10,w20,result ]=
drawFig2( u1,u2,sigma1,sigma2,pw1,pw2,xn );
    result
end
```

② drawEquidensity.m

```
function drawEquidensity( x,u,sigma,n )%画等值线
    X=0;Y=0;
    [X,Y] = meshgrid(sort(x(1,:)),sort(x(2,:)));
    n=length(x);
    for i=1:n
        for j=1:n
           Z(i,j)=([X(i,j);Y(i,j)]-u)'*inv(sigma)* ([X(i,j);Y(i,j)]-u);
        end
    end
    contour(X,Y,Z,'ShowText','on','LevelList',[0:0.5:5]);

end
```

③ drawFig1.m

```
function [ output_args ] = drawFig1( u1,u2,x,sigma)

x0=(u1+u2)/2;
w=inv(sigma)*(u1-u2);
wt=w';
k=-wt(:,1)*inv(wt(:,2));
b=wt(:,1)*inv(wt(:,2))*x0(1)+x0(2);


%y=k*(x-x0(1))+x0(2);
y=k*x+b;
```

```
plot(x,y,'LineWidth',4);
fprintf('y=%fx+%f\n',k,b);

end
```

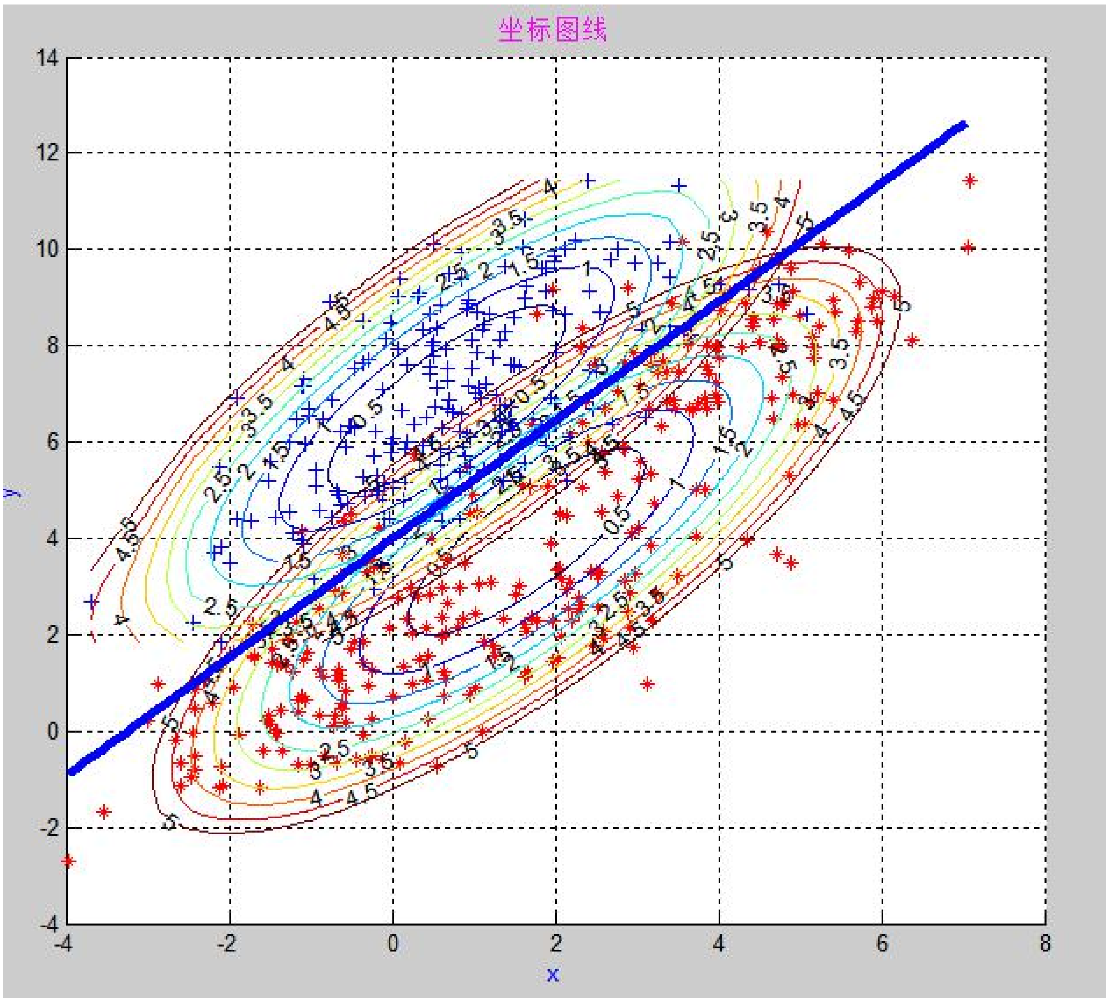
④ **drawFig2.m**

```
function [W1,W2,w1,w2,w10,w20,result ]=
drawFig2( u1,u2,sigma1,sigma2,pw1,pw2,xn )

W1=-1/2*inv(sigma1);
W2=-1/2*inv(sigma2);

w1=inv(sigma1)*u1;
w2=inv(sigma2)*u2;

w10=-1/2*u1'*inv(sigma1)*u1-1/2*log(det(sigma1))+log(pw1);
w20=-1/2*u2'*inv(sigma2)*u2-1/2*log(det(sigma2))+log(pw2);

fh = @(x,y) [x;y]'*(W1-W2)*[x;y]+(w1-w2)'*[x;y]+w10-w20;
for i=1:5
   if (fh(xn(1,i),xn(2,i))>0)
       result(i)=1;
   else
       result(i)=2;
   end
end
h=ezplot(fh);
set(h,'linewidth',4)

end
```

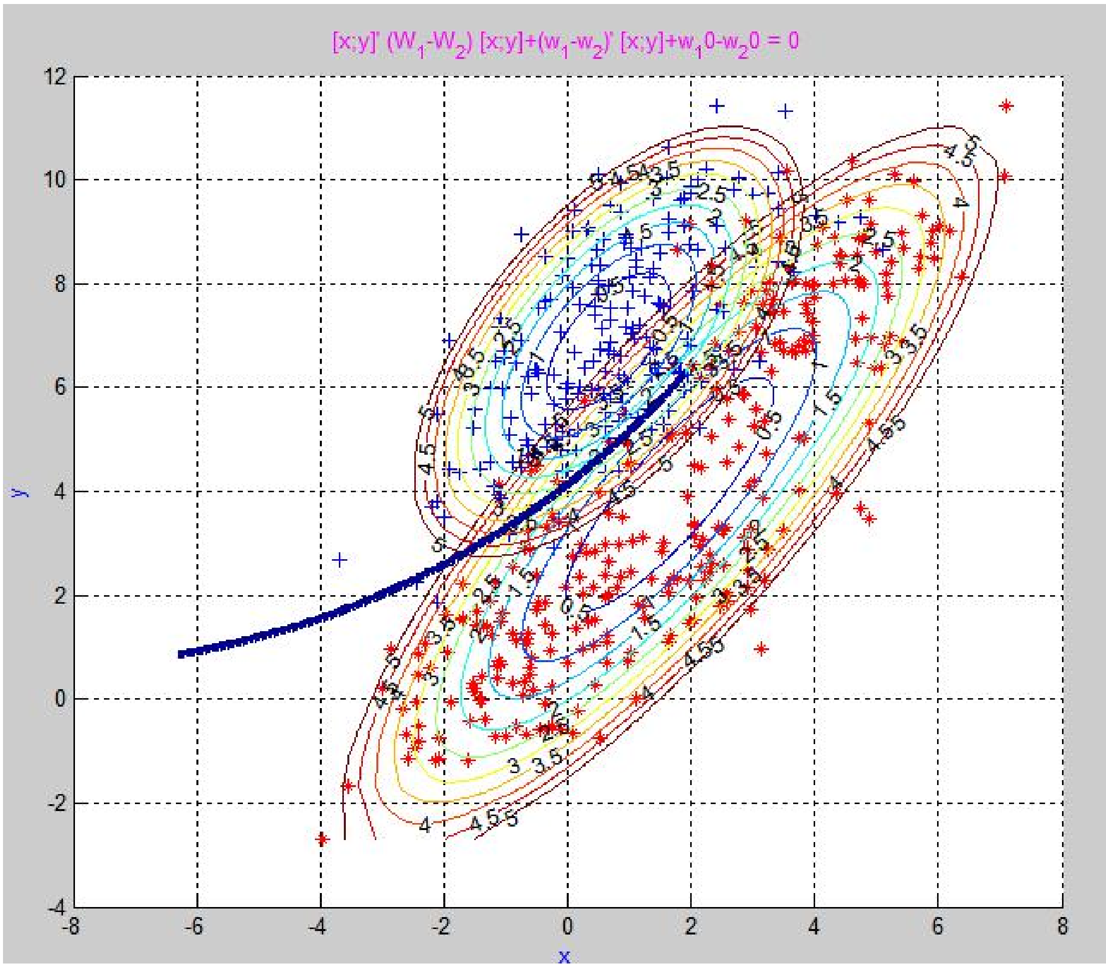
2、运行结果

（1）


Command Window
请输入题目编号1
y=1.230747x+3.987629
result =
2 1 1 2 1


坐标图线
x
y

（2）



三、实验结果

5 个未知样本在两种假设下的类别：

1)类别	2)类别	x_1	x_2
2	1	-1.0221	3.2155
1	1	5.0000	10.000
1	1	2.4344	4.3210
2	2	3.1932	8.7089
1	1	-0.6212	1.8253