Tropin Nikolay

tropinnikolay@gmail.com

10 November 2020

0. Используя метод моментов с пробными функциями $g(x) = x^k,\ k \in \mathbb{N}$, оценить параметр θ

(a) Равномерного распределения $U[0, \theta] = \theta \cdot U[0, 1]$:

Посчитаем k-ый генеральный момент:

$$\int_0^\theta x^k \cdot \frac{1}{\theta}\, dx = \frac{\theta^{k+1}}{(k+1)\theta} = \frac{\theta^k}{k+1}$$

Тогда оценка:

$$\theta^* = ((k+1) \cdot \overline{x^k})^{\frac{1}{k}}$$

(b) Экспоненциального распределения $\exp(\theta) = \theta \cdot \exp(1)$:

Т.к. плотность равна:

$$f(x) = \begin{cases} \exp(-\frac{x}{\theta}) \cdot \frac{1}{\theta},\ x \geq 0 \\ 0,\ x < 0 \end{cases}$$

То k-ый генеральный момент равен:

$$\int_0^\infty x^k \cdot \exp(-\frac{x}{\theta}) \cdot \frac{1}{\theta}\, dx = \theta^k \int_0^\infty x^{(k+1)-1} \cdot \exp(-x)\, dx = \theta^k \cdot \Gamma(k+1) = \theta^k \cdot k!$$

И тогда, оценка равна:

$$\theta^* = \left(\frac{\overline{x^k}}{k!}\right)^{\frac{1}{k}}$$