Comment utiliser les matrices de Householder pour factoriser A

transpa 10 et 11

idée : construire successivement (colonne par colonne) des matrices H_{u_i} tq $H_{u_i} a_i = \sigma_i e_i$

$\sim$ colonne i de A

première étape

$A_0 = A$ $\qquad$ $H_{u_1} A_0 = \begin{array}{c} \left[\begin{array}{c|c} \sigma_1 & \times \cdots \times \\ 0 & \\ \vdots & \boxed{\quad A_1 \quad} \\ 0 & \end{array}\right] \end{array} n$

deuxième étape

$H_{u_2} A_1 = \begin{array}{c} \left[\begin{array}{c|c} \sigma_2 & \times \cdots \times \\ 0 & \\ \vdots & \boxed{\quad A_2 \quad} \\ 0 & \end{array}\right] \end{array} n-1$

...

$\Rightarrow$ identifier pour un vecteur x donné (dans notre cas une colonne) le vecteur u et le scalaire σ tels que

$$H_u x = -\sigma e_1$$

proposition 3 $\quad u$ et σ choisis tq

$$\sigma = \operatorname{sign}(x_1) \|x\|$$

$$u = x + \sigma e_1$$

Remarque $\sigma = \text{signe}(x_1) \, \|x\|$

$$u = x + \sigma e_1$$

$$u_1 = x_1 + \sigma$$

si $x \simeq e_1$ et qu'on choisit $\text{signe}(\sigma) = -\text{signe}(x_1)$

$$u_1 \cong x_1 - x_1 \simeq 0$$

ce que l'on cherche à éviter