

Rapport de télécommunications partie 2 : Transmission sur fréquence porteuse

SADURNI Thomas
PETIT Théo

Département Sciences du Numérique - Première année
2019-2020

Contents

1	Introduction	3
2	Utilisation de la chaîne passe-bas équivalente pour le calcul et l'estimation du taux d'erreur binaire	3
2.1	Etude théorique	3
2.2	Implantation sous Matlab	4
2.2.1	Implantation de la chaîne sur fréquence porteuse	4
2.2.2	Implantation de la chaîne passe-bas équivalente	7
3	Comparaison de modulations sur fréquence porteuse	9
3.1	Etude théorique	9
3.2	Implantation sous Matlab	12
3.2.1	Etude de chaque chaîne de transmission	12
3.2.2	Comparaison des chaînes de transmission	13
4	Conclusion	14
5	Références	14

List of Figures

1	Réponse en fréquence de la chaîne de transmission	3
2	Signal généré en phase.	4
3	Signal généré en quadrature.	5
4	Signal transmis sur fréquence porteuse.	5
5	Densité spectrale de puissance (DSP) du signal transmis.	6
6	Comparaison du TEB théorique et du TEB obtenu numériquement.	6
7	Comparaison du TEB théorique et du TEB obtenu numériquement.	7
8	Comparaison des TEB obtenus.	7
9	Constellations en sortie de l'échantillonneur et en sortie de mapping.	8
10	Constellation de la modulation 4-ASK et QPSK.	9
11	Constellation de la modulation 8-PSK et 16-QAM.	9
12	Comparaison des TEB pour les modulations ASK, PSK et QAM	10
13	Constellations et TEB de la modulation 4-ASK.	12
14	Constellations et TEB de la modulation QPSK.	12
15	Constellations et TEB de la modulation 8-PSK.	12
16	Constellations et TEB de la modulation 16-QAM.	13
17	Comparaison des TEB pour les modulations ASK, QPSK, PSK et QAM	13
18	Comparaison des DSP pour les modulations ASK, QPSK, PSK et QAM	14

1 Introduction

Nous allons dans cette deuxième partie du TP étudier les chaînes de transmission sur fréquence porteuse. Pour celà, nous implanterons une chaîne de transmission sur fréquence porteuse de type ASK, PSK, et QAM en explicitant le rôle de ces modulations. Enfin, nous étudierons l'efficacité spectrale et l'efficacité en puissance de ces chaînes en utilisant une implantation de type chaîne passe-bas équivalente.

2 Utilisation de la chaine passe-bas équivalente pour le calcul et l'estimation du taux d'erreur binaire

L'objectif de cette partie est de montrer que le taux d'erreur binaire obtenu pour une transmission est identique que l'on implante la chaîne de transmission sur fréquence porteuse ou bien la chaîne passe-bas équivalente. L'étude sera réalisée pour une transmission QPSK.

2.1 Etude théorique

On considère la chaîne de transmission passe-bas équivalente à une chaîne de transmission QPSK (symboles $d_k \in \{\pm 1 \pm j\}$), avec filtre de mise en forme et filtre de réception en racine de cosinus surélevé de même roll off et un canal à bruit additif blanc et Gaussien. La figure 1 donne le tracé de la réponse en fréquence globale de la chaîne de transmission : $G(f) = H(f)H_r(f)$, où $H(f)$ représente la réponse en fréquence du filtre de mise en forme et $H_r(f)$ la réponse en fréquence du filtre de réception.

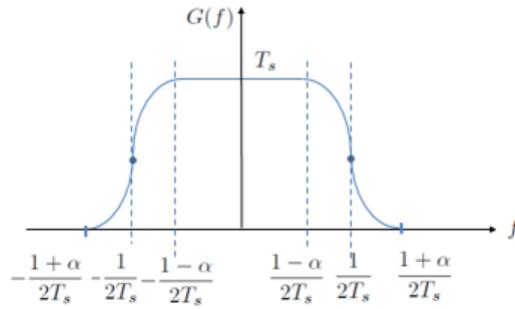


Figure 1: Réponse en fréquence de la chaîne de transmission

1. Commençons par calculer l'énergie symbole E_s à l'entrée du récepteur.

$$E_s = P_{signalrecu}T_s \text{ avec } P_{signalrecu} = \frac{\int_R \sigma^2 |H(f)|^2 df}{2T_s} \text{ et } \sigma \text{ qui correspond à la variance des symboles émis.}$$

On a donc $E_s = \int_R \frac{\sigma^2 |H(f)|^2 df}{2}$ et $\int_R = 1$. De plus $\sigma = E(d_k^2) - E(d_k)^2$ avec $d_k \in \{\pm 1 \pm j\}$.
Comme $E(d_k)^2=0$ car centré en 0 et $E(d_k^2) = 2$, on en conclut que $E_s=2$.

2. Passons ensuite à la puissance du bruit sur chaque voie (I et Q) en sortie du filtre de réception.

Pour la voie I :

$$P_{n_I} = \int_R S_{n_I} |H_r(f)|^2 df = \int_R \frac{N_0}{2} |h_r(f)|^2 df = \frac{N_0 F_e}{2} \text{ car le bruit s'ajoute sur la bande } F_e$$

de même pour la voie Q et dans la même bande de fréquence F_e :

$$P_{n_Q} = \int_R S_{n_Q} |H_r(f)|^2 df = \int_R \frac{N_0}{2} |h_r(f)|^2 df = \frac{N_0 F_e}{2}$$

3. On sait que les deux voies I et Q sont indépendantes, le taux d'erreur symbole de la modulation QPSK en fonction de ceux des voies I et Q (TES_I et TES_Q) est le suivant :

Par union de probabilité : $TES = TES_I + TES_Q - TES_I TES_Q$.

$$\begin{aligned} \text{Or } TES_I &= TES_Q = Q\left(\sqrt{\frac{E_s}{N_0}}\right) \\ \Rightarrow TES &= 2Q\left(\sqrt{\frac{E_s}{N_0}}\right) - Q\left(\sqrt{\frac{E_s}{N_0}}\right)^2 \end{aligned}$$

4. Si maintenant on suppose les termes du deuxième ordre négligeables ($TES_I \times TES_Q \sim 0$), le taux d'erreur symbole de la modulation QPSK en fonction de TES_I uniquement est comme suit :

$$TES = 2TES_I$$

5. Déterminons TES_I en fonction de $\frac{E_s}{N_0}$, E_s correspondant à la véritable énergie reçue. On supposera ici que les instants d'échantillonnage et l'organe de décision sont optimaux. Comme nous sommes en modulation QPSK, M vaut 4.

$$\begin{aligned} \text{D'après le cours, } TES_I &= 2\left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}}\right)Q\left(\sqrt{\frac{3E_s}{(M-1)N_0}}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{E_s}{N_0}}\right) \\ \Rightarrow TES &= 2Q\left(\sqrt{\frac{E_s}{N_0}}\right) \end{aligned}$$

6. Nous pouvons conclure cette étude en calculant le taux d'erreur binaire de la chaîne de transmission QPSK en fonction de $\frac{E_b}{N_0}$.

On sait que $TEB = \frac{TES}{2}$ donc $TEB = Q\left(\sqrt{\frac{E_s}{N_0}}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right)$ pour les signaux avec des bruits importants.

2.2 Implantation sous Matlab

2.2.1 Implantation de la chaîne sur fréquence porteuse

1. Les figures 2 et 3 représentent les signaux générés sur les voies en phase et en quadrature. Sont présents sur ces figures les parties réelles et imaginaires, on ne se servira ici que de la partie réelle. La figure 4 montre quant à elle le signal transmis sur fréquence porteuse.

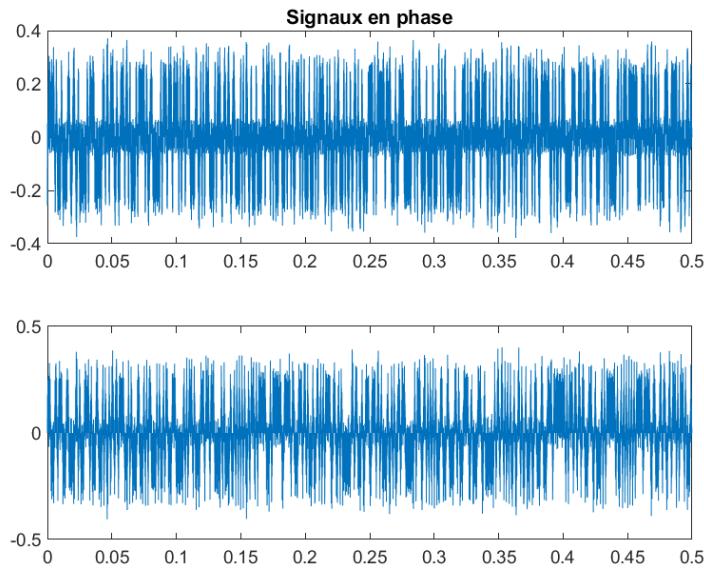


Figure 2: Signal généré en phase.

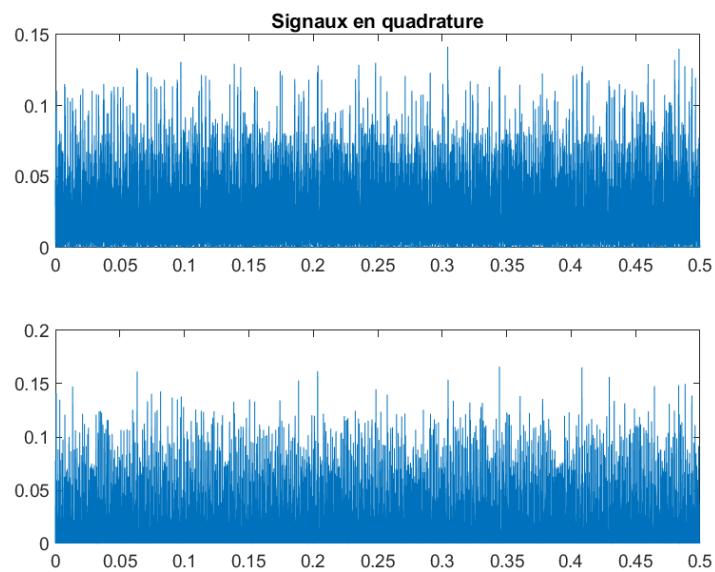


Figure 3: Signal généré en quadrature.

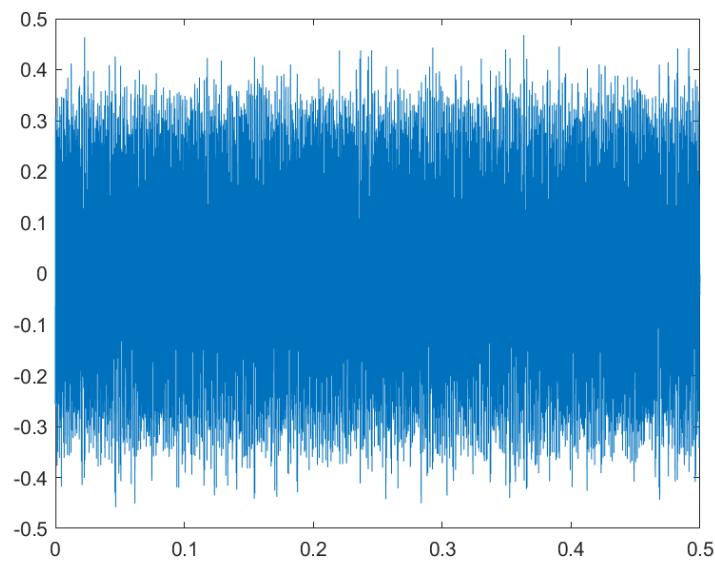


Figure 4: Signal transmis sur fréquence porteuse.

2. La figure 5 représente, après estimation par périodogramme, le tracer la densité spectrale de puissance du signal modulé sur fréquence porteuse.

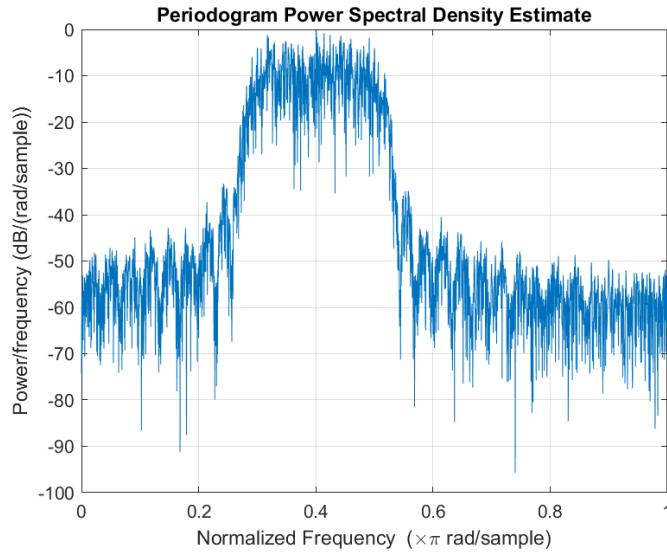


Figure 5: Densité spectrale de puissance (DSP) du signal transmis.

3. Après avoir implanter la chaîne complète sans bruit, nous vérifions bien que le TEB est nul, ce qui provient du fait que le signal n'est pas altéré par la transmission. Notre chaîne de transmission semble correcte.
4. Après avoir rajouté le bruit, on peut tracer la figure 6. Elle représente le tracer du taux d'erreur binaire obtenu en fonction du rapport signal à bruit par bit à l'entrée du récepteur (E_b/N_0) en décibels. On prendra des valeurs de $(E_b/N_0)_{dB}$ allant de 0 à 6 dB. Les deux courbes sont confondues, cela prouve le bon fonctionnement de notre chaîne de transmission.

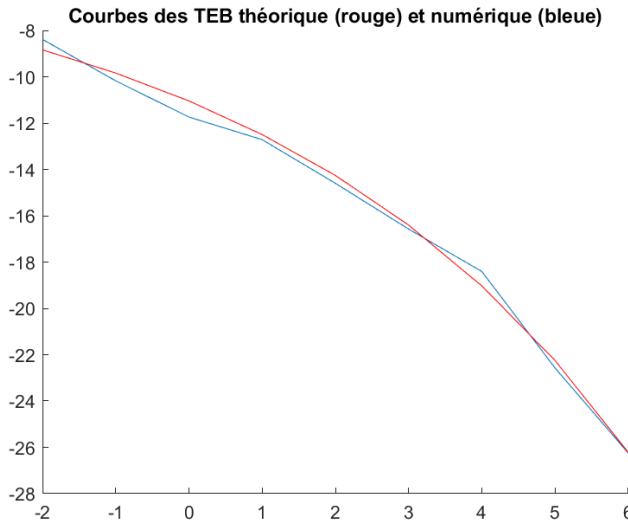


Figure 6: Comparaison du TEB théorique et du TEB obtenu numériquement.

2.2.2 Implantation de la chaîne passe-bas équivalente

1. Les signaux générés sont équivalents à ceux étudiés précédemment, on peut se référer aux figures 2, 3 et 4. La seule différence est qu'ici, on utilise la partie réelle et imaginaire, le bruit sera donc ajouté sur les 2 composantes.
2. La figure 7 représente, après estimation par périodogramme, le tracé de la densité spectrale de puissance du signal complexe modulé. On remarque un léger décalage des fréquences par rapport à ce qu'on a eu précédemment.

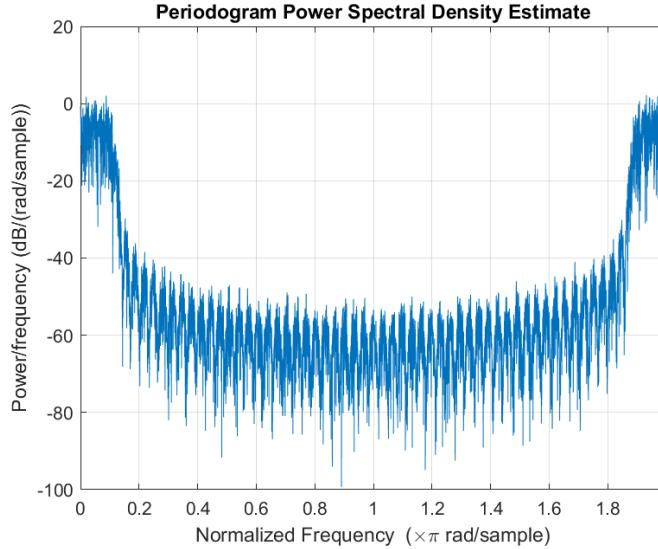


Figure 7: Comparaison du TEB théorique et du TEB obtenu numériquement.

3. Après avoir implanter la chaîne complète sans bruit, nous vérifions bien que le TEB est nul, ce qui provient du fait que le signal n'est pas altéré par la transmission. Notre chaîne de transmission semble donc être correcte.
4. La figure 8 représente, après ajout du bruit, le taux d'erreur binaire obtenu en fonction du rapport signal à bruit par bit à l'entrée du récepteur (E_b/N_0) en décibels. On prendra des valeurs de $(E_b/N_0)_{dB}$ allant de 0 à 6 dB. Nous avons également tracé le TEB obtenu avec la méthode précédente, ainsi on voit qu'on obtient le même TEB, les méthodes semblent équivalentes.

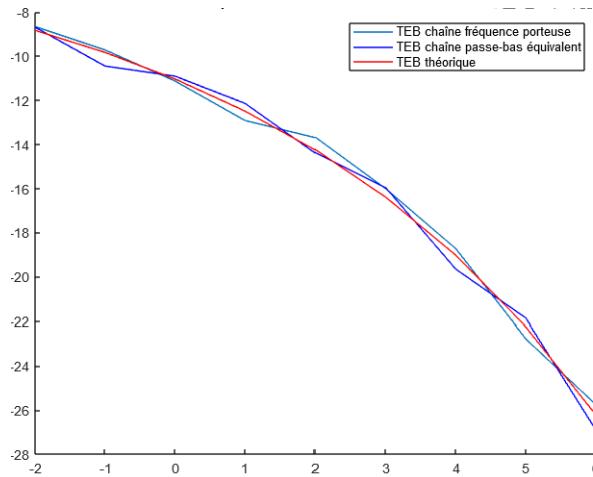


Figure 8: Comparaison des TEB obtenus.

5. Le tracé des constellations en sortie du mapping et en sortie de l'échantillonneur pour une valeur donnée de E_b/N_0 est visible sur la figure 9.

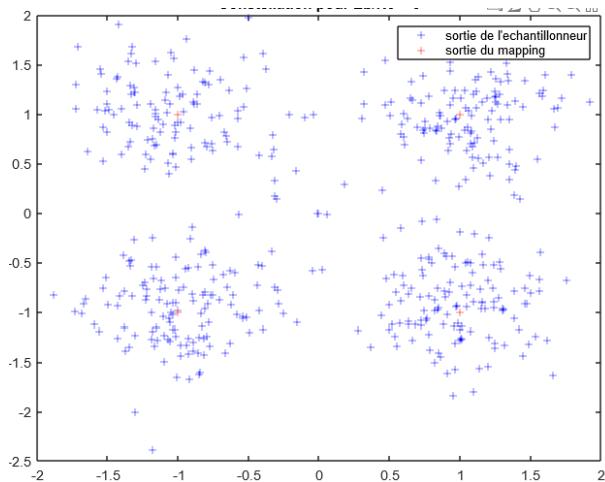


Figure 9: Constellations en sortie de l'échantillonneur et en sortie de mapping.

3 Comparaison de modulations sur fréquence porteuse

3.1 Etude théorique

On considère les quatre chaines de transmission définies dans le tableau suivant ("SRRCF" signifie "Square Root Raised Cosine Filter" ou filtre en racine de cosinus surélevé en français) :

Modulation :	4-ASK	QPSK	8-PSK	16-QAM
Filtre d'émission :	SRRCF, $\alpha = 0,5$			
Filtre de réception :	SRRCF, $\alpha = 0,5$			
Debit binaire :	48 kbps	48 kbps	48 kbps	48 kbps
TEB :	10^{-2}	10^{-2}	10^{-2}	10^{-2}

1. Traçons d'abord les constellations des quatre modulations considérées.

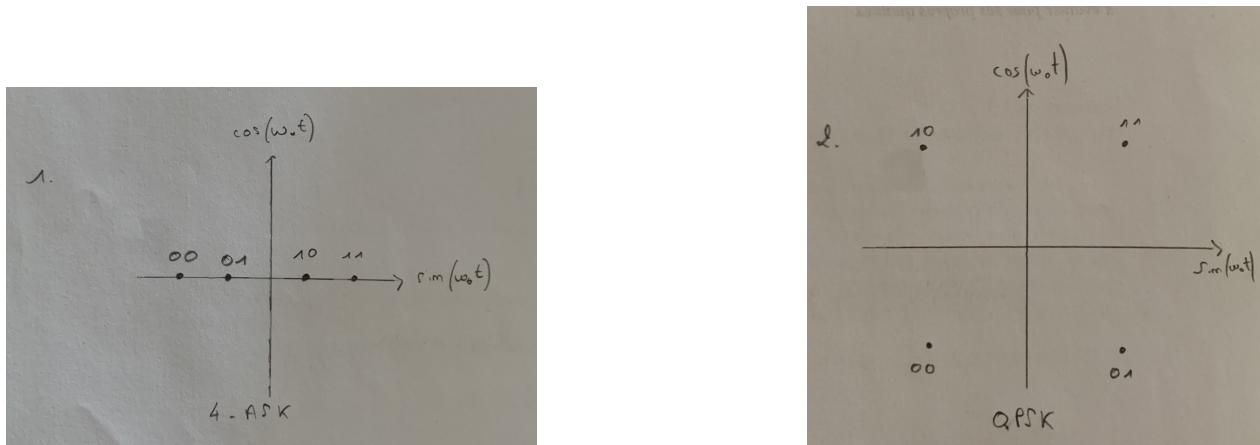


Figure 10: Constellation de la modulation 4-ASK et QPSK.

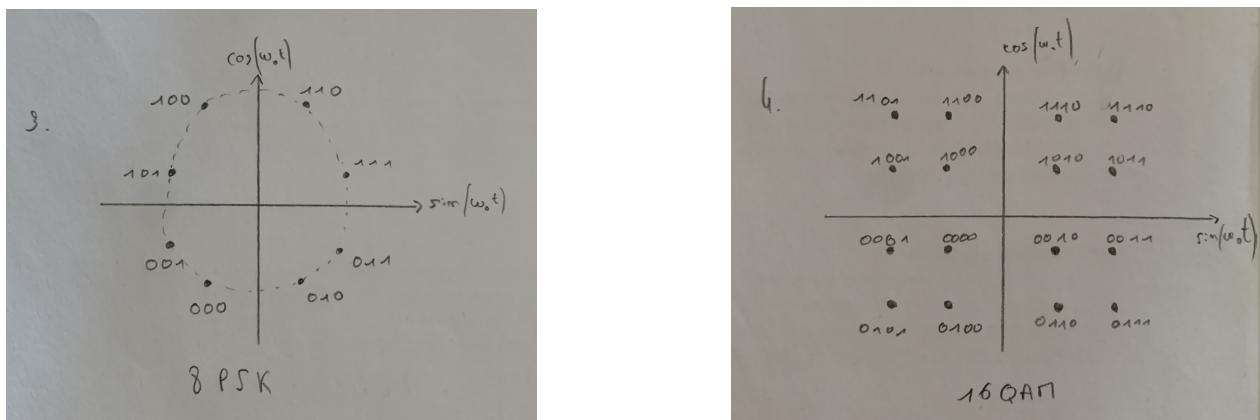


Figure 11: Constellation de la modulation 8-PSK et 16-QAM.

2. Déterminons maintenant le débit symbole (R_s) dans les quatre cas. Nous noterons les cas *a*, *b*, *c* et *d* respectivement les modulations 4 – ASK, QPSK, 8 – PSK, 16 – QAM.

Le débit symbole se calcule de la manière suivante : $R_s = \frac{R_b}{\log_2(M)}$ avec R_b le débit binaire.

- (a) $M = 4 \Rightarrow R_s = 24$ kbaud/s.
 - (b) $M = 4 \Rightarrow R_s = 24$ kbaud/s.
 - (c) $M = 8 \Rightarrow R_s = 16$ kbaud/s.
 - (d) $M = 16 \Rightarrow R_s = 12$ kbaud/s.
3. Calculons les efficacités spectrales des quatre transmissions proposées.
- L'efficacité spectrale se calcule de la manière suivante : $\eta = \frac{R_b}{B}$ avec B la bande spectrale occupée.
- (a) $\eta = 1$ car $R_b = B$
 - (b) $B = \frac{(1+\alpha)R_b}{2} \Rightarrow \eta = \frac{2}{1+\alpha} = 1,33$ bit/sHz.
 - (c) $B = \frac{(1+\alpha)R_b}{3} \Rightarrow \eta = \frac{3}{1+\alpha} = 2$ bit/sHz.
 - (d) $B = \frac{(1+\alpha)R_b}{4} \Rightarrow \eta = \frac{4}{1+\alpha} = 2,67$ bit/sHz.
- L'augmentation du nombre d'état permet d'augmenter l'efficacité spectrale mais aussi augmente la probabilité d'erreur.
4. La figure 18 nous donne les courbes de TEB obtenus en fonction du rapport signal à bruit par bit à l'entrée du récepteur (E_b/N_0) en dB, pour les quatre transmissions considérées réalisées sur canal à bruit additif et Gaussien.

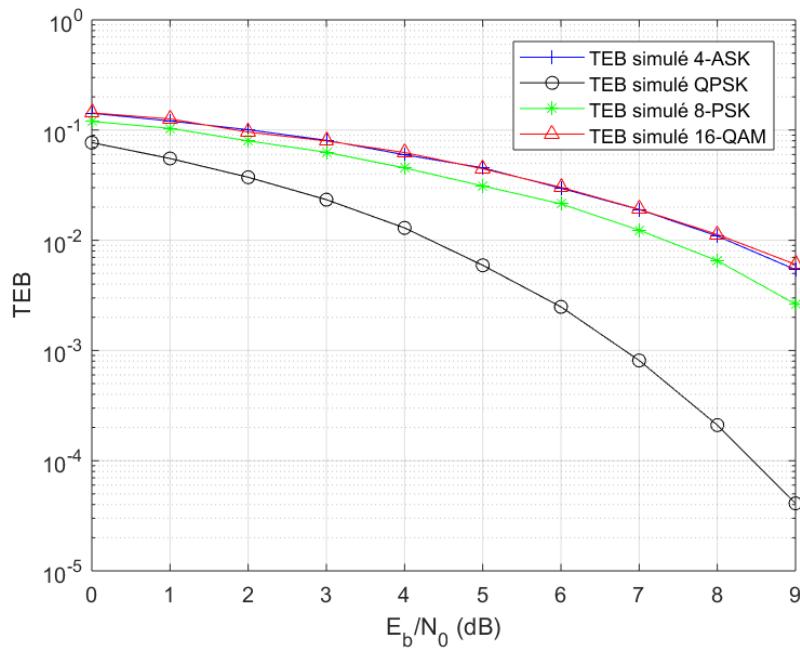


Figure 12: Comparaison des TEB pour les modulations ASK, PSK et QAM

- Pour satisfaire la spécification du $TEB = 10^{-2}$, il faut, pour la modulation 4 – ASK, une valeur inférieure à 4dB et environ entre 7 et 8dB pour les 3 autres transmissions. Le système le plus efficace en terme de puissance est donc le 4 – ASK car l'encombrement spectral est en théorie infini et il demande un E_b/N_0 faible par rapport aux autres transmissions.
- De plus, on remarque que la robustesse au bruit diminue quand M augmente donc s'il y a beaucoup de bruit, il y a beaucoup plus d'erreurs en modulation 16 – QAM qu'en modulation 4 – ASK.

5. On souhaite enfin réaliser la transmission à travers un canal de propagation supposé à bruit additif blanc et Gaussien (AWGN) de bande passante 20 kHz avec chaque transmission sans interférence entre symboles.

Pour transmettre avec des instants d'échantillonnage sans interférence, il faut que $G(f) = H(f)H_c(f)H_r(f)$ soit d'une forme qui respecte le critère de Nyquist. $H(f)H_r(f)$ est en cosinus surélevé et permet de respecter ce critère.

Il faut donc respecter : $(1 + \alpha)R_s \leq 20\text{kHz}$

$$\Rightarrow R_s \leq \frac{20000}{1+\alpha} = \frac{20000}{1,5} = 13,3 \text{ kbaud/s.}$$

D'après les calculs réalisés précédemment, les 3 premières transmissions sont possibles, mais la dernière ($16 - QAM$) non car son débit symbole est trop faible.

3.2 Implantation sous Matlab

Il s'agit ici d'implanter, d'analyser et de comparer les chaînes passe-bas équivalentes associées aux chaînes de transmissions proposées dans l'étude théorique.

3.2.1 Etude de chaque chaîne de transmission

Traçons les constellations en sortie du mapping et en sortie de l'échantillonneur pour E_b/N_0 en sortie de boucle (6 dB) pour les différentes modulations. Puis traçons dans un même temps le taux d'erreur binaire obtenu en fonction du rapport signal à bruit par bit à l'entrée du récepteur (E_b/N_0) en décibels. On prendra des valeurs de $(E_b/N_0)_{dB}$ allant de 0 à 6 dB.

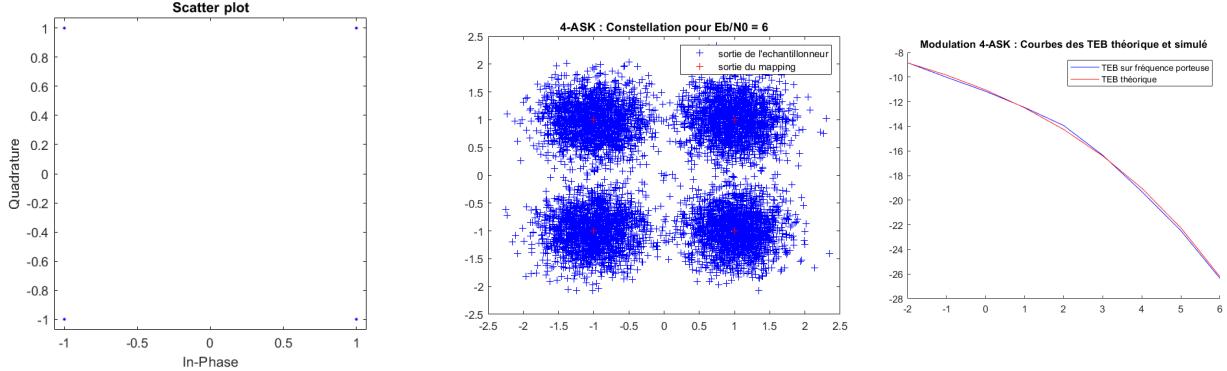


Figure 13: Constellations et TEB de la modulation 4-ASK.

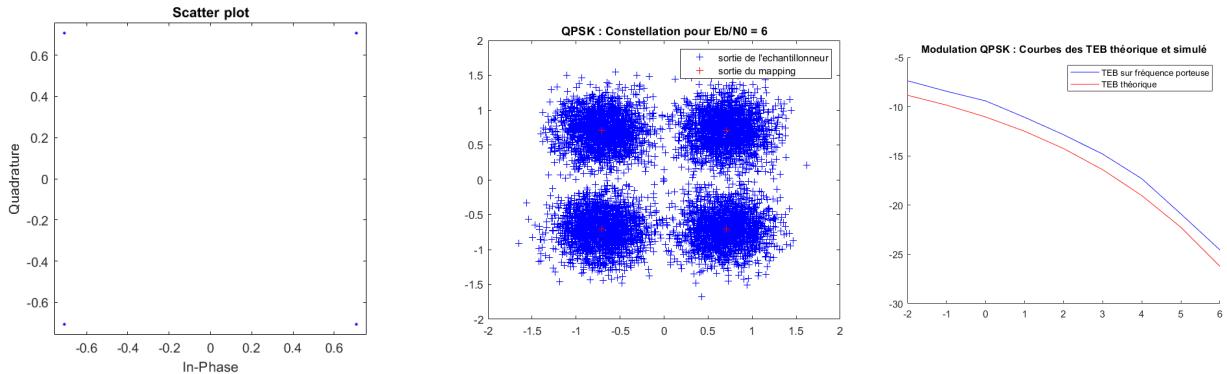


Figure 14: Constellations et TEB de la modulation QPSK.

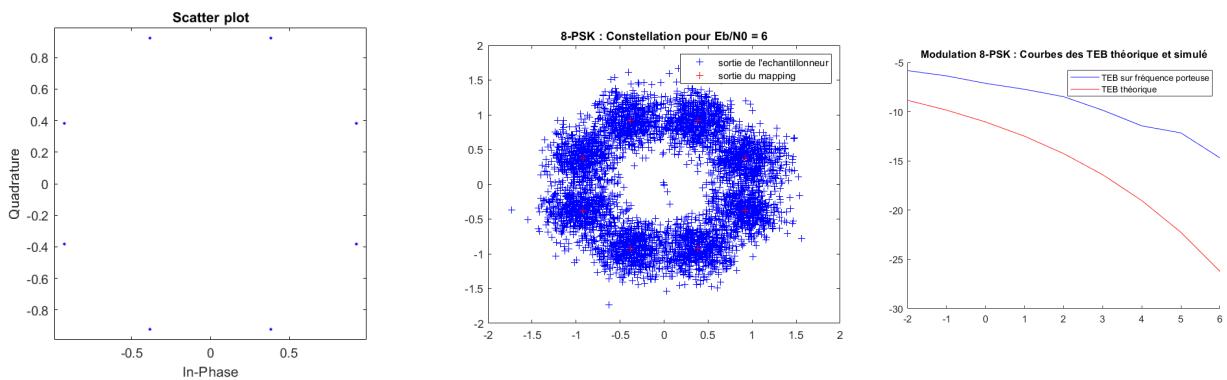


Figure 15: Constellations et TEB de la modulation 8-PSK.

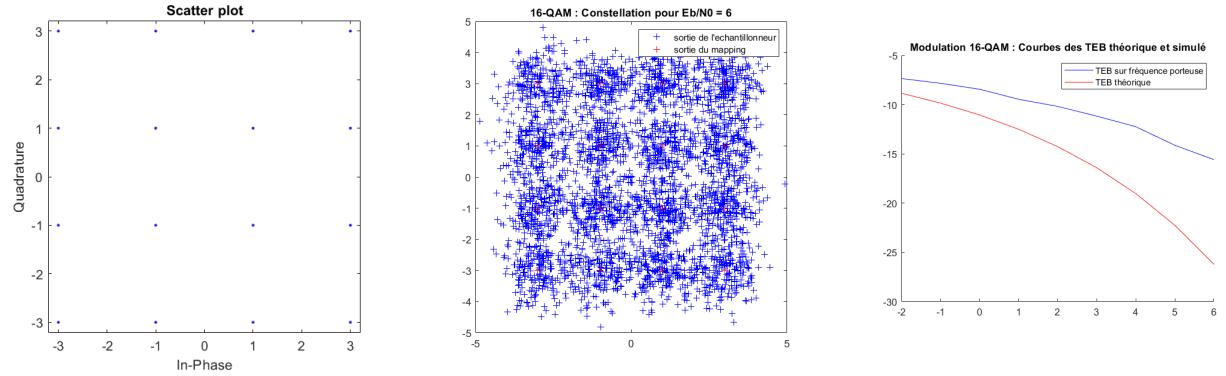


Figure 16: Constellations et TEB de la modulation 16-QAM.

3.2.2 Comparaison des chaînes de transmission

Une comparaison plus précise regroupe les TEBs précédents sur une seule figure. On remarque que celui-ci change légèrement en fonction de la modulation. En effet, on remarque que plus le M est grand, plus le TEB s'écarte du TEB théorique. C'est l'effet que nous avions expliqué dans la partie théorique de cette étude : l'augmentation du nombre d'état entraîne une augmentation de la probabilité d'erreur.

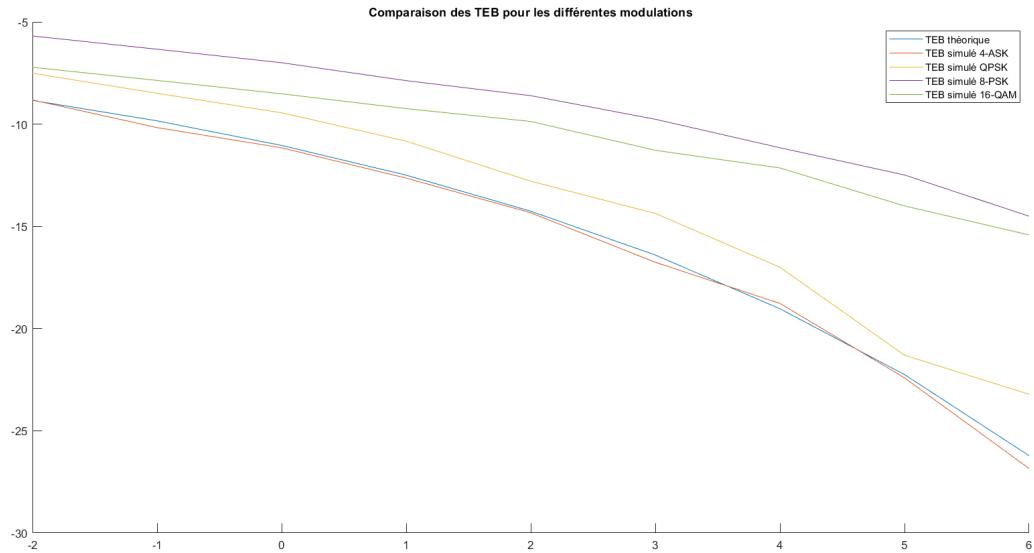


Figure 17: Comparaison des TEB pour les modulations ASK, QPSK, PSK et QAM

Pour finir, traçons pour un même débit binaire, les densités spectrales de puissance des signaux émis dans les différentes chaînes de transmission étudiées.

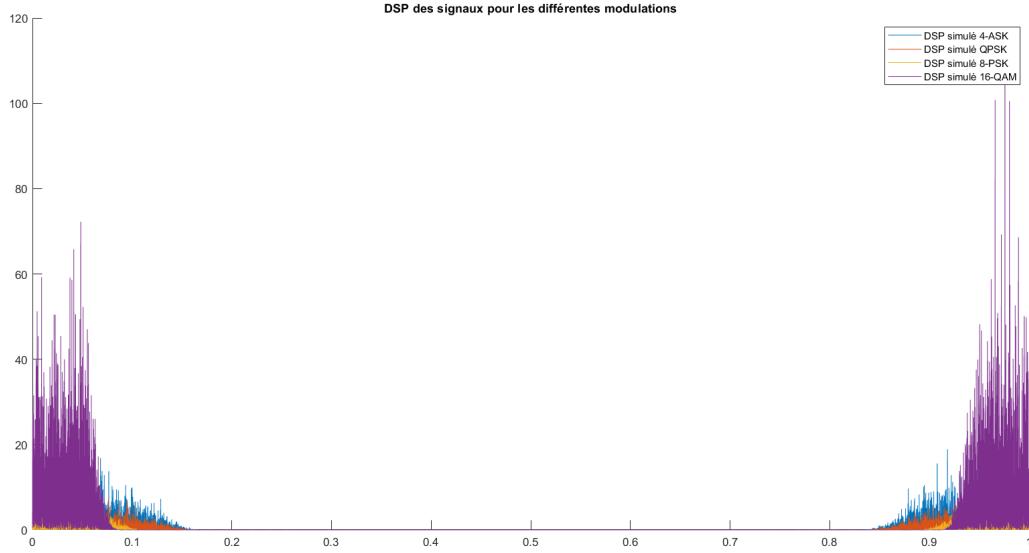


Figure 18: Comparaison des DSP pour les modulations ASK, QPSK, PSK et QAM

On retrouve encore une fois la cohérence avec la partie théorique: l'augmentation du nombre d'états augmente l'efficacité spectrale.

4 Conclusion

Pour conclure, l'étude de chaînes de transmission sur fréquence porteuse ainsi que les différentes modulations (ASK, PSK, QPSK et QAM) nous a montré l'intérêt de chacune d'elle. Nous sommes maintenant capables d'implanter sous Matlab ces modulations et de montrer leur impacts sur le taux d'erreur binaire. En effet, nous avons vu que plus le nombre d'états est important, plus l'efficacité spectrale et l'efficacité en puissance est forte. En revanche, la probabilité d'erreur augmente. Dans notre cas, pour un débit binaire assez faible et une retransmission d'un message binaire "basique", la modulation 4-ASK reste la meilleure solution pour éviter des erreurs lors de la démodulation.

5 Références

1. <http://thomas.perso.enseeiht.fr/DigitalCommunications.html>, Nathalie Thomas.
2. <https://www.mathworks.com/help/matlab/>, Documentation MATLAB.