

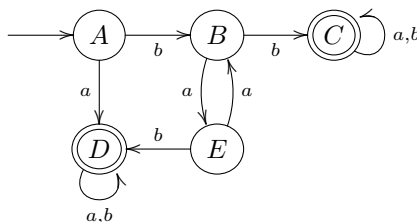
Thème Transformation et Minimisation.

Exercice 1 Trouver, de manière intuitive, les automates reconnaissant les langages définis ci-dessous :

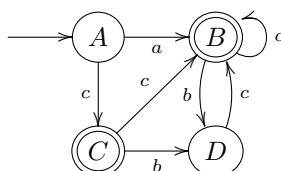
- $L(\mathcal{A}_1) = \{abc^n e \mid n \geq 0\}$
- $L(\mathcal{A}_2) = \{ab(cd)^n e \mid n \geq 0\}$
- $L(\mathcal{A}_3) = \{(de)^n \mid n \geq 0\}$
- $L(\mathcal{A}_4) = \{ \text{entiers relatifs signés ou non} \}$

Exercice 2 Déterminer, de manière rigoureuse, les langages associés aux automates définis ci-dessous :

1. $\mathcal{E} = (\{A, B, C, D, E\}, \{a, b\}, \{A\}, \{C, D\}, \delta_{\mathcal{E}})$ dont la fonction de transition est définie par :



2. $\mathcal{E} = (\{A, B, C, D\}, \{a, b, c\}, \{A\}, \{B, C\}, \delta_{\mathcal{E}})$ dont la fonction de transition est définie par :



Exercice 3 Construire, de manière rigoureuse, un automate fini déterministe sur l'alphabet $\{a, b\}$ reconnaissant les mots dont le nombre de **b** consécutifs est toujours au moins égal à 2, puis calculer une expression régulière associée.

Exercice 4 Construire, de manière rigoureuse, un automate fini déterministe sur l'alphabet $\{a, b\}$ associé à l'expression régulière $b.(a \mid b.a^*.b)^*$. Trouvez une formulation simple de ce langage.

1 Un petit problème

Nous allons maintenant nous intéresser aux représentations binaires des entiers naturels, et aux automates qui reconnaissent ces représentations lues séquentiellement, bit après bit. Nous supposons que les automates lisent d'abord les bits de poids fort, ce qui correspond au sens de lecture ordinaire de gauche à droite. Ces automates seront naturellement construits sur l'alphabet $\{0, 1\}$.

1.1 Reconnaître les entiers supérieurs à 5

On cherche à déterminer le langage \mathcal{L} de toutes les représentations binaires possibles des entiers $n \geq 5$, c'est-à-dire avec éventuellement des 0 superflus.

Exercice 5 Déterminer, sous la forme d'une expression régulière :

1. le langage des nombres de 3 bits représentant des entiers supérieurs ou égaux à 5 ;
2. le langage des nombres d'au moins 4 bits significatifs, et sans 0 superflu.
3. le langage \mathcal{L} , à l'aide des résultats précédents.

1.2 Construire un automate minimal

On cherche à construire un automate minimal reconnaissant le langage \mathcal{L} .

Exercice 6 Construire un automate reconnaissant le langage \mathcal{L} .

Exercice 7 Minimiser l'automate précédent.

1.3 Langage complémentaire

On s'intéresse enfin au langage des représentations binaires des entiers $n < 5$, langage complémentaire de \mathcal{L} .

Exercice 8 Transformer l'automate de l'exercice précédent afin qu'il reconnaisse le complémentaire de \mathcal{L} .

Exercice 9 Calculer le langage reconnu par ce nouvel automate, sous la forme d'une expression régulière.