

# Recherche Opérationnelle

## Introduction

Sandra U. Ngueveu

INP-ENSEEIH / LAAS-CNRS  
sandra.ngueveu@toulouse-inp.fr - ngueveu@laas.fr

2020/2021

# Objectifs du cours

Donner un aperçu de la démarche et d'outils de recherche opérationnelle afin de trouver la meilleure solution parmi un ensemble de solutions possibles pour un problème donné.

L'ensemble des solutions possibles n'est pas donné explicitement mais défini par un ensemble de contraintes : cela relève donc de l'optimisation sous contraintes.

Ces contraintes expriment par exemple les contraintes technologiques, les quantités limitées de ressources disponibles (matérielles, temporelles, humaines, financières, . . .)

## Modélisation

Avant de résoudre un problème, il faut le formaliser, le décrire ; i.e., le modéliser sous une forme connue. Pour cela, il faut identifier :

## Modélisation

Avant de résoudre un problème, il faut le formaliser, le décrire ; i.e., le modéliser sous une forme connue. Pour cela, il faut identifier :

- les paramètres que l'on ne peut pas maîtriser mais dont on connaît la valeur  $\Rightarrow$  les données

## Modélisation

Avant de résoudre un problème, il faut le formaliser, le décrire ; i.e., le modéliser sous une forme connue. Pour cela, il faut identifier :

- les paramètres que l'on ne peut pas maîtriser mais dont on connaît la valeur  $\Rightarrow$  les **données**
- les paramètres sur lesquels on peut agir ou dont on souhaite déterminer la valeur  $\Rightarrow$  les **variables (de décision)**

## Modélisation

Avant de résoudre un problème, il faut le formaliser, le décrire ; i.e., le modéliser sous une forme connue. Pour cela, il faut identifier :

- les paramètres que l'on ne peut pas maîtriser mais dont on connaît la valeur  $\Rightarrow$  les **données**
- les paramètres sur lesquels on peut agir ou dont on souhaite déterminer la valeur  $\Rightarrow$  les **variables (de décision)**
- ce qui permet de **comparer** les solutions entre elles  $\Rightarrow$  la **fonction objectif** ou le critère

# Modélisation

Avant de résoudre un problème, il faut le formaliser, le décrire ; i.e., le modéliser sous une forme connue. Pour cela, il faut identifier :

- les paramètres que l'on ne peut pas maîtriser mais dont on connaît la valeur  $\Rightarrow$  les **données**
- les paramètres sur lesquels on peut agir ou dont on souhaite déterminer la valeur  $\Rightarrow$  les **variables (de décision)**
- ce qui permet de comparer les solutions entre elles  $\Rightarrow$  la **fonction objectif** ou le critère
- ce qui limite le choix des valeurs de variables de décision  $\Rightarrow$  les **contraintes**

Nous nous focaliserons sur les modèles de type programmes linéaires (PL) et programmes linéaires en nombres entiers (PLNE) :

- Les variables ne peuvent prendre que des valeurs réelles ou entières
- Les contraintes sont linéaires
- La fonction objectif est linéaire

## Exemple

Une usine ALPHA produit deux ciments rapportant 50€ et 70€ la tonne. Pour fabriquer une tonne de ciment 1, il faut 40 min de calcination dans un four et 20 min de broyage. Pour fabriquer une tonne de ciment 2, il faut 12 min de four et 30 min de broyage. Le four et l'atelier de broyage sont disponibles 6h et 8h par jour. Quelle quantité de ciment de chaque type peut-on produire par jour pour maximiser le bénéfice ?

Variables

Fonction-objectif

Contraintes

Domaine de définition

## Démarche de modélisation et résolution

Principales étapes de modélisation et résolution d'un problème concret :

- 1 **identification du problème** : formulation des objectifs, expressions des choix possibles, recensement des contraintes. La tâche la plus difficile pour cette étape est le recueil des données précises et fiables.

## Démarche de modélisation et résolution

Principales étapes de modélisation et résolution d'un problème concret :

- ① **identification du problème** : formulation des objectifs, expressions des choix possibles, recensement des contraintes. La tâche la plus difficile pour cette étape est le recueil des données précises et fiables.
- ② **modélisation** : établir un lien entre les différents paramètres. Utiliser en priorité des modèles connus : programmes linéaires, ou programmes linéaires en nombres entiers (ou mixtes), ou graphes, ...

## Démarche de modélisation et résolution

Principales étapes de modélisation et résolution d'un problème concret :

- ① **identification du problème** : formulation des objectifs, expressions des choix possibles, recensement des contraintes. La tâche la plus difficile pour cette étape est le recueil des données précises et fiables.
- ② **modélisation** : établir un lien entre les différents paramètres. Utiliser en priorité des modèles connus : programmes linéaires, ou programmes linéaires en nombres entiers (ou mixtes), ou graphes, ...
- ③ **résolution** : utiliser en priorité des méthodes connues pour trouver l'optimum mais également la sensibilité de la solution obtenue par rapport aux imprécisions des données.

## Démarche de modélisation et résolution

Principales étapes de modélisation et résolution d'un problème concret :

- ① **identification du problème** : formulation des objectifs, expressions des choix possibles, recensement des contraintes. La tâche la plus difficile pour cette étape est le recueil des données précises et fiables.
- ② **modélisation** : établir un lien entre les différents paramètres. Utiliser en priorité des modèles connus : programmes linéaires, ou programmes linéaires en nombres entiers (ou mixtes), ou graphes, ...
- ③ **résolution** : utiliser en priorité des méthodes connues pour trouver l'optimum mais également la sensibilité de la solution obtenue par rapport aux imprécisions des données.
- ④ **vérification du modèle** : examiner la solution obtenue. Si elle paraît surprenante (par rapport à l'historique par exemple), vérifier si tous les éléments ont été correctement pris en compte dans le modèle.

## Démarche de modélisation et résolution

Principales étapes de modélisation et résolution d'un problème concret :

- ① **identification du problème** : formulation des objectifs, expressions des choix possibles, recensement des contraintes. La tâche la plus difficile pour cette étape est le recueil des données précises et fiables.
- ② **modélisation** : établir un lien entre les différents paramètres. Utiliser en priorité des modèles connus : programmes linéaires, ou programmes linéaires en nombres entiers (ou mixtes), ou graphes, ...
- ③ **résolution** : utiliser en priorité des méthodes connues pour trouver l'optimum mais également la sensibilité de la solution obtenue par rapport aux imprécisions des données.
- ④ **vérification du modèle** : examiner la solution obtenue. Si elle paraît surprenante (par rapport à l'historique par exemple), vérifier si tous les éléments ont été correctement pris en compte dans le modèle.
- ⑤ **réalisation**. Donner des instructions claires pour l'application de la solution

# Recherche opérationnelle - Aide à la décision (RO-AD)

**Définition de la RO (source : livre blanc de la R.O.)** : Mise en oeuvre de méthodes scientifiques, essentiellement mathématiques, en vue de prendre la meilleure décision possible.

**Domaines** : Mathématiques + Algorithmique + Informatique (programmation) + Economie

**Outils** : prog. linéaire, opt. comb., graphes, simulation, files d'attente, théorie des jeux, ...

**Les outils de RO-AD** :

- aident à trouver :
  - une solution où l'homme n'en trouvait pas
  - plusieurs solutions là où l'homme n'en envisageait qu'une
  - une solution sur des problèmes nouveaux où l'homme n'a aucune expérience
- aident à juger de la qualité d'une solution
- aident à confirmer / justifier des décisions

**Liens utiles** :

itw mp3 (8min) : <https://ins2i.cnrs.fr/fr/cnrsinfo/la-recherche-operationnelle-appliquee-la-logistique-hospitaliere-en-periode-de-crise>

société "savante" (communauté des chercheurs et industriels en R.O.) : [www.roadef.org](http://www.roadef.org)

Livre blanc de la R.O. : [http://www.roadef.org/pdf/LIVRE\\_BLANC\\_A5\\_juin.pdf](http://www.roadef.org/pdf/LIVRE_BLANC_A5_juin.pdf)

## Déroulement et contenu de ce Cours

- La programmation linéaire
  - **Modélisation**
  - Résolution graphique (2D), algorithmes du simplexe
- Les problèmes d'optimisation combinatoire
- La programmation linéaire en nombres entiers
  - **Modélisation**
  - Procédures de séparation et évaluation (Branch-and-bound) : relaxations, calculs de bornes, stratégies de branchement
  - Programmation dynamique : variantes pour problèmes polynomiaux et problèmes NP-difficiles



# Bibliographie (disponible à la bibliothèque)

Aussi accessibles en ligne via le VPN N7 par le portail [planete.inp](http://planete.inp) / [Biblio'tech](http://Biblio'tech) / [scholarvox](http://scholarvox).



[Christian Prins, Marc Sevaux](#)

*Programmation linéaire avec Excel : 55 problèmes d'optimisation modélisés pas à pas et résolus avec Excel*

[Eyrolles, 2011.](#)



[Robert Faure, Bernard Lemaire, Christophe Picouveau](#)

*Précis de recherche opérationnelle : Méthodes et exercices d'application*

[Dunod, 2009.](#)

Non accessibles en ligne



[M. Minoux](#)

*Programmation mathématique : théorie et algorithmes*

[Lavoisier, 2008.](#)



[Bernhard H.Korte, Jens Vygens](#)

*Optimisation combinatoire : théorie et algorithmes*

[Lavoisier-Hermès, 2018.](#)