

Recherche Opérationnelle :

TD de modélisation de problèmes en PL et PLNE

Sandra U. Ngueveu (ngueveu@laas.fr), Aloïs Duguet, Alexandre Dupaquis

2020

Table des matières

1	Modélisation en PL ou PLNE	2
1.1	Encore du ciment (cf poly Introduction)	2
1.2	Des voitures (cf poly Programmation Linéaire)	2
1.3	De la teinture	2
1.4	Des armoires et des tables	2
1.5	En bourse	3
2	BONUS : Forme générique = séparation du modèle et des données (sera utilisée pour les TPs)	4
2.1	Généralisation des modèles 1.1 à 1.5	4
2.2	Des composants	4
2.3	Gestion de personnel	4

OUTILS D'AUTO-EVALUATION

- pour la résolution de PL de manière graphique ou par simplex :
<http://www.phpsimplex.com/>
- pour la résolution de PL et PLNE : GLPK (format lp)
- pour le format générique (séparation du modèle et des données) : GLPK (format GMPL)

1 Modélisation en PL ou PLNE

Modéliser et résoudre les problèmes ci-après à l'aide de programmes linéaires, programmes linéaires en nombres entiers, ou programmes linéaires en nombres mixtes.

1.1 Encore du ciment (cf poly Introduction)

Un nouveau client se propose d'acquérir la production de ciment de l'usine ALPHA (vue en cours) à des prix plus avantageux que le marché, notamment 55 euros pour le type 1 et 100 pour le type 2, à condition de garantir une livraison quotidienne d'au moins 10 tonnes dont au moins 5 tonnes de ciment de type 1.

Modifier le modèle mathématique précédent pour tenir compte des nouvelles informations

1.2 Des voitures (cf poly Programmation Linéaire)

Après avoir précisé un cas de figure où le problème P_1 du poly se modélise par PL et un cas de figure où P_1 se modélise par PLNE, proposer des modèles associés.

1.3 De la teinture

La teinturerie ZETA peut utiliser indifféremment deux produits pour colorer du tissu brut en couleur indigo. Ces produits, appelés I_1 et I_2 , contiennent trois substances A, B et C dans les concentrations suivantes (exprimées en g par kg de produit) :

	A	B	C
I_1	500	150	20
I_2	400	50	0

Dans un bain permettant de teindre 10 kg de tissu, il faut au moins 500 g de la substance A, 100 g de la substance B et 5 g de la substance C. De plus, la quantité de substance C ne doit pas dépasser 15 g par bain. Le produit I_1 coûte 10 € par kg, tandis que le produit I_2 coûte 20 € par kg. ZETA souhaite savoir la somme minimale à déboursier pour pouvoir colorer 10 kg de tissu.

1.4 Des armoires et des tables

L'entreprise GAMMA fabrique entre-autre des armoires et des tables :

— Tout article commencé doit être terminé le jour même.

- Chaque article nécessite 1 heure de travail.
- Une armoire nécessite 9 m de bois, alors qu'une table n'en nécessite que 5 m
- GAMMA dispose, chaque jour, de 6 heures de travail et de 45 m² de bois
- Une armoire rapporte 8 € de bénéfice, alors qu'une table ne rapporte que 5 €.

Comment répartir le travail quotidien entre armoires et tables, de manière à maximiser le bénéfice ?

1.5 En bourse

La société de construction DELTA a réalisé d'importants bénéfices au cours de 3 dernières années et envisage de faire fructifier une partie de ses gains en bourse. Pour sa première tentative, elle est prête à investir à hauteur de 5 millions d'€. Les marchés étant particulièrement volatiles en ce moment, le conseiller financier suggère de ne pas mettre plus de 25% de la somme investie dans un même produit financier et de ne pas dépasser un risque global de 2.0*. De plus, il serait intéressant d'investir au moins 30% dans les métaux précieux, qui sont en général rentables et au moins 45% dans les crédits commerciaux et obligations, en général fiables.

- Dans ces conditions, déduire quelle serait alors la stratégie d'investissement qui maximise les intérêts de DELTA ?

Produits financiers	Taux d'intérêt	coef de risque
Crédits commerciaux	7%	1.7
Obligations de sociétés	10%	1.2
Stocks d'Or	19%	3.7
Stocks de Platine	12%	2.4
Titres hypothécaires	8%	2.0
Prêts de construction	14%	2.9

*comment calculer son risque global : ex. 10M€ en or et 15M€ en platine $\Rightarrow \frac{3.7*10+2.4*15}{10+15}$

2 BONUS : Forme générique = séparation du modèle et des données (sera utilisée pour les TPs)

2.1 Généralisation des modèles 1.1 à 1.5

Proposer une forme générique pour les problèmes de la section 1 et résoudre avec différents jeux de données.

2.2 Des composants

Une machine outil doit positionner N composants sur une plaque. Chaque position ne doit être rencontrée qu'une fois et une seule fois par la machine qui doit revenir à son point de départ pour recommencer l'usinage sur la carte suivante. La distance $l(i, j)$ entre toutes paires de position (i, j) est connue. De manière à optimiser la productivité de la machine, on souhaite que chaque carte soit traitée en temps minimum, donc de trouver la séquence de positionnement des composants ayant la plus petite longueur globale.

On souhaite résoudre ce problème par un solveur standard d'optimisation linéaire en variables mixtes :

Deux voies pourront être envisagées pour établir une partie des contraintes :

- (a) En garantissant la connexité (la machine devra passer de tout sous-ensemble de positions à tout autre sous-ensemble).
- (b) En éliminant la possibilité de construire des « sous-tours » (circuits parasites).

Donner les formes des contraintes associées à ces deux approches.

1. Pour chaque cas de figure, donner le nombre de variables et de contraintes
2. Conclure

2.3 Gestion de personnel

N personnes peuvent réaliser N travaux. Chaque personne doit être affectée à un travail et un seul. Chaque travail n'occupe qu'une seule personne. Toutes les personnes et tous les travaux doivent être affectés. Les individus ont a priori, des compétences différentes pour la réalisation des tâches. Ceci se traduit par des coûts de formation $c(i, j)$ plus ou moins importants associés au couple individus i - tâche j . On souhaite trouver l'affectation minimisant le coût total de formation. Etablissez un programme linéaire en variables $\{0,1\}$ pour cela.