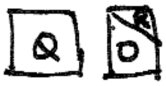
transpa 3

Exemple d'utilisation de la factorisation QR

$$\min_{x \in \mathbb{R}^n} \| b - Ax \| \quad \text{avec } A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R}) \quad m > n$$

$$\|b - Ax\|^2 = \|b - QRx\|^2 \qquad A = QR$$

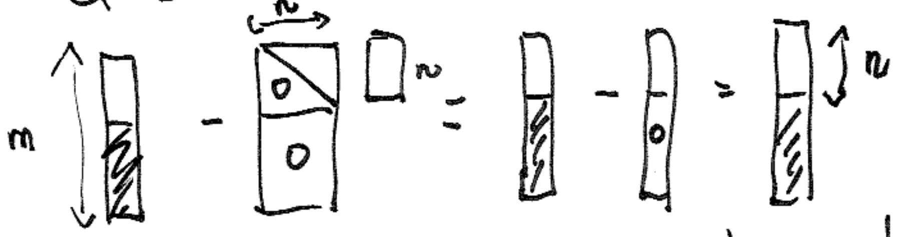


comme Q est orthogonale

$$\|b - QRx\|^2 = \|Q^T b - Rx\|^2$$

$$\|Q(Q^T b - Rx)\|^2 = (Q^T b - Rx \mid \underbrace{Q^T Q}_{I} (Q^T b - Rx))$$

$$Q^T b - Rx$$



$Q^T b$ $R\ x$

et on veut minimiser la norme de ce dernier vecteur

→ la partie hachurée n'est pas influencée par le choix de x

→ au mieux on peut mettre à 0 la partie non hachurée avec x

tq $\quad Q^T b(1:n) - R(1:n, 1:n)x = 0$

x solution du système linéaire

$$R(1:n, 1:n)\, x = Q^T b(1:n)$$