Coût mémoire

transpa 17/18

exemple d'utilisation de la facto QR de A

résolution pb moindres carrés (voir début cours)

$$R(1:n,1:n)\,x = Q^T b(1:n)$$

construction de $Q^T b$ (quand il n'est pas construit en cours de facto (voir matlab))

$$Q^T b = H_n \dots H_1 b$$

$$H_1 b = b - \frac{2}{\|u_1\|^2} u_1 u_1^T b$$

$$H_2 H_1 b = \begin{bmatrix} H_1 b(1) \\ H_2 H_1 b(2:m) \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} H_1 b(1) \\ H_1 b(2:m) - \frac{2}{\|u_2\|^2} u_2 u_2^T H_1 b(\cdot) \end{pmatrix}$$

...

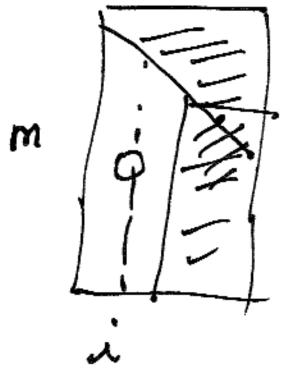
$\Rightarrow$ pas besoin de stocker les H_i (matrices)

il suffit de stocker les u_i (vecteurs)

$$u_1 \in \mathbb{R}^m, \; u_2 \in \mathbb{R}^{m-1}, \; \dots$$

$$u_i \in \mathbb{R}^{m-i+1}$$

comme pour la facto LU, la partie "triangulaire" inférieure de A se remplit de 0



colonne i : $m-i$ zéros

$u_i \in \mathbb{R}^{m-i+1}$

il manque un emplacement

<u>solution 1</u> on range complètement u_i dans la bonne partie de $A(:,i)$ (diagonale + dessous) et on stocke la diagonale de R dans un vecteur (de taille n)

<u>solution 2</u> on s'arrange pour que $u_i(1) = 1$

→ les autres termes de u_i rentrent sous la diagonale

Coût de calcul

$$4\sum_{k=1}^{n}(m-k)(n-k)$$

$$= 4\sum_{k=1}^{n} mn - (m+n)k + k^2$$

$$= 4\left(mn^2 - (m+n)\frac{n(n+1)}{2} + \frac{n(n-1)(2n+1)}{6}\right)$$

on ne garde que les termes "cubiques"
(on vire les '1')

$$\simeq 4\left(mn^2 - (m+n)\frac{n^2}{2} + \frac{n^3}{3}\right)$$

$$\simeq 4\left(\frac{mn^2}{2} - \frac{n^3}{6}\right)$$

$$\simeq 2n^2\left(m - \frac{n}{3}\right)$$

cas carré $n=m$ coût $= \frac{4}{3}n^3$ $2 \times LU$