Rapport TP3-4
Recherche Opérationelle

ROUX Thibault
SADURNI Thomas

Département Sciences du Numérique - Filière Image et Multimédia
2020-2021

Contents

Remarques préliminaires :

- Nous avons choisi de créer un type "graph", qui est composé d'un ensemble de sommets et d'un ensemble d'arêtes. Les sommets sont des int, et les arêtes sont des tuples contenant 3 valeurs : les deux premières sont des entiers et correspondent aux sommets reliés par l'arête. La dernière valeur est un flottant qui représente le poids de l'arête.
- Tous les résultats des tests réalisés sont visibles en compilant puis exécutant le code fourni.

1 Bellman-Ford

1.1 Calcul du chemin le plus court

Ici nous implantons l'algorithme de Bellman-Ford pour calculer le chemin le plus court entre deux sommets d'un graphe.
La relation de récurrence utilisée s'écrit comme suit (s est la source, à savoir le point d'où l'on veut calculer les distances) :

- $d[t,1] = +\infty$ pour $t \neq s$ et $d[s,1] = 0$
- $d[t,k] = min\left[d[t,k-1], min_{arc(u,t)}(d[u,k-1] + poids(u,t))\right] \forall k \in [2,...,nb\_sommets]$

Nous utilisons également deux fonctions externes $trouver\_arcs$, qui renvoie les arcs qui arrivent vers un sommet, et $afficherChemin$ qui affiche les chemins empruntés trouvés par l'algorithme.

1.2 Calcul du chemin le plus long

Pour calculer le chemin le plus long entre deux sommets, il suffit de modifier légèrement la relation de récurrence par rapport à la précédente. On obtient cette relation :

- $d[t,1] = -\infty$ pour $t \neq s$ et $d[s,1] = 0$
- $d[t,k] = max\left[d[t,k-1], max_{arc(u,t)}(d[u,k-1] + poids(u,t))\right], \forall k \in [2,...,nb\_sommets]$

2 Extensions et adaptations

2.1 Construction d'un réseau de transmission à vitesse maximale

Il suffit dans cette partie encore une fois de modifier la relation de récurrence, qui devient celle-ci :

- $d[t,1] = -\infty$ pour $t \neq s$ et $d[s,1] = +\infty$
- $d[t,k] = max\left[d[t,k-1], max_{arc(u,t)}[min(d[u,k-1], poids(u,t))]\right], \forall k \in [2,...,nb\_sommets]$

2.2 Fiabilité de procédé de fabrication de semi-conducteurs

(a) On veut maximiser la probabilité finale, c'est à dire le produit des probabilités de chaque processus. On veut donc maximiser le produit des poids de chaque arc emprunté. La fonction logarithme étant strictement croissante, cela revient à maximiser le logarithme de ce produit, où encore la somme des logarithmes des produits. Il suffit donc de modifier les données initiales, en appliquant le logarithme au poids de chaque arc, pour se ramener à un problème de plus long chemin. Pour retrouver la probabilité maximale, il suffit alors de calculer l'exponentielle de la distance maximale trouvée.

(b) La relation de récurrence devient :

- $d[t,1] = -\infty$ pour $t \neq s$ et $d[s,1] = 0$
- $d[t,k] = max\left[d[t,k-1], max_{arc(u,t)}(d[u,k-1] * poids(u,t))\right], \forall k \in [2,...,nb\_sommets]$

On obtient les mêmes résultats pour les deux méthodes.