
Группа ЭМ СУиР 1.1.1 К работе допущен _____

Студенты Сайфуллин Д.Р. R3243 Работа выполнена _____

Преподаватель Боярский К. К Отчет принят _____

Рабочий протокол и отчет по лабораторной работе № 3.10

Изучение свободных затухающих электромагнитных колебаний

1. Цель работы.

Изучение основных характеристик свободных затухающих колебаний

2. Задачи, решаемые при выполнении работы.

- Измерить период колебаний в контуре и значения $2U_i$, $2U_{i+n}$ удвоенной амплитуды колебаний напряжения на конденсаторе для двух моментов времени, разделенных количеством периодов $n = 1-5$, при разных сопротивлениях магазина R_M ;
- Построить график зависимости логарифмического декремента λ от сопротивления магазина R_M . Найти значение собственного сопротивления контура R_0 и полное сопротивление R . Найти значения индуктивности L при $R_M \leq 100$ Ом, найти среднее значение индуктивности $L_{\text{ср}}$ и оценить его погрешность. Вычислить период колебаний в контуре при некоторых значениях R_M ;
- Вычислить добротность контура Q при различных сопротивлениях магазина. Построить график зависимости добротности от сопротивления контура. Для двух малых сопротивлений посчитать добротность другим способом;
- Найти экспериментально и теоретически критическое сопротивление контура и период колебаний в контуре. Построить графики периодов от емкости конденсатора. Рассмотреть формулу Томсона.

3. Метод экспериментального исследования.

Получение экспериментальных значений амплитуды выходного напряжения при разных значениях частоты генератора.

5. Рабочие формулы и исходные данные.

Ёмкости конденсаторов

$C_1, \text{Ф}$	$C_2, \text{Ф}$	$C_3, \text{Ф}$	$C_4, \text{Ф}$	$L, \text{Гн}$	Δ
$2.2 \cdot 10^{-8}$	$3.3 \cdot 10^{-8}$	$4.7 \cdot 10^{-8}$	$47 \cdot 10^{-8}$	$10 \cdot 10^{-3}$	10%

Логарифмический декремент затухания

$$\lambda = \frac{1}{n} \ln \frac{U_i}{U_{i+1}}$$

- через амплитуду колебаний напряжения

$$\lambda = \beta T = \frac{R}{L} \frac{\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}}$$

- через параметры элементов контура

Полное сопротивление контура:

$$R = R_M + R_0$$

Собственное сопротивление контура:

$$R_0 = -R_M|_{\lambda=0}$$

Добротность контура:

$$Q = \frac{2\pi}{1 - e^{-2\lambda}}$$

Критическое сопротивление контура:

$$R_{\text{крит}} = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$$

Теоретическое значение периода:

$$T = 2\pi\sqrt{LC}$$

6. Измерительные приборы.

<i>№ n/n</i>	<i>Наименование</i>	<i>Тип прибора</i>	<i>Используемый диапазон</i>	<i>Погрешность прибора</i>
1	Осциллограф	Электроизмерительный	$2 - 3 \cdot 10^3$ Гц	-

7. Схема установки

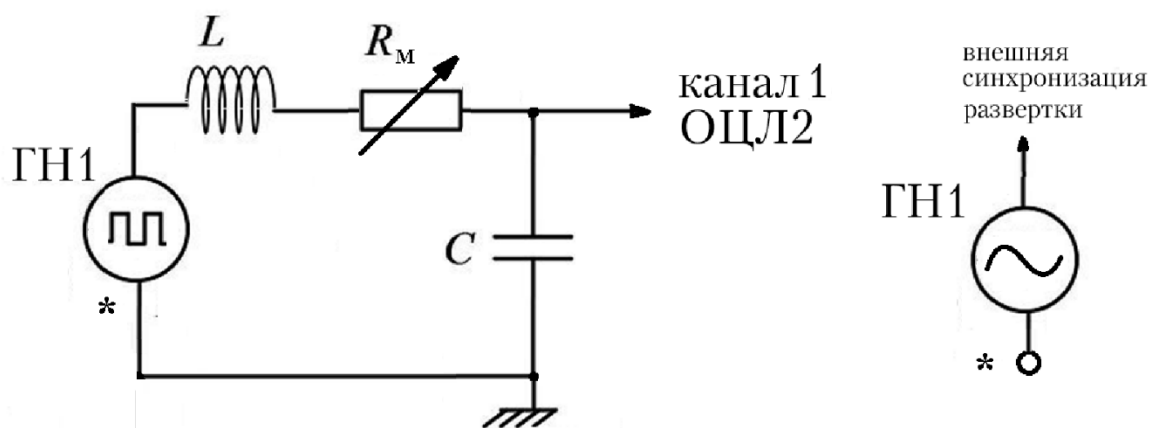


Рис. 1: Колебательный контур

8. Результаты прямых измерений и их обработки.

Результаты измерения периодов колебаний $T_{\text{эксп}}$ в контуре и значений $2U_i$, $2U_{i+n}$ удвоенной амплитуды колебаний напряжения на конденсаторе для двух моментов времени, разделенных количеством периодов $n=1-3$, при разных сопротивлениях магазина R_M . Результаты вычислений логарифмического декремента λ , полного сопротивления R , индуктивности L , добротности контура Q и периода колебаний $T_{\text{теор}}$ в контуре при $R_M=0, 200, 400$ Ом.

Примеры вычислений λ и Q :

$$\lambda = \frac{1}{n} \ln \frac{U_i}{U_{i+1}} = \frac{1}{3} \ln \frac{6,24}{2,24} = 0,342$$

$$Q = \frac{2\pi}{1 - e^{-2\lambda}} = \frac{2\pi}{1 - e^{-2 \cdot 0,342}} = 12,696$$

Для нахождения $R = R_M + R_0$ необходимо найти R_0 . Построим график $\lambda(R_M)$ (Рис. 2) и аппроксимируем с помощью МНК. Имеем линейный график $\lambda = kR + b$, по нему же найдем $k = 4,86 \cdot 10^{-3}$ и $b = 0,327$. Вычислим R при $\lambda=0$:

$$R = -\frac{b}{k} = -67,28 = -R_0 \Rightarrow R_0 = 67,28 \text{ Ом}$$

Примеры вычислений R , L :

$$R_2 = R_M + R_0 = 10 + 67,28 = 77,28 \text{ Ом}$$

$$L_1 = \left(\frac{\pi R_1}{\lambda_1} \right)^2 \cdot C_1 = \left(\frac{67,28\pi}{0,342} \right)^2 \cdot 2,20 \cdot 10^{-8} = 8,428 \text{ мГн}$$

R_M , Ом	$T_{\text{эксп}}$, с	$2U_i$, дел	$2U_{i+n}$, дел	n	λ	Q	R , Ом	L , мГн
0	9,3	6,24	2,24	3	0,342	12,696	67,280	8,428
10	92	5,92	3,08	2	0,327	13,097	77,280	12,149
20	94	5,84	3,84	1	0,419	11,069	87,280	9,410
30	94	5,68	3,44	1	0,501	9,923	97,280	8,171
40	94	5,44	3,2	1	0,531	9,608	107,280	8,875
50	94	5,2	2,96	1	0,563	9,295	117,280	9,407
60	93	5,12	2,72	1	0,633	8,754	127,280	8,792
70	93	4,96	2,48	1	0,693	8,378	137,280	8,517
80	91	4,72	2,32	1	0,710	8,285	147,280	9,337
90	94	4,64	2,16	1	0,765	8,021	157,280	9,187

100	93	4,4	2	1	0,788	7,919	167,280	9,774
200	93	3,12	0,96	1	1,179	6,940	267,280	
300	94	2,24	0,4	1	1,723	6,490	367,280	
400	93	1,6	0,08	1	2,996	6,299	467,280	

Таблица 1: Результаты измерений логарифмического декремента затухания при различных сопротивлениях R_M

Результаты измерений периода $T_{\text{эксп}}$ при нулевом сопротивлении магазина при различной емкости конденсатора C . Результаты вычислений периодов $T_{\text{теор}}$ и погрешностей δT Примеры вычислений $T_{\text{теор}}$ и δT :

$$T_{\text{теор}_1} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC_1} - \frac{R_0^2}{4L^2}}} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{9,232 \cdot 10^{-3} \cdot 2,20 \cdot 10^{-8}} - \frac{67,28^2}{4(9,232 \cdot 10^{-3})^2}}} = 8,97 \cdot 10^{-5} \text{ с}$$

$$\delta T = \frac{|T_{\text{эксп}} - T_{\text{теор}}|}{T_{\text{теор}}} \cdot 100\% = \frac{|9,4 - 8,97|}{8,97} \cdot 100\% = 4,84$$

C, Φ	$T_{\text{эксп}}, \text{с}$	$T_{\text{теор}}, \text{с}$	$\delta T, \%$
$2.2 \cdot 10^{-8}$	$9,4 \cdot 10^{-5}$	$8,97 \cdot 10^{-5}$	4,84
$3.3 \cdot 10^{-8}$	$1,17 \cdot 10^{-4}$	$1,98 \cdot 10^{-4}$	6,47
$4.7 \cdot 10^{-8}$	$1,35 \cdot 10^{-4}$	$1,31 \cdot 10^{-4}$	2,85
$47 \cdot 10^{-8}$	$4,40 \cdot 10^{-4}$	$4,26 \cdot 10^{-4}$	3,20

Таблица 2: Результаты измерений $T_{\text{эксп}}$ при различных сопротивлениях

9. Расчет результатов косвенных измерений.

Усредним полученные значения L при $R_M \leq 100 \text{ Ом}$, $L_{\text{ср}} = 9,232 \cdot 10^{-3} \text{ Гн}$.

Периодичность процесса разряда конденсатора исчезает при $R=1000 \text{ Ом}$, оценим критическое сопротивление контура по формуле:

$$R_{\text{крит}} = R_M + R_0 = 1000 + 67,28 = 1067,28 \text{ Ом}$$

Вычислим критическое сопротивление по следующей формуле:

$$R_{\text{крит}} = 2 \sqrt{\frac{L_{\text{ср}}}{C_1}} = 2 \sqrt{\frac{9,232 \cdot 10^{-3}}{2,20 \cdot 10^{-8}}} = 1295,57 \text{ Ом}$$

Результаты вычисления периода по формуле Томсона. Так как при малом затухании величина заряда меняется по времени по закону:

$$q(t) = q_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0),$$

то период можно вычислять по формуле Томсона. Выразим эту формулу:

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$$

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}$$

При $\beta \ll \omega_0$:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0}, \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{LC}$$

Вычислим T :

$$T_1 = 2\pi\sqrt{LC} = 8,96 \cdot 10^{-5}$$

$$T_2 = 2\pi\sqrt{LC} = 1,11 \cdot 10^{-4}$$

$$T_3 = 2\pi\sqrt{LC} = 1,31 \cdot 10^{-4}$$

$$T_4 = 2\pi\sqrt{LC} = 4,14 \cdot 10^{-4}$$

10. Расчет погрешностей прямых и косвенных измерений

Оценим абсолютную погрешность ΔL среднего значения индуктивности $L_{\text{ср}}$, где коэффициент Стьюдента $\alpha = 0.95$:

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^N \frac{(L_i - L_{\text{ср}})^2}{N(N-1)}} = 0,17$$

$$\Delta L_{\text{ср}} = \frac{\sigma}{\sqrt{N}} = 0,057$$

11.Графики

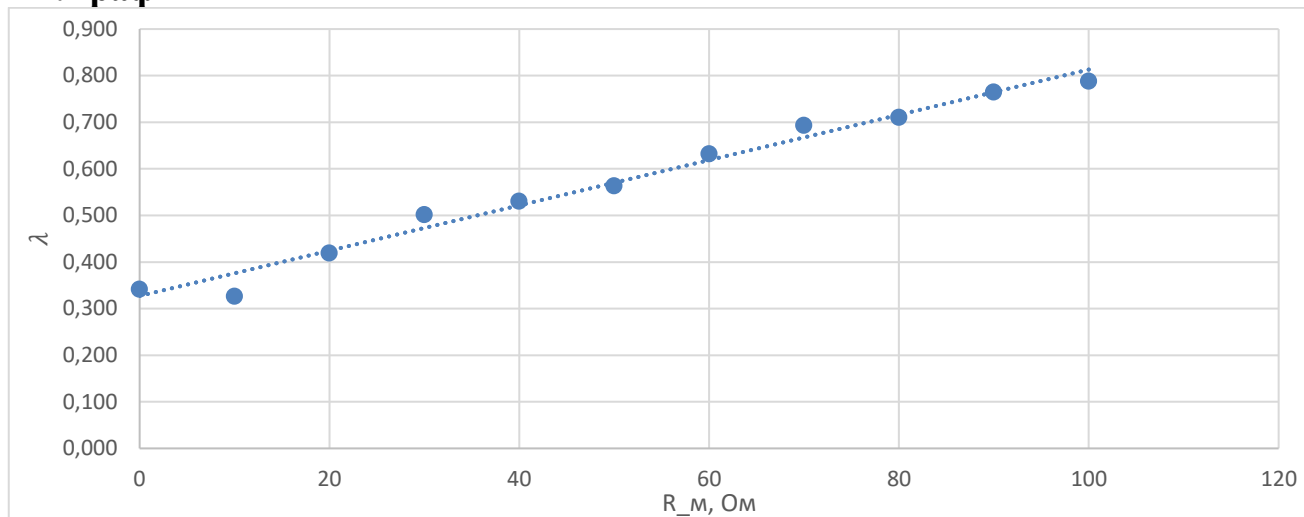


Рисунок 2: График зависимости логарифмического декремента λ от сопротивления магазина R_M

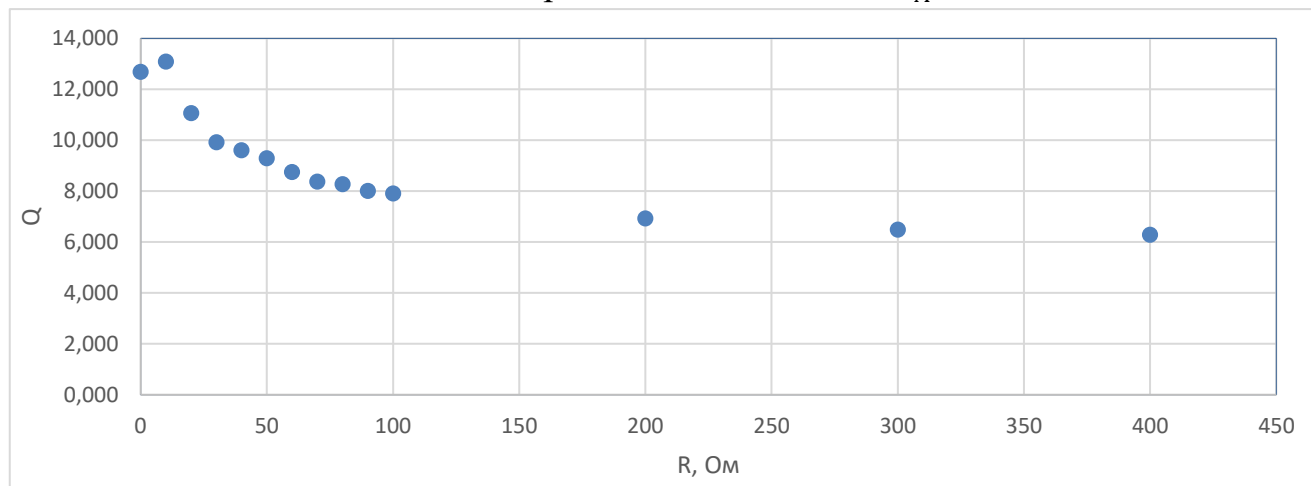


Рисунок 3: Зависимость добротности от сопротивления

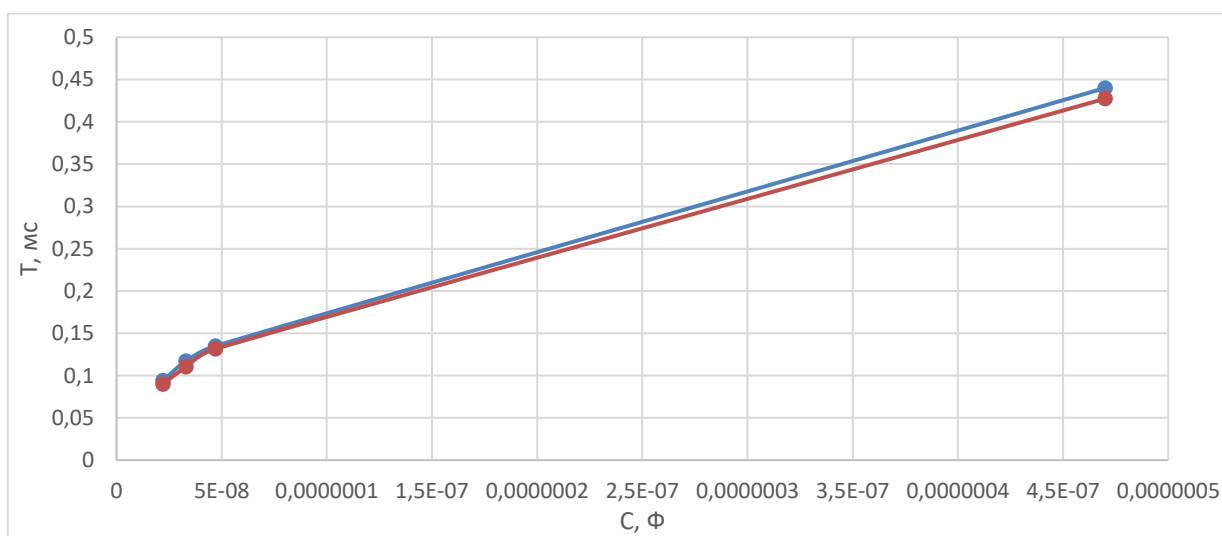


Рисунок 4: Зависимости теоретического и экспериментального периодов от ёмкости конденсатора

12. Окончательные результаты

Индуктивность катушки:

$$L_{\text{ср}} = 9,232 \cdot 10^{-3} \text{ Гн}$$

Сопротивление контура:

$$R_0 = 67,28 \text{ Ом}$$

Экспериментальное критическое сопротивление контура:

$$R_{\text{крит}} = 1067,28 \text{ Ом}$$

Теоретическое критическое сопротивление контура:

$$R_{\text{крит}} = 1295,57 \text{ Ом}$$

13. Выводы и анализ результатов работы.

В ходе выполнения лабораторной работы были получены графики зависимости логарифмического декремента λ от сопротивления магазина R_M , зависимости добротности Q от сопротивления контура R , зависимости измеренного периода $T_{\text{эксп}}$ и вычисленного периода $T_{\text{теор}}$ от емкости конденсатора C . Была выяснена возможность применения формулы Томсона для расчета периода.