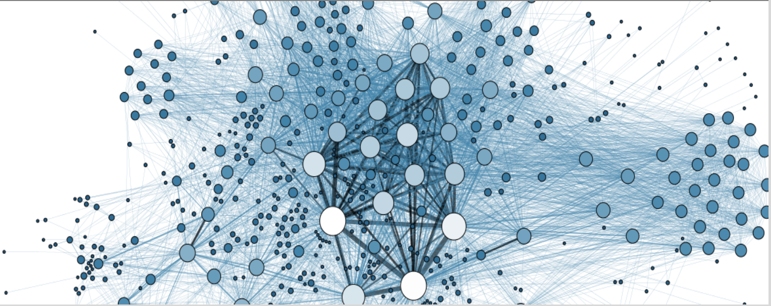
Karlsruher Institut für Technologie

Software Design and Quality

Grundbegriffe der Informatik

Tutorium 36 | 26.10.2017

Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu
Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu



Maximilian Staab,
uxhdf@student.kit.edu,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Gliederung

Karlsruher Institut für Technologie

Maximilian Staab,
uxhdf@student.kit.edu,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Termine

- Vorlesung und Übung
  - Mittwoch 9:45 - 11:15 Vorlesung
  - Freitag 9:45 - 11:15 abwechselnd Vorlesung und Übung
- Tutorium
  - Donnerstags, 09:45 - 11:15
  - 50.34 Informatikbau, -109
- Übungsblätter
  - Alle zwei Wochen
  - Ausgabe Mittwochs, Abgabe Donnerstags bis 16:00 zwei Wochen drauf
- Klausur
  - Termin am 08.03.2018

Übungsschein

Maximilian Staab,
uxhdf@student.kit.edu,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

- min. 50% aller Punkte auf Übungsblättern richtig
- Rückgabe im Tutorium
- Bestehen ist *keine* Voraussetzung für die Klausur, *aber* fürs Modul!
- Gemeinsames Abgeben, Abschreiben verboten
- Übungsblätter und später auch Musterlösungen im ILIAS

Tutorium

Maximilian Staab,
uxhdf@student.kit.edu,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

- Alle Tutorienfolien im Ilias (nach dem Tutorium)

- Bei Fragen:uxhdf@student.kit.edu
- Oder einfach hier
- Keine Anwesenheitspflicht
- Möglichkeit andere Tutorien zu besuchen

Signale und Nachrichten

Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu, Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

- Objekt: 101
  - Eins null eins oder 101 als Zahl oder 5 in binär oder zwei merkwürdige Striche mit einem Kreis dazwischen?
  - Vom Kontext abhängig.
  - Zunächst einfach ein konkretes Objekt.

Maximilian Staab,
uxhdf@student.kit.edu,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Signale und Nachrichten

- Signal
  - Physikalische Veränderung
  - Lässt sich verschieden interpretieren.
  - Beispiele:
    - Notfallalarm in Serverraum

      
    - Für Besucher nur schönes Leuchten
    - Für Security die Information, zu kommen
    - Für Techniker die Information, Ausrüstung zu holen
- Nachricht: Objekt wie oben, das von Signal unabhängig ist
  - Roter Notfallalarm ist ein anderes Signal als ein blauer Notfallalarm, aber vielleicht dieselbe Nachricht.

Signale und Nachrichten

Maximilian Staab,
uxhdf@student.kit.edu,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

- Der interessante Teil: Informationen
- Bedeutung einer Nachricht
- Der vorher fehlende Kontext.
- Im obigen Beispiel:
  - Rote Alarmleuchte ist ein Signal (blaue Signalleuchte in Raum nebendran vielleicht auch)
  - “Alarm”: Nachricht
  - Information: Security soll herkommen, Techniker sollen das Werkzeug bereit halten, Besucher sollten Platz machen.

Mengen

Maximilian Staab,
uxhdf@student.kit.edu,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

- Erster wirklich wichtiger Teil.

Maximilian Staab,
uxhdf@student.kit.edu,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Mengen

Zeichnung

Maximilian Staab,
uxhdf@student.kit.edu,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Mengen

Definition: Mengen

"Unter einer Menge verstehen wir jede Zusammenfassung von bestimmten wohlunterschiedenen Objekten unserer Anschauung oder unseres Denkens (welche die Elemente dieser Menge genannt werden) zu einem Ganzen."

- Beispiel:$\{a, b, c, d\} =: A, \{a, c, 4\} =: B, \{10, 11\} =: C$
- Das Objekt c ist in A enthalten: $c \in A$, $c \in B$, $c \notin C$
- Reihenfolge gleich: $\{a, b\} = \{b, a\}$
- Elemente doppelt? $\{a, a, b, a\} = \{a, b\}$

Mehr über Mengen

Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu, Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

- Kardinalität oder Größe: Die Anzahl der Elemente der Menge
  - $A := \{a, b, c\}$. $|A| = 3$
  - $B := \{c, d\}$. $|B| = 2$
  - Was ist $|\{1, 2, 3, 2\}|$? 3!
  - Was ist $|\{\}|$? 0

Leere Menge

Die Menge, die nichts enthält, nennen wir die leere Menge, und schreiben sie als $\{\}$ oder $\emptyset$.

Was ist $|\{\{\}\}|$? 1! $\{\emptyset\}$ enthält eine leere Menge, die selbst ein Element ist.

Mehr über Mengen

Maximilian Staab,
uxhdf@student.kit.edu,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Zeichnung

Maximilian Staab,
uxhdf@student.kit.edu,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Mehr über Mengen

Seien $A := \{a, b, c\}$, $B := \{b, c\}$, $C := \{c, b\}$, $D := \{b, c, d\}$.

- Teilmenge: $A \subseteq B$, also A ist Teilmenge von B genau dann, wenn alle Elemente aus A auch in B sind.
- Echte Teilmenge: $A \subset B$ genau dann, wenn $A \subseteq B$ *und* $A \neq B$.
  - Beispiele: $B \subseteq A$, sogar $B \subset A$.
    $C \subseteq B$ und $B \subseteq C$, aber $C \not\subset B$ und $B \not\subset C$.
- Schnittmenge: $A \cap B = \{b, c\}$.
  $A \cap B$ enthält *genau* die Elemente, die in A *und* in B sind.
- Vereinigungsmenge: $A \cup D = \{a, b, c, d\}$.
  $A \cup B$ enthält *genau* die Elemente, die in A *oder* in B sind.
- Mengendifferenz: $A \setminus B = \{a\}$, also alle Elemente in A, die nicht in B sind.
- Komplementärmenge: $\bar{A}$ enthält alle Elemente des *Universums*, die nicht in A sind. Angenommen, Universum = Lateinisches Alphabet:
  $\bar{A} = \{d, e, f, g, \ldots, y, z\}$

Maximilian Staab,
uxhdf@student.kit.edu,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.e

Potenzmenge

Potenzmenge

Die Potenzmenge 2^M einer Menge M enthält genau alle Mengen, die Teilmenge von M sind.

Was bedeutet das allgemein?

- $M \in 2^M$
- $\emptyset \in 2^M$
- Konkretes Beispiel: Was ist 2^M mit $M = \{0, 1\}$?
  - Natürlich $\emptyset \in 2^M$ und $\{0, 1\} \in 2^M$.
  - $\{0\} \in 2^M$ und $\{1\} \in 2^M$.
  - Weitere? Nein, diese vier Mengen sind alle möglichen Teilmengen.
  - $\Rightarrow 2^M = \{\{\}, \{0\}, \{1\}, \{0, 1\}\}$.

Maximilian Staab,
uxhdf@student.kit.edu,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Potenzmenge

$M = \{0, 1\}$, $2^M = \{\{\}, \{0\}, \{1\}, \{0, 1\}\}$.
Was ist 2^{2^M}?

- Also $2^{\{\{\},\{0\},\{1\},\{0,1\}\}}$.
- Natürlich $\emptyset \in 2^M$ und $2^M = \{\{\}, \{0\}, \{1\}, \{0, 1\}\} \in 2^{2^M}$.

$$
\begin{aligned}
2^{2^M} = \{ & \\
& \{\}, \\
& \{\{\}\}, \{\{0\}\}, \{\{1\}\}, \{\{0, 1\}\}, \\
& \{\{\}, \{0\}\}, \{\{\}, \{1\}\}, \{\{\}, \{0, 1\}\}, \{\{0\}, \{1\}\}, \\
& \quad \{\{0\}, \{0, 1\}\}, \{\{1\}, \{0, 1\}, \\
& \{\{\}, \{0\}, \{1\}\}, \{\{\}, \{0\}, \{0, 1\}\}, \{\{\}, \{1\}, \{0, 1\}\}, \{\{0\}, \{1\}, \{0, 1\}\}, \\
& \{\{\}, \{0\}, \{1\}, \{0, 1\}\} \\
\} &
\end{aligned}
$$

Maximilian Staab,
uxhdf@student.kit.edu,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.e

Alphabete

Karlsruher Institut für Technologie

Alphabet

Ein Alphabet ist eine *endliche*, *nichtleere* Menge von Zeichen.

Was davon sind Alphabete? $\{d, 34, \pi, \%\}$, $\{a, b, c, \dots, y, z\}$, $\emptyset$, $\mathbb{N}$.

- $\{d, 34, \pi, \%\}$ und $\{a, b, c, \dots, y, z\}$ sind Alphabete.
- $\emptyset$ ist leer und damit kein Alphabet.
- $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$ enthält alle natürlichen Zahlen und ist damit nicht endlich, also kein Alphabet.
- $\{0, 1\}$ ist das Alphabet, das alle Binärzahlen enthält.
- $\{\cdot, +, -, /\} =: R$ ist ein Alphabet von Rechenzeichen. $R \cup \{0, 1, \dots, 9\}$ ist ein Alphabet, das ein Taschenrechner als Eingabealphabet benutzen könnte.

Paare und Tupel

Maximilian Staab,
uxhdf@student.kit.edu,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Paar

Ein Paar ist eine geordnete Menge der Kardinalität 2.

Schreibweise mit runden Klammern ().

- Beispiel: $(a, 4) \neq (4, a)$
- Beispiel für eine Menge aus Tupeln: $\{(``AgeOfEmpires'', ``Strategie''), (``Battlefield'', ``Shooter''), (``SeriousSam'', ```Shooter'')\}$

Tupel

Maximilian Staab,
uxhdf@student.kit.edu,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Tupel

Ein Tupel ist eine geordnete Menge. Konkret ist ein n-Tupel ein Tupel der Kardinalität n.

Also wie ein Paar, nur mit beliebiger Kardinalität. Ein Paar ist spezifisch ein 2-Tupel.
Beispiel: $(4tb, 512gb, 128gb, 4mb) \neq (512gb, 4mb, 4tb, 128gb)$.

Kartesisches Produkt

Maximilian Staab,
uxhdf@student.kit.edu,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Zwei Mengen: $A := \{a, b, c\}$ und $B := \{1, 2, 3\}$.
Wir wollen alle Tupel mit erstem Element aus A und zweiten Element aus B.
$\{ \quad (a, 1), (a, 2), (a, 3), \qquad (b, 1), (b, 2), (b, 3), \qquad (c, 1), (c, 2), (c, 3) \quad \}$
$= A \times B$

Kreuzprodukt von zwei Mengen

Zu zwei Mengen A und B ist das Kreuzprodukt definiert als Menge aller Paare (a, b) mit $a \in A$ und $b \in B$.

Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu, Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.e

Kreuzprodukt

Karlsruher Institut für Technologie

Kreuzprodukt von zwei Mengen

Zu zwei Mengen A und B ist das Kreuzprodukt $A \times B$ definiert als Menge aller Paare (a, b) mit $a \in A$ und $b \in B$.

Kreuzprodukt von n Mengen

Zu n Mengen $M_1, M_2, \ldots, M_n$ ist das Kreuzprodukt $M_1 \times M_2 \times \cdots \times M_n$ definiert als Menge aller n-Tupel $(e_1, e_2, \ldots, e_n)$ mit $e_1 \in M_1$, $e_2 \in M_2, \ldots, e_n \in M_n$.

Mengenpotenz

$$\underbrace{A \times A \times \cdots \times A}_{n \times mal} = A^n.$$

Kreuzprodukt: Beispiele

Maximilian Staab,
uxhdf@student.kit.edu,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Kreuzprodukt von zwei Mengen

Zu zwei Mengen A und B ist das Kreuzprodukt $A \times B$ definiert als Menge aller Paare (a, b) mit $a \in A$ und $b \in B$.

$A := \{a, b\}, B := \{1, 2\}$. $A \times B = \{(a, 1), (a, 2), (b, 1), (b, 2)\}$.

Kreuzprodukt: Beispiele

Maximilian Staab,
uxhdf@student.kit.edu,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Kreuzprodukt von n Mengen

Zu n Mengen $M_1, M_2, \dots, M_n$ ist das Kreuzprodukt $M_1 \times M_2 \times \cdots \times M_n$ definiert als Menge aller n-Tupel $(e_1, e_2, \dots, e_n)$ mit $e_1 \in M_1, e_2 \in M_2, \dots, e_n \in M_n$.

$A := \{a, b\}, B := \{1, 2\}, C := \{\omega\}$. $A \times B \times C$
$= \{(a, 1, \omega), (a, 2, \omega), (b, 1, \omega), (b, 2, \omega)\}$.

Kreuzprodukt: Beispiele

Maximilian Staab,
uxhdf@student.kit.edu,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Mengenpotenz

$$\underbrace{A \times A \times \cdots \times A}_{n mal} = A^n.$$

- $A := \{a, b\}$. $A^2 = \{(a, b), (b, a), (a, a), (b, b)\}$
  $A^3 = \{(a, a, a), (a, a, b), (a, b, b), \dots\}$.
- A beliebige Menge. $A^0? = \emptyset$
- Achtung! $2^M \neq M^2$. Potenzmengen nicht mit Mengenpotenz verwechseln!

Maximilian Staab,
uxhdf@student.kit.edu,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.e

Relation

Karlsruher Institut für Technologie

Binäre Relation

Eine binäre Relation auf zwei Mengen A und B ist eine Menge $R \subseteq A \times B$.

- Für die Mengen $M_{Spiele} = \{``Battlefield'', ``AgeOfEmpires'', ``SeriousSam''\}$, $M_{Genre} = \{``Shooter'', ``Strategie''\}$ sind folgendes mögliche Relationen:
  - $\{(``AgeOfEmpires'', ``Strategie''), (``Battlefield'', ``Shooter''), (``SeriousSam'', ```Shooter''))\}$
  - $\{(``AgeOfEmpires'', ``Strategie''), (``AgeOfEmpires'', ``Shooter'')$
  - $\emptyset$
- “Kleinergleichrelation” auf $M = \{1, 2, 3\}$: $R_{\leq} = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 2), (2, 3), (3, 3)\} \in M \times M$

Relation

Maximilian Staab,
uxhdf@student.kit.edu,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Binäre Relation

Eine binäre Relation auf zwei Mengen A und B ist eine Menge $R \subseteq A \times B$.

Ternäre Relation

Eine ternäre Relation auf drei Mengen A, B und C ist eine Menge $R \subseteq A \times B \times C$.

n-äre Relation

Eine n-äre Relation auf n Mengen M_1, M_2 ... M_n ist eine Menge $R \subseteq M_1 \times M_2 \times \cdots \times M_n$.

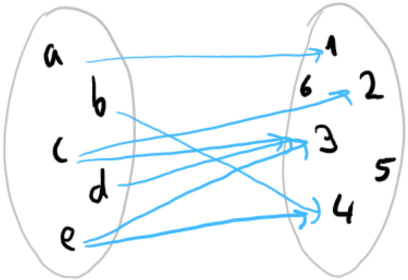
Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu, Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.e

Linkstotalität

Linkstotale Relation

Eine Relation $R \subseteq A \times B$ heißt linkstotal, wenn für jedes $a \in A$ ein $b \in B$ existiert mit $(a, b) \in R$.

Die linke Seite der Relation ist also "total" aufgefüllt.



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu, Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.e

Rechtstotalität

Karlsruher Institut für Technologie

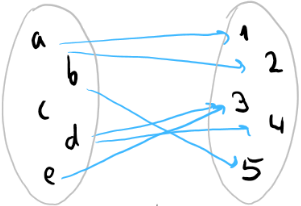
Rechtstotale Relation

Eine Relation $R \subseteq A \times B$ heißt rechtstotal, wenn für jedes $b \in B$ ein $a \in A$ existiert mit $(a, b) \in R$.

Die rechte Seite der Relation ist also "total" aufgefüllt.

Wenn die Relation zusätzlich eine Abbildung ist, heißt diese dann surjektiv.

Rechtstotalität



„jedes b hat min. einen Partner a"

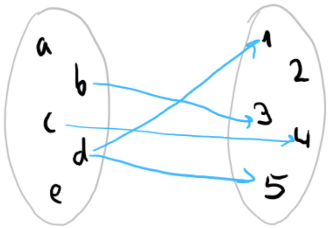
Maximilian Staab,
uxhdf@student.kit.edu,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.e

Linkseindeutigkeit

Linkseindeutige Relation

Eine Relation $R \subseteq A \times B$ heißt linkseindeutig, wenn für zwei beliebige Elemente $(a, \alpha) \in R, (b, \beta) \in R$ aus der Relation R gilt: wenn $a \neq b$, dann gilt auch $\alpha \neq \beta$.

Also: Keine zwei Elemente der linken Seite der Relation haben dasselbe rechte Element.
Angenommen, $a \neq b$ und $\alpha = \beta$. $\Rightarrow$ offenbar nicht linkseindeutig.
Wenn die Relation zusätzlich eine Abbildung ist, heißt diese dann injektiv.



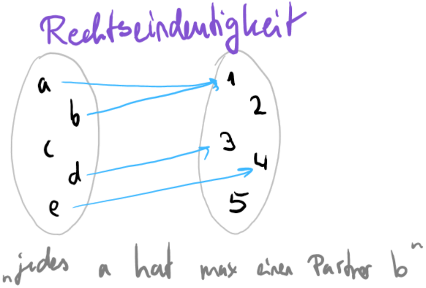
Rechtseindeutig

Maximilian Staab,
uxhdf@student.kit.edu,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.e

Rechtseindeutige Relation

Eine Relation $R \subseteq A \times B$ heißt rechtseindeutig, wenn für zwei beliebige Elemente $(a, \alpha) \in R, (b, \beta) \in R$ aus der Relation R gilt: wenn $\alpha \neq \beta$, dann gilt auch $a \neq b$.

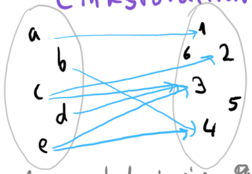
Also: Keine zwei Elemente der rechten Seite der Relation haben dasselbe linke Element.



Eigenschaften von Relationen

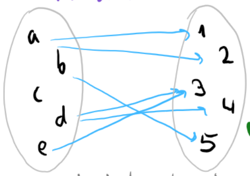
Maximilian Staab,
uxhdf@student.kit.edu,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.ed

Linkstotalität



„jedes a hat min einen Partner b"

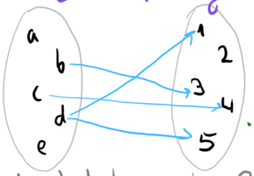
Rechtstotalität



Surjektiv

„jedes b hat min. einen Partner a"

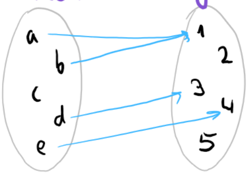
Linkseindeutigkeit



injektiv

„jedes b hat max einen Partner a"

Rechtseindeutigkeit



„jedes a hat max einen Partner b"

Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu, Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.e

Abbildung

Abbildung

Eine Relation R heißt eine Abbildung, wenn sie linkstotal *und* rechtseindeutig sind.

- Injektive Funktion: linkstotal, rechtseindeutig, linkseindeutig
- Surjektive Funktion: linkstotal, rechtseindeutig, rechtstotal

Bijektivität

Eine Relation heißt bijektiv, wenn sie injektiv und surjektiv ist.

Damit ist sie linkstotal und rechtseindeutig (weil es eine Abbildung ist) und linkseindeutig (injektiv) und rechtstotal (surjektiv).
Tolle Eigenschaft: Für jedes Element $(a, b) \in R$ der bijektiven Relation R ist *jedem a genau ein b* zugeordnet.

Abbildungen Schreibweise

Maximilian Staab,
uxhdf@student.kit.edu,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Seien $A = B = \mathbb{R}$, $f \subseteq A \times B$. Wir suchen Relation, die für jedes $a \in A$ ein Element $(a, b) \in f$ enthält mit $b = a^2$.

$f = \{(0, 0), (0.1, 0.01), (2, 4), \dots\}$

Unendlich viele Elemente, und unmöglich alle zu nennen.

(Mathematischere) Schreibweise für Abbildungen:

$f : A \to B, a \mapsto a^2$, also Quadratfunktion.

Ist diese Funktion injektiv oder surjektiv?

- Nicht injektiv, da z.B. $f(1) = f(-1)$, also $(1, 1) \in f$ und $(-1, 1) \in f$.
- Nicht surjektiv, da z.B. -1 nie als Funktionswert angenommen wird, daher $(a, -1) \notin f$ für beliebige $a \in A$.

Informationen

Maximilian Staab,
uxhdf@student.kit.edu,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Zum Tutorium

- Maximilian Staab
- Tutoriumsnummer: 36
- Tutorium findet statt:
  - Donnerstags, 09:45 - 11:15
  - 50.34 Informatikbau, -109

Mehr Material

- Ehemalige GBI Webseite:
  - http://gbi.ira.uka.de
  - Altklausuren!

Zur Veranstaltung

- Grundbegriffe der Informatik
- Klausurtermin:
  - 08.03.2018, 14:00
  - Zwei Stunden Bearbeitungszeit
  - 6 ECTS für Informatiker und Informationswirte, 4 ECTS für ?

Zum Übungsschein

- Übungsblatt alle zwei wochen
- Ab >50% insgesamt hat man den Übungsschein
- Keine Voraussetzung für die Klausur, aber für das Modul