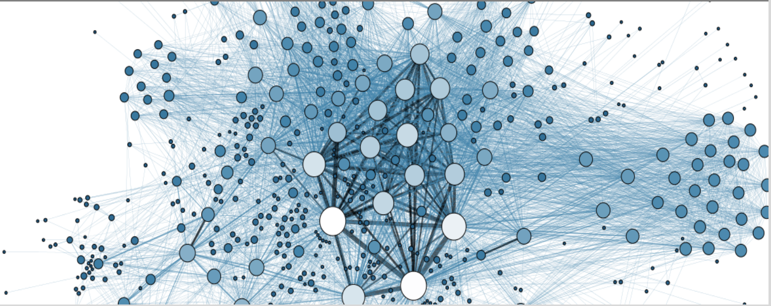
Grundbegriffe der Informatik
Tutorium 33

Maximilian Staab, maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de
Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu | 15.12.2016



Grundlagen zu Prädikatenlogik

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Prädikatenlogik (PL)

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Grundlagen zu Prädikatenlogik

Prädikatenlogik (PL) erweitert Aussagenlogik durch Ergänzen von “Prädikaten”

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Grundlagen zu Prädikatenlogik

Karlsruher Institut für Technologie

Prädikatenlogik (PL) erweitert Aussagenlogik durch Ergänzen von “Prädikaten”, einer Art von Funktionen, die Wahrheitswerte zurückgeben.

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Grundlagen zu Prädikatenlogik

Prädikatenlogik (PL) erweitert Aussagenlogik durch Ergänzen von "Prädikaten", einer Art von Funktionen, die Wahrheitswerte zurückgeben.

Alphabet der Prädikatenlogik:

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Grundlagen zu Prädikatenlogik

Prädikatenlogik (PL) erweitert Aussagenlogik durch Ergänzen von “Prädikaten”, einer Art von Funktionen, die Wahrheitswerte zurückgeben.

Alphabet der Prädikatenlogik:

- $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow, (,)$, also Alphabet der Aussagenlogik.

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Grundlagen zu Prädikatenlogik

Prädikatenlogik (PL) erweitert Aussagenlogik durch Ergänzen von “Prädikaten”, einer Art von Funktionen, die Wahrheitswerte zurückgeben.

Alphabet der Prädikatenlogik:

- $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow, (,)$, also Alphabet der Aussagenlogik.
- $\forall$ Allquantor

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Grundlagen zu Prädikatenlogik

Prädikatenlogik (PL) erweitert Aussagenlogik durch Ergänzen von "Prädikaten", einer Art von Funktionen, die Wahrheitswerte zurückgeben.

Alphabet der Prädikatenlogik:

- $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow, (,)$, also Alphabet der Aussagenlogik.
- $\forall$ Allquantor ($\forall x$ heißt "für alle x gilt...)

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Grundlagen zu Prädikatenlogik

Prädikatenlogik (PL) erweitert Aussagenlogik durch Ergänzen von "Prädikaten", einer Art von Funktionen, die Wahrheitswerte zurückgeben.

Alphabet der Prädikatenlogik:

- $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow, (,)$, also Alphabet der Aussagenlogik.
- $\forall$ Allquantor ($\forall x$ heißt "für alle x gilt...)
- $\exists$ Existenzquantor

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Grundlagen zu Prädikatenlogik

Karlsruher Institut für Technologie

Prädikatenlogik (PL) erweitert Aussagenlogik durch Ergänzen von “Prädikaten”, einer Art von Funktionen, die Wahrheitswerte zurückgeben.

Alphabet der Prädikatenlogik:

- $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow, (,)$, also Alphabet der Aussagenlogik.
- $\forall$ Allquantor ($\forall x$ heißt “für alle x gilt...)
- $\exists$ Existenzquantor ($\exists x$ heißt “es existiert min. ein x... für das gilt...)

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Grundlagen zu Prädikatenlogik

Prädikatenlogik (PL) erweitert Aussagenlogik durch Ergänzen von "Prädikaten", einer Art von Funktionen, die Wahrheitswerte zurückgeben.

Alphabet der Prädikatenlogik:

- $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow, (,)$, also Alphabet der Aussagenlogik.
- $\forall$ Allquantor ($\forall x$ heißt "für alle x gilt...)
- $\exists$ Existenzquantor ($\exists x$ heißt "es existiert min. ein x... für das gilt...)
- $x, y, z, x_i \in Var_{PL}$ Variablen

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Grundlagen zu Prädikatenlogik

Prädikatenlogik (PL) erweitert Aussagenlogik durch Ergänzen von "Prädikaten", einer Art von Funktionen, die Wahrheitswerte zurückgeben.

Alphabet der Prädikatenlogik:

- $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow, (,)$, also Alphabet der Aussagenlogik.
- $\forall$ Allquantor ($\forall x$ heißt "für alle x gilt...)
- $\exists$ Existenzquantor ($\exists x$ heißt "es existiert min. ein x... für das gilt...)
- $x, y, z, x_i \in Var_{PL}$ Variablen
- $c, d, c_i \in Const_{PL}$ Konstanten

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Grundlagen zu Prädikatenlogik

Prädikatenlogik (PL) erweitert Aussagenlogik durch Ergänzen von "Prädikaten", einer Art von Funktionen, die Wahrheitswerte zurückgeben.

Alphabet der Prädikatenlogik:

- $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow, (,)$, also Alphabet der Aussagenlogik.
- $\forall$ Allquantor ($\forall x$ heißt "für alle x gilt...)
- $\exists$ Existenzquantor ($\exists x$ heißt "es existiert min. ein x... für das gilt...)
- $x, y, z, x_i \in Var_{PL}$ Variablen
- $c, d, c_i \in Const_{PL}$ Konstanten
- $f, g, h, f_i \in Fun_{PL}$ Funktionen

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Grundlagen zu Prädikatenlogik

Prädikatenlogik (PL) erweitert Aussagenlogik durch Ergänzen von "Prädikaten", einer Art von Funktionen, die Wahrheitswerte zurückgeben.

Alphabet der Prädikatenlogik:

- $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow, (,)$, also Alphabet der Aussagenlogik.
- $\forall$ Allquantor ($\forall x$ heißt "für alle x gilt...)
- $\exists$ Existenzquantor ($\exists x$ heißt "es existiert min. ein x... für das gilt...)
- $x, y, z, x_i \in Var_{PL}$ Variablen
- $c, d, c_i \in Const_{PL}$ Konstanten
- $f, g, h, f_i \in Fun_{PL}$ Funktionen
- $R, S, R_i \in Rel_{PL}$ Relationen (funktionieren ähnlich wie Funktionen)

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Grundlagen zu Prädikatenlogik

Karlsruher Institut für Technologie

Prädikatenlogik (PL) erweitert Aussagenlogik durch Ergänzen von "Prädikaten", einer Art von Funktionen, die Wahrheitswerte zurückgeben.

Alphabet der Prädikatenlogik:

- $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow, (,)$, also Alphabet der Aussagenlogik.
- $\forall$ Allquantor ($\forall x$ heißt "für alle x gilt...)
- $\exists$ Existenzquantor ($\exists x$ heißt "es existiert min. ein x... für das gilt...)
- $x, y, z, x_i \in Var_{PL}$ Variablen
- $c, d, c_i \in Const_{PL}$ Konstanten
- $f, g, h, f_i \in Fun_{PL}$ Funktionen
- $R, S, R_i \in Rel_{PL}$ Relationen (funktionieren ähnlich wie Funktionen)
- $\doteq$ Objektgleichheit

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Grundlagen zu Prädikatenlogik

Prädikatenlogik (PL) erweitert Aussagenlogik durch Ergänzen von "Prädikaten", einer Art von Funktionen, die Wahrheitswerte zurückgeben.

Alphabet der Prädikatenlogik:

- $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow, (,)$, also Alphabet der Aussagenlogik.
- $\forall$ Allquantor ($\forall x$ heißt "für alle x gilt...)
- $\exists$ Existenzquantor ($\exists x$ heißt "es existiert min. ein x... für das gilt...)
- $x, y, z, x_i \in Var_{PL}$ Variablen
- $c, d, c_i \in Const_{PL}$ Konstanten
- $f, g, h, f_i \in Fun_{PL}$ Funktionen
- $R, S, R_i \in Rel_{PL}$ Relationen (funktionieren ähnlich wie Funktionen)
- $\doteq$ Objektgleichheit
- , Komma

Gliederung der Prädikatenlogik

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.e

Terme

Ein Term ist ein Element aus der Sprache über
$A_{Ter} := \{(,),,\} \cup Var_{PL} \cup Const_{PL} \cup Fun_{PL}$.

Gliederung der Prädikatenlogik

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.e

Terme

Ein Term ist ein Element aus der Sprache über

$A_{Ter} := \{(,), ,\} \cup Var_{PL} \cup Const_{PL} \cup Fun_{PL}$.

Atomare Formeln

Atomare Formeln sind zum Beispiel

Gliederung der Prädikatenlogik

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.e

Terme

Ein Term ist ein Element aus der Sprache über $A_{Ter} := \{(,),,\} \cup Var_{PL} \cup Const_{PL} \cup Fun_{PL}$.

Atomare Formeln

Atomare Formeln sind zum Beispiel

- Objektgleichheiten $f_1 \doteq f_2$

Gliederung der Prädikatenlogik

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.e

Terme

Ein Term ist ein Element aus der Sprache über $A_{Ter} := \{(,),,\} \cup Var_{PL} \cup Const_{PL} \cup Fun_{PL}$.

Atomare Formeln

Atomare Formeln sind zum Beispiel

- Objektgleichheiten $f_1 \doteq f_2$
- Relation von Termen $R(t_1, t_2, \dots)$

Stelligkeit einer Funktion

Die Stelligkeit $ar(f) \in \mathbb{N}_+$ einer Funktion gibt die Anzahl der Parameter von f an.

Gliederung der Prädikatenlogik

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.e

Terme

Ein Term ist ein Element aus der Sprache über
$A_{Ter} := \{(,),,\} \cup Var_{PL} \cup Const_{PL} \cup Fun_{PL}$.

Atomare Formeln

Atomare Formeln sind zum Beispiel

- Objektgleichheiten $f_1 \doteq f_2$
- Relation von Termen $R(t_1, t_2, \ldots)$

Stelligkeit einer Funktion

Die Stelligkeit $ar(f) \in \mathbb{N}_+$ einer Funktion gibt die Anzahl der Parameter von f an. (Analog Stelligkeit von Relationen $ar(R)$)

Verständnis von Termen, Atomaren Formeln, Stelligkeit

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

- Woraus kann ein Term bestehen?

Verständnis von Termen, Atomaren Formeln, Stelligkeit

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

- Woraus kann ein Term bestehen?

$\longrightarrow$ Aus Klammern $($, $)$, Kommas $,$, Variablen, Konstanten, Funktionen.

Verständnis von Termen, Atomaren Formeln, Stelligkeit

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Prädikatenlogik

- Woraus kann ein Term bestehen?

$\longrightarrow$ Aus Klammern (,), Kommas ,, Variablen, Konstanten, Funktionen.

- Was davon sind atomare Formeln: $R(x) \wedge S(f(x, c))$, $R(x, g(c, f(y, x)))$?

Verständnis von Termen, Atomaren Formeln, Stelligkeit

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

- Woraus kann ein Term bestehen?

$\longrightarrow$ Aus Klammern (,), Kommas ,, Variablen, Konstanten, Funktionen.

- Was davon sind atomare Formeln: $R(x) \wedge S(f(x,c))$, $R(x, g(c, f(y,x)))$?

$\longrightarrow$ Nein, ja.

Verständnis von Termen, Atomaren Formeln, Stelligkeit

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

- Woraus kann ein Term bestehen?

$\longrightarrow$ Aus Klammern $($, $)$, Kommas $,$, Variablen, Konstanten, Funktionen.

- Was davon sind atomare Formeln: $R(x) \wedge S(f(x, c))$, $R(x, g(c, f(y, x)))$?

$\longrightarrow$ Nein, ja.

- Was sind die Stelligkeiten folgender Funktionen: $f(a, b, c), g(a), h(a, b)$?

Verständnis von Termen, Atomaren Formeln, Stelligkeit

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

- Woraus kann ein Term bestehen?

$\longrightarrow$ Aus Klammern (,), Kommas ,, Variablen, Konstanten, Funktionen.

- Was davon sind atomare Formeln: $R(x) \wedge S(f(x,c))$, $R(x, g(c, f(y,x)))$?

$\longrightarrow$ Nein, ja.

- Was sind die Stelligkeiten folgender Funktionen: $f(a,b,c), g(a), h(a,b)$?

$\longrightarrow$ $3, 1, 2$.

Maximilian Staab, maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de, Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Grammatik der Prädikatenlogik

Prädikatenlogische Formeln werden durch die Grammatik $G := (N_{Ter}, A_{Ter}, T, P_{Ter})$ erzeugt mit:

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Grammatik der Prädikatenlogik

Karlsruher Institut für Technologie

Prädikatenlogische Formeln werden durch die Grammatik $G := (N_{Ter}, A_{Ter}, T, P_{Ter})$ erzeugt mit:

Maximilian Staab, maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de, Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Grammatik der Prädikatenlogik

Prädikatenlogische Formeln werden durch die Grammatik $G := (N_{Ter}, A_{Ter}, T, P_{Ter})$ erzeugt mit:

- $m + 1$ Nichtterminalsymbolen $N_{Ter} := \{T\} \cup \{L_i | i \in \mathbb{N}_+ \text{ und } i \leq m\}$ ($m =$ Maximale Stelligkeit von Funktionen)

Maximilian Staab, maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de, Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Grammatik der Prädikatenlogik

Prädikatenlogische Formeln werden durch die Grammatik $G := (N_{Ter}, A_{Ter}, T, P_{Ter})$ erzeugt mit:

- $m + 1$ Nichtterminalsymbolen $N_{Ter} := \{T\} \cup \{L_i | i \in \mathbb{N}_+ \text{ und } i \leq m\}$ ($m =$ Maximale Stelligkeit von Funktionen)
- Terminalsymbolen: Alphabet, aus dem Terme erzeugbar sind

Maximilian Staab, maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de, Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Grammatik der Prädikatenlogik

Prädikatenlogische Formeln werden durch die Grammatik $G := (N_{Ter}, A_{Ter}, T, P_{Ter})$ erzeugt mit:

- $m + 1$ Nichtterminalsymbolen $N_{Ter} := \{T\} \cup \{L_i | i \in \mathbb{N}_+$ und $i \leq m\}$ ($m =$ Maximale Stelligkeit von Funktionen)
- Terminalsymbolen: Alphabet, aus dem Terme erzeugbar sind
- Produktionen

$$\begin{aligned}
L_{i+1} &\to L_i, T && \text{für jedes } i \in \mathbb{N}_+ \text{ mit } i < m \\
L_1 &\to T && \\
T &\to c_i && \text{für jedes } c_i \in Const_{PL} \\
T &\to x_i && \text{für jedes } x_i \in Var_{PL} \\
T &\to f_i(L_{ar(f_i)}) && \text{für jedes } f_i \in Fun_{PL}
\end{aligned}$$

Maximilian Staab, maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de, Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Grammatik der Prädikatenlogik

Prädikatenlogische Formeln werden durch die Grammatik $G := (N_{Ter}, A_{Ter}, T, P_{Ter})$ erzeugt mit:

- $m + 1$ Nichtterminalsymbolen $N_{Ter} := \{T\} \cup \{L_i | i \in \mathbb{N}_+ \text{ und } i \leq m\}$ ($m =$ Maximale Stelligkeit von Funktionen)
- Terminalsymbolen: Alphabet, aus dem Terme erzeugbar sind
- Produktionen

$$
\begin{aligned}
L_{i+1} &\rightarrow L_i, T && \text{für jedes } i \in \mathbb{N}_+ \text{ mit } i < m \\
L_1 &\rightarrow T && \\
T &\rightarrow c_i && \text{für jedes } c_i \in Const_{PL} \\
T &\rightarrow x_i && \text{für jedes } x_i \in Var_{PL} \\
T &\rightarrow f_i(L_{ar(f_i)}) && \text{für jedes } f_i \in Fun_{PL}
\end{aligned}
$$

Beispiel: Seien Funktionen f, g mit $ar(f) = 2$, $ar(g) = 1$, Konstante c und Variablen x, y gegeben. Was kann man damit machen?

Grammatik der Prädikatenlogik

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Beispiel: Seien Funktionen f, g mit $ar(f) = 2, ar(g) = 1$, Konstante c und Variablen x, y gegeben. Was kann man damit machen?

Grammatik der Prädikatenlogik

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Beispiel: Seien Funktionen f, g mit $ar(f) = 2, ar(g) = 1$, Konstante c und Variablen x, y gegeben. Was kann man damit machen?

Dann:

- $N_{Ter} = \{T, L_1, L_2\}$
- $P_{Ter} = \{L_2 \rightarrow L_1, T$

$$L_1 \rightarrow T$$
$$T \rightarrow c$$
$$T \rightarrow x$$
$$T \rightarrow y$$
$$T \rightarrow g(L_1)$$
$$T \rightarrow f(L_2)\}$$

Grammatik der Prädikatenlogik

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Beispiel: Seien Funktionen f, g mit $ar(f) = 2$, $ar(g) = 1$, Konstante c und Variablen x, y gegeben. Was kann man damit machen?

Dann:

- $N_{Ter} = \{T, L_1, L_2\}$
- $P_{Ter} = \{L_2 \rightarrow L_1, T$

$$L_1 \rightarrow T$$
$$T \rightarrow c$$
$$T \rightarrow x$$
$$T \rightarrow y$$
$$T \rightarrow g(L_1)$$
$$T \rightarrow f(L_2)\}$$

Aufgabe zu Grammatiken und Prädikatenlogik

Welche dieser Formeln entsprechen dieser Grammatik?

Grammatik der Prädikatenlogik

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Beispiel: Seien Funktionen f, g mit $ar(f) = 2, ar(g) = 1$, Konstante c und Variablen x, y gegeben. Was kann man damit machen?

Dann:

- $N_{Ter} = \{T, L_1, L_2\}$
- $P_{Ter} = \{L_2 \rightarrow L_1, T$

$$L_1 \rightarrow T$$
$$T \rightarrow c$$
$$T \rightarrow x$$
$$T \rightarrow y$$
$$T \rightarrow g(L_1)$$
$$T \rightarrow f(L_2)\}$$

Aufgabe zu Grammatiken und Prädikatenlogik

Welche dieser Formeln entsprechen dieser Grammatik?

- $f(c, g(x))$

Grammatik der Prädikatenlogik

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Beispiel: Seien Funktionen f, g mit $ar(f) = 2, ar(g) = 1$, Konstante c und Variablen x, y gegeben. Was kann man damit machen?

Dann:

- $N_{Ter} = \{T, L_1, L_2\}$
- $P_{Ter} = \{L_2 \to L_1, T$

$$
\begin{aligned}
L_1 &\to T \\
T &\to c \\
T &\to x \\
T &\to y \\
T &\to g(L_1) \\
T &\to f(L_2)\}
\end{aligned}
$$

Aufgabe zu Grammatiken und Prädikatenlogik

Welche dieser Formeln entsprechen dieser Grammatik?

- $f(c, g(x))$
- $f(x, y, c)$

Grammatik der Prädikatenlogik

Maximilian Staab, maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de, Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Beispiel: Seien Funktionen f, g mit $ar(f) = 2, ar(g) = 1$, Konstante c und Variablen x, y gegeben. Was kann man damit machen?

Dann:

- $N_{Ter} = \{T, L_1, L_2\}$
- $P_{Ter} = \{L_2 \to L_1, T$
  $L_1 \to T$
  $T \to c$
  $T \to x$
  $T \to y$
  $T \to g(L_1)$
  $T \to f(L_2)\}$

Aufgabe zu Grammatiken und Prädikatenlogik

Welche dieser Formeln entsprechen dieser Grammatik?

- $f(c, g(x))$
- $f(x, y, c)$
- $g(f(c, c))$

Grammatik der Prädikatenlogik

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Beispiel: Seien Funktionen f, g mit $ar(f) = 2, ar(g) = 1$, Konstante c und Variablen x, y gegeben. Was kann man damit machen?

Dann:

- $N_{Ter} = \{T, L_1, L_2\}$
- $P_{Ter} = \{L_2 \rightarrow L_1, T$

$$L_1 \rightarrow T$$
$$T \rightarrow c$$
$$T \rightarrow x$$
$$T \rightarrow y$$
$$T \rightarrow g(L_1)$$
$$T \rightarrow f(L_2)\}$$

Aufgabe zu Grammatiken und Prädikatenlogik

Welche dieser Formeln entsprechen dieser Grammatik?

- $f(c, g(x))$
- $f(x, y, c)$
- $g(f(c, c))$
- $g(g(f(g(x), g(f(c, c)))))$

Grammatik der Prädikatenlogik

Maximilian Staab, maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de, Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Beispiel: Seien Funktionen f, g mit $ar(f) = 2, ar(g) = 1$, Konstante c und Variablen x, y gegeben. Was kann man damit machen?

Dann:

- $N_{Ter} = \{T, L_1, L_2\}$
- $P_{Ter} = \{L_2 \to L_1, T$
  $L_1 \to T$
  $T \to c$
  $T \to x$
  $T \to y$
  $T \to g(L_1)$
  $T \to f(L_2)\}$

Aufgabe zu Grammatiken und Prädikatenlogik

Welche dieser Formeln entsprechen dieser Grammatik?

- $f(c, g(x))$
- $f(x, y, c)$
- $g(f(c, c))$
- $g(g(f(g(x), g(f(c, c)))))$
- $g(c$

Grammatik der Prädikatenlogik

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Beispiel: Seien Funktionen f, g mit $ar(f) = 2, ar(g) = 1$, Konstante c und Variablen x, y gegeben. Was kann man damit machen?

Dann:

- $N_{Ter} = \{T, L_1, L_2\}$
- $P_{Ter} = \{L_2 \rightarrow L_1, T$

$$L_1 \rightarrow T$$
$$T \rightarrow c$$
$$T \rightarrow x$$
$$T \rightarrow y$$
$$T \rightarrow g(L_1)$$
$$T \rightarrow f(L_2)\}$$

Aufgabe zu Grammatiken und Prädikatenlogik

Welche dieser Formeln entsprechen dieser Grammatik?

- $f(c, g(x))$
- $f(x, y, c)$
- $g(f(c, c))$
- $g(g(f(g(x), g(f(c, c)))))$
- $g(c, f)c)$

Grammatik der Prädikatenlogik

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Beispiel: Seien Funktionen f, g mit $ar(f) = 2, ar(g) = 1$, Konstante c und Variablen x, y gegeben. Was kann man damit machen?

Dann:

- $N_{Ter} = \{T, L_1, L_2\}$
- $P_{Ter} = \{L_2 \rightarrow L_1, T$

$$L_1 \rightarrow T$$
$$T \rightarrow c$$
$$T \rightarrow x$$
$$T \rightarrow y$$
$$T \rightarrow g(L_1)$$
$$T \rightarrow f(L_2)\}$$

Aufgabe zu Grammatiken und Prädikatenlogik

Welche dieser Formeln entsprechen dieser Grammatik?

- $f(c, g(x))$
- $f(x, y, c)$
- $g(f(c, c))$
- $g(g(f(g(x), g(f(c, c)))))$
- $g(c, f)c)$

Bilde die Ableitungsbäume zu den korrekten Formeln.

Bindungsstärken

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Bindungsstärke

Verschiedene Operanden “binden” stärker als andere.

Bindungsstärken

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Bindungsstärke

Verschiedene Operanden “binden” stärker als andere. Wenn ein Operand stärker als die umliegenden Operanden bindet, tritt derselbe Effekt auf, wie wenn Klammerung geschehen würde.

Bindungsstärken

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Bindungsstärke

Verschiedene Operanden “binden” stärker als andere. Wenn ein Operand stärker als die umliegenden Operanden bindet, tritt derselbe Effekt auf, wie wenn Klammerung geschehen würde.

Bindungsstärken absteigend:

Bindungsstärken

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Bindungsstärke

Verschiedene Operanden “binden” stärker als andere. Wenn ein Operand stärker als die umliegenden Operanden bindet, tritt derselbe Effekt auf, wie wenn Klammerung geschehen würde.

Bindungsstärken absteigend:

- $\forall / \exists$

Bindungsstärken

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Bindungsstärke

Verschiedene Operanden “binden” stärker als andere. Wenn ein Operand stärker als die umliegenden Operanden bindet, tritt derselbe Effekt auf, wie wenn Klammerung geschehen würde.

Bindungsstärken absteigend:

- $\forall/\exists, \neg$

Bindungsstärken

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Bindungsstärke

Verschiedene Operanden “binden” stärker als andere. Wenn ein Operand stärker als die umliegenden Operanden bindet, tritt derselbe Effekt auf, wie wenn Klammerung geschehen würde.

Bindungsstärken absteigend:

- $\forall/\exists, \neg, \wedge$

Bindungsstärken

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Bindungsstärke

Verschiedene Operanden “binden” stärker als andere. Wenn ein Operand stärker als die umliegenden Operanden bindet, tritt derselbe Effekt auf, wie wenn Klammerung geschehen würde.

Bindungsstärken absteigend:

- $\forall/\exists, \neg, \wedge, \vee$

Bindungsstärken

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Bindungsstärke

Verschiedene Operanden “binden” stärker als andere. Wenn ein Operand stärker als die umliegenden Operanden bindet, tritt derselbe Effekt auf, wie wenn Klammerung geschehen würde.

Bindungsstärken absteigend:

- $\forall / \exists, \neg, \wedge, \vee, \rightarrow / \leftarrow$

Bindungsstärken

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Bindungsstärke

Verschiedene Operanden "binden" stärker als andere. Wenn ein Operand stärker als die umliegenden Operanden bindet, tritt derselbe Effekt auf, wie wenn Klammerung geschehen würde.

Bindungsstärken absteigend:

- $\forall / \exists, \neg, \wedge, \vee, \rightarrow / \leftarrow, \leftrightarrow$

Bindungsstärken

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Bindungsstärke

Verschiedene Operanden "binden" stärker als andere. Wenn ein Operand stärker als die umliegenden Operanden bindet, tritt derselbe Effekt auf, wie wenn Klammerung geschehen würde.

Bindungsstärken absteigend:

- $\forall / \exists, \neg, \wedge, \vee, \rightarrow / \leftarrow, \leftrightarrow$

Finde äquivalente Formeln, die mit möglichst wenig Klammern auskommen:

Bindungsstärken

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Bindungsstärke

Verschiedene Operanden “binden” stärker als andere. Wenn ein Operand stärker als die umliegenden Operanden bindet, tritt derselbe Effekt auf, wie wenn Klammerung geschehen würde.

Bindungsstärken absteigend:

- $\forall / \exists, \neg, \wedge, \vee, \rightarrow / \leftarrow, \leftrightarrow$

Finde äquivalente Formeln, die mit möglichst wenig Klammern auskommen:

- $\exists x \forall y (R(f(x), g(x)) \vee \forall z R(c, x))$

Quantoren

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Prädikatenlogik

Quantoren

Karlsruher Institut für Technologie

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

- $\forall x p(x)$ heißt

Quantoren

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

- $\forall x p(x)$ heißt: für alle $x \in D$ gilt die Aussage $p(x)$.

Quantoren

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

- $\forall x p(x)$ heißt: für alle $x \in D$ gilt die Aussage $p(x)$.
- $\exists x p(x)$ heißt

Quantoren

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

- $\forall x p(x)$ heißt: für alle $x \in D$ gilt die Aussage $p(x)$.
- $\exists x p(x)$ heißt: für (mindestens) ein $x \in D$ gilt die Aussage $p(x)$.

Quantoren

Karlsruher Institut für Technologie

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

- $\forall x p(x)$ heißt: für alle $x \in D$ gilt die Aussage $p(x)$.
- $\exists x p(x)$ heißt: für (mindestens) ein $x \in D$ gilt die Aussage $p(x)$.
- Gilt $\forall x \exists y \quad p(x, y) = \exists y \forall x \quad p(x, y)$?

Quantoren

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

- $\forall x p(x)$ heißt: für alle $x \in D$ gilt die Aussage $p(x)$.
- $\exists x p(x)$ heißt: für (mindestens) ein $x \in D$ gilt die Aussage $p(x)$.
- Gilt $\forall x \exists y \quad p(x, y) = \exists y \forall x \quad p(x, y)$?
  - Zum Beispiel $p(x, y)$:=“Person x ist mit Person y verheiratet.

Quantoren

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

- $\forall x p(x)$ heißt: für alle $x \in D$ gilt die Aussage $p(x)$.
- $\exists x p(x)$ heißt: für (mindestens) ein $x \in D$ gilt die Aussage $p(x)$.
- Gilt $\forall x \exists y \quad p(x, y) = \exists y \forall x \quad p(x, y)$?
  - Zum Beispiel $p(x, y)$:="Person x ist mit Person y verheiratet.
  - Also:

Quantoren

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

- $\forall x p(x)$ heißt: für alle $x \in D$ gilt die Aussage $p(x)$.
- $\exists x p(x)$ heißt: für (mindestens) ein $x \in D$ gilt die Aussage $p(x)$.
- Gilt $\forall x \exists y \quad p(x, y) = \exists y \forall x \quad p(x, y)$?
  - Zum Beispiel $p(x, y)$:="Person x ist mit Person y verheiratet.
  - Also:
    - $\forall x \exists y \quad p(x, y) =$ Für jede Person x gibt es eine Person y, mit der x verheiratet ist.

Quantoren

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

- $\forall x p(x)$ heißt: für alle $x \in D$ gilt die Aussage $p(x)$.
- $\exists x p(x)$ heißt: für (mindestens) ein $x \in D$ gilt die Aussage $p(x)$.
- Gilt $\forall x \exists y \quad p(x, y) = \exists y \forall x \quad p(x, y)$?
  - Zum Beispiel $p(x, y)$:="Person x ist mit Person y verheiratet.
  - Also:
    - $\forall x \exists y \quad p(x, y) =$ Für jede Person x gibt es eine Person y, mit der x verheiratet ist.
    - $\exists y \forall x \quad p(x, y) =$ Es gibt eine Person y, sodass für alle Personen x gilt, dass x mit allen Personen y verheiratet ist.

Quantoren

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

- $\forall x p(x)$ heißt: für alle $x \in D$ gilt die Aussage $p(x)$.
- $\exists x p(x)$ heißt: für (mindestens) ein $x \in D$ gilt die Aussage $p(x)$.
- Gilt $\forall x \exists y \quad p(x, y) = \exists y \forall x \quad p(x, y)$?
  - Zum Beispiel $p(x, y) :=$“Person x ist mit Person y verheiratet.
  - Also:
    - $\forall x \exists y \quad p(x, y) =$ Für jede Person x gibt es eine Person y, mit der x verheiratet ist.
    - $\exists y \forall x \quad p(x, y) =$ Es gibt eine Person y, sodass für alle Personen x gilt, dass x mit allen Personen y verheiratet ist.
  - Eher nicht.

Quantoren

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

- $\forall x p(x)$ heißt: für alle $x \in D$ gilt die Aussage $p(x)$.
- $\exists x p(x)$ heißt: für (mindestens) ein $x \in D$ gilt die Aussage $p(x)$.
- Gilt $\forall x \exists y \quad p(x, y) = \exists y \forall x \quad p(x, y)$?
  - Zum Beispiel $p(x, y) :=$"Person x ist mit Person y verheiratet.
  - Also:
    - $\forall x \exists y \quad p(x, y) =$ Für jede Person x gibt es eine Person y, mit der x verheiratet ist.
    - $\exists y \forall x \quad p(x, y) =$ Es gibt eine Person y, sodass für alle Personen x gilt, dass x mit allen Personen y verheiratet ist.
  - Eher nicht. Reihenfolge ist also wichtig!

Bindungsbereich von Quantoren

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Quantoren binden Variablen nur zu der zugehörigen Teilformel.

Bindungsbereich von Quantoren

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Quantoren binden Variablen nur zu der zugehörigen Teilformel.

- Zum Beispiel: $p(x) \wedge \forall x \exists y (p(x) \wedge q(x, y, z)) \rightarrow r(x)$

Bindungsbereich von Quantoren

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Quantoren binden Variablen nur zu der zugehörigen Teilformel.

- Zum Beispiel: $p(x) \wedge \forall x \exists y (p(x) \wedge q(x, y, z)) \rightarrow r(x)$
- Welcher Teil der Formel muss für alle x gelten? Welcher für alle y?

Bindungsbereich von Quantoren

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Quantoren binden Variablen nur zu der zugehörigen Teilformel.

- Zum Beispiel: $p(x) \wedge \forall x \exists y (p(x) \wedge q(x, y, z) \rightarrow r(x)$
- Welcher Teil der Formel muss für alle x gelten? Welcher für alle y?
- Variablen, die nicht im Wirkungsbereich eines Quantors liegen, nennt man frei.

Bindungsbereich von Quantoren

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Quantoren binden Variablen nur zu der zugehörigen Teilformel.

- Zum Beispiel: $p(x) \wedge \forall x \exists y (p(x) \wedge q(x, y, z)) \rightarrow r(x)$
- Welcher Teil der Formel muss für alle x gelten? Welcher für alle y?
- Variablen, die nicht im Wirkungsbereich eines Quantors liegen, nennt man frei.

Überschattung ist möglich

Bindungsbereich von Quantoren

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Quantoren binden Variablen nur zu der zugehörigen Teilformel.

- Zum Beispiel: $p(x) \wedge \forall x \exists y (p(x) \wedge q(x, y, z) \rightarrow r(x)$
- Welcher Teil der Formel muss für alle x gelten? Welcher für alle y?
- Variablen, die nicht im Wirkungsbereich eines Quantors liegen, nennt man frei.

Überschattung ist möglich, daher durch Quantoren definierte Variablen beziehen sich immer auf den nächsten Quantor.

Bindungsbereich von Quantoren

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Quantoren binden Variablen nur zu der zugehörigen Teilformel.

- Zum Beispiel: $p(x) \wedge \forall x \exists y (p(x) \wedge q(x, y, z)) \rightarrow r(x)$
- Welcher Teil der Formel muss für alle x gelten? Welcher für alle y?
- Variablen, die nicht im Wirkungsbereich eines Quantors liegen, nennt man frei.

Überschattung ist möglich, daher durch Quantoren definierte Variablen beziehen sich immer auf den nächsten Quantor.

- Ist $\forall x (p(x) \wedge \forall x (\neg p(x)))$ erfüllbar?

Bindungsbereich von Quantoren

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Quantoren binden Variablen nur zu der zugehörigen Teilformel.

- Zum Beispiel: $p(x) \wedge \forall x \exists y (p(x) \wedge q(x, y, z)) \rightarrow r(x)$
- Welcher Teil der Formel muss für alle x gelten? Welcher für alle y?
- Variablen, die nicht im Wirkungsbereich eines Quantors liegen, nennt man frei.

Überschattung ist möglich, daher durch Quantoren definierte Variablen beziehen sich immer auf den nächsten Quantor.

- Ist $\forall x (p(x) \wedge \forall x (\neg p(x)))$ erfüllbar?
- Ja: $\forall x (p(x) \wedge \forall \hat{x} (\neg p(\hat{x})))$

Bindungsbereich von Quantoren

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Substitution ist möglich.

Bindungsbereich von Quantoren

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Substitution ist möglich.Dabei wird eine freie Variable durch einen Term ersetzt, die Substitution wird mit $\beta[a/b]$ bezeichnet, wobei a durch b ersetzt wird.

Bindungsbereich von Quantoren

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Substitution ist möglich.Dabei wird eine freie Variable durch einen Term ersetzt, die Substitution wird mit $\beta[a/b]$ bezeichnet, wobei a durch b ersetzt wird.

Führe die folgenden Substitutionen durch:

Bindungsbereich von Quantoren

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Substitution ist möglich.Dabei wird eine freie Variable durch einen Term ersetzt, die Substitution wird mit $\beta[a/b]$ bezeichnet, wobei *a* durch *b* ersetzt wird.

Führe die folgenden Substitutionen durch:

- $\beta[x/5](p(x) \vee q(x, y))$

Bindungsbereich von Quantoren

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Substitution ist möglich.Dabei wird eine freie Variable durch einen Term ersetzt, die Substitution wird mit $\beta[a/b]$ bezeichnet, wobei a durch b ersetzt wird.

Führe die folgenden Substitutionen durch:

- $\beta[x/5](p(x) \vee q(x, y)) = p(5) \vee q(5, y)$

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Bindungsbereich von Quantoren

Substitution ist möglich.Dabei wird eine freie Variable durch einen Term ersetzt, die Substitution wird mit $\beta[a/b]$ bezeichnet, wobei a durch b ersetzt wird.

Führe die folgenden Substitutionen durch:

- $\beta[x/5](p(x) \vee q(x, y)) = p(5) \vee q(5, y)$
- $\beta[x/5](p(x) \vee \forall x(q(x, y))$

Bindungsbereich von Quantoren

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Substitution ist möglich.Dabei wird eine freie Variable durch einen Term ersetzt, die Substitution wird mit $\beta[a/b]$ bezeichnet, wobei a durch b ersetzt wird.

Führe die folgenden Substitutionen durch:

- $\beta[x/5](p(x) \vee q(x,y)) = p(5) \vee q(5,y)$
- $\beta[x/5](p(x) \vee \forall x(q(x,y)) = p(5) \vee \forall x(q(x,y))$

Bindungsbereich von Quantoren

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Substitution ist möglich.Dabei wird eine freie Variable durch einen Term ersetzt, die Substitution wird mit $\beta[a/b]$ bezeichnet, wobei a durch b ersetzt wird.

Führe die folgenden Substitutionen durch:

- $\beta[x/5](p(x) \vee q(x,y)) = p(5) \vee q(5,y)$
- $\beta[x/5](p(x) \vee \forall x(q(x,y)) = p(5) \vee \forall x(q(x,y))$
- $\beta[x/y, y/x, z/f(z)](p(z) \wedge q(x,y))$

Bindungsbereich von Quantoren

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Substitution ist möglich.Dabei wird eine freie Variable durch einen Term ersetzt, die Substitution wird mit $\beta[a/b]$ bezeichnet, wobei a durch b ersetzt wird.

Führe die folgenden Substitutionen durch:

- $\beta[x/5](p(x) \vee q(x,y)) = p(5) \vee q(5,y)$
- $\beta[x/5](p(x) \vee \forall x(q(x,y)) = p(5) \vee \forall x(q(x,y))$
- $\beta[x/y, y/x, z/f(z)](p(z) \wedge q(x,y)) = p(f(z)) \wedge q(y,x)$

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Bindungsbereich von Quantoren

Substitution ist möglich.Dabei wird eine freie Variable durch einen Term ersetzt, die Substitution wird mit $\beta[a/b]$ bezeichnet, wobei a durch b ersetzt wird.

Führe die folgenden Substitutionen durch:

- $\beta[x/5](p(x) \vee q(x,y)) = p(5) \vee q(5,y)$
- $\beta[x/5](p(x) \vee \forall x(q(x,y)) = p(5) \vee \forall x(q(x,y))$
- $\beta[x/y, y/x, z/f(z)](p(z) \wedge q(x,y)) = p(f(z)) \wedge q(y,x)$

Welche der Variablen sind gebunden (und durch welche Quantoren), welche sind frei?

Bindungsbereich von Quantoren

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Substitution ist möglich.Dabei wird eine freie Variable durch einen Term ersetzt, die Substitution wird mit $\beta[a/b]$ bezeichnet, wobei a durch b ersetzt wird.

Führe die folgenden Substitutionen durch:

- $\beta[x/5](p(x) \vee q(x,y)) = p(5) \vee q(5,y)$
- $\beta[x/5](p(x) \vee \forall x(q(x,y)) = p(5) \vee \forall x(q(x,y))$
- $\beta[x/y, y/x, z/f(z)](p(z) \wedge q(x,y)) = p(f(z)) \wedge q(y,x)$

Welche der Variablen sind gebunden (und durch welche Quantoren), welche sind frei?

- $p(x) \rightarrow \forall x \exists y(p(x) \wedge q(y,z) \leftrightarrow \forall z(q(x,z)))$

Bindungsbereich von Quantoren

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Substitution ist möglich.Dabei wird eine freie Variable durch einen Term ersetzt, die Substitution wird mit $\beta[a/b]$ bezeichnet, wobei a durch b ersetzt wird.

Führe die folgenden Substitutionen durch:

- $\beta[x/5](p(x) \vee q(x,y)) = p(5) \vee q(5,y)$
- $\beta[x/5](p(x) \vee \forall x(q(x,y)) = p(5) \vee \forall x(q(x,y))$
- $\beta[x/y, y/x, z/f(z)](p(z) \wedge q(x,y)) = p(f(z)) \wedge q(y,x)$

Welche der Variablen sind gebunden (und durch welche Quantoren), welche sind frei?

- $p(x) \rightarrow \forall x \exists y(p(x) \wedge q(y,z) \leftrightarrow \forall z(q(x,z)))$
- $\forall y(p(f(x,y))) \vee \exists z(q(z,f(y,z)))$

Maximilian Staab, maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de, Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Semantik von prädikatenlogischen Formeln

Um prädikatenlogische Formeln zu interpretieren, brauchen wir einige neue Mengen:

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Semantik von prädikatenlogischen Formeln

Um prädikatenlogische Formeln zu interpretieren, brauchen wir einige neue Mengen:

- Interpretation (D, I)

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Semantik von prädikatenlogischen Formeln

Um prädikatenlogische Formeln zu interpretieren, brauchen wir einige neue Mengen:

- Interpretation (D, I), bestehend aus...

Maximilian Staab, maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de, Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Semantik von prädikatenlogischen Formeln

Um prädikatenlogische Formeln zu interpretieren, brauchen wir einige neue Mengen:

- Interpretation (D, I), bestehend aus...
  - Universum $D \neq \emptyset$ mit...

Maximilian Staab, maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de, Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Semantik von prädikatenlogischen Formeln

Um prädikatenlogische Formeln zu interpretieren, brauchen wir einige neue Mengen:

- Interpretation (D, I), bestehend aus...
  - Universum $D \neq \emptyset$ mit...
    - $I(c_i) \in D$ für $c_i \in Const_{PL}$

Maximilian Staab, maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de, Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Semantik von prädikatenlogischen Formeln

Um prädikatenlogische Formeln zu interpretieren, brauchen wir einige neue Mengen:

- Interpretation (D, I), bestehend aus...
  - Universum $D \neq \emptyset$ mit...
    - $I(c_i) \in D$ für $c_i \in Const_{PL}$
    - $I(f_i) : D^{ar(f_i)} \longrightarrow D$ für $f_i \in Fun_{PL}$

Maximilian Staab, maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de, Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Semantik von prädikatenlogischen Formeln

Um prädikatenlogische Formeln zu interpretieren, brauchen wir einige neue Mengen:

- Interpretation (D, I), bestehend aus...
  - Universum $D \neq \emptyset$ mit...
    - $I(c_i) \in D$ für $c_i \in Const_{PL}$
    - $I(f_i) : D^{ar(f_i)} \longrightarrow D$ für $f_i \in Fun_{PL}$
    - $I(R_i) \subseteq D^{ar(R_i)}$ für $R_i \in Rel_{PL}$

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Semantik von prädikatenlogischen Formeln

Um prädikatenlogische Formeln zu interpretieren, brauchen wir einige neue Mengen:

- Interpretation (D, I), bestehend aus...
  - Universum $D \neq \emptyset$ mit...
    - $I(c_i) \in D$ für $c_i \in Const_{PL}$
    - $I(f_i) : D^{ar(f_i)} \longrightarrow D$ für $f_i \in Fun_{PL}$
    - $I(R_i) \subseteq D^{ar(R_i)}$ für $R_i \in Rel_{PL}$
    - I weißt also den Komponenten Bedeutungen zu, “definiert diese”

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Semantik von prädikatenlogischen Formeln

Um prädikatenlogische Formeln zu interpretieren, brauchen wir einige neue Mengen:

- Interpretation (D, I), bestehend aus...
  - Universum $D \neq \emptyset$ mit...
    - $I(c_i) \in D$ für $c_i \in Const_{PL}$
    - $I(f_i) : D^{ar(f_i)} \longrightarrow D$ für $f_i \in Fun_{PL}$
    - $I(R_i) \subseteq D^{ar(R_i)}$ für $R_i \in Rel_{PL}$
    - I weißt also den Komponenten Bedeutungen zu, “definiert diese”
  - Variablenbelegung $\beta : Var_{PL} \rightarrow D$, z.B. $\beta(x) := 3$, $\beta(y) := 11$

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Semantik von prädikatenlogischen Formeln

Um prädikatenlogische Formeln zu interpretieren, brauchen wir einige neue Mengen:

- Interpretation (D, I), bestehend aus...
  - Universum $D \neq \emptyset$ mit...
    - $I(c_i) \in D$ für $c_i \in Const_{PL}$
    - $I(f_i) : D^{ar(f_i)} \longrightarrow D$ für $f_i \in Fun_{PL}$
    - $I(R_i) \subseteq D^{ar(R_i)}$ für $R_i \in Rel_{PL}$
    - I weißt also den Komponenten Bedeutungen zu, "definiert diese"
  - Variablenbelegung $\beta : Var_{PL} \rightarrow D$, z.B. $\beta(x) := 3$, $\beta(y) := 11$
    - β definiert also Variablenwerte

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Semantik von prädikatenlogischen Formeln

Um prädikatenlogische Formeln zu interpretieren, brauchen wir einige neue Mengen:

- Interpretation (D, I), bestehend aus...
  - Universum $D \neq \emptyset$ mit...
    - $I(c_i) \in D$ für $c_i \in Const_{PL}$
    - $I(f_i) : D^{ar(f_i)} \longrightarrow D$ für $f_i \in Fun_{PL}$
    - $I(R_i) \subseteq D^{ar(R_i)}$ für $R_i \in Rel_{PL}$
    - I weißt also den Komponenten Bedeutungen zu, “definiert diese”
  - Variablenbelegung $\beta : Var_{PL} \longrightarrow D$, z.B. $\beta(x) := 3$, $\beta(y) := 11$
    - β definiert also Variablenwerte
- Damit können wir prädikatenlogische Formeln definieren!

Maximilian Staab, maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de, Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Semantik von prädikatenlogischen Formeln

Um prädikatenlogische Formeln zu interpretieren, brauchen wir einige neue Mengen:

- Interpretation (D, I), bestehend aus...
  - Universum $D \neq \emptyset$ mit...
    - $I(c_i) \in D$ für $c_i \in Const_{PL}$
    - $I(f_i) : D^{ar(f_i)} \longrightarrow D$ für $f_i \in Fun_{PL}$
    - $I(R_i) \subseteq D^{ar(R_i)}$ für $R_i \in Rel_{PL}$
    - I weißt also den Komponenten Bedeutungen zu, "definiert diese"
  - Variablenbelegung $\beta : Var_{PL} \longrightarrow D$, z.B. $\beta(x) := 3$, $\beta(y) := 11$
    - β definiert also Variablenwerte
- Damit können wir prädikatenlogische Formeln definieren!

$val_{D,I,\beta}$

Die Funktion $val_{D,I,\beta} : L_{Ter} \cup L_{For} \longrightarrow D \cup \mathbb{B}$

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Semantik von prädikatenlogischen Formeln

Um prädikatenlogische Formeln zu interpretieren, brauchen wir einige neue Mengen:

- Interpretation (D, I), bestehend aus...
  - Universum $D \neq \emptyset$ mit...
    - $I(c_i) \in D$ für $c_i \in Const_{PL}$
    - $I(f_i) : D^{ar(f_i)} \longrightarrow D$ für $f_i \in Fun_{PL}$
    - $I(R_i) \subseteq D^{ar(R_i)}$ für $R_i \in Rel_{PL}$
    - I weißt also den Komponenten Bedeutungen zu, “definiert diese”
  - Variablenbelegung $\beta : Var_{PL} \longrightarrow D$, z.B. $\beta(x) := 3$, $\beta(y) := 11$
    - β definiert also Variablenwerte
- Damit können wir prädikatenlogische Formeln definieren!

$val_{D,I,\beta}$

Die Funktion $val_{D,I,\beta} : L_{Ter} \cup L_{For} \longrightarrow D \cup \mathbb{B}$ weißt einer prädikatenlogischen Formel eine Bedeutung

Maximilian Staab, maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de, Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Semantik von prädikatenlogischen Formeln

Um prädikatenlogische Formeln zu interpretieren, brauchen wir einige neue Mengen:

- Interpretation (D, I), bestehend aus...
  - Universum $D \neq \emptyset$ mit...
    - $I(c_i) \in D$ für $c_i \in Const_{PL}$
    - $I(f_i) : D^{ar(f_i)} \longrightarrow D$ für $f_i \in Fun_{PL}$
    - $I(R_i) \subseteq D^{ar(R_i)}$ für $R_i \in Rel_{PL}$
    - I weißt also den Komponenten Bedeutungen zu, “definiert diese”
  - Variablenbelegung $\beta : Var_{PL} \to D$, z.B. $\beta(x) := 3$, $\beta(y) := 11$
    - β definiert also Variablenwerte
- Damit können wir prädikatenlogische Formeln definieren!

$val_{D,I,\beta}$

Die Funktion $val_{D,I,\beta} : L_{Ter} \cup L_{For} \longrightarrow D \cup \mathbb{B}$ weißt einer prädikatenlogischen Formel eine Bedeutung (Wahrheitsgehalt für Formeln und Element des Universums für Terme) zu.

Beispiel zur Semantik

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Unterschied zwischen $val_{D,I,\beta}$ und I?

Beispiel zur Semantik

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Unterschied zwischen $val_{D,I,\beta}$ und I? I ist für Einzelteilen (Konstanten, Funktionen, Relationen) eine Bedeutung zuweist, und $val_{D,I,\beta}$ einer ganzen Formel eine Bedeutung zuweist.

Beispiel zur Semantik

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Unterschied zwischen $val_{D,I,\beta}$ und I? I ist für Einzelteilen (Konstanten, Funktionen, Relationen) eine Bedeutung zuweist, und $val_{D,I,\beta}$ einer ganzen Formel eine Bedeutung zuweist.

Beispiel:

Beispiel zur Semantik

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Unterschied zwischen $val_{D,I,\beta}$ und I? I ist für Einzelteilen (Konstanten, Funktionen, Relationen) eine Bedeutung zuweist, und $val_{D,I,\beta}$ einer ganzen Formel eine Bedeutung zuweist.

Beispiel:

Sei $D := \mathbb{N}_0, I(c) := 10, ar(f) := 2, ar(p) := 1, ar(q) := 2, \beta(x) := 7$.

Beispiel zur Semantik

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Unterschied zwischen $val_{D,I,\beta}$ und I? I ist für Einzelteilen (Konstanten, Funktionen, Relationen) eine Bedeutung zuweist, und $val_{D,I,\beta}$ einer ganzen Formel eine Bedeutung zuweist.

Beispiel:

Sei $D := \mathbb{N}_0$, $I(c) := 10$, $ar(f) := 2$, $ar(p) := 1$, $ar(q) := 2$, $\beta(x) := 7$.
Sei $I(f) : \mathbb{N}_0^2 \to \mathbb{N}_0, (x, y) \mapsto x - y$.

Beispiel zur Semantik

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Unterschied zwischen $val_{D,I,\beta}$ und I? I ist für Einzelteilen (Konstanten, Funktionen, Relationen) eine Bedeutung zuweist, und $val_{D,I,\beta}$ einer ganzen Formel eine Bedeutung zuweist.

Beispiel:

Sei $D := \mathbb{N}_0, I(c) := 10, ar(f) := 2, ar(p) := 1, ar(q) := 2, \beta(x) := 7$.
Sei $I(f) : \mathbb{N}_0^2 \to \mathbb{N}_0, (x, y) \mapsto x - y$.
Sei $ar(R) := 2, I(R) := \{(x, y) | x \leq y\}$.

Beispiel zur Semantik

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Unterschied zwischen $val_{D,I,\beta}$ und I? I ist für Einzelteilen (Konstanten, Funktionen, Relationen) eine Bedeutung zuweist, und $val_{D,I,\beta}$ einer ganzen Formel eine Bedeutung zuweist.

Beispiel:

Sei $D := \mathbb{N}_0, I(c) := 10, ar(f) := 2, ar(p) := 1, ar(q) := 2, \beta(x) := 7$.
Sei $I(f) : \mathbb{N}_0^2 \to \mathbb{N}_0, (x, y) \mapsto x - y$.
Sei $ar(R) := 2, I(R) := \{(x, y)|x \leq y\}$.
Sei $I(p(x)) = w :\Leftrightarrow x \geq 5, I(q(x, y)) = w :\Leftrightarrow x \geq y$.

Grundbegriffe der Informatik

Beispiel zur Semantik

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Prädikatenlogik

Sei $D := \mathbb{N}_0$, $I(c) := 10$, $ar(f) := 2$, $ar(p) := 1$, $ar(q) := 2$, $\beta(x) := 7$.
Sei $I(f) : \mathbb{N}_0^2 \to \mathbb{N}_0, (x, y) \mapsto x - y$.
Sei $ar(R) := 2$, $I(R) := \{(x, y) | x \leq y\}$.
Sei $I(p(x)) = w :\Leftrightarrow x \geq 5$, $I(q(x, y)) = w :\Leftrightarrow x \geq y$.

- $T_1 := p(x) \to \exists y(q(y, x) \wedge p(y))$, was ist $val_{D,I,\beta}(T_1)$?

Beispiel zur Semantik

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Sei $D := \mathbb{N}_0$, $I(c) := 10$, $ar(f) := 2$, $ar(p) := 1$, $ar(q) := 2$, $\beta(x) := 7$.
Sei $I(f) : \mathbb{N}_0^2 \to \mathbb{N}_0, (x, y) \mapsto x - y$.
Sei $ar(R) := 2$, $I(R) := \{(x, y) | x \leq y\}$.
Sei $I(p(x)) = w :\Leftrightarrow x \geq 5$, $I(q(x, y)) = w :\Leftrightarrow x \geq y$.

- $T_1 := p(x) \to \exists y(q(y, x) \wedge p(y))$, was ist $val_{D,I,\beta}(T_1)$?
  - Wähle $y = 8 \in \mathbb{N}_0$.

Maximilian Staab, maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de
Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Beispiel zur Semantik

Sei $D := \mathbb{N}_0$, $I(c) := 10$, $ar(f) := 2$, $ar(p) := 1$, $ar(q) := 2$, $\beta(x) := 7$.
Sei $I(f) : \mathbb{N}_0^2 \to \mathbb{N}_0, (x, y) \mapsto x - y$.
Sei $ar(R) := 2$, $I(R) := \{(x, y) | x \leq y\}$.
Sei $I(p(x)) = w :\Leftrightarrow x \geq 5$, $I(q(x, y)) = w :\Leftrightarrow x \geq y$.

- $T_1 := p(x) \to \exists y(q(y, x) \wedge p(y))$, was ist $val_{D,I,\beta}(T_1)$?
  - Wähle $y = 8 \in \mathbb{N}_0$. Dann: $I(q(8, 7)) = w$

Maximilian Staab, maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de
Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Beispiel zur Semantik

Sei $D := \mathbb{N}_0$, $I(c) := 10$, $ar(f) := 2$, $ar(p) := 1$, $ar(q) := 2$, $\beta(x) := 7$.
Sei $I(f) : \mathbb{N}_0^2 \rightarrow \mathbb{N}_0, (x, y) \mapsto x - y$.
Sei $ar(R) := 2$, $I(R) := \{(x, y) | x \leq y\}$.
Sei $I(p(x)) = w :\Leftrightarrow x \geq 5$, $I(q(x, y)) = w :\Leftrightarrow x \geq y$.

- $T_1 := p(x) \rightarrow \exists y(q(y, x) \wedge p(y))$, was ist $val_{D,I,\beta}(T_1)$?
  - Wähle $y = 8 \in \mathbb{N}_0$. Dann: $I(q(8, 7)) = w$, $I(p(8)) = w$

Beispiel zur Semantik

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Sei $D := \mathbb{N}_0$, $I(c) := 10$, $ar(f) := 2$, $ar(p) := 1$, $ar(q) := 2$, $\beta(x) := 7$.
Sei $I(f) : \mathbb{N}_0^2 \to \mathbb{N}_0, (x, y) \mapsto x - y$.
Sei $ar(R) := 2$, $I(R) := \{(x, y) | x \leq y\}$.
Sei $I(p(x)) = w :\Leftrightarrow x \geq 5$, $I(q(x, y)) = w :\Leftrightarrow x \geq y$.

- $T_1 := p(x) \to \exists y(q(y, x) \wedge p(y))$, was ist $val_{D,I,\beta}(T_1)$?
  - Wähle $y = 8 \in \mathbb{N}_0$. Dann: $I(q(8, 7)) = w$, $I(p(8)) = w$, also $val_{D,I,\beta}(\exists y(q(y, x) \wedge p(y))) = w$

Beispiel zur Semantik

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Sei $D := \mathbb{N}_0$, $I(c) := 10$, $ar(f) := 2$, $ar(p) := 1$, $ar(q) := 2$, $\beta(x) := 7$.
Sei $I(f) : \mathbb{N}_0^2 \to \mathbb{N}_0, (x, y) \mapsto x - y$.
Sei $ar(R) := 2$, $I(R) := \{(x, y) | x \leq y\}$.
Sei $I(p(x)) = w :\Leftrightarrow x \geq 5$, $I(q(x, y)) = w :\Leftrightarrow x \geq y$.

- $T_1 := p(x) \to \exists y(q(y, x) \wedge p(y))$, was ist $val_{D,I,\beta}(T_1)$?
  - Wähle $y = 8 \in \mathbb{N}_0$. Dann: $I(q(8, 7)) = w$, $I(p(8)) = w$, also $val_{D,I,\beta}(\exists y(q(y, x) \wedge p(y))) = w$, und $val_{D,I,\beta}(T_1) = w$.

Beispiel zur Semantik

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Sei $D := \mathbb{N}_0$, $I(c) := 10$, $ar(f) := 2$, $ar(p) := 1$, $ar(q) := 2$, $\beta(x) := 7$.
Sei $I(f) : \mathbb{N}_0^2 \to \mathbb{N}_0, (x, y) \mapsto x - y$.
Sei $ar(R) := 2$, $I(R) := \{(x, y) | x \leq y\}$.
Sei $I(p(x)) = w :\Leftrightarrow x \geq 5$, $I(q(x, y)) = w :\Leftrightarrow x \geq y$.

- $T_1 := p(x) \to \exists y(q(y, x) \wedge p(y))$, was ist $val_{D,I,\beta}(T_1)$?
  - Wähle $y = 8 \in \mathbb{N}_0$. Dann: $I(q(8, 7)) = w$, $I(p(8)) = w$, also $val_{D,I,\beta}(\exists y(q(y, x) \wedge p(y))) = w$, und $val_{D,I,\beta}(T_1) = w$.
- $T_2 := p(x) \to \exists y(q(f(c, y), x) \wedge p(y))$, was ist $val_{D,I,\beta}(T_2)$?

Beispiel zur Semantik

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Sei $D := \mathbb{N}_0$, $I(c) := 10$, $ar(f) := 2$, $ar(p) := 1$, $ar(q) := 2$, $\beta(x) := 7$.
Sei $I(f) : \mathbb{N}_0^2 \to \mathbb{N}_0, (x, y) \mapsto x - y$.
Sei $ar(R) := 2$, $I(R) := \{(x, y) | x \leq y\}$.
Sei $I(p(x)) = w :\Leftrightarrow x \geq 5$, $I(q(x, y)) = w :\Leftrightarrow x \geq y$.

- $T_1 := p(x) \to \exists y(q(y, x) \wedge p(y))$, was ist $val_{D,I,\beta}(T_1)$?
  - Wähle $y = 8 \in \mathbb{N}_0$. Dann: $I(q(8, 7)) = w$, $I(p(8)) = w$, also $val_{D,I,\beta}(\exists y(q(y, x) \wedge p(y))) = w$, und $val_{D,I,\beta}(T_1) = w$.
- $T_2 := p(x) \to \exists y(q(f(c, y), x) \wedge p(y))$, was ist $val_{D,I,\beta}(T_2)$?
  - $val_{D,I,\beta}(p(x)) = w$

Beispiel zur Semantik

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Sei $D := \mathbb{N}_0$, $I(c) := 10$, $ar(f) := 2$, $ar(p) := 1$, $ar(q) := 2$, $\beta(x) := 7$.
Sei $I(f) : \mathbb{N}_0^2 \to \mathbb{N}_0, (x, y) \mapsto x - y$.
Sei $ar(R) := 2$, $I(R) := \{(x, y) | x \leq y\}$.
Sei $I(p(x)) = w :\Leftrightarrow x \geq 5$, $I(q(x, y)) = w :\Leftrightarrow x \geq y$.

- $T_1 := p(x) \to \exists y(q(y, x) \wedge p(y))$, was ist $val_{D,I,\beta}(T_1)$?
  - Wähle $y = 8 \in \mathbb{N}_0$. Dann: $I(q(8, 7)) = w$, $I(p(8)) = w$, also $val_{D,I,\beta}(\exists y(q(y, x) \wedge p(y))) = w$, und $val_{D,I,\beta}(T_1) = w$.
- $T_2 := p(x) \to \exists y(q(f(c, y), x) \wedge p(y))$, was ist $val_{D,I,\beta}(T_2)$?
  - $val_{D,I,\beta}(p(x)) = w$
  - $val_{D,I,\beta}(q(f(c, y), x))$

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Beispiel zur Semantik

Sei $D := \mathbb{N}_0$, $I(c) := 10$, $ar(f) := 2$, $ar(p) := 1$, $ar(q) := 2$, $\beta(x) := 7$.
Sei $I(f) : \mathbb{N}_0^2 \to \mathbb{N}_0, (x, y) \mapsto x - y$.
Sei $ar(R) := 2$, $I(R) := \{(x, y) | x \leq y\}$.
Sei $I(p(x)) = w :\Leftrightarrow x \geq 5$, $I(q(x, y)) = w :\Leftrightarrow x \geq y$.

- $T_1 := p(x) \to \exists y(q(y, x) \wedge p(y))$, was ist $val_{D,I,\beta}(T_1)$?
  - Wähle $y = 8 \in \mathbb{N}_0$. Dann: $I(q(8, 7)) = w$, $I(p(8)) = w$, also $val_{D,I,\beta}(\exists y(q(y, x) \wedge p(y))) = w$, und $val_{D,I,\beta}(T_1) = w$.
- $T_2 := p(x) \to \exists y(q(f(c, y), x) \wedge p(y))$, was ist $val_{D,I,\beta}(T_2)$?
  - $val_{D,I,\beta}(p(x)) = w$
  - $val_{D,I,\beta}(q(f(c, y), x)) = val_{D,I,\beta}(q(f(10, y), x))$

Beispiel zur Semantik

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Sei $D := \mathbb{N}_0$, $I(c) := 10$, $ar(f) := 2$, $ar(p) := 1$, $ar(q) := 2$, $\beta(x) := 7$.
Sei $I(f) : \mathbb{N}_0^2 \to \mathbb{N}_0, (x, y) \mapsto x - y$.
Sei $ar(R) := 2$, $I(R) := \{(x, y) | x \leq y\}$.
Sei $I(p(x)) = w :\Leftrightarrow x \geq 5$, $I(q(x, y)) = w :\Leftrightarrow x \geq y$.

- $T_1 := p(x) \to \exists y(q(y, x) \wedge p(y))$, was ist $val_{D,I,\beta}(T_1)$?
  - Wähle $y = 8 \in \mathbb{N}_0$. Dann: $I(q(8, 7)) = w$, $I(p(8)) = w$, also $val_{D,I,\beta}(\exists y(q(y, x) \wedge p(y))) = w$, und $val_{D,I,\beta}(T_1) = w$.
- $T_2 := p(x) \to \exists y(q(f(c, y), x) \wedge p(y))$, was ist $val_{D,I,\beta}(T_2)$?
  - $val_{D,I,\beta}(p(x)) = w$
  - $val_{D,I,\beta}(q(f(c, y), x)) = val_{D,I,\beta}(q(f(10, y), x)) = val_{D,I,\beta}(q(10 - y, 7))$

Beispiel zur Semantik

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Sei $D := \mathbb{N}_0$, $I(c) := 10$, $ar(f) := 2$, $ar(p) := 1$, $ar(q) := 2$, $\beta(x) := 7$.
Sei $I(f) : \mathbb{N}_0^2 \to \mathbb{N}_0, (x, y) \mapsto x - y$.
Sei $ar(R) := 2$, $I(R) := \{(x, y) | x \leq y\}$.
Sei $I(p(x)) = w :\Leftrightarrow x \geq 5$, $I(q(x, y)) = w :\Leftrightarrow x \geq y$.

- $T_1 := p(x) \to \exists y(q(y, x) \wedge p(y))$, was ist $val_{D,I,\beta}(T_1)$?
  - Wähle $y = 8 \in \mathbb{N}_0$. Dann: $I(q(8, 7)) = w$, $I(p(8)) = w$, also $val_{D,I,\beta}(\exists y(q(y, x) \wedge p(y))) = w$, und $val_{D,I,\beta}(T_1) = w$.
- $T_2 := p(x) \to \exists y(q(f(c, y), x) \wedge p(y))$, was ist $val_{D,I,\beta}(T_2)$?
  - $val_{D,I,\beta}(p(x)) = w$
  - $val_{D,I,\beta}(q(f(c, y), x)) = val_{D,I,\beta}(q(f(10, y), x)) = val_{D,I,\beta}(q(10 - y, 7)) = w$ für $y \in \{0, 1, 2\}$.

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Beispiel zur Semantik

Karlsruher Institut für Technologie

Sei $D := \mathbb{N}_0$, $I(c) := 10$, $ar(f) := 2$, $ar(p) := 1$, $ar(q) := 2$, $\beta(x) := 7$.
Sei $I(f) : \mathbb{N}_0^2 \to \mathbb{N}_0, (x, y) \mapsto x - y$.
Sei $ar(R) := 2$, $I(R) := \{(x, y) | x \leq y\}$.
Sei $I(p(x)) = w :\Leftrightarrow x \geq 5$, $I(q(x, y)) = w :\Leftrightarrow x \geq y$.

- $T_1 := p(x) \to \exists y(q(y, x) \wedge p(y))$, was ist $val_{D,I,\beta}(T_1)$?
  - Wähle $y = 8 \in \mathbb{N}_0$. Dann: $I(q(8, 7)) = w$, $I(p(8)) = w$, also $val_{D,I,\beta}(\exists y(q(y, x) \wedge p(y))) = w$, und $val_{D,I,\beta}(T_1) = w$.
- $T_2 := p(x) \to \exists y(q(f(c, y), x) \wedge p(y))$, was ist $val_{D,I,\beta}(T_2)$?
  - $val_{D,I,\beta}(p(x)) = w$
  - $val_{D,I,\beta}(q(f(c, y), x)) = val_{D,I,\beta}(q(f(10, y), x)) = val_{D,I,\beta}(q(10 - y, 7)) = w$ für $y \in \{0, 1, 2\}$.
  - $val_{D,I,\beta}(p(y)) = w$ für $y \geq 5$.

Beispiel zur Semantik

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.edu

Sei $D := \mathbb{N}_0$, $I(c) := 10$, $ar(f) := 2$, $ar(p) := 1$, $ar(q) := 2$, $\beta(x) := 7$.
Sei $I(f) : \mathbb{N}_0^2 \to \mathbb{N}_0, (x, y) \mapsto x - y$.
Sei $ar(R) := 2$, $I(R) := \{(x, y) | x \leq y\}$.
Sei $I(p(x)) = w :\Leftrightarrow x \geq 5$, $I(q(x, y)) = w :\Leftrightarrow x \geq y$.

- $T_1 := p(x) \to \exists y(q(y, x) \wedge p(y))$, was ist $val_{D,I,\beta}(T_1)$?
  - Wähle $y = 8 \in \mathbb{N}_0$. Dann: $I(q(8, 7)) = w$, $I(p(8)) = w$, also $val_{D,I,\beta}(\exists y(q(y, x) \wedge p(y))) = w$, und $val_{D,I,\beta}(T_1) = w$.
- $T_2 := p(x) \to \exists y(q(f(c, y), x) \wedge p(y))$, was ist $val_{D,I,\beta}(T_2)$?
  - $val_{D,I,\beta}(p(x)) = w$
  - $val_{D,I,\beta}(q(f(c, y), x)) = val_{D,I,\beta}(q(f(10, y), x)) = val_{D,I,\beta}(q(10 - y, 7)) = w$ für $y \in \{0, 1, 2\}$.
  - $val_{D,I,\beta}(p(y)) = w$ für $y \geq 5$.
  - Also: $val_{D,I,\beta}(T_2) = f$.

Aufgaben zu Prädikatenlogik

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.e

Aufgaben zu Prädikatenlogik

Gegeben sind folgende Prädikate:

- $\mathit{Vater}(x, y) :=$ wahr, gdw. x Vater von y ist, analog $\mathit{Mutter}(x, y)$.
- $\mathit{Männlich}(x, y) :=$ wahr, gdw. x männlich ist, analog $\mathit{Weiblich}(x)$.
- $\mathit{Verheiratet}(x, y) :=$ wahr, gdw. x und y verheiratet sind.

Drücke die folgenden Aussagen mit prädikatenlogischen Formeln aus:

Aufgaben zu Prädikatenlogik

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.e

Aufgaben zu Prädikatenlogik

Gegeben sind folgende Prädikate:

- $\mathit{Vater}(x, y) :=$ wahr, gdw. x Vater von y ist, analog $\mathit{Mutter}(x, y)$.
- $\mathit{Männlich}(x, y) :=$ wahr, gdw. x männlich ist, analog $\mathit{Weiblich}(x)$.
- $\mathit{Verheiratet}(x, y) :=$ wahr, gdw. x und y verheiratet sind.

Drücke die folgenden Aussagen mit prädikatenlogischen Formeln aus:

- Jede männliche Person hat eine Mutter.

Aufgaben zu Prädikatenlogik

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.e

Aufgaben zu Prädikatenlogik

Gegeben sind folgende Prädikate:

- $\mathit{Vater}(x, y) :=$ wahr, gdw. x Vater von y ist, analog $\mathit{Mutter}(x, y)$.
- $\mathit{Männlich}(x, y) :=$ wahr, gdw. x männlich ist, analog $\mathit{Weiblich}(x)$.
- $\mathit{Verheiratet}(x, y) :=$ wahr, gdw. x und y verheiratet sind.

Drücke die folgenden Aussagen mit prädikatenlogischen Formeln aus:

- Jede männliche Person hat eine Mutter.
  - $\forall x \exists y (\mathit{Männlich}(x) \rightarrow \mathit{Mutter}(y, x))$

Aufgaben zu Prädikatenlogik

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.e

Aufgaben zu Prädikatenlogik

Gegeben sind folgende Prädikate:

- $\mathit{Vater}(x, y) :=$ wahr, gdw. x Vater von y ist, analog $\mathit{Mutter}(x, y)$.
- $\mathit{Männlich}(x, y) :=$ wahr, gdw. x männlich ist, analog $\mathit{Weiblich}(x)$.
- $\mathit{Verheiratet}(x, y) :=$ wahr, gdw. x und y verheiratet sind.

Drücke die folgenden Aussagen mit prädikatenlogischen Formeln aus:

- Jede männliche Person hat eine Mutter.
  - $\forall x \exists y (\mathit{Männlich}(x) \rightarrow \mathit{Mutter}(y, x))$
  - Kann eine Person jetzt auch mehr als eine Mutter haben?

Aufgaben zu Prädikatenlogik

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.e

Aufgaben zu Prädikatenlogik

Gegeben sind folgende Prädikate:

- $\mathit{Vater}(x, y)$:= wahr, gdw. x Vater von y ist, analog $\mathit{Mutter}(x, y)$.
- $\mathit{Männlich}(x, y)$:= wahr, gdw. x männlich ist, analog $\mathit{Weiblich}(x)$.
- $\mathit{Verheiratet}(x, y)$:= wahr, gdw. x und y verheiratet sind.

Drücke die folgenden Aussagen mit prädikatenlogischen Formeln aus:

- Jede männliche Person hat eine Mutter.
  - $\forall x \exists y (\mathit{Männlich}(x) \rightarrow \mathit{Mutter}(y, x))$
  - Kann eine Person jetzt auch mehr als eine Mutter haben? Widerspricht das der ursprünglichen Aussage?

Aufgaben zu Prädikatenlogik

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.e

Aufgaben zu Prädikatenlogik

Gegeben sind folgende Prädikate:

- $\mathit{Vater}(x, y) :=$ wahr, gdw. x Vater von y ist, analog $\mathit{Mutter}(x, y)$.
- $\mathit{Männlich}(x, y) :=$ wahr, gdw. x männlich ist, analog $\mathit{Weiblich}(x)$.
- $\mathit{Verheiratet}(x, y) :=$ wahr, gdw. x und y verheiratet sind.

Drücke die folgenden Aussagen mit prädikatenlogischen Formeln aus:

- Jede männliche Person hat eine Mutter.
  - $\forall x \exists y (\mathit{Männlich}(x) \rightarrow \mathit{Mutter}(y, x))$
  - Kann eine Person jetzt auch mehr als eine Mutter haben? Widerspricht das der ursprünglichen Aussage?
- Jeder Mann hat Kinder (plural!).

Aufgaben zu Prädikatenlogik

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.e

Aufgaben zu Prädikatenlogik

Gegeben sind folgende Prädikate:

- $\mathit{Vater}(x, y) :=$ wahr, gdw. x Vater von y ist, analog $\mathit{Mutter}(x, y)$.
- $\mathit{Männlich}(x, y) :=$ wahr, gdw. x männlich ist, analog $\mathit{Weiblich}(x)$.
- $\mathit{Verheiratet}(x, y) :=$ wahr, gdw. x und y verheiratet sind.

Drücke die folgenden Aussagen mit prädikatenlogischen Formeln aus:

- Jede männliche Person hat eine Mutter.
  - $\forall x \exists y (\mathit{Männlich}(x) \rightarrow \mathit{Mutter}(y, x))$
  - Kann eine Person jetzt auch mehr als eine Mutter haben? Widerspricht das der ursprünglichen Aussage?
- Jeder Mann hat Kinder (plural!).
  - $\forall x \exists y \exists z (\mathit{Männlich}(x) \rightarrow (\mathit{Vater}(x, y) \wedge \mathit{Vater}(x, z) \wedge \neg(y \doteq z)))$

Aufgaben zu Prädikatenlogik

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.e

Aufgaben zu Prädikatenlogik

Gegeben sind folgende Prädikate:

- $Vater(x, y) :=$ wahr, gdw. x Vater von y ist, analog $Mutter(x, y)$.
- $Männlich(x, y) :=$ wahr, gdw. x männlich ist, analog $Weiblich(x)$.
- $Verheiratet(x, y) :=$ wahr, gdw. x und y verheiratet sind.

Drücke die folgenden Aussagen mit prädikatenlogischen Formeln aus:

Aufgaben zu Prädikatenlogik

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.e

Aufgaben zu Prädikatenlogik

Gegeben sind folgende Prädikate:

- $\mathit{Vater}(x, y) :=$ wahr, gdw. x Vater von y ist, analog $\mathit{Mutter}(x, y)$.
- $\mathit{Männlich}(x, y) :=$ wahr, gdw. x männlich ist, analog $\mathit{Weiblich}(x)$.
- $\mathit{Verheiratet}(x, y) :=$ wahr, gdw. x und y verheiratet sind.

Drücke die folgenden Aussagen mit prädikatenlogischen Formeln aus:

- Jede Frau ist mit höchstens einem Mann verheiratet.

Aufgaben zu Prädikatenlogik

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.e

Aufgaben zu Prädikatenlogik

Gegeben sind folgende Prädikate:

- $\mathit{Vater}(x,y) :=$ wahr, gdw. x Vater von y ist, analog $\mathit{Mutter}(x,y)$.
- $\mathit{Männlich}(x,y) :=$ wahr, gdw. x männlich ist, analog $\mathit{Weiblich}(x)$.
- $\mathit{Verheiratet}(x,y) :=$ wahr, gdw. x und y verheiratet sind.

Drücke die folgenden Aussagen mit prädikatenlogischen Formeln aus:

- Jede Frau ist mit höchstens einem Mann verheiratet.
  - $\forall x \forall y \forall z (\mathit{Weiblich}(x) \land ((\mathit{Männlich}(y) \land \mathit{Männlich}(z) \land \neg(y \doteq z) \land \mathit{Verheiratet}(x,y)) \rightarrow \neg \mathit{Verheiratet}(x,z)))$

Aufgaben zu Prädikatenlogik

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.e

Aufgaben zu Prädikatenlogik

Gegeben sind folgende Prädikate:

- $\mathit{Vater}(x, y) :=$ wahr, gdw. x Vater von y ist, analog $\mathit{Mutter}(x, y)$.
- $\mathit{Männlich}(x, y) :=$ wahr, gdw. x männlich ist, analog $\mathit{Weiblich}(x)$.
- $\mathit{Verheiratet}(x, y) :=$ wahr, gdw. x und y verheiratet sind.

Drücke die folgenden Aussagen mit prädikatenlogischen Formeln aus:

- Jede Frau ist mit höchstens einem Mann verheiratet.
  - $\forall x \forall y \forall z (\mathit{Weiblich}(x) \land ((\mathit{Männlich}(y) \land \mathit{Männlich}(z) \land \neg(y \doteq z) \land \mathit{Verheiratet}(x, y)) \rightarrow \neg \mathit{Verheiratet}(x, z)))$
- Wer männlich ist, ist nicht weiblich und umgekehrt.

Aufgaben zu Prädikatenlogik

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.e

Aufgaben zu Prädikatenlogik

Gegeben sind folgende Prädikate:

- $\mathit{Vater}(x, y) :=$ wahr, gdw. x Vater von y ist, analog $\mathit{Mutter}(x, y)$.
- $\mathit{Männlich}(x, y) :=$ wahr, gdw. x männlich ist, analog $\mathit{Weiblich}(x)$.
- $\mathit{Verheiratet}(x, y) :=$ wahr, gdw. x und y verheiratet sind.

Drücke die folgenden Aussagen mit prädikatenlogischen Formeln aus:

- Jede Frau ist mit höchstens einem Mann verheiratet.
  - $\forall x \forall y \forall z (\mathit{Weiblich}(x) \wedge ((\mathit{Männlich}(y) \wedge \mathit{Männlich}(z) \wedge \neg(y \doteq z) \wedge \mathit{Verheiratet}(x, y)) \rightarrow \neg \mathit{Verheiratet}(x, z)))$
- Wer männlich ist, ist nicht weiblich und umgekehrt.
  - $\forall x (\mathit{Männlich}(x) \rightarrow \neg \mathit{Weiblich}(x) \wedge \mathit{Weiblich}(x) \rightarrow \neg \mathit{Männlich}(x))$

Grundbegriffe der Informatik

Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni
Lukas Bach,
lukas.bach@student.kit.ed

Prädikatenlogik