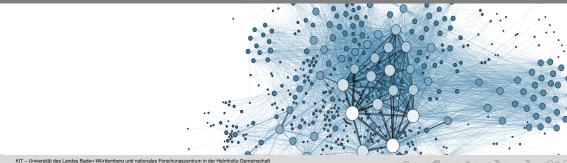




### Grundbegriffe der Informatik **Tutorium 33**

Maximilian Staab, maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu | 19.01.2017



### Repräsentation von Graphen



Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas bach@student kit edu

Repräsentation von Graphen

Wie stellen wir Graphen da?

Adjazenzlisten

Erreichbarkeit

Zwei-Erreichbarkeit

Erreichbarkeit

Algorithmus

Komplexitätstheorie

### Repräsentation von Graphen



Maximilian Staab.

maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de, Lukas Bach.

lukas.bach@student.kit.edu

Repräsentation von Graphen

Wie stellen wir Graphen da?

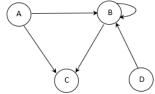
Adjazenzlisten

Erreichbarkeit

Zwei-Erreichbarkeit

Erreichbarkeit

Algorithmus



Anschaulich ja, aber wie können wir Graphen z.B. mit Java realisieren?

Komplexitätstheorie

# Objektorientierte Repräsentation von Graphen



Maximilian Staab,

maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de, Lukas Bach, Klassenmodell?

lukas.bach@student.kit.edu

# Repräsentation von Graphen

Adjazenzlisten

Erreichbarkeit

Zwei-Erreichbarkeit

Erreichbarkeit

Algorithmus

Komplexitätstheorie

Maximilian Staab

# Objektorientierte Repräsentation von Graphen



```
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach. Klassenmodell?
lukas bach@student kit edu
                   class Vertex {
Repräsentation
                        String name; //Genauer Inhalt interessiert uns nicht
von Graphen
 Adiazenzlisten
                   class Edge {
Erreichbarkeit
                        Vertex start;
 Zwei-Erreichbarkeit
                       Vertex end;
 Erreichbarkeit
 Algorithmus
                   class Graph {
                       Vertex[] vertices;
Komplexitätstheorie
                       Edge[] edges;
 O-Notation
```

# Objektorientierte Repräsentation von Graphen



Maximilian Staab,

maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de, Lukas Bach,

lukas.bach@student.kit.edu

# Repräsentation von Graphen

Adjazenzlisten

Erreichbarkeit

Zwei-Erreichbarkeit

Erreichbarkeit

Algorithmus

Komplexitätstheorie

# Objektorientierte Repräsentation von Graphen



Maximilian Staab,

maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de, Lukas Bach,

lukas.bach@student.kit.edu

# Repräsentation von Graphen

Adjazenzlisten

+ Intuitiv

Erreichbarkeit

Zwei-Erreichbarkeit

Erreichbarkeit

Algorithmus

Komplexitätstheorie

# Objektorientierte Repräsentation von Graphen



Maximilian Staab,

maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de, Lukas Bach.

lukas.bach@student.kit.edu

# Repräsentation von Graphen

Adjazenzlisten

+ Intuitiv

Erreichbarkeit

- Es lassen sich nur schwer Algorithmen hierfür entwerfen (z.B. gilt  $(x, y) \in E$ ?)

Zwei-Erreichbarkeit

Erreichbarkeit

Algorithmus

Komplexitätstheorie

### Repräsentation mit Adjazenzlisten



```
Maximilian Staab
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de.
Lukas Bach.
lukas.bach@student.kit.edu
                  Jeder Knoten speichert seine Nachbarn:
                  class Vertex {
von Graphen
                      String name; //Genauer Inhalt interessiert uns nicht
 Adjazenzlisten
                      Vertex[] neighbours; //Alle Nachbarknoten
Erreichbarkeit
 Zwei-Erreichbarkeit
                  class Graph {
                      Vertex[] vertices;
 Erreichbarkeit
                      Edge[] edges;
 Algorithmus
Komplexitätstheorie
 O-Notation
```

### Repräsentation mit Adjazenzlisten



Maximilian Staab.

maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de, Lukas Bach.

lukas.bach@student.kit.edu

# Repräsentatio von Graphen

#### Adjazenzlisten

Erreichbarkeit

Zwei-Erreichbarkeit

Erreichharkei

Algorithmus

Komplexitätstheorie

- + Speicherplatzeffizient bei wenigen Kanten im Vergleich zur Knotenanzahl ( $|E| << |V|^2$ )
- + Flexibel mit verketteten Listen statt Arrays (Leichtes Hinzufügen und Entfernen)

### Repräsentation mit Adjazenzmatrix



Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas bach@student kit edu

Repräsentation von Graphen

Adjazenzlisten

Erreichbarkei

Zwei-Erreichbarkeit

Erreichbarkei

Algorithmus

Komplexitätstheorie

### Repräsentation mit Adjazenzmatrix



Maximilian Staab,

maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de, Lukas Bach,

lukas bach@student kit edu

Repräsentation von Graphen

Was ist eine Adjazenzmatrix?

Adjazenzlisten

Erreichbarkeit

Zwei-Erreichbarkeit

Erreichbarkeit

Algorithmus

Komplexitätstheorie

### Repräsentation mit Adjazenzmatrix



Maximilian Staab.

maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de, Lukas Bach.

lukas bach@student kit edu

# von Graphen

Was ist eine Adjazenzmatrix?

Adjazenzlisten

■ Zu allen Paaren (i, j) mit  $i, j \in V$  wird gespeichert, ob  $(i, j) \in E$  gilt

Erreichbarkeit

Zwei-Erreichbarkeit

Algorithmus

Komplexitätstheorie

### Repräsentation mit Adjazenzmatrix



Maximilian Staab. maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de, Lukas Bach. lukas.bach@student.kit.edu

# von Graphen

Adjazenzlisten

Zwei-Erreichbarkeit

Algorithmus

Komplexitätstheorie

- Was ist eine Adjazenzmatrix?
- Zu allen Paaren (i,j) mit  $i,j \in V$  wird gespeichert, ob  $(i,j) \in E$  gilt
- Zweidimensionales Array

```
class Graph {
   boolean[][] edges; //Größe |V| \times |V|
```

### Repräsentation mit Adjazenzmatrix



Maximilian Staab,
maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,
Lukas Bach,
lukas bach@student kit edu

Repräsentation von Graphen

Adjazenzlisten

Erreichbarkei

Zwei-Erreichbarkeit

Erreichbarkei

Algorithmus

Komplexitätstheorie

### Repräsentation mit Adjazenzmatrix



Maximilian Staab.

maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de, Lukas Bach.

lukas bach@student kit edu

Repräsentation von Graphen

Adjazenzlisten

+ Speicherplatzeffizient bei annähernd maximaler Anzahl von Kanten ( $|E| \approx |V|^2$ )

Erreichbarkeit

Zwei-Erreichbarkeit

Erreichbarkeit

Algorithmus

Komplexitätstheorie

### Repräsentation mit Adjazenzmatrix



Maximilian Staab,

maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de, Lukas Bach.

lukas.bach@student.kit.edu

# Repräsentation von Graphen

Adjazenzlisten

Erreichbarkeit

Zwei-Erreichbarkeit

Erreichbarkei

Algorithmus

Komplexitätstheorie

- + Speicherplatzeffizient bei annähernd maximaler Anzahl von Kanten  $(|E| \approx |V|^2)$
- + Algorithmen aus linearer Algebra können verwendet werden (Matrizenrechnung)

### Repräsentation mit Adjazenzmatrix



Maximilian Staab.

maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de, Lukas Bach.

lukas.bach@student.kit.edu

# Repräsentatio von Graphen

Adjazenzlisten

Erreichbarkeit

Zwei-Erreichbarkeit

Erreichbarkei

Algorithmus

Komplexitätstheorie

- + Speicherplatzeffizient bei annähernd maximaler Anzahl von Kanten  $(|E| \approx |V|^2)$
- + Algorithmen aus linearer Algebra können verwendet werden (Matrizenrechnung)
- nicht flexibel

Maximilian Staab.

maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edAufgabe

Gebe alle Adjazenlisten und die Adjazenzmatrix für diesen Graphen an:

von Graphen

Adjazenzlisten

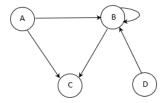
Erreichbarkeit

Zwei-Erreichbarkeit

Erreichbarkeit

Algorithmus

Komplexitätstheorie



Maximilian Staab.

maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de.

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edAufgabe

Gebe alle Adjazenlisten und die Adjazenzmatrix für diesen Graphen an:

von Graphen

Adjazenzlisten

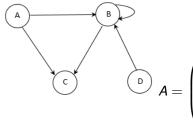
Erreichbarkeit

Zwei-Erreichbarkeit

Erreichbarkeit

Algorithmus

Komplexitätstheorie



$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

### Repräsentation von zweistelligen Relationen durch Matrizen



Maximilian Staab,

maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de, Lukas Bach.

lukas.bach@student.kit.edu

Repräsentation

von Graphen Wir können jede endliche zweistellige Relation durch eine Matrix darstellen! **Aufgabe** 

Adjazenzlisten

Stelle die Kleiner-Gleich-Relation auf der Menge {0, 1, 2, 3} dar!

Erreichbarkeit

Zwei-Erreichbarkeit

Erreichbarkei

Algorithmus

Komplexitätstheorie

### Repräsentation von zweistelligen Relationen durch Matrizen



Maximilian Staab,

maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de, Lukas Bach.

lukas.bach@student.kit.edu

Repräsentatio

von Graphen Wir können jede endliche zweistellige Relation durch eine Matrix darstellen! **Aufgabe** 

Adjazenzlisten

Stelle die Kleiner-Gleich-Relation auf der Menge {0, 1, 2, 3} dar!

Erreichbarkeit

Zwei-Erreichbarkeit

 $R_{\leq} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ 

Erreichbarkeit

Algorithmus

Komplexitätstheorie

### Wege-Problem



Maximilian Staab, maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de, Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Repräsentation von Graphen

Adjazenzlisten

#### Erreichbarkeit

Zwei-Erreichbarkeit

Erreichbarkeit

Algorithmus

Komplexitätstheorie

### Wege-Problem



Maximilian Staab,

maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de, Lukas Bach,

lukas.bach@student.kit.edu

Algorithmisches Problem

Repräsentation von Graphen

Adjazenzlisten

#### Erreichbarkeit

Zwei-Erreichbarkeit

Erreichbarkeit

Algorithmus

Komplexitätstheorie

### Wege-Problem



Maximilian Staab,

maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de, Lukas Bach,

lukas.bach@student.kit.edu

Algorithmisches Problem

Intuitiv: Gibt es einen Weg von i nach j?

Repräsentatio von Graphen

Adjazenzlisten

#### Erreichbarkeit

Zwei-Erreichbarkeit

Erreichbarkeit

Algorithmus

Komplexitätstheorie

### Wege-Problem



Maximilian Staab.

maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de, Lukas Bach.

lukas.bach@student.kit.edu

Algorithmisches Problem

Intuitiv: Gibt es einen Weg von i nach j?

von Graphen

Wege-Problem

Adjazenzlisten

Gegeben einem Graphen G = (V, E). Ist für  $i, j \in V$  auch  $(i, j) \in E^*$ ?

#### **Erreichbarkeit**

Zwei-Erreichbarkeit

Algorithmus

Komplexitätstheorie

### Wege-Problem



Maximilian Staab,

maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de, Lukas Bach.

lukas.bach@student.kit.edu

Algorithmisches Problem

Intuitiv: Gibt es einen Weg von i nach j?

Repräsentation von Graphen

Wege-Problem

Adjazenzlisten

wege-Froblett

Erreichbarkeit

Gegeben einem Graphen G = (V, E). Ist für  $i, j \in V$  auch  $(i, j) \in E^*$ ?

Zwei-Erreichbarkeit

Ziel

Zwei-Erreichbarkeit

Erreichbarkei

Algorithmus

Komplexitätstheorie

### Wege-Problem



Maximilian Staab.

maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de, Lukas Bach.

lukas.bach@student.kit.edu

Algorithmisches Problem

von Graphen

Wege-Problem

Adjazenzlisten

**Erreichbarkeit** 

Gegeben einem Graphen G = (V, E). Ist für  $i, j \in V$  auch  $(i, j) \in E^*$ ?

Intuitiv: Gibt es einen Weg von i nach j?

Ziel Zwei-Erreichbarkeit

Gegeben: Adjazenzmatrix

Algorithmus

Komplexitätstheorie

### Wege-Problem



Maximilian Staab.

maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de, Lukas Bach.

lukas.bach@student.kit.edu

Algorithmisches Problem

von Graphen

Wege-Problem

Adiazenzlisten

**Erreichbarkeit** 

Ziel

Zwei-Erreichbarkeit

Algorithmus

Gegeben: Adjazenzmatrix

Gesucht: Zugehörige Wegematrix, für die gilt:

Gegeben einem Graphen G = (V, E). Ist für  $i, j \in V$  auch  $(i, j) \in E^*$ ?

Intuitiv: Gibt es einen Weg von i nach j?

Komplexitätstheorie

### Wege-Problem



Maximilian Staab.

maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de, Lukas Bach.

lukas.bach@student.kit.edu

Algorithmisches Problem

von Graphen

Wege-Problem

Adiazenzlisten

Gegeben einem Graphen G = (V, E). Ist für  $i, j \in V$  auch  $(i, j) \in E^*$ ?

#### **Erreichbarkeit**

#### Ziel

Zwei-Erreichbarkeit

Algorithmus

Gegeben: Adjazenzmatrix

Gesucht: Zugehörige Wegematrix, für die gilt:

Intuitiv: Gibt es einen Weg von i nach j?

Komplexitätstheorie  $W_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{, falls ein Weg von i nach j existiert} \\ 0 & \text{, sonst} \end{cases}$ 

### **Einschub Matrizen**



Maximilian Staab,

maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de, Lukas Bach,

lukas bach@student kit edu

Repräsentatio von Graphen

Was wisst ihr zu folgenden Begriffen?

Adjazenzlisten

#### Erreichbarkeit

Zwei-Erreichbarkeit

Erreichbarkeit

Algorithmus

Komplexitätstheorie

### **Einschub Matrizen**



Maximilian Staab,

maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de, Lukas Bach,

lukas bach@student kit edu

Repräsentation von Graphen

Was wisst ihr zu folgenden Begriffen?

Matrizenmultiplikation
Adjazenzlisten

Adjazenziistei

Erreichbarkeit

Zwei-Erreichbarkeit

Erreichbarkeit

Algorithmus

Komplexitätstheorie

### **Einschub Matrizen**



Maximilian Staab,

maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de, Lukas Bach,

lukas.bach@student.kit.edu

# Repräsentation von Graphen

Was wisst ihr zu folgenden Begriffen?

Adjazenzlisten

Matrizenmultiplikation

710,0201121101011

Matrizenaddition

#### Erreichbarkeit

Zwei-Erreichbarkeit

Erreichbarkeit

Algorithmus

Komplexitätstheorie

### **Einschub Matrizen**



Maximilian Staab,

maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de, Lukas Bach,

lukas.bach@student.kit.edu

Repräsentatio von Graphen

Was wisst ihr zu folgenden Begriffen?

Adjazenzlisten

- Matrizenmultiplikation
- Matrizenaddition
- Potenzieren

Erreichbarkeit

Zwei-Erreichbarkeit

Erreichbarkeit

Algorithmus

Komplexitätstheorie

### **Einschub Matrizen**



Maximilian Staab,

maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de, Lukas Bach.

lukas.bach@student.kit.edu

Repräsentatio von Graphen

Adjazenzlisten

Erreichbarkeit

Zwei-Erreichbarkeit

Zwei-Eileichbarke

Erreichbarkeit

Algorithmus

Komplexitätstheorie

O-Notation

Was wisst ihr zu folgenden Begriffen?

- Matrizenmultiplikation
- Matrizenaddition
- Potenzieren
- Einheitsmatrix

### **Einschub Matrizen**



Maximilian Staab,

maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de, Lukas Bach.

lukas.bach@student.kit.edu

Repräsentation von Graphen

Was wisst ihr zu folgenden Begriffen?

Adjazenzlisten

- Matrizenmultiplikation
- Matrizenaddition

Erreichbarkeit

- Potenzieren
- Zwei-Erreichbarkeit
- Einheitsmatrix

Erreichbarkeit

Nullmatrix

Algorithmus

Komplexitätstheorie

# **Quadrierte Adjazenzmatrix**



Maximilian Staab.

maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de, Lukas Bach.

lukas bach@student kit edu

**Aufgabe** 

Repräsentation

von Graphen

Adjazenzlisten

Quadriere die Adjazenzmatrix von vorhin:  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ 

#### Erreichbarkeit

Zwei-Erreichbarkeit

Erreichbarkeit

Algorithmus

Komplexitätstheorie

# Quadrierte Adjazenzmatrix



Maximilian Staab.

maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de, Lukas Bach.

lukas bach@student kit edu

## **Aufgabe**

von Graphen

Adiazenzlisten

Quadriere die Adjazenzmatrix von vorhin: 
$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

#### **Erreichbarkeit**

## **Ergebnis**

Zwei-Erreichbarkeit

Zwei-Erreichbarkeit

Erreichbarkeit

$$A^2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Algorithmus

Algorithmus

Komplexitätstheorie

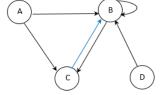
Maximilian Staab,

maximilian.staab@fsmi.uniAufgabe, Lukas Bach,

1ukas.bach@student.kit.edBilde und quadriere die Adjazenzmatrix des veränderten Graphen:

Repräsentation von Graphen

Adjazenzlisten



#### Erreichbarkeit

Zwei-Erreichbarkeit

Erreichbarkeit

Algorithmus

Komplexitätstheorie

Maximilian Staah

maximilian.staab@fsmi.uniAufgabee, Lukas Bach.

lukas.bach@student.kit.edBilde und quadriere die Adjazenzmatrix des veränderten Graphen:

von Graphen

Adjazenzlisten

#### **Erreichbarkeit**

Zwei-Erreichbarkeit

Erreichbarkeit

Algorithmus

$$A' = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ und } A'^2 = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Komplexitätstheorie

## Aufgabe

Was fällt euch auf? Wann steht in  $A^{\prime 2}$  eine 1, wann eine 2 und was

Maximilian Staab. maximilian.staab@fsmi.uni\_karisrung\_adas für unseren Graphen?

Lukas Bach. lukas.bach@student.kit.edu

von Graphen

Adjazenzlisten 
$$A' = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} A'^2 = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$
Erreichbarkeit

Zwei-Erreichbarkeit

Algorithmus

Komplexitätstheorie

## **Aufgabe**

Was fällt euch auf? Wann steht in  $A'^2$  eine 1, wann eine 2 und was

 $\underset{\mathtt{maximilian.staab@fsmi.uni}}{\mathsf{Maximilian.staab@fsmi.uni}} \underset{\mathtt{karisrume.te}}{\mathsf{bedeutet}} \text{ das für unseren Graphen?}$ 

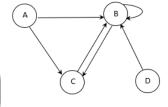
Lukas Bach,

lukas.bach@student.kit.edu

Repräsentatio von Graphen

Adjazenzlisten 
$$A' = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$
Erreichbarkeit

# $A' = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} A'^2 = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$



Zwei-Erreichbarkeit

Erreichbarkeit

Algorithmus

Komplexitätstheorie

## Aufgabe

Was fällt euch auf? Wann steht in  $A^{\prime 2}$  eine 1, wann eine 2 und was

Maximilian Staab. bedeutet das für unseren Graphen? maximilian.staab@fsmi.un

Lukas Bach.

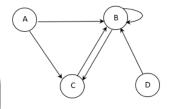
lukas bach@student kit edu

# von Graphen

$$A' = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A' = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A' = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} A'^2 = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$



# Erreichbarkeit

Erreichbarkeit

Algorithmus

Komplexitätstheorie

**Tipp:** 
$$c_{11} = a_{11} \cdot b_{11} + a_{12} \cdot b_{21} + a_{13} \cdot b_{31}$$

Maximilian Staab.

maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.ed\_Lösung

In der i-ten Zeile und j-ten Spalte von A<sup>2</sup> steht die Anzahl der Wege von i nach *i* der Länge zwei.

von Graphen

Adiazenzlisten

 $\rightarrow (A^2)_{ii}$  = Anzahl der Pfade von *i* nach *j* der Länge zwei.

#### **Erreichbarkeit**

Zwei-Erreichbarkeit

Algorithmus

Komplexitätstheorie

Maximilian Staab.

maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de.

Lukas Bach,

lukas.bach@student.kit.ed\_Lösung

von Graphen

In der i-ten Zeile und i-ten Spalte von A<sup>2</sup> steht die Anzahl der Wege von i nach *i* der Länge zwei.

Adiazenzlisten

 $\rightarrow (A^2)_{ii}$  = Anzahl der Pfade von *i* nach *j* der Länge zwei.

Aufgabe

**Erreichbarkeit** 

Habt ihr Ideen, wie man herausfindet, zwischen welchen Knoten Pfade der Länge *n* existieren?

Zwei-Erreichbarkeit

Algorithmus

Komplexitätstheorie

Maximilian Staab.

maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de.

Lukas Bach,

lukas.bach@student.kit.ed\_Lösung

In der i-ten Zeile und i-ten Spalte von A<sup>2</sup> steht die Anzahl der Wege von i nach *i* der Länge zwei.

von Graphen

 $\rightarrow (A^2)_{ii}$  = Anzahl der Pfade von *i* nach *j* der Länge zwei.

Adiazenzlisten

Aufgabe

**Erreichbarkeit** Habt ihr Ideen, wie man herausfindet, zwischen welchen Knoten Pfade der

Zwei-Erreichbarkeit

Länge *n* existieren?

Lösung

Betrachte A<sup>n</sup>!

Algorithmus

Komplexitätstheorie

## Zwei-Erreichbarkeit



Maximilian Staab.

maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,

Lukas Bach,

lukas bach@student kit edu

Eigentlich interessiert uns nur, ob ein Pfad der Länge zwei existiert und nicht wie viele...

von Graphen

Adjazenzlisten

Erreichbarkeit

Zwei-Erreichbarkeit

Erreichbarkeit

Algorithmus

Komplexitätstheorie

## Zwei-Erreichbarkeit



Maximilian Staab.

maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,

Lukas Bach.

lukas.bach@student.kit.edu

von Graphen

Eigentlich interessiert uns nur, ob ein Pfad der Länge zwei existiert und nicht wie viele...

Adjazenzlisten

**Definition Signum-Funktion** 

Erreichbarkeit

$$\int 1$$
, falls  $x > 0$ 

 $sgn: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ 

Zwei-Erreichbarkeit

$$x \mapsto egin{cases} 1 & ext{, falls } x > 0 \ 0 & ext{, falls } x = 0 \ -1 & ext{, falls } x < 0 \end{cases}$$

Erreichbarkeit

Algorithmus

Komplexitätstheorie

## Zwei-Erreichbarkeit



Maximilian Staab.

maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de.

Lukas Bach.

lukas.bach@student.kit.edu

von Graphen

nicht wie viele... **Definition Signum-Funktion** 

Eigentlich interessiert uns nur, ob ein Pfad der Länge zwei existiert und

Adjazenzlisten

 $sgn: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ 

$$x \mapsto egin{cases} 1 & \text{, falls } x > 0 \\ 0 & \text{, falls } x = 0 \\ -1 & \text{, falls } x < 0 \end{cases}$$

Zwei-Erreichbarkeit

$$x \mapsto \begin{cases} 0 & \text{, falls } x = 0 \end{cases}$$

Erreichbarkeit

$$-1$$
 , falls  $x < 0$ 

Algorithmus

 $sgn(A^2)$  liefert uns die Zwei-Erreichbarkeitsmatrix

Komplexitätstheorie

Maximilian Staab.

maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu **Aufgabe** 

von Graphen Adjazenzlisten

Gebe  $A^0$ ,  $A^2$  und die Wegematrix W an!

Erreichbarkeit

Zwei-Erreichbarkeit

Erreichbarkeit

Algorithmus

Komplexitätstheorie

Maximilian Staab.

maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de, Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu **Aufgabe** 

# von Graphen

Adjazenzlisten

Gebe  $A^0$ ,  $A^2$  und die Wegematrix W an!

Erreichbarkeit

$$A^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Zwei-Erreichbarkeit

#### Erreichbarkeit

Algorithmus

#### Komplexitätstheorie

Maximilian Staab.

maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de, Lukas Bach.

lukas.bach@student.kit.edu

Aufgabe

von Graphen

Gebe  $A^0$ ,  $A^2$  und die Wegematrix W an!

Adjazenzlisten

Erreichbarkeit

 $A^{0} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} A^{2} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ 

Zwei-Erreichbarkeit

Erreichbarkeit

Algorithmus

Komplexitätstheorie

Maximilian Staab.

maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de, Lukas Bach.

lukas.bach@student.kit.edu

Aufgabe

# von Graphen

Gebe  $A^0$ ,  $A^2$  und die Wegematrix W an! Adjazenzlisten

$$A^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Erreichbarkeit

Zwei-Erreichbarkeit

$$A^{0} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} A^{2} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} W = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A^2$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Erreichbarkeit

Algorithmus

Komplexitätstheorie

## **Erreichbarkeit**



Maximilian Staab,

maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de, Lukas Bach.

lukas.bach@student.kit.edu

# Repräsentation von Graphen

.

Für Pfade beliebiger Länge erhalten wir:

 $W = sgn(A^0 + A^1 + A^2 + A^3 + ...) = sgn(\sum_{i=0}^{\infty} A^i)$ 

Adjazenzlisten

Erreichbarkeit

Zwei-Erreichbarkeit

Erreichbarkeit

Algorithmus

Komplexitätstheorie

## **Erreichbarkeit**



Maximilian Staab.

maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de, Lukas Bach.

lukas.bach@student.kit.edu

Repräsentation

von Graphen

Für Pfade beliebiger Länge erhalten wir:

Adjazenzlisten

 $W = sgn(A^{0} + A^{1} + A^{2} + A^{3} + ...) = sgn(\sum_{i=0}^{\infty} A^{i})$ 

Erreichbarkei

Wir können nicht unendlich lange addieren... Ist das ein Problem?

Zwei-Erreichbarkeit

Erreichbarkeit

Algorithmus

Komplexitätstheorie

## Erreichbarkeit- unendlich addieren?



Maximilian Staab,

maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de, Lukas Bach,

lukas.bach@student.kit.edu

Repräsentation von Graphen

Adjazenzlisten

Erreichbarkeit

Zwei-Erreichbarkeit

Erreichbarkeit

Algorithmus

Komplexitätstheorie

## Erreichbarkeit- unendlich addieren?



Maximilian Staab.

maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,

Lukas Bach.

lukas.bach@student.kit.edu

Wenn ein Pfad p der Länge  $\geq n := |V|$  zwischen  $i \neq j$  existiert, muss mindestens ein Knoten doppelt vorgekommen sein!

von Graphen

Adjazenzlisten

Erreichbarkeit

Zwei-Erreichbarkeit

Erreichbarkeit

Algorithmus

Komplexitätstheorie

## Erreichbarkeit- unendlich addieren?



Maximilian Staab.

maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,

Lukas Bach,

lukas.bach@student.kit.edu

lukas.bach@student.kit.ed

Wenn ein Pfad p der Länge  $\geq n := |V|$  zwischen  $i \neq j$  existiert, muss mindestens ein Knoten doppelt vorgekommen sein! Der Pfad p enthält also einen Zyklus, den wir raus kürzen können.

von Graphen
Adjazenzlisten

Erreichbarkeit

Zwei-Erreichbarkeit

Erreichbarkeit

Algorithmus

Komplexitätstheorie

von Graphen

## Erreichbarkeit- unendlich addieren?



Maximilian Staab.

maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,

Lukas Bach,

lukas.bach@student.kit.edu

Wenn ein Pfad p der Länge > n := |V| zwischen  $i \neq j$  existiert, muss

mindestens ein Knoten doppelt vorgekommen sein! Der Pfad p enthält also

einen Zyklus, den wir raus kürzen können.

Adjazenzlisten Ergebnis

Wenn ein Pfad p der Länge  $\geq n := |V|$  zwischen  $i \neq j$  existiert, existiert

auch ein Pfad p' der Länge < n.

Zwei-Erreichbarkeit

Erreichbarkeit

Algorithmus

Komplexitätstheorie

von Graphen

## Erreichbarkeit- unendlich addieren?



Maximilian Staab, maximilian.sta Lukas Bach.

maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,

lukas bach@student kit edu

\\/

Wenn ein Pfad p der Länge  $\geq n := |V|$  zwischen  $i \neq j$  existiert, muss mindestens ein Knoten doppelt vorgekommen sein! Der Pfad p enthält also

einen Zyklus, den wir raus kürzen können.

Adjazenzlisten **Ergebnis** 

Wenn ein Pfad p der Länge  $\geq n := |V|$  zwischen  $i \neq j$  existiert, existiert

auch ein Pfad p' der Länge < n.

Zwei-Erreichbarkeit

Erreichbarkeit Für Pfade beliebiger Länge erhalten wir:

Algorithmus  $W = sgn(A^0 + A^1 + A^2 + A^3 + ...) = sgn(\sum_{i=0}^{\infty} A^i) = sgn(\sum_{i=0}^{n-1} A^i)$ 

Komplexitätstheorie

# Einfacher Algorithmus zu Berechnung der Wegematrix



```
Maximilian Staab,
```

maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de, Lukas Bach.

 ${\tt lukas.bach@student.kit.ed} \\ \langle \textit{Matrix A sei die Adjazenzmatrix} \rangle$ 

Repräsentation

for  $i \leftarrow 0$  to n-1 do

von Graphen

 $M \leftarrow 1$ 

 $W \leftarrow 0$ 

od

Adjazenzlisten

for  $j \leftarrow 1$  to i do

Erreichbarkeit

 $M \leftarrow M \cdot A$ 

Zwei-Erreichbarkeit

Erreichbarke

 $W \leftarrow W + M$ 

Algorithmus

Komplexitätstheorie 0

Oa  $W \leftarrow sgn(W)$ 

# Einfacher Algorithmus zu Berechnung der Wegematrix



Maximilian Staab,

maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,

Lukas Bach,
lukas bach@student.kit.ed (Matrix A sei die Adjazenzmatrix)

 $W \leftarrow 0$ 

Repräsentation for  $i \leftarrow 0$  to n-1 do

von Graphen  $M \leftarrow I$ 

Adjazenzlisten for  $j \leftarrow 1$  to i do

 $M \leftarrow M \cdot A$ 

Erreichbarkeit

od

Zwei-Erreichbarkeit

 $\{M = A^i\}$  $W \leftarrow W + M$ 

Erreichbarkei

 $\{ W = \sum_{k=0}^{i} A^k \}$ 

Algorithmus

od

Komplexitätstheorie

O-Notation { W

 $W \leftarrow \operatorname{sgn}(W)$ 

{ W ist die Wegematrix }

Aufwand:

$$\left(\sum_{i=0}^{n-1} i\right) \cdot (2n^3 - n^2) + n \cdot n^2 + n^2$$
$$= n^5 - \frac{3}{2}n^4 + \frac{3}{2}n^3 + n^2$$

# Einfacher Algorithmus zu Berechnung der Wegematrix



Maximilian Staab

maximilian.staab@fsmi.uni Lukas Bach.

lukas.bach@student.kit.ed

von Graphen

Adiazenzlisten

Erreichbarkeit

Zwei-Erreichbarkeit

Algorithmus

Komplexitätstheorie

O-Notation

(Matrix A sei die Adjazenzmatrix)

 $W \leftarrow 0$ 

for  $i \leftarrow 0$  to n-1 do

 $M \leftarrow 1$ 

for  $j \leftarrow 1$  to i do  $M \leftarrow M \cdot A$ 

od

 $\{M = A^i\}$ 

 $W \leftarrow W + M$ 

 $\{ W = \sum_{k=0}^{i} A^{k} \}$ 

od

 $W \leftarrow \operatorname{sgn}(W)$ 

{ W ist die Wegematrix }

Aufwand:

 $\left(\sum_{i=1}^{n-1}i\right)\cdot(2n^3-n^2)+n\cdot n^2+n^2$ 

 $= n^5 - \frac{3}{2}n^4 + \frac{3}{2}n^3 + n^2$ 

Wie könnte man diesen Algorithmus schneller machen?

# Einfacher Algorithmus zu Berechnung der Wegematrix



Maximilian Staab,

maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de, Lukas Bach.

lukas.bach@student.kit.edu

Repräsentation

von Graphen

$$W \leftarrow 0$$

od

Adjazenzlisten

$$M \leftarrow I$$

for  $i \leftarrow 0$  to n-1 do

Erreichbarkeit

$$W \leftarrow W + M$$

Zwei-Erreichbarkeit

$$M \leftarrow M \cdot A$$

Erreichbarkeit

$$W \leftarrow \operatorname{sgn}(W)$$

Algorithmus

Komplexitätstheorie

O-Notation

für  $A^i$  kann man  $A^{i-1}$  wiederverwenden

Aufwand:

$$n \cdot (n^2 + (2n^3 - n^2)) + n^2 = 2n^4 + n^2$$

# Komplexitätstheorie



Maximilian Staab, maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de, Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Repräsentation von Graphen

Adjazenzlisten

Erreichbarkei

Zwei-Erreichbarkeit

Erreichbarkei

Algorithmus

#### Komplexitätstheorie

# Komplexitätstheorie



Maximilian Staab,

maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de, Lukas Bach,

lukas bach@student kit edu

Repräsentation von Graphen

Wichtige Komplexitätsmaße:

Adjazenzlisten

Erreichbarkeit

Zwei-Erreichbarkeit

Erreichbarkeit

Algorithmus

Komplexitätstheorie

# Komplexitätstheorie



Maximilian Staab,

maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de, Lukas Bach,

lukas bach@student kit edu

Repräsentation von Graphen

## Wichtige Komplexitätsmaße:

Speicherplatzbedarf

Adjazenzlisten

Erreichbarkeit

Zwei-Erreichbarkeit

Erreichbarkeit

Algorithmus

#### Komplexitätstheorie

# Komplexitätstheorie



Maximilian Staab.

maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de. Lukas Bach,

lukas.bach@student.kit.edu

von Graphen

Adjazenzlisten

Erreichbarkeit

Zwei-Erreichbarkeit

Erreichbarkeit

Algorithmus

Komplexitätstheorie

O-Notation

## Wichtige Komplexitätsmaße:

- Speicherplatzbedarf
- Rechen- bzw. Laufzeit

Unterscheidung in

# Komplexitätstheorie



Maximilian Staab,

maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de, Lukas Bach.

lukas.bach@student.kit.edu

Repräsentation von Graphen

Wichtige Komplexitätsmaße:

- Speicherplatzbedarf
- Rechen- bzw. Laufzeit

Erreichbarkeit

Adjazenzlisten

Unterscheidung in

- Zwei-Erreichbarkeit
- Best Case (oft uninteressant)

Erreichbarkeit

Algorithmus

Komplexitätstheorie

# Komplexitätstheorie



Maximilian Staab,

maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de, Lukas Bach.

lukas.bach@student.kit.edu

Repräsentation von Graphen

Wichtige Komplexitätsmaße:

Speicherplatzbedarf

Rechen- bzw. Laufzeit

Erreichbarkeit

Adjazenzlisten

Unterscheidung in

Zwei-Erreichbarkeit

Best Case (oft uninteressant)

Erreichbarkeit

Average Case (schwierig zu finden, deswegen selten angegeben)

Algorithmus

Komplexitätstheorie

# Komplexitätstheorie



Maximilian Staab,

maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de, Lukas Bach.

lukas.bach@student.kit.edu

Repräsentation von Graphen

Adjazenzlisten

-

Erreichbarkeit

Zwei-Erreichbarkeit

Erreichbarkei

Algorithmus

Wichtige Komplexitätsmaße:

- Speicherplatzbedarf
- Rechen- bzw. Laufzeit

Unterscheidung in

- Best Case (oft uninteressant)
- Average Case (schwierig zu finden, deswegen selten angegeben)
- Worst Case (meistens angegeben)

#### Komplexitätstheorie

## Ignorieren konstanter Faktoren



Maximilian Staab.

maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de, Lukas Bach.

lukas bach@student kit edu

Repräsentation von Graphen

## Definition

Adjazenzlisten

Seien  $g, f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{R}_0^+$  Funktionen. Dann wächst g asymptotisch genauso schnell wie f genau dann, wenn gilt:

Erreichbarkeit

 $\exists c, c' \in \mathbb{R}_+ : \exists n_0 \in \mathbb{N}_0 : \forall n \geq n_0 : c \cdot f(n) \leq g(n) \leq c' \cdot f(n)$ 

Erreichbarkei

Zwei-Erreichbarkeit

Erreichbarkei

Algorithmus

Komplexitätstheorie

## Ignorieren konstanter Faktoren



Maximilian Staab,

maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de, Lukas Bach.

lukas.bach@student.kit.edu

Repräsentatio von Graphen

ntation Definition

Adjazenzlisten

Seien  $g, f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{R}_0^+$  Funktionen. Dann wächst g asymptotisch genauso schnell wie f genau dann, wenn gilt:

 $\exists c, c' \in \mathbb{R}_+ : \exists n_0 \in \mathbb{N}_0 : \forall n \geq n_0 : c \cdot f(n) \leq g(n) \leq c' \cdot f(n)$ 

Erreichbarkeit

**Notation** 

Zwei-Erreichbarkeit Notation

fsymp g oder f(n)symp g(n) (äsymptotisch gleich")

Bemerkung

Algorithmus

Komplexitätstheorie



Maximilian Staab,

maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de, Lukas Bach,

lukas.bach@student.kit.edu

#### Repräsentation

von Graphen

## Definition

Adjazenzlisten

$$\Theta(f) = \{g | g \asymp f\}$$

#### Erreichbarkei

Zwei-Erreichbarkeit

Erreichbarkeit

Algorithmus

Komplexitätstheorie



Maximilian Staab,

maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de, Lukas Bach,

lukas.bach@student.kit.edu

## Repräsentation von Graphen

## Definition

Adjazenzlisten  $\Theta(f) = \{g | g \asymp f\}$ 

#### Erreichbarkeit

#### Satz

Zwei-Erreichbarkeit

$$\forall a, b \in \mathbb{R}_+ : \Theta(a \cdot f) = \Theta(b \cdot f)$$

Erreichbarkeit

Algorithmus

Komplexitätstheorie

## **Obere und untere Schranke**



Maximilian Staab,

maximilian.staab@fsmi.ur Lukas Bach, lukas bach@student kit

Obere Schranke (Worst-Case Approximation)

$$O(f) = \{g | \exists c \in \mathbb{R}_+ : \exists n_0 \in \mathbb{N}_0 : \forall n \ge n_0 : g(n) \le c \cdot f(n)\}$$

Repräsentation von Graphen

Adjazenzlisten

Erreichbarkeit

Zwei-Erreichbarkeit

Erreichbarkeit

Algorithmus

Komplexitätstheorie

## **Obere und untere Schranke**



Maximilian Staab,

maximilian.staab@fsmi.ur Lukas Bach, lukas bach@student kit./

Obere Schranke (Worst-Case Approximation)

$$O(f) = \{g | \exists c \in \mathbb{R}_+ : \exists n_0 \in \mathbb{N}_0 : \forall n \geq n_0 : g(n) \leq c \cdot f(n) \}$$

Repräsentation von Graphen

Untere Schranke (Best-Case Approximation)

Adjazenzlisten

 $\Omega(f) = \{g | \exists c \in \mathbb{R}_+ : \exists n_0 \in \mathbb{N}_0 : \forall n \ge n_0 : g(n) \ge c \cdot f(n)\}$ 

Erreichbarkeit

Zwei-Erreichbarkeit

Erreichbarkeit

Algorithmus

Komplexitätstheorie

## **Obere und untere Schranke**



Maximilian Staab,

maximilian.staab@fsmi.ur Lukas Bach, lukas bach@student kit

Obere Schranke (Worst-Case Approximation)

$$O(f) = \{g | \exists c \in \mathbb{R}_+ : \exists n_0 \in \mathbb{N}_0 : \forall n \ge n_0 : g(n) \le c \cdot f(n)\}$$

Repräsentation von Graphen

Untere Schranke (Best-Case Approximation)

Adjazenzlisten

 $\Omega(f) = \{g | \exists c \in \mathbb{R}_+ : \exists n_0 \in \mathbb{N}_0 : \forall n \ge n_0 : g(n) \ge c \cdot f(n)\}$ 

Erreichbarkei

**Notation** 

Zwei-Erreichbarkeit

Zwei-Litelonbarke

Erreichbarkeit

Algorithmus

•  $g \prec f$  falls  $g \in O(f)$  bzw. g wächst asymptotisch höchstens so schnell wie f

• g > f falls  $g \in \Omega(f)$  bzw. g wächst asymptotisch mindestens so schnell wie f

Komplexitätstheorie

## Obere und untere Schranke



Maximilian Staab

maximilian.staab@fsmi.um Lukas Bach.

Obere Schranke (Worst-Case Approximation) lukas bach@student kit

$$O(f) = \{g | \exists c \in \mathbb{R}_+ : \exists n_0 \in \mathbb{N}_0 : \forall n \ge n_0 : g(n) \le c \cdot f(n)\}$$

von Graphen

Untere Schranke (Best-Case Approximation)

Adiazenzlisten

 $\Omega(f) = \{g | \exists c \in \mathbb{R}_+ : \exists n_0 \in \mathbb{N}_0 : \forall n > n_0 : g(n) > c \cdot f(n)\}$ 

Notation

Zwei-Erreichbarkeit

Algorithmus

 $q \not = q f$  falls  $q \in O(f)$  bzw. q wächst asymptotisch höchstens so schnell wie f

g > f falls  $g \in \Omega(f)$  bzw. g wächst asymptotisch mindestens so schnell wie f

Komplexitätstheorie

O-Notation

**Bemerkung** Es gilt  $\Theta(f) = O(f) \cap \Omega(f)$ 

Maximilian Staab,

maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de, Lukas Bach,

lukas.bach@student.kit.edu

### Lemma

von Graphen

 $\textit{log}_{\textit{a}}\textit{n} \in \Theta(\textit{log}_{\textit{b}}\textit{n})$ 

Adjazenzlisten

**Beispiel** 

 $log_2 n \in \Theta(log_8 n)$ 

Erreichbarkeit

Zwei-Erreichbarkeit

Erreichbarkeit

Algorithmus

Komplexitätstheorie

Maximilian Staab,

maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de, Lukas Bach,

lukas.bach@student.kit.edu

### Lemma

von Graphen

 $\textit{log}_{\textit{a}}\textit{n} \in \Theta(\textit{log}_{\textit{b}}\textit{n})$ 

Adjazenzlisten

**Beispiel** 

Erreichbarkeit

 $\textit{log}_2\textit{n} \in \Theta(\textit{log}_8\textit{n})$ 

Beweis

Zwei-Erreichbarkeit

 $\frac{1}{3}log_2n$ 

Erreichbarkeit

Algorithmus

Komplexitätstheorie

Maximilian Staab,

maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de, Lukas Bach,

lukas.bach@student.kit.edu

### Lemma

Repräsentation von Graphen

$$\textit{log}_{\textit{a}}\textit{n} \in \Theta(\textit{log}_{\textit{b}}\textit{n})$$

Adjazenzlisten

**Beispiel** 

 $log_2n \in \Theta(log_8n)$ 

Erreichbarkeit

-rreichbarkeit Beweis

Zwei-Erreichbarkeit  $\frac{1}{2}log_0$ 

 $\frac{1}{3}log_2n = \frac{1}{log_28}log_2n$ 

Erreichbarkeit

Algorithmus

Komplexitätstheorie

Maximilian Staab.

maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de, Lukas Bach,

lukas bach@student kit edu

#### Lemma

von Graphen

$$\textit{log}_{\textit{a}}\textit{n} \in \Theta(\textit{log}_{\textit{b}}\textit{n})$$

Adjazenzlisten

Beispiel

 $log_2 n \in \Theta(log_8 n)$ 

Erreichbarkeit

**Beweis** 

Zwei-Erreichbarkeit

 $\frac{1}{3}log_2n = \frac{1}{log_28}log_2n = \frac{log_2n}{log_28}$ 

Erreichbarkeit

Algorithmus

Komplexitätstheorie

Maximilian Staab.

maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de,

Lukas Bach.

lukas bach@student kit edu

### Lemma

von Graphen

 $log_a n \in \Theta(log_b n)$ 

Adjazenzlisten

Beispiel

 $log_2 n \in \Theta(log_8 n)$ 

Erreichbarkeit

**Beweis** 

Zwei-Erreichbarkeit

 $\frac{1}{3}log_2n = \frac{1}{log_28}log_2n = \frac{log_2n}{log_28} = log_8n \le log_2n$ 

Erreichbarkeit

Algorithmus

Komplexitätstheorie

Maximilian Staab.

maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de, Lukas Bach,

lukas.bach@student.kit.edu

**Aufgabe** von Graphen

Gilt  $log_2(n^{20}) \in \Theta(logn)$ 

Adjazenzlisten

Zwei-Erreichbarkeit

Algorithmus

Komplexitätstheorie

Maximilian Staab,

maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de, Lukas Bach,

lukas.bach@student.kit.edu

Repräsentation

von Graphen

Aufgabe

Gilt  $log_2(n^{20}) \in \Theta(logn)$ 

Adjazenzlisten

Lösung

Ja, denn  $log_2(n^{20}) = 20 \cdot log_2 n$ 

Erreichbarkeit

Zwei-Erreichbarkeit

Erreichbarkeit

Algorithmus

Komplexitätstheorie

Maximilian Staab, maximilian.staab@fsmi.uni-karlsruhe.de, Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Repräsentation von Graphen

Probeklausur

Adjazenzlisten

Erreichbarkeit

Zwei-Erreichbarkeit

Erreichbarkeit

Algorithmus

Komplexitätstheorie

Maximilian Staab,

maximilian.staab@fsmi.uni Lukas Bach,

lukas.bach@student.kit.ed

Repräsentation von Graphen

Adjazenzlisten

Erreichbarkeit

Zwei-Erreichbarkeit

Erreichbarkeit

Algorithmus

Komplexitätstheorie

