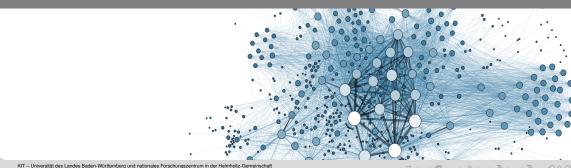




Grundbegriffe der Informatik Tutorium 36 | 16.11.2017

Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu



Quiz



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Zahlen

Repräsentation von

Zahlen

Zweierkomplement-

Darstellung

Quiz



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Was macht die Funktion val_I?

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

Quiz



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von Zahlen

- Was macht die Funktion val_l?
- Was bedeutet Äquivalenz?

Quiz



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von Zahlen

- Was macht die Funktion val_l?
- Was bedeutet Äquivalenz?
- Was bedeutet Tautologie und Erfüllbarkeit?

Quiz



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

- Was macht die Funktion val_I?
- Was bedeutet Äquivalenz?
- Was bedeutet Tautologie und Erfüllbarkeit?
- Welche dieser Aussagen sind erfüllbar?

Quiz



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

- Was macht die Funktion val_l?
- Was bedeutet Äquivalenz?
- Was bedeutet Tautologie und Erfüllbarkeit?
- Welche dieser Aussagen sind erfüllbar?

Quiz



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

- Was macht die Funktion val_I?
- Was bedeutet Äquivalenz?
- Was bedeutet Tautologie und Erfüllbarkeit?
- Welche dieser Aussagen sind erfüllbar?
 - $\neg (P \land Q) \leftrightarrow \neg P \lor \neg Q$
 - $\blacksquare P \land P \leftrightarrow P \lor P$

Wahrheitsgehalt von unendlich Aussagen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Beispielsituation:

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von

Zweierkomplement-

Darstellung

Wahrheitsgehalt von unendlich Aussagen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Beispielsituation: Wir haben unendlich viele Dominosteine.

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Zahlen

Repräsentation von

Zahle

Zweierkomplement-

Darstellung

Wahrheitsgehalt von unendlich Aussagen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Beispielsituation: Wir haben unendlich viele Dominosteine. Behauptung:

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von Zahlen

Wahrheitsgehalt von unendlich Aussagen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Beispielsituation: Wir haben unendlich viele Dominosteine. Behauptung: Alle Dominosteine fallen um.

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von

Wahrheitsgehalt von unendlich Aussagen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Beispielsituation: Wir haben unendlich viele Dominosteine. Behauptung: Alle Dominosteine fallen um.

Vollständige Induktion

■ Wir haben Aussagen: {"1. Stein fällt um", "2. Stein fällt um", ...}

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

Wahrheitsgehalt von unendlich Aussagen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Beispielsituation: Wir haben unendlich viele Dominosteine. Behauptung: Alle Dominosteine fallen um.

Vollständige Induktion

■ Wir haben Aussagen: {"1. Stein fällt um", "2. Stein fällt um", ...}

Formale Sprache

Wie zeigen wir unendlich viele Aussagen?

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von Zahlen

Maximilian Staab,

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

Wahrheitsgehalt von unendlich Aussagen



Beispielsituation: Wir haben unendlich viele Dominosteine. Behauptung: Alle Dominosteine fallen um.

- Wir haben Aussagen: {"1. Stein fällt um", "2. Stein fällt um", ...}
- Wie zeigen wir unendlich viele Aussagen?
- Stelle Aussagen in Abhängigkeit einer Laufvariable *n* dar:

Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Ubersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation vor Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

Wahrheitsgehalt von unendlich Aussagen



Beispielsituation: Wir haben unendlich viele Dominosteine. Behauptung: Alle Dominosteine fallen um.

- Wir haben Aussagen: {"1. Stein fällt um", "2. Stein fällt um", ...}
- Wie zeigen wir unendlich viele Aussagen?
- Stelle Aussagen in Abhängigkeit einer Laufvariable n dar:
 - A(n) := "n-ter Stein fällt um" $\forall n \in \mathbb{N}$.

Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

Wahrheitsgehalt von unendlich Aussagen



Beispielsituation: Wir haben unendlich viele Dominosteine. Behauptung: Alle Dominosteine fallen um.

- Wir haben Aussagen: {"1. Stein fällt um", "2. Stein fällt um", ...}
- Wie zeigen wir unendlich viele Aussagen?
- Stelle Aussagen in Abhängigkeit einer Laufvariable n dar:
 - A(n) := "n-ter Stein fällt um" $\forall n \in \mathbb{N}$.
- Aussage A := "Alle Steine fallen um" $\equiv A(i)$ ist wahr $\forall i \in \mathbb{N}$.

Maximilian Staab,

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

Wahrheitsgehalt von unendlich Aussagen



Beispielsituation: Wir haben unendlich viele Dominosteine. Behauptung: Alle Dominosteine fallen um.

- Wir haben Aussagen: {"1. Stein fällt um", "2. Stein fällt um", ...}
- Wie zeigen wir unendlich viele Aussagen?
- Stelle Aussagen in Abhängigkeit einer Laufvariable n dar:
 - A(n) := "n-ter Stein fällt um" $\forall n \in \mathbb{N}$.
- Aussage A := "Alle Steine fallen um" $\equiv A(i)$ ist wahr $\forall i \in \mathbb{N}$.

Wir haben immernoch unendlich viele Aussagen...

Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vo Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

Wahrheitsgehalt von unendlich Aussagen



Beispielsituation: Wir haben unendlich viele Dominosteine. Behauptung: Alle Dominosteine fallen um.

- Wir haben Aussagen: {"1. Stein fällt um", "2. Stein fällt um", ...}
- Wie zeigen wir unendlich viele Aussagen?
- Stelle Aussagen in Abhängigkeit einer Laufvariable n dar:
 - A(n) := "n-ter Stein fällt um" $\forall n \in \mathbb{N}$.
- Aussage A := "Alle Steine fallen um" $\equiv A(i)$ ist wahr $\forall i \in \mathbb{N}$.

Wir haben immernoch unendlich viele Aussagen...

Zeige: A(1) ist wahr

Maximilian Staab,

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

Wahrheitsgehalt von unendlich Aussagen



Beispielsituation: Wir haben unendlich viele Dominosteine. Behauptung: Alle Dominosteine fallen um.

- Wir haben Aussagen: {"1. Stein fällt um", "2. Stein fällt um", ...}
- Wie zeigen wir unendlich viele Aussagen?
- Stelle Aussagen in Abhängigkeit einer Laufvariable n dar:
 - A(n) := "n-ter Stein fällt um" $\forall n \in \mathbb{N}$.
- Aussage A := "Alle Steine fallen um" $\equiv A(i)$ ist wahr $\forall i \in \mathbb{N}$.

Wir haben immernoch unendlich viele Aussagen...

■ Zeige: A(1) ist wahr, sowie A(i) gilt $\rightarrow A(i+1)$ gilt für beliebiges $i \in \mathbb{N}$.

Maximilian Staab,

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Ubersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

Wahrheitsgehalt von unendlich Aussagen



Beispielsituation: Wir haben unendlich viele Dominosteine. Behauptung: Alle Dominosteine fallen um.

- Wir haben Aussagen: {"1. Stein fällt um", "2. Stein fällt um", ...}
- Wie zeigen wir unendlich viele Aussagen?
- Stelle Aussagen in Abhängigkeit einer Laufvariable n dar:
 - A(n) := "n-ter Stein fällt um" $\forall n \in \mathbb{N}$.
- Aussage A := "Alle Steine fallen um" $\equiv A(i)$ ist wahr $\forall i \in \mathbb{N}$.

Wir haben immernoch unendlich viele Aussagen...

- Zeige: A(1) ist wahr, sowie A(i) gilt $\rightarrow A(i+1)$ gilt für beliebiges $i \in \mathbb{N}$.
- Also:

Maximilian Staab,

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

Wahrheitsgehalt von unendlich Aussagen



Beispielsituation: Wir haben unendlich viele Dominosteine. Behauptung: Alle Dominosteine fallen um.

- Wir haben Aussagen: {"1. Stein fällt um", "2. Stein fällt um", ...}
- Wie zeigen wir unendlich viele Aussagen?
- Stelle Aussagen in Abhängigkeit einer Laufvariable n dar:
 - A(n) := "n-ter Stein fällt um" $\forall n \in \mathbb{N}$.
- Aussage A := "Alle Steine fallen um" $\equiv A(i)$ ist wahr $\forall i \in \mathbb{N}$.

Wir haben immernoch unendlich viele Aussagen...

- Zeige: A(1) ist wahr, sowie A(i) gilt $\rightarrow A(i+1)$ gilt für beliebiges $i \in \mathbb{N}$.
- Also: Der erste Stein fällt, sowie:

Wahrheitsgehalt von unendlich Aussagen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Beispielsituation: Wir haben unendlich viele Dominosteine. Behauptung: Alle Dominosteine fallen um.

Vollständige Induktion

• Wir haben Aussagen: {"1. Stein fällt um", "2. Stein fällt um", ...}

Formale Sprache

Wie zeigen wir unendlich viele Aussagen?

Übersetzung und Kodierung

lacktriangle Stelle Aussagen in Abhängigkeit einer Laufvariable n dar:

Kodierung von

• A(n) := "n-ter Stein fällt um" $\forall n \in \mathbb{N}$.

Kodierung voi Zahlen ■ Aussage A := "Alle Steine fallen um" $\equiv A(i)$ ist wahr $\forall i \in \mathbb{N}$.

Repräsentation vo Zahlen Wir haben immernoch unendlich viele Aussagen...

- Zeige: A(1) ist wahr, sowie A(i) gilt $\rightarrow A(i+1)$ gilt für beliebiges $i \in \mathbb{N}$.
- Also: Der erste Stein fällt, sowie: falls der i-te Stein fällt, so fällt auch der i + 1-te Stein.

Wahrheitsgehalt von unendlich Aussagen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Beispielsituation: Wir haben unendlich viele Dominosteine. Behauptung: Alle Dominosteine fallen um.

Vollständige Induktion

• Wir haben Aussagen: {"1. Stein fällt um", "2. Stein fällt um", ...}

Formale Sprache

Wie zeigen wir unendlich viele Aussagen?

Übersetzung und Kodierung

Stelle Aussagen in Abhängigkeit einer Laufvariable n dar:

Kodierung von Zahlen

• A(n) := "n-ter Stein fällt um" $\forall n \in \mathbb{N}$.

Repräsentation vo Zahlen ■ Aussage A := "Alle Steine fallen um" $\equiv A(i)$ ist wahr $\forall i \in \mathbb{N}$.

Zweierkomplement-

Wir haben immernoch unendlich viele Aussagen...

- Zeige: A(1) ist wahr, sowie A(i) gilt $\rightarrow A(i+1)$ gilt für beliebiges $i \in \mathbb{N}$.
- Also: Der erste Stein fällt, sowie: falls der i-te Stein fällt, so fällt auch der i + 1-te Stein.
- Nach dem Prinzip der vollständigen Induktion fallen dann alle Steine um.



Vollständige Induktion



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Zahler

Repräsentation von

Zahlen

Zweierkomplement-

Darstellung

Vollständige Induktion



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Beweisverfahren

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Zahler

Repräsentation von

Vollständige Induktion



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von

- Beweisverfahren
- In der Regel zu zeigen: Eine Aussage gilt für alle $n \in \mathbb{N}_+$, manchmal auch für alle $n \in \mathbb{N}_0$

Vollständige Induktion



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von Zahlen

- Beweisverfahren
- In der Regel zu zeigen: Eine Aussage gilt für alle $n \in \mathbb{N}_+$, manchmal auch für alle $n \in \mathbb{N}_0$
- Man schließt "induktiv" von einem n auf n+1

Vollständige Induktion



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vor Zahlen

- Beweisverfahren
- In der Regel zu zeigen: Eine Aussage gilt für alle $n \in \mathbb{N}_+$, manchmal auch für alle $n \in \mathbb{N}_0$
- Man schließt "induktiv" von einem n auf n+1
- Idee: Wenn die Behauptung für ein beliebiges festes n gilt, dann gilt sie auch für den Nachfolger n+1 (und somit auch für dessen Nachfolger und schließlich für alle n)

Struktur des Beweises



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Zahlen

Repräsentation von Zahlen

Struktur des Beweises



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu Behauptung: (*kurz* **Beh.:**)
Beweis: (*kurz* **Bew.:**)

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von Zahlen

Maximilian Staab,

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation vor

Zweierkomplement-

Struktur des Beweises

Behauptung: (kurz Beh.:)

Beweis: (kurz Bew.:)

- Induktionsanfang: (kurz IA:)
 - lacktriangle Zeigen, dass Behauptung für Anfangswert gilt (oft n=1)
 - Auch mehrere (z.B. zwei) Anfangswerte möglich



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-

Struktur des Beweises

Behauptung: (kurz Beh.:)

Beweis: (kurz Bew.:)

- Induktionsanfang: (kurz IA:)
 - lacktriangle Zeigen, dass Behauptung für Anfangswert gilt (oft n=1)
 - Auch mehrere (z.B. zwei) Anfangswerte möglich
- Induktionsvoraussetzung: (kurz IV:)
 - Sei $n \in \mathbb{N}_+$ (bzw. $n \in \mathbb{N}_0$) fest aber beliebig und es gelte [Behauptung einsetzen]



Maximilian Staab,

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation vor Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

Struktur des Beweises

Behauptung: (kurz Beh.:)

Beweis: (kurz Bew.:)

- Induktionsanfang: (kurz IA:)
 - lacktriangle Zeigen, dass Behauptung für Anfangswert gilt (oft n=1)
 - Auch mehrere (z.B. zwei) Anfangswerte möglich
- Induktionsvoraussetzung: (kurz IV:)
 - Sei $n \in \mathbb{N}_+$ (bzw. $n \in \mathbb{N}_0$) fest aber beliebig und es gelte [Behauptung einsetzen]
- Induktionsschritt: (kurz IS:)
 - Behauptung für n+1 auf n zurückführen
 - Wenn induktive Definition gegeben: verwenden!
 - Sonst: Versuche Ausdruck, in dem (n+1) vorkommt umzuformen in einen Ausdruck, in dem nur n vorkommt



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation vo Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

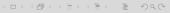
Struktur des Beweises

Behauptung: (kurz Beh.:)

Beweis: (kurz Bew.:)

- Induktionsanfang: (kurz IA:)
 - lacktriangle Zeigen, dass Behauptung für Anfangswert gilt (oft n=1)
 - Auch mehrere (z.B. zwei) Anfangswerte möglich
- Induktionsvoraussetzung: (kurz IV:)
 - Sei $n \in \mathbb{N}_+$ (bzw. $n \in \mathbb{N}_0$) fest aber beliebig und es gelte [Behauptung einsetzen]
- Induktionsschritt: (kurz IS:)
 - Behauptung für n+1 auf n zurückführen
 - Wenn induktive Definition gegeben: verwenden!
 - Sonst: Versuche Ausdruck, in dem (n+1) vorkommt umzuformen in einen Ausdruck, in dem nur n vorkommt

Vorhin:



Maximilian Staab,

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Ubersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation vor Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

Struktur des Beweises

Karlsruher Institut für Technologie

Behauptung: (kurz Beh.:)

Beweis: (kurz Bew.:)

- Induktionsanfang: (kurz IA:)
 - Zeigen, dass Behauptung für Anfangswert gilt (oft n = 1)
 - Auch mehrere (z.B. zwei) Anfangswerte möglich
- Induktionsvoraussetzung: (kurz IV:)
 - Sei $n \in \mathbb{N}_+$ (bzw. $n \in \mathbb{N}_0$) fest aber beliebig und es gelte [Behauptung einsetzen]
- Induktionsschritt: (kurz IS:)
 - Behauptung für n+1 auf n zurückführen
 - Wenn induktive Definition gegeben: verwenden!
 - Sonst: Versuche Ausdruck, in dem (n+1) vorkommt umzuformen in einen Ausdruck, in dem nur n vorkommt

Vorhin:

$$\underbrace{A(1) \text{ ist wahr}}_{IA}$$
, sowie $\underbrace{A(i) \text{ gilt}}_{IV} \to \underbrace{A(i+1) \text{ gilt}}_{IS}$ für beliebiges i $\in \mathbb{N}$

Übung zu Vollständiger Induktion



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion Aufgabe

Formale Sprache

 $x_0 := 0$

Ubersetzung und Kodierung

Für alle $n \in \mathbb{N}_0 : x_{n+1} := x_n + 2n + 1$

Kodierung von

Zeige mithilfe vollständiger Induktion, dass für alle $n \in \mathbb{N}_0$

Repräsentation vo

 $x_n = n^2$

Zahlen

gilt.

Zweierkomplement-

Übung zu vollständiger Induktion



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vo Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

Übungsaufgaben

Zeige die Wahrheit folgender Aussagen mit vollständiger Induktion:

$$\sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2} \ \forall n \in \mathbb{N}.$$

$$\sum_{i=1}^{n} i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \, \forall n \in \mathbb{N}$$

Formale Sprache



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-

Formale Sprache



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung Was war nochmal A*? Menge aller Wörter beliebiger Länge über Alphabet A.

Formale Sprache



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion Was war nochmal A*? Menge aller Wörter beliebiger Länge über Alphabet A.

Was war nochmal eine formale Sprache?

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von Zahlen

Formale Sprache



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion Was war nochmal A*? Menge aller Wörter beliebiger Länge über Alphabet A.

Was war nochmal eine formale Sprache?

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation vo

Zweierkomplement-

Formale Sprache

Eine Formale Sprache L über einem Alphabet A ist eine Teilmenge $L \subseteq A^*$.

Formale Sprache



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion Was war nochmal A*? Menge aller Wörter beliebiger Länge über Alphabet A.

Was war nochmal eine formale Sprache?

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vo Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

Formale Sprache

Eine Formale Sprache L über einem Alphabet A ist eine Teilmenge $L\subseteq A^*$.

Formale Sprache



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion Was war nochmal A*? Menge aller Wörter beliebiger Länge über Alphabet A.

Was war nochmal eine formale Sprache?

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vo Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

Formale Sprache

Eine Formale Sprache L über einem Alphabet A ist eine Teilmenge $L \subseteq A^*$.

Als Beispiel von vorigen Folien:

• $A := \{b, n, a\}.$

Formale Sprache



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion Was war nochmal A*? Menge aller Wörter beliebiger Länge über Alphabet A.

Was war nochmal eine formale Sprache?

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation voi Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

Formale Sprache

Eine Formale Sprache L über einem Alphabet A ist eine Teilmenge $L\subseteq A^*$.

- $A := \{b, n, a\}.$
 - $L_1 := \{ban, baan, nba, aa\}$ ist eine mögliche formale Sprache über A.

Formale Sprache



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion Was war nochmal A*? Menge aller Wörter beliebiger Länge über Alphabet A.

Was war nochmal eine formale Sprache?

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation vor Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

Formale Sprache

Eine Formale Sprache L über einem Alphabet A ist eine Teilmenge $L \subseteq A^*$.

- $A := \{b, n, a\}.$
 - $L_1 := \{ban, baan, nba, aa\}$ ist eine mögliche formale Sprache über A.
 - $L_2 := \{banana, bananana, banananana, ...\}$

Formale Sprache



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion Was war nochmal A*? Menge aller Wörter beliebiger Länge über Alphabet A.

Was war nochmal eine formale Sprache?

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

Formale Sprache

Eine Formale Sprache L über einem Alphabet A ist eine Teilmenge $L \subseteq A^*$.

- $A := \{b, n, a\}.$
 - $L_1 := \{ban, baan, nba, aa\}$ ist eine mögliche formale Sprache über A.
 - $L_2 := \{banana, bananana, banananana, ...\}$ = $\{w : w = bana(na)^k, k \in \mathbb{N}\}$ auch.

Formale Sprache



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

- Was war nochmal A*? Menge aller Wörter beliebiger Länge über Alphabet A.
- Was war nochmal eine formale Sprache?

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

Formale Sprache

Eine Formale Sprache L über einem Alphabet A ist eine Teilmenge $L \subseteq A^*$.

- $A := \{b, n, a\}.$
 - $L_1 := \{ban, baan, nba, aa\}$ ist eine mögliche formale Sprache über A.
 - $L_2 := \{banana, bananana, banananana, ...\}$ = $\{w : w = bana(na)^k, k \in \mathbb{N}\}$ auch.
 - $L_3 := \{ban, baan, baaan, ...\}$ auch.

Formale Sprache



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

- Was war nochmal A*? Menge aller Wörter beliebiger Länge über Alphabet A.
- Was war nochmal eine formale Sprache?

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

Formale Sprache

Eine Formale Sprache L über einem Alphabet A ist eine Teilmenge $L \subseteq A^*$.

- $A := \{b, n, a\}.$
 - $L_1 := \{ban, baan, nba, aa\}$ ist eine mögliche formale Sprache über A.
 - $L_2 := \{banana, bananana, banananana, ...\}$ = $\{w : w = bana(na)^k, k \in \mathbb{N}\}$ auch.
 - $L_3 := \{ban, baan, baaan, ...\}$ auch. Andere Schreibweise?

Formale Sprache



Maximilian Staab uxhdf@student.kit.edu

Vollständige

- Was war nochmal A*? Menge aller Wörter beliebiger Länge über Alphabet A.
- Was war nochmal eine formale Sprache?

Formale Sprache

Kodierung

Kodierung von

Zweierkomplement-

Formale Sprache

Eine Formale Sprache L über einem Alphabet A ist eine Teilmenge $L \subseteq A^*$.

- $A := \{b, n, a\}.$
 - $L_1 := \{ban, baan, nba, aa\}$ ist eine mögliche formale Sprache über A.
 - $L_2 := \{banana, bananana, banananana, ...\}$
 - $= \{ w : w = bana(na)^k, k \in \mathbb{N} \}$ auch.
 - $L_3 := \{ban, baan, baaan, ...\}$ auch. Andere Schreibweise? $L_3 = \{ w : w = ba^k n, k \in \mathbb{N} \}$

Produkt von Sprachen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion Produkt von formalen Sprachen

Von zwei formalen Sprachen L_1, L_2 lässt sich das Produkt $L_1 \cdot L_2$ bilden mit

Formale Sprache

Übersetzung un Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von

Produkt von Sprachen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Produkt von formalen Sprachen

Vollständige Induktion Von zwei formalen Sprachen L_1 , L_2 lässt sich das Produkt $L_1 \cdot L_2$ bilden mit $L_1 \cdot L_2 = \{w_1 w_2 : w_1 \in L_1 \text{ und } w_2 \in L_2\}.$

Formale Sprache

Sei $A := \{a, b\}, B := \{\alpha, \beta, \gamma, \varepsilon, \delta\}.$

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Zahle

Repräsentation von

Zweierkomplement-

<ロ > < 回 > < 回 > < 亘 > < 亘 > ■ ■ 9 < @

Produkt von Sprachen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion Produkt von formalen Sprachen

Von zwei formalen Sprachen L_1 , L_2 lässt sich das Produkt $L_1 \cdot L_2$ bilden mit $L_1 \cdot L_2 = \{w_1 w_2 : w_1 \in L_1 \text{ und } w_2 \in L_2\}.$

Formale Sprache

Sei $A := \{a, b\}, B := \{\alpha, \beta, \gamma, \varepsilon, \delta\}.$

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation vo

Zweierkomplement-Darstellung Sprache L₁ ⊆ A*, die zuerst drei a's enthält und dann entweder zwei b's oder vier a's?

Produkt von Sprachen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion Produkt von formalen Sprachen

Von zwei formalen Sprachen L_1, L_2 lässt sich das Produkt $L_1 \cdot L_2$ bilden mit $L_1 \cdot L_2 = \{w_1 w_2 : w_1 \in L_1 \text{ und } w_2 \in L_2\}.$

Formale Sprache

Sei $A := \{a, b\}, B := \{\alpha, \beta, \gamma, \varepsilon, \delta\}.$

Übersetzung und Kodierung

Sprache L₁ ⊆ A*, die zuerst drei a's enthält und dann entweder zwei b's oder vier a's? L₁ = {aaa} · {bb, aaaa}.

Kodierung von

Repräsentation vo

Zweierkomplement-

Produkt von Sprachen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion Produkt von formalen Sprachen

Von zwei formalen Sprachen L_1, L_2 lässt sich das Produkt $L_1 \cdot L_2$ bilden mit $L_1 \cdot L_2 = \{w_1 w_2 : w_1 \in L_1 \text{ und } w_2 \in L_2\}.$

Formale Sprache

Sei $A := \{a, b\}, B := \{\alpha, \beta, \gamma, \epsilon, \delta\}.$

Ubersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

- Sprache $L_1 \subseteq A^*$, die zuerst drei a's enthält und dann entweder zwei b's oder vier a's? $L_1 = \{aaa\} \cdot \{bb, aaaa\}$.
- Sprache $L_2 \subseteq A^*$, die alle Wörter über A enthält außer ε ?

Produkt von Sprachen



Maximilian Staab uxhdf@student.kit.edu

Vollständige

Produkt von formalen Sprachen

Von zwei formalen Sprachen L_1, L_2 lässt sich das Produkt $L_1 \cdot L_2$ bilden mit $L_1 \cdot L_2 = \{ w_1 w_2 : w_1 \in L_1 \text{ und } w_2 \in L_2 \}.$

Sei $A := \{a, b\}, B := \{\alpha, \beta, \gamma, \varepsilon, \delta\}.$ Formale Sprache

> ■ Sprache $L_1 \subseteq A^*$, die zuerst drei a's enthält und dann entweder zwei b's oder vier a's? $L_1 = \{aaa\} \cdot \{bb, aaaa\}$.

■ Sprache $L_2 \subseteq A^*$, die alle Wörter über A enthält außer ε ? $L_2 = A \cdot A^*$

Kodierung

Kodierung von

Zweierkomplement-

Produkt von Sprachen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion Produkt von formalen Sprachen

Von zwei formalen Sprachen L_1, L_2 lässt sich das Produkt $L_1 \cdot L_2$ bilden mit $L_1 \cdot L_2 = \{w_1 w_2 : w_1 \in L_1 \text{ und } w_2 \in L_2\}.$

Formale Sprache

Sei $A := \{a, b\}, B := \{\alpha, \beta, \gamma, \varepsilon, \delta\}.$

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

- Sprache $L_1 \subseteq A^*$, die zuerst drei a's enthält und dann entweder zwei b's oder vier a's? $L_1 = \{aaa\} \cdot \{bb, aaaa\}$.
- Sprache L₂ ⊆ A*, die alle Wörter über A enthält außer ε? L₂ = A · A* = A*\{ε}.

Produkt von Sprachen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion Produkt von formalen Sprachen

Von zwei formalen Sprachen L_1, L_2 lässt sich das Produkt $L_1 \cdot L_2$ bilden mit $L_1 \cdot L_2 = \{w_1 w_2 : w_1 \in L_1 \text{ und } w_2 \in L_2\}.$

Formale Sprache

Sei $A := \{a, b\}, B := \{\alpha, \beta, \gamma, \varepsilon, \delta\}.$

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

- Sprache $L_1 \subseteq A^*$, die zuerst drei a's enthält und dann entweder zwei b's oder vier a's? $L_1 = \{aaa\} \cdot \{bb, aaaa\}$.
- Sprache $L_2 \subseteq A^*$, die alle Wörter über A enthält außer ε ? $L_2 = A \cdot A^* = A^* \setminus \{\varepsilon\}$.
- Sprache $L_3 \subseteq B^*$, die alle Wörter über B enthält, mit:

Produkt von Sprachen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion Produkt von formalen Sprachen

Von zwei formalen Sprachen L_1, L_2 lässt sich das Produkt $L_1 \cdot L_2$ bilden mit $L_1 \cdot L_2 = \{w_1 w_2 : w_1 \in L_1 \text{ und } w_2 \in L_2\}.$

Formale Sprache

Sei $A := \{a, b\}, B := \{\alpha, \beta, \gamma, \varepsilon, \delta\}.$

Ubersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

- Sprache $L_1 \subseteq A^*$, die zuerst drei a's enthält und dann entweder zwei b's oder vier a's? $L_1 = \{aaa\} \cdot \{bb, aaaa\}$.
- Sprache $L_2 \subseteq A^*$, die alle Wörter über A enthält außer ε ? $L_2 = A \cdot A^* = A^* \setminus \{\varepsilon\}$.
- Sprache $L_3 \subseteq B^*$, die alle Wörter über B enthält, mit:
 - Zwei beliebigen Zweichen aus B.

Produkt von Sprachen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion Produkt von formalen Sprachen

Von zwei formalen Sprachen L_1, L_2 lässt sich das Produkt $L_1 \cdot L_2$ bilden mit $L_1 \cdot L_2 = \{w_1 w_2 : w_1 \in L_1 \text{ und } w_2 \in L_2\}.$

Formale Sprache

Sei $A := \{a, b\}, B := \{\alpha, \beta, \gamma, \varepsilon, \delta\}.$

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vor Zahlen

- Sprache $L_1 \subseteq A^*$, die zuerst drei a's enthält und dann entweder zwei b's oder vier a's? $L_1 = \{aaa\} \cdot \{bb, aaaa\}$.
- Sprache $L_2 \subseteq A^*$, die alle Wörter über A enthält außer ε ? $L_2 = A \cdot A^* = A^* \setminus \{\varepsilon\}$.
- Sprache $L_3 \subseteq B^*$, die alle Wörter über B enthält, mit:
 - Zwei beliebigen Zweichen aus B.
 - Dann einem ε oder zwei δ 's.

Produkt von Sprachen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Produkt von formalen Sprachen

Von zwei formalen Sprachen L_1 , L_2 lässt sich das Produkt $L_1 \cdot L_2$ bilden mit $L_1 \cdot L_2 = \{w_1 w_2 : w_1 \in L_1 \text{ und } w_2 \in L_2\}.$

Formale Sprache

Sei $A := \{a, b\}, B := \{\alpha, \beta, \gamma, \varepsilon, \delta\}.$

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von Zahlen

- Sprache $L_1 \subseteq A^*$, die zuerst drei a's enthält und dann entweder zwei b's oder vier a's? $L_1 = \{aaa\} \cdot \{bb, aaaa\}$.
- Sprache $L_2 \subseteq A^*$, die alle Wörter über A enthält außer ε ? $L_2 = A \cdot A^* = A^* \setminus \{\varepsilon\}$.
- Sprache $L_3 \subseteq B^*$, die alle Wörter über B enthält, mit:
 - Zwei beliebigen Zweichen aus B.
 - **Dann** einem ε oder zwei δ 's.
 - Dann vier Zeichen aus A.

Produkt von Sprachen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Produkt von formalen Sprachen

Von zwei formalen Sprachen L_1 , L_2 lässt sich das Produkt $L_1 \cdot L_2$ bilden mit $L_1 \cdot L_2 = \{w_1 w_2 : w_1 \in L_1 \text{ und } w_2 \in L_2\}.$

Formale Sprache

Sei $A := \{a, b\}, B := \{\alpha, \beta, \gamma, \varepsilon, \delta\}.$

Ubersetzung und Kodierung

■ Sprache $L_1 \subseteq A^*$, die zuerst drei a's enthält und dann entweder zwei b's oder vier a's? $L_1 = \{aaa\} \cdot \{bb, aaaa\}$.

Kodierung von Zahlen

• Sprache $L_2 \subseteq A^*$, die alle Wörter über A enthält außer ε ? $L_2 = A \cdot A^* = A^* \setminus \{\varepsilon\}.$

Repräsentation vo Zahlen ■ Sprache $L_3 \subseteq B^*$, die alle Wörter über B enthält, mit:

Zweierkomplement-

- Zwei beliebigen Zweichen aus B.
- **Dann** einem ε oder zwei δ 's.
- Dann vier Zeichen aus A.
- $L_3 = B \cdot B \cdot \{\varepsilon, \delta\delta\} \cdot A \cdot A \cdot A \cdot A.$

Produkt von Sprachen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-

Übung zu Produkt von formalen Sprachen

Sei A ein beliebiges Alphabet und $M := \{L : L \text{ ist formale Sprache "uber } A\}$

Produkt von Sprachen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-

Übung zu Produkt von formalen Sprachen

Sei A ein beliebiges Alphabet und $M := \{L : L \text{ ist formale Sprache "uber } A\} = 2^A$.

Produkt von Sprachen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vor Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

Übung zu Produkt von formalen Sprachen

Sei A ein beliebiges Alphabet und $M := \{L : L \text{ ist formale Sprache über } A\} = 2^A$. Produkt von Sprachen lässt sich auch als Abbildung bzw. Verknüpfung $\cdot : M \times M \to M$ darstellen. Zeige:

Produkt von Sprachen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vor Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

Übung zu Produkt von formalen Sprachen

Sei A ein beliebiges Alphabet und $M := \{L : L \text{ ist formale Sprache über } A\} = 2^A$. Produkt von Sprachen lässt sich auch als Abbildung bzw. Verknüpfung $\cdot : M \times M \to M$ darstellen.

Zeige:

■ Die Verknüpfung · ist assoziativ.

Produkt von Sprachen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vor Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

Übung zu Produkt von formalen Sprachen

Sei A ein beliebiges Alphabet und $M := \{L : L \text{ ist formale Sprache über } A\} = 2^A$. Produkt von Sprachen lässt sich auch als Abbildung bzw. Verknüpfung $\cdot : M \times M \to M$ darstellen.

Zeige:

- Die Verknüpfung · ist assoziativ.
- Es gibt (mindestens) ein Element $e \in M$, sodass für alle $x \in M$ gilt: $x \cdot e = e \cdot x = x$. (Neutrales Element)

Produkt von Sprachen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

Übung zu Produkt von formalen Sprachen

Sei A ein beliebiges Alphabet und $M:=\{L:L \text{ ist formale Sprache über }A\}=2^A.$ Produkt von Sprachen lässt sich auch als Abbildung bzw. Verknüpfung $\cdot:M\times M\to M$ darstellen.

Zeige:

- Die Verknüpfung · ist assoziativ.
- Es gibt (mindestens) ein Element $e \in M$, sodass für alle $x \in M$ gilt: $x \cdot e = e \cdot x = x$. (Neutrales Element)
- Es gibt ein Element $o \in M$, sodass für alle $x \in M$ gilt: $x \cdot o = o = o \cdot x$. (Absorbierendes Element)

Produkt von Sprachen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von

Zweierkomplement-

Produkt von Sprachen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Seien $L_1, L_2, L_3 \in M$.

Vollständige Induktion ■ Die Verknüpfung · ist assoziativ:

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von Zahlen

Produkt von Sprachen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Seien $L_1, L_2, L_3 \in M$.

Vollständige Induktion

- Die Verknüpfung · ist assoziativ:
 - $\bullet (L_1 \cdot L_2) \cdot L_3$

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von

Produkt von Sprachen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Seien $L_1, L_2, L_3 \in M$.

Vollständige Induktion

- Die Verknüpfung · ist assoziativ:
 - $(L_1 \cdot L_2) \cdot L_3 = (\{w_1 \cdot w_2 : w_1 \in L_1, w_2 \in L_2\}) \cdot L_3$

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von Zahlen

Produkt von Sprachen



Maximilian Staah uxhdf@student.kit.edu

Seien $L_1, L_2, L_3 \in M$.

Vollständige Induktion

Die Verknüpfung · ist assoziativ:

Formale Sprache

Kodierung

Kodierung von

Zweierkomplement-

 $(L_1 \cdot L_2) \cdot L_3 = (\{w_1 \cdot w_2 : w_1 \in L_1, w_2 \in L_2\}) \cdot L_3 = \{w_1 w_2 w_3 : w_1 \in L_2\}$ $L_1, w_2 \in L_2, w_3 \in L_3$

Produkt von Sprachen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Seien $L_1, L_2, L_3 \in M$.

Vollständige Induktion ■ Die Verknüpfung · ist assoziativ:

Formale Sprache

■ $(L_1 \cdot L_2) \cdot L_3 = (\{w_1 \cdot w_2 : w_1 \in L_1, w_2 \in L_2\}) \cdot L_3 = \{w_1 w_2 w_3 : w_1 \in L_1, w_2 \in L_2, w_3 \in L_3\} = L_1 \cdot (\{w_2 w_3 : w_2 \in L_2, w_3 \in L_3\})$

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation vor Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

Produkt von Sprachen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Seien $L_1, L_2, L_3 \in M$.

Vollständige Induktion ■ Die Verknüpfung · ist assoziativ:

Formale Sprache

 $\begin{array}{l} \bullet \ (L_1 \cdot L_2) \cdot L_3 = (\{w_1 \cdot w_2 : w_1 \in L_1, w_2 \in L_2\}) \cdot L_3 = \{w_1 w_2 w_3 : w_1 \in \\ L_1, w_2 \in L_2, w_3 \in L_3\} = L_1 \cdot (\{w_2 w_3 : w_2 \in L_2, w_3 \in L_3\}) = L_1 \cdot (L_2 \cdot L_3). \end{array}$

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

Produkt von Sprachen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Seien $L_1, L_2, L_3 \in M$.

Vollständige Induktion Die Verknüpfung · ist assoziativ:

Formale Sprache

 $\bullet (L_1 \cdot L_2) \cdot L_3 = (\{w_1 \cdot w_2 : w_1 \in L_1, w_2 \in L_2\}) \cdot L_3 = \{w_1 w_2 w_3 : w_1 \in L_1, w_2 \in L_2\}$

Übersetzung und Kodierung

 $L_1, w_2 \in L_2, w_3 \in L_3$ = $L_1 \cdot (\{w_2w_3 : w_2 \in L_2, w_3 \in L_3\}) = L_1 \cdot (L_2 \cdot L_3)$. • Es gibt (mindestens) ein Element $e \in M$, sodass für alle $x \in M$ gilt:

Kodierung von Zahlen $x \cdot e = e \cdot x = x$. (neutrales Element)

Repräsentation vor Zahlen

Produkt von Sprachen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Seien $L_1, L_2, L_3 \in M$.

Vollständige Induktion Die Verknüpfung · ist assoziativ:

Formale Sprache

 $\begin{array}{l} \bullet \ (L_1 \cdot L_2) \cdot L_3 = (\{w_1 \cdot w_2 : w_1 \in L_1, w_2 \in L_2\}) \cdot L_3 = \{w_1 w_2 w_3 : w_1 \in L_1, w_2 \in L_2, w_3 \in L_3\} = L_1 \cdot (\{w_2 w_3 : w_2 \in L_2, w_3 \in L_3\}) = L_1 \cdot (L_2 \cdot L_3). \end{array}$

Übersetzung und Kodierung

■ Es gibt (mindestens) ein Element $e \in M$, sodass für alle $x \in M$ gilt:

Kodierung von

 $x \cdot e = e \cdot x = x$. (neutrales Element)

Repräsentation vol

• $e := \{\varepsilon\}.$

Produkt von Sprachen



Maximilian Staab uxhdf@student.kit.edu

Seien $L_1, L_2, L_3 \in M$.

Vollständige

Die Verknüpfung · ist assoziativ:

Formale Sprache

Kodierung

 $(L_1 \cdot L_2) \cdot L_3 = (\{w_1 \cdot w_2 : w_1 \in L_1, w_2 \in L_2\}) \cdot L_3 = \{w_1 w_2 w_3 : w_1 \in L_2\}$ $L_1, w_2 \in L_2, w_3 \in L_3$ = $L_1 \cdot (\{w_2 w_3 : w_2 \in L_2, w_3 \in L_3\}) = L_1 \cdot (L_2 \cdot L_3)$.

Kodierung von

■ Es gibt (mindestens) ein Element $e \in M$, sodass für alle $x \in M$ gilt:

 $x \cdot e = e \cdot x = x$. (neutrales Element)

 $e := \{\varepsilon\}.$ $L_1 \cdot \{\varepsilon\}$

Produkt von Sprachen



Maximilian Staab uxhdf@student.kit.edu

Seien $L_1, L_2, L_3 \in M$.

Vollständige

Die Verknüpfung · ist assoziativ:

Formale Sprache

Kodierung

 $(L_1 \cdot L_2) \cdot L_3 = (\{w_1 \cdot w_2 : w_1 \in L_1, w_2 \in L_2\}) \cdot L_3 = \{w_1 w_2 w_3 : w_1 \in L_2\}$ $L_1, w_2 \in L_2, w_3 \in L_3$ = $L_1 \cdot (\{w_2 w_3 : w_2 \in L_2, w_3 \in L_3\}) = L_1 \cdot (L_2 \cdot L_3)$.

Kodierung von

■ Es gibt (mindestens) ein Element $e \in M$, sodass für alle $x \in M$ gilt:

 $x \cdot e = e \cdot x = x$. (neutrales Element) $e := \{\varepsilon\}.$

 $L_1 \cdot \{\varepsilon\} = L_1$

Produkt von Sprachen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Seien $L_1, L_2, L_3 \in M$.

Vollständige Induktion Die Verknüpfung · ist assoziativ:

 $\begin{array}{l} \bullet \ (L_1 \cdot L_2) \cdot L_3 = (\{w_1 \cdot w_2 : w_1 \in L_1, w_2 \in L_2\}) \cdot L_3 = \{w_1 w_2 w_3 : w_1 \in \\ L_1, w_2 \in L_2, w_3 \in L_3\} = L_1 \cdot (\{w_2 w_3 : w_2 \in L_2, w_3 \in L_3\}) = L_1 \cdot (L_2 \cdot L_3). \end{array}$

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung ■ Es gibt (mindestens) ein Element $e \in M$, sodass für alle $x \in M$ gilt:

$$x \cdot e = e \cdot x = x$$
. (neutrales Element)

•
$$e := \{\varepsilon\}.$$

$$L_1 \cdot \{\epsilon\} = L_1 = \{\epsilon\} \cdot L_1$$

Produkt von Sprachen



Maximilian Staab uxhdf@student.kit.edu

Seien $L_1, L_2, L_3 \in M$.

Vollständige

Die Verknüpfung · ist assoziativ:

Formale Sprache

Kodierung

 $(L_1 \cdot L_2) \cdot L_3 = (\{w_1 \cdot w_2 : w_1 \in L_1, w_2 \in L_2\}) \cdot L_3 = \{w_1 w_2 w_3 : w_1 \in L_2\}$ $L_1, w_2 \in L_2, w_3 \in L_3$ = $L_1 \cdot (\{w_2 w_3 : w_2 \in L_2, w_3 \in L_3\}) = L_1 \cdot (L_2 \cdot L_3)$.

Kodierung von

■ Es gibt (mindestens) ein Element $e \in M$, sodass für alle $x \in M$ gilt:

 $x \cdot e = e \cdot x = x$. (neutrales Element)

 $e := \{\varepsilon\}.$ $L_1 \cdot \{\varepsilon\} = L_1 = \{\varepsilon\} \cdot L_1$

■ Es gibt ein Element $o \in M$, sodass für alle $x \in M$ gilt:

 $x \cdot o = o = o \cdot x$. (Absorbierendes Element)

Produkt von Sprachen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Seien $L_1, L_2, L_3 \in M$.

Vollständige Induktion Die Verknüpfung · ist assoziativ:

nduktion $(L_1 \cdot L_2) \cdot L_3 = (\{w_1 \cdot w_2 : w_1 \in L_1, w_2 \in L_2\}) \cdot L_3 = \{w_1 w_2 w_3 : w_1 \in L_1, w_2 \in L_2, w_3 \in L_3\} = L_1 \cdot (\{w_2 w_3 : w_2 \in L_2, w_3 \in L_3\}) = L_1 \cdot (L_2 \cdot L_3).$

■ Es gibt (mindestens) ein Element $e \in M$, sodass für alle $x \in M$ gilt:

Es glot (mindestens) ein Element $e \in M$, sodass für alle $x \in x \cdot e = e \cdot x = x$. (neutrales Element)

• $e := \{\varepsilon\}.$

 $L_1 \cdot \{\epsilon\} = L_1 = \{\epsilon\} \cdot L_1$

Kodierung

Formale Sprache

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung ■ Es gibt ein Element $o \in M$, sodass für alle $x \in M$ gilt:

 $x \cdot o = o = o \cdot x$. (Absorbierendes Element)

 $o := \emptyset$

Produkt von Sprachen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Seien $L_1, L_2, L_3 \in M$.

Vollständige Induktion Die Verknüpfung · ist assoziativ:

$$\begin{array}{l} \bullet \ (L_1 \cdot L_2) \cdot L_3 = (\{w_1 \cdot w_2 : w_1 \in L_1, w_2 \in L_2\}) \cdot L_3 = \{w_1 w_2 w_3 : w_1 \in \\ L_1, w_2 \in L_2, w_3 \in L_3\} = L_1 \cdot (\{w_2 w_3 : w_2 \in L_2, w_3 \in L_3\}) = L_1 \cdot (L_2 \cdot L_3). \end{array}$$

Formale Sprache

■ Es gibt (mindestens) ein Element $e \in M$, sodass für alle $x \in M$ gilt:

Übersetzung und Kodierung

 $x \cdot e = e \cdot x = x$. (neutrales Element) • $e := \{\varepsilon\}$.

Kodierung von

 $L_1 \cdot \{\epsilon\} = L_1 = \{\epsilon\} \cdot L_1$

Repräsentation vo Zahlen ■ Es gibt ein Element $o \in M$, sodass für alle $x \in M$ gilt:

 $x \cdot o = o = o \cdot x$. (Absorbierendes Element)

o := ∅

 $L_1 \cdot \emptyset = \emptyset = \emptyset \cdot L_1$

Zweierkomplement-

 (M, \cdot) ist damit trotzdem keine Gruppe

Produkt von Sprachen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Formale Sprache

Übersetzung und

Seien $L_1, L_2, L_3 \in M$.

Vollständige Induktion Die Verknüpfung · ist assoziativ:

nduktion $\qquad \qquad \bullet \quad (L_1 \cdot L_2) \cdot L_3 = (\{w_1 \cdot w_2 : w_3 \cdot L_3 = (w_1 \cdot w_2 : w_2 : w_2 \cdot L_3 = (w_1 \cdot w_2 : w_3 :$

 $\begin{array}{l} \bullet \ (L_1 \cdot L_2) \cdot L_3 = (\{w_1 \cdot w_2 : w_1 \in L_1, w_2 \in L_2\}) \cdot L_3 = \{w_1 w_2 w_3 : w_1 \in \\ L_1, w_2 \in L_2, w_3 \in L_3\} = L_1 \cdot (\{w_2 w_3 : w_2 \in L_2, w_3 \in L_3\}) = L_1 \cdot (L_2 \cdot L_3). \end{array}$

■ Es gibt (mindestens) ein Element $e \in M$, sodass für alle $x \in M$ gilt:

$$x \cdot e = e \cdot x = x$$
. (neutrales Element)

•
$$e := \{\epsilon\}.$$

$$L_1 \cdot \{\epsilon\} = L_1 = \{\epsilon\} \cdot L_1$$

Kodierung von

Kodierung

■ Es gibt ein Element $o \in M$, sodass für alle $x \in M$ gilt:

 $x \cdot o = o = o \cdot x$. (Absorbierendes Element)

$$o := \emptyset$$

$$L_1 \cdot \emptyset = \emptyset = \emptyset \cdot L_1$$

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-

 (M,\cdot) ist damit trotzdem keine Gruppe, denn es existieren keine Invers-Element.

Potenz von Sprachen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Potenz von Sprachen

Potenz von formellen Sprachen ist wie folgt definiert:

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von

Zweierkomplement-

Darstellun

Potenz von Sprachen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Potenz von Sprachen

Vollständige Induktion Potenz von formellen Sprachen ist wie folgt definiert:

$$^{\bullet} L^{0} := \{ \varepsilon \}$$

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Zahlen

Repräsentation von

Potenz von Sprachen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige

Induktion

Potenz von Sprachen

Potenz von formellen Sprachen ist wie folgt definiert:

$$L^0 := \{ \epsilon \}$$

 $L^{i+1} := L^i \cdot L \text{ für } i \in \mathbb{N}_0.$

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von

Potenz von Sprachen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Potenz von Sprachen

Vollständige Induktion Potenz von formellen Sprachen ist wie folgt definiert:

$$^{\bullet} L^{0} := \{ \epsilon \}$$

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung • $L_1 := \{a\}.$

Potenz von Sprachen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Potenz von Sprachen

Vollständige Induktion Potenz von formellen Sprachen ist wie folgt definiert:

$$L^0 := \{ \epsilon \}$$

Übersetzung und Kodierung

Formale Sprache

Kodierung von

Zahlen

Repräsentation von Zahlen

•
$$L_1 := \{a\}.$$

• $L_1^0 = \{\epsilon\}.$

Potenz von Sprachen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Potenz von Sprachen

Vollständige Induktion Potenz von formellen Sprachen ist wie folgt definiert:

- $^{\bullet} L^{0} := \{ \epsilon \}$
- $L^{i+1} := L^i \cdot L \text{ für } i \in \mathbb{N}_0.$

Übersetzung und Kodierung

Formale Sprache

Kodierung von

Zahlen

Repräsentation von Zahlen

•
$$L_1 := \{a\}.$$

Potenz von Sprachen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Potenz von Sprachen

Vollständige Induktion Potenz von formellen Sprachen ist wie folgt definiert:

- $L^0 := \{ \varepsilon \}$
- $L^{i+1} := L^i \cdot L \text{ für } i \in \mathbb{N}_0.$

Übersetzung und Kodierung

Formale Sprache

odierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

•
$$L_1 := \{a\}.$$

•
$$L_1^0 = {\varepsilon}. L_1^1 = {\varepsilon} \cdot L_1 = L_1.$$

$$L_1^2 = (\{\varepsilon\} \cdot L_1) \cdot L_1$$

Potenz von Sprachen



Maximilian Staah uxhdf@student.kit.edu

Potenz von Sprachen

Vollständige Induktion

Potenz von formellen Sprachen ist wie folgt definiert:

- $L^0 := \{\varepsilon\}$
- $L^{i+1} := L^i \cdot L \text{ für } i \in \mathbb{N}_0.$

Kodierung

Formale Sprache

Kodierung von

Repräsentation von

Zweierkomplement-

• $L_1 := \{a\}.$

$$L_1^0 = \{\varepsilon\}. L_1^1 = \{\varepsilon\} \cdot L_1 = L_1.$$

$$L_2^2 = \{\{\varepsilon\}. L_1\}. L_2 = \{aa\}.$$

•
$$L_1^2 = (\{\epsilon\} \cdot L_1) \cdot L_1 = \{aa\}.$$

Potenz von Sprachen



Maximilian Staah uxhdf@student.kit.edu

Potenz von Sprachen

Vollständige

Potenz von formellen Sprachen ist wie folgt definiert:

- $L^0 := \{\varepsilon\}$
- $L^{i+1} := L^i \cdot L \text{ für } i \in \mathbb{N}_0.$

Kodierung

Formale Sprache

• $L_1 := \{a\}.$

Kodierung von

Zweierkomplement-

• $L_1^0 = \{\varepsilon\}$. $L_1^1 = \{\varepsilon\} \cdot L_1 = L_1$.

•
$$L_1^2 = (\{\varepsilon\} \cdot L_1) \cdot L_1 = \{aa\}.$$

•
$$L_2 := \{ab\}^3 \{c\}^4$$

Potenz von Sprachen



Maximilian Staah uxhdf@student.kit.edu

Potenz von Sprachen

Vollständige

Potenz von formellen Sprachen ist wie folgt definiert:

- $L^0 := \{\varepsilon\}$
- $L^{i+1} := L^i \cdot L \text{ für } i \in \mathbb{N}_0.$

Kodierung

Formale Sprache

• $L_1 := \{a\}.$

Kodierung von

•
$$L_1^0 = {\varepsilon}. L_1^1 = {\varepsilon} \cdot L_1 = L_1.$$

•
$$L_1^2 = (\{\varepsilon\} \cdot L_1) \cdot L_1 = \{aa\}.$$

•
$$L_2 := \{ab\}^3 \{c\}^4$$

•
$$L_2^0 = {\varepsilon}, L_2^1 = ...$$

Potenz von Sprachen



Maximilian Staah uxhdf@student.kit.edu

Potenz von Sprachen

Vollständige

Potenz von formellen Sprachen ist wie folgt definiert:

$$^{\bullet} L^{0} := \{ \epsilon \}$$

Formale Sprache

• $L_1 := \{a\}.$ Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von

•
$$L_1^0 = {\varepsilon}. L_1^1 = {\varepsilon} \cdot L_1 = L_1.$$

•
$$L_1^2 = (\{\varepsilon\} \cdot L_1) \cdot L_1 = \{aa\}.$$

•
$$L_2 := \{ab\}^3 \{c\}^4$$

•
$$L_2^0 = {\varepsilon}, L_2^1 = ...$$

$$L_2^2$$

Potenz von Sprachen



Maximilian Staah uxhdf@student.kit.edu

Potenz von Sprachen

Vollständige

Potenz von formellen Sprachen ist wie folgt definiert:

- $L^0 := \{\varepsilon\}$
- $L^{i+1} := L^i \cdot L \text{ für } i \in \mathbb{N}_0.$

Kodierung

Formale Sprache

• $L_1 := \{a\}.$

Kodierung von

Repräsentation von

•
$$L_1^0 = {\varepsilon}. L_1^1 = {\varepsilon} \cdot L_1 = L_1.$$

•
$$L_1^2 = (\{\varepsilon\} \cdot L_1) \cdot L_1 = \{aa\}.$$

•
$$L_2 := \{ab\}^3 \{c\}^4$$

•
$$L_2^0 = {\varepsilon}, L_2^1 = ...$$

$$L_2^2 = (\{ab\}^3 \{c\}^4)^2$$

Potenz von Sprachen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Potenz von Sprachen

Vollständige Induktion Potenz von formellen Sprachen ist wie folgt definiert:

- $^{\bullet} L^{0} := \{ \epsilon \}$

Übersetzung un Kodierung

Formale Sprache

Kodierung von

Zahlen

Repräsentation von

Zweierkomplement-Darstellung

•
$$L_1 := \{a\}.$$

• $L_1^0 = \{\epsilon\}. L_1^1 = \{\epsilon\} \cdot L_1 = L_1.$

•
$$L_1^2 = (\{\varepsilon\} \cdot L_1) \cdot L_1 = \{aa\}.$$

•
$$L_2 := \{ab\}^3 \{c\}^4$$

•
$$L_2^0 = {\varepsilon}, L_2^1 = ...$$

$$L_2^{\bar{2}} = (\{ab\}^{\bar{3}}\{c\}^4)^2 = (\{ab\}^3\{cccc\})^2$$

Potenz von Sprachen



Maximilian Staab uxhdf@student.kit.edu

Potenz von Sprachen

Vollständige

Potenz von formellen Sprachen ist wie folgt definiert:

- $L^0 := \{\varepsilon\}$
- $L^{i+1} := L^i \cdot L \text{ für } i \in \mathbb{N}_0.$

Übersetzung und Kodierung

Formale Sprache

• $L_1 := \{a\}.$

Kodierung von

Repräsentation von

•
$$L_1^0 = {\varepsilon}. L_1^1 = {\varepsilon} \cdot L_1 = L_1.$$

•
$$L_1^2 = (\{\varepsilon\} \cdot L_1) \cdot L_1 = \{aa\}.$$

•
$$L_2 := \{ab\}^3 \{c\}^4$$

•
$$L_2^0 = {\varepsilon}, L_2^1 = ...$$

•
$$L_2^{\overline{2}} = (\{ab\}^{\overline{3}}\{c\}^4)^2 = (\{ab\}^3\{cccc\})^2 = \{abababcccc\}^2$$

Potenz von Sprachen



Maximilian Staab uxhdf@student.kit.edu

Potenz von Sprachen

Vollständige

Potenz von formellen Sprachen ist wie folgt definiert:

- $L^0 := \{\varepsilon\}$
- $L^{i+1} := L^i \cdot L \text{ für } i \in \mathbb{N}_0.$

Übersetzung und Kodierung

Formale Sprache

• $L_1 := \{a\}.$

Kodierung von

Zweierkomplement-

• $L_1^0 = \{\varepsilon\}$. $L_1^1 = \{\varepsilon\} \cdot L_1 = L_1$.

•
$$L_1^2 = (\{\varepsilon\} \cdot L_1) \cdot L_1 = \{aa\}.$$

•
$$L_2 := \{ab\}^3 \{c\}^4$$

•
$$L_2^0 = {\varepsilon}, L_2^1 = ...$$

•
$$L_2^2 = (\{ab\}^3 \{c\}^4)^2 = (\{ab\}^3 \{cccc\})^2 = \{abababccccabababcccc\}.$$

Potenz von Sprachen



Maximilian Staab uxhdf@student.kit.edu

Potenz von Sprachen

Vollständige

Potenz von formellen Sprachen ist wie folgt definiert:

- $L^0 := \{\varepsilon\}$
- $L^{i+1} := L^i \cdot L \text{ für } i \in \mathbb{N}_0.$

Übersetzung und Kodierung

Formale Sprache

Kodierung von

•
$$L_1 := \{a\}.$$

•
$$L_1^0 = {\varepsilon}. L_1^1 = {\varepsilon} \cdot L_1 = L_1.$$

•
$$L_1^2 = (\{\varepsilon\} \cdot L_1) \cdot L_1 = \{aa\}.$$

•
$$L_2 := \{ab\}^3 \{c\}^4$$

•
$$L_2^0 = {\varepsilon}, L_2^1 = ...$$

•
$$L_2^2 = (\{ab\}^3 \{c\}^4)^2 = (\{ab\}^3 \{cccc\})^2 = \{abababccccabababcccc\}.$$

•
$$L_3 := (\{a\} \cup \{b\})^2$$

Potenz von Sprachen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Potenz von Sprachen

Vollständige Induktion Potenz von formellen Sprachen ist wie folgt definiert:

- $^{\bullet} L^{0} := \{ \epsilon \}$

Übersetzung und Kodierung

Formale Sprache

odierung

Kodierung von

Zahlen

Repräsentation vor Zahlen

Zweierkomplement-

• $L_1 := \{a\}.$

•
$$L_{\underline{1}}^{0} = \{\varepsilon\}. \ L_{\underline{1}}^{1} = \{\varepsilon\} \cdot L_{\underline{1}} = L_{\underline{1}}.$$

•
$$L_1^2 = (\{\varepsilon\} \cdot L_1) \cdot L_1 = \{aa\}.$$

•
$$L_2 := \{ab\}^3 \{c\}^4$$

•
$$L_2^0 = {\varepsilon}, L_2^1 = ...$$

•
$$L_2^2 = (\{ab\}^3 \{c\}^4)^2 = (\{ab\}^3 \{cccc\})^2 = \{abababccccabababcccc\}.$$

•
$$L_3 := (\{a\} \cup \{b\})^2 = \{aa, ab, ba, bb\}$$

Konkatenationsabschluss bei formalen Sprachen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Zahler

Repräsentation von

Zahlen

Zweierkomplement-

Darstellund

Konkatenationsabschluss bei formalen Sprachen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige

Induktion

Konkatenationsabschluss

Zu einer formalen Sprache L ist der Konkatenationsabschluss L^* definiert als

Formale Sprache

Übersetzung un Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von

Zweierkomplement-

Darstellung

Konkatenationsabschluss bei formalen Sprachen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Konkatenationsabschluss

Vollständige Induktion

Zu einer formalen Sprache L ist der Konkatenationsabschluss L^* definiert als $L^* := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_0} L^i$.

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von

Konkatenationsabschluss bei formalen Sprachen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Konkatenationsabschluss

Vollständige Induktion Zu einer formalen Sprache L ist der Konkatenationsabschluss L^* definiert als $L^* := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_0} L^i$.

Formale Sprache

ε -freie Konkatenationsabschluss

Übersetzung und Kodierung

Zu einer formalen Sprache L ist der ε -freie Konkatenationsabschluss L^+ definiert als

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vo Zahlen

Konkatenationsabschluss bei formalen Sprachen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Konkatenationsabschluss

Vollständige Induktion Zu einer formalen Sprache L ist der Konkatenationsabschluss L^* definiert als $L^* := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_0} L^i$.

Formale Sprache

ε -freie Konkatenationsabschluss

Übersetzung und Kodierung

Zu einer formalen Sprache L ist der ε -freie Konkatenationsabschluss L^+ definiert als $L^+:=\bigcup_{i\in\mathbb{N}_+}L^i$.

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vol Zahlen

Konkatenationsabschluss bei formalen Sprachen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Konkatenationsabschluss

Vollständige Induktion

Zu einer formalen Sprache L ist der Konkatenationsabschluss L^* definiert als $L^* := \bigcup_{i \in \mathbb{N}^1} L^i$.

Formale Sprache

ε -freie Konkatenationsabschluss

Übersetzung und Kodierung

Zu einer formalen Sprache L ist der ε -freie Konkatenationsabschluss L^+ definiert als $L^+:=\bigcup_{i\in\mathbb{N}_+}L^i$.

Kodierung von Zahlen

■ Warum gilt $\varepsilon \notin L^+$ bei formalen Sprache $L \subseteq A^* \setminus \{\varepsilon\}$?

Repräsentation vo Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

Konkatenationsabschluss bei formalen Sprachen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Konkatenationsabschluss

Vollständige Induktion Zu einer formalen Sprache L ist der Konkatenationsabschluss L^* definiert als $L^* := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_0} L^i$.

Formale Sprache

ε -freie Konkatenationsabschluss

Übersetzung und Kodierung

Zu einer formalen Sprache L ist der ε -freie Konkatenationsabschluss L^+ definiert als $L^+:=\bigcup_{i\in\mathbb{N}_+}L^i$.

Kodierung von Zahlen

• Warum gilt $\varepsilon \notin L^+$ bei formalen Sprache $L \subseteq A^* \setminus \{\varepsilon\}$?

Reprasentation vo Zahlen

• $L := \{a, b, c\}.L^*$

Zweierkomplement-Darstellung

Konkatenationsabschluss bei formalen Sprachen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Konkatenationsabschluss

Vollständige Induktion

Zu einer formalen Sprache L ist der Konkatenationsabschluss L^* definiert als $L^* := \bigcup_{i \in \mathbb{N}} L^i$.

Formale Sprache

ε -freie Konkatenationsabschluss

Übersetzung und Kodierung

Zu einer formalen Sprache L ist der ε -freie Konkatenationsabschluss L^+ definiert als $L^+:=\bigcup_{i\in\mathbb{N}_+}L^i$.

Kodierung von Zahlen

• Warum gilt $\varepsilon \notin L^+$ bei formalen Sprache $L \subseteq A^* \setminus \{\varepsilon\}$?

Reprasentation vo Zahlen

• $L := \{a, b, c\}.L^* = \{\varepsilon, a, aa, ab, ac, aaa, aab, \dots, b, ba, bb, \dots\}$

Konkatenationsabschluss bei formalen Sprachen



Maximilian Staah uxhdf@student.kit.edu

Konkatenationsabschluss

Vollständige

Zu einer formalen Sprache L ist der Konkatenationsabschluss L^* definiert als $L^* := \bigcup L^i$. i∈Nn

Formale Sprache

ε -freie Konkatenationsabschluss

Kodierung

Zu einer formalen Sprache L ist der ε -freie Konkatenationsabschluss L^+ definiert als $L^+ := \{ \} L^i$. $i \in \mathbb{N}_+$

Kodierung von

■ Warum gilt $\varepsilon \notin L^+$ bei formalen Sprache $L \subseteq A^* \setminus \{\varepsilon\}$?

• $L := \{a, b, c\}.L^* = \{\varepsilon, a, aa, ab, ac, aaa, aab, ..., b, ba, bb, ...\}$

Zweierkomplement-

• $L := \{aa, bc\}.L^*$

Konkatenationsabschluss bei formalen Sprachen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Konkatenationsabschluss

Vollständige Induktion Zu einer formalen Sprache L ist der Konkatenationsabschluss L^* definiert als $L^* := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_0} L^i$.

Formale Sprache

ε -freie Konkatenationsabschluss

Ubersetzung und Kodierung

Zu einer formalen Sprache L ist der ε -freie Konkatenationsabschluss L^+ definiert als $L^+:=\bigcup_{i\in\mathbb{N}_+}L^i$.

Kodierung von Zahlen

• Warum gilt $\varepsilon \notin L^+$ bei formalen Sprache $L \subseteq A^* \setminus \{\varepsilon\}$?

Reprasentation vo Zahlen

• $L := \{a, b, c\}.L^* = \{\varepsilon, a, aa, ab, ac, aaa, aab, \dots, b, ba, bb, \dots\}$

Zweierkomplement-Darstellung

• $L := \{aa, bc\}.L^* = \{\varepsilon, aa, bc, aa \cdot aa, aa \cdot bc, bc \cdot aa, bc \cdot bc, aa \cdot aa \cdot aa, \ldots\}$

Übung zu Konkatenationsabschluss



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Sei $A := \{a, b\}, B := \{A, B, C, D, E, F\}.$

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von

Übung zu Konkatenationsabschluss



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Sei $A := \{a, b\}, B := \{A, B, C, D, E, F\}.$

Formale Sprache

■ Sprache $L_1 \subseteq A^*$, die das Teilwort *ab* nicht enthält?

Übersetzung un Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von Zahlen

Übung zu Konkatenationsabschluss



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Sei $A := \{a, b\}, B := \{A, B, C, D, E, F\}.$

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-

■ Sprache $L_1 \subseteq A^*$, die das Teilwort *ab* nicht enthält? $L_1 = \{b\}^* \{a\}^*$.

Übung zu Konkatenationsabschluss



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Sei $A := \{a, b\}, B := \{A, B, C, D, E, F\}.$

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von

- Sprache $L_1 \subseteq A^*$, die das Teilwort *ab* nicht enthält? $L_1 = \{b\}^*\{a\}^*$.
- Sprache $L_2 \subseteq B^*$, die alle erlaubten Java Variablennamen enthält.

Übung zu Konkatenationsabschluss



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Sei $A := \{a, b\}, B := \{A, B, C, D, E, F\}.$

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vo Zahlen

- Sprache $L_1 \subseteq A^*$, die das Teilwort *ab* nicht enthält? $L_1 = \{b\}^*\{a\}^*$.
 - Sprache $L_2 \subseteq B^*$, die alle erlaubten Java Variablennamen enthält.
 - $B := \{_, a, b, ..., z, A, B, ..., Z\}$

Übung zu Konkatenationsabschluss



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation vo

Zweierkomplement-Darstellung Sei $A := \{a, b\}, B := \{A, B, C, D, E, F\}.$

- Sprache $L_1 \subseteq A^*$, die das Teilwort *ab* nicht enthält? $L_1 = \{b\}^*\{a\}^*$.
- Sprache $L_2 \subseteq B^*$, die alle erlaubten Java Variablennamen enthält.
 - $B := \{_, a, b, ..., z, A, B, ..., Z\}$
 - $C := B \cup \mathbb{Z}_9$

Übung zu Konkatenationsabschluss



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Sei $A := \{a, b\}, B := \{A, B, C, D, E, F\}.$

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation vo Zahlen

- Sprache $L_1 \subseteq A^*$, die das Teilwort *ab* nicht enthält? $L_1 = \{b\}^*\{a\}^*$.
- Sprache $L_2 \subseteq B^*$, die alle erlaubten Java Variablennamen enthält.
 - $B := \{_, a, b, ..., z, A, B, ..., Z\}$
 - lacksquare $C := B \cup \mathbb{Z}_9$
 - $L_2 \subset C$

Übung zu Konkatenationsabschluss



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung Sei $A := \{a, b\}, B := \{A, B, C, D, E, F\}.$

- Sprache $L_1 \subseteq A^*$, die das Teilwort *ab* nicht enthält? $L_1 = \{b\}^*\{a\}^*$.
- Sprache $L_2 \subseteq B^*$, die alle erlaubten Java Variablennamen enthält.
 - $B := \{_, a, b, ..., z, A, B, ..., Z\}$
 - $C := B \cup \mathbb{Z}_9$
 - $L_2 \subseteq C = (B \cdot C^*) \setminus \{if, class, while, ...\}$

Übung zu Konkatenationsabschluss



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Zahler

Repräsentation von

Zweierkomplement-

Übung zu Konkatenationsabschluss



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Sei $L := \{a\}^* \{b\}^*$.

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von

Übung zu Konkatenationsabschluss



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Sei $L := \{a\}^* \{b\}^*$.

Was ist alles in L drin?

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Zahlen

Repräsentation von Zahlen

Übung zu Konkatenationsabschluss



Maximilian Staab. uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Sei $L := \{a\}^* \{b\}^*$.

Was ist alles in L drin?

aaabbabbaaabba?

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von

Zweierkomplement-

Übung zu Konkatenationsabschluss



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Sei $L := \{a\}^* \{b\}^*$.

Formale Sprache

Was ist alles in L drin?

aaabbabbaaabba? Nein.

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Zahlen

Repräsentation von

Übung zu Konkatenationsabschluss



Maximilian Staah uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Sei $L := \{a\}^* \{b\}^*$.

Was ist alles in L drin? Formale Sprache

aaabbabbaaabba? Nein.

aaabb, abb, aaabba, a?

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von

Zweierkomplement-

Übung zu Konkatenationsabschluss



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Sei $L := \{a\}^* \{b\}^*$.

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von

- Was ist alles in L drin?
 - aaabbabbaaabba? Nein.
 - aaabb, abb, aaabba, a? Ja, ja, nein, ja.

Übung zu Konkatenationsabschluss



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Sei $L := \{a\}^* \{b\}^*$.

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation vor

- Was ist alles in L drin?
 - aaabbabbaaabba? Nein.
 - aaabb, abb, aaabba, a? Ja, ja, nein, ja.
- Was ist alles in L* drin?

Übung zu Konkatenationsabschluss



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Sei $L := \{a\}^* \{b\}^*$.

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von

- Was ist alles in L drin?
 - aaabbabbaaabba? Nein.
 - aaabb, abb, aaabba, a? Ja, ja, nein, ja.
- Was ist alles in L* drin?
 - aaabbabbaaabba?

Übung zu Konkatenationsabschluss



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Sei $L := \{a\}^* \{b\}^*$.

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von Zahlen

- Was ist alles in L drin?
 - aaabbabbaaabba? Nein.
 - aaabb, abb, aaabba, a? Ja, ja, nein, ja.
- Was ist alles in L* drin?
 - aaabbabbaaabba? Ja.

Übung zu Konkatenationsabschluss



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Sei $L := \{a\}^* \{b\}^*$.

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von Zahlen

- Was ist alles in L drin?
 - aaabbabbaaabba? Nein.
 - aaabb, abb, aaabba, a? Ja, ja, nein, ja.
- Was ist alles in L* drin?
 - aaabbabbaaabba? Ja.
 - aaabb, abbaaabba?

Übung zu Konkatenationsabschluss



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Sei $L := \{a\}^* \{b\}^*$.

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

- Was ist alles in L drin?
 - aaabbabbaaabba? Nein.
 - aaabb, abb, aaabba, a? Ja, ja, nein, ja.
- Was ist alles in L* drin?
 - aaabbabbaaabba? Ja.
 - aaabb, abbaaabba? Ja.

Übung zu Konkatenationsabschluss



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Sei $L := \{a\}^* \{b\}^*$.

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vor Zahlen

- Was ist alles in L drin?
 - aaabbabbaaabba? Nein.
 - aaabb, abb, aaabba, a? Ja, ja, nein, ja.
- Was ist alles in L* drin?
 - aaabbabbaaabba? Ja.
 - aaabb, abbaaabba? Ja.
 - abb, aaabba, a?

Übung zu Konkatenationsabschluss



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Sei $L := \{a\}^* \{b\}^*$.

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von Zahlen

- Was ist alles in L drin?
 - aaabbabbaaabba? Nein.
 - aaabb, abb, aaabba, a? Ja, ja, nein, ja.
- Was ist alles in L* drin?
 - aaabbabbaaabba? Ja.
 - aaabb, abbaaabba? Ja.
 - abb, aaabba, a? Ja.

Übung zu Konkatenationsabschluss



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Sei $L := \{a\}^* \{b\}^*$.

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation vor Zahlen

- Was ist alles in L drin?
 - aaabbabbaaabba? Nein.
 - aaabb, abb, aaabba, a? Ja, ja, nein, ja.
- Was ist alles in L* drin?
 - aaabbabbaaabba? Ja.
 - aaabb, abbaaabba? Ja.
 - abb, aaabba, a? Ja.
 - Alle Wörter aus {a, b}*!

Übung zu Konkatenationsabschluss



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Sei $L := \{a\}^* \{b\}^*$.

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation vor Zahlen

- Was ist alles in L drin?
 - aaabbabbaaabba? Nein.
 - aaabb, abb, aaabba, a? Ja, ja, nein, ja.
 - Was ist alles in L* drin?
 - aaabbabbaaabba? Ja.
 - aaabb, abbaaabba? Ja.
 - abb, aaabba, a? Ja.
 - Alle Wörter aus $\{a,b\}^*! \rightarrow L^* = \{a,b\}^*$.

Übung zu Konkatenationsabschluss



Maximilian Staah uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von

Zweierkomplement-

Erinnerung

$$L^* := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_0} L^i$$

$$L^+ := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_+} L^i$$

Beweise: $L^* \cdot L = L^+$.

Übung zu Konkatenationsabschluss



Maximilian Staah uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von

Zweierkomplement-

Erinnerung

$$L^* := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_0} L^i$$
 $L^+ := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_+} L^i$

Beweise: $L^* \cdot L = L^+$.

Übung zu Konkatenationsabschluss



Maximilian Staah uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von

Zweierkomplement-

Erinnerung

$$L^* := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_0} L^i$$

$$L^+ := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_+} L^i$$

Beweise: $L^* \cdot L = L^+$.

Voraussetzung:

Übung zu Konkatenationsabschluss



Maximilian Staah uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und

Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von

Zweierkomplement-

Erinnerung

$$L^* := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_0} L^i$$
 $L^+ := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_+} L^i$

$$L^+ := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_+} L^i$$

Beweise: $L^* \cdot L = L^+$.

 \subset :

Voraussetzung: $w \in L^* \cdot L$ mit

 $w = w'w'', w' \in L^*$ und

 $w'' \in L$

Übung zu Konkatenationsabschluss



Maximilian Staah uxhdf@student.kit.edu

Vollständige

Erinnerung

$$L^* := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_0} L^i$$
 $L^+ := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_+} L^i$

$$L^+ := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_+} L^i$$

Formale Sprache

Beweise: $L^* \cdot L = L^+$.

Übersetzung und

Kodierung von

Kodierung

 \subset : Voraussetzung: $w \in L^* \cdot L$ mit

 $w = w'w'', w' \in L^*$ und

 $w'' \in L$

Repräsentation von

Zweierkomplement-

Dann existiert ein $i \in \mathbb{N}_0$ mit $w' \in L^i$

Übung zu Konkatenationsabschluss



Maximilian Staah uxhdf@student.kit.edu

Vollständige

Erinnerung

$$L^* := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_0} L^i$$
 $L^+ := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_+} L^i$

Formale Sprache

Beweise: $L^* \cdot L = L^+$.

Übersetzung und

Kodierung

Voraussetzung: $w \in L^* \cdot L$ mit

Kodierung von

 $w = w'w'', w' \in L^*$ und

 $w'' \in L$

 \subset :

Repräsentation von

Dann existiert ein $i \in \mathbb{N}_0$ mit

 $w' \in L^i$, also

Zweierkomplement- $w = w'w'' \in L^i \cdot L$

Übung zu Konkatenationsabschluss



Maximilian Staah uxhdf@student.kit.edu

Vollständige

Erinnerung

$$L^* := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_0} L^i$$
 $L^+ := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_+} L^i$

$$L^+ := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_+} L$$

Formale Sprache

Beweise: $L^* \cdot L = L^+$.

Übersetzung und

Kodierung

Voraussetzung: $w \in L^* \cdot L$ mit

Kodierung von

 $w = w'w'', w' \in L^*$ und

 $w'' \in L$

 \subset :

Repräsentation von

Dann existiert ein $i \in \mathbb{N}_0$ mit

 $w' \in L^i$, also

Zweierkomplement- $\mathbf{w} = \mathbf{w}'\mathbf{w}'' \in I^i \cdot I = I^{i+1}$

Übung zu Konkatenationsabschluss

 $L^* := \bigcup L^i \qquad L^+ := \bigcup L^i$

 $i \in \mathbb{N}_0$



Maximilian Staah uxhdf@student.kit.edu Erinnerung

Formale Sprache

Beweise: $L^* \cdot L = L^+$.

Übersetzung und

Kodierung

Voraussetzung: $w \in L^* \cdot L$ mit

Kodierung von

 $w = w'w'', w' \in L^*$ und

 $w'' \in L$

 \subset :

Repräsentation von

Dann existiert ein $i \in \mathbb{N}_0$ mit $w' \in L^i$, also

Zweierkomplement- $\mathbf{w} = \mathbf{w}'\mathbf{w}'' \in I^i \cdot I = I^{i+1}$

Weil $i + 1 \in \mathbb{N}_+$

Übung zu Konkatenationsabschluss



Maximilian Staah uxhdf@student.kit.edu

Vollständige

Erinnerung

$$L^* := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_0} L^i$$
 $L^+ := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_+} L^i$

$$L^+ := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_+} L$$

Formale Sprache

Übersetzung und

Kodierung

Kodierung von

 \subset :

Voraussetzung: $w \in L^* \cdot L$ mit

 $w = w'w'', w' \in L^*$ und $w'' \in L$

Beweise: $L^* \cdot L = L^+$

Repräsentation von

Dann existiert ein $i \in \mathbb{N}_0$ mit $w' \in L^i$, also

Zweierkomplement- $w = w'w'' \in L^i \cdot L = L^{i+1}$.

Weil $i + 1 \in \mathbb{N}_+$, gilt:

Übung zu Konkatenationsabschluss



Maximilian Staah uxhdf@student.kit.edu

Vollständige

Erinnerung

$$L^* := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_0} L^i$$
 $L^+ := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_+} L^i$

$$L^+ := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_+} L$$

Formale Sprache

Beweise: $L^* \cdot L = L^+$.

Übersetzung und

Kodierung von

Kodierung

Voraussetzung: $w \in L^* \cdot L$ mit \supseteq : $w = w'w'', w' \in L^*$ und

 $w'' \in L$

Repräsentation von

Dann existiert ein $i \in \mathbb{N}_0$ mit $w' \in L^i$, also

Zweierkomplement- $w = w'w'' \in L^i \cdot L = L^{i+1}$.

Weil $i + 1 \in \mathbb{N}_+$, gilt:

Ubung zu Konkatenationsabschluss



Maximilian Staah uxhdf@student.kit.edu

Vollständige

Erinnerung

$$L^* := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_0} L^i \qquad L^+ := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_+} L^i$$

$$L^+ := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_+} L$$

Voraussetzung:

Formale Sprache

Übersetzung und

Kodierung

Kodierung von

Voraussetzung: $w \in L^* \cdot L$ mit

 $w = w'w'', w' \in L^*$ und

Beweise: $L^* \cdot L = L^+$.

 $w'' \in L$

Repräsentation von

Dann existiert ein $i \in \mathbb{N}_0$ mit $w' \in L^i$, also

Zweierkomplement- $w = w'w'' \in L^i \cdot L = L^{i+1}$.

Weil $i + 1 \in \mathbb{N}_+$, gilt:

Ubung zu Konkatenationsabschluss



Maximilian Staah uxhdf@student.kit.edu

Vollständige

Erinnerung

$$L^* := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_0} L^i$$
 $L^+ := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_+} L^i$

$$L^+ := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_+} L$$

Voraussetzung: $w \in L^* \cdot L$.

Formale Sprache

Beweise: $L^* \cdot L = L^+$.

Übersetzung und

Kodierung

Kodierung von

Voraussetzung: $w \in L^* \cdot L$ mit \supseteq :

 $w = w'w'', w' \in L^*$ und

 $w'' \in L$

Repräsentation von

Dann existiert ein $i \in \mathbb{N}_0$ mit $w' \in L^i$, also

Zweierkomplement- $w = w'w'' \in L^i \cdot L = L^{i+1}$.

Weil $i + 1 \in \mathbb{N}_+$, gilt: $L^{i+1} \subset L^+$, also $w \in L^+$.

Übung zu Konkatenationsabschluss



Maximilian Staah uxhdf@student.kit.edu

Vollständige

Erinnerung

$$L^* := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_0} L^i$$
 $L^+ := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_+} L^i$

$$L^+ := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_+} L^i$$

Formale Sprache

Übersetzung und

Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von

Beweise: $L^* \cdot L = L^+$.

Voraussetzung: $w \in L^* \cdot L$ mit

 $w = w'w'', w' \in L^*$ und $w'' \in L$

Dann existiert ein $i \in \mathbb{N}_0$ mit

 $w' \in L^i$, also Zweierkomplement- $w = w'w'' \in L^i \cdot L = L^{i+1}$.

> Weil $i + 1 \in \mathbb{N}_+$, gilt: $L^{i+1} \subset L^+$, also $w \in L^+$.

Voraussetzung: $w \in L^* \cdot L$.

Dann existiert ein $i \in \mathbb{N}_+$ mit $w \in L^i$.

Übung zu Konkatenationsabschluss



Maximilian Staah uxhdf@student.kit.edu

Vollständige

Erinnerung

$$L^* := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_0} L^i$$
 $L^+ := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_+} L^i$

Beweise: $L^* \cdot L = L^+$.

Übersetzung und Kodierung

Formale Sprache

Kodierung von

Repräsentation von

 \subset : Voraussetzung: $w \in L^* \cdot L$ mit

 $w = w'w'', w' \in L^*$ und $w'' \in L$

Dann existiert ein $i \in \mathbb{N}_0$ mit $w' \in L^i$, also

Zweierkomplement- $w = w'w'' \in L^i \cdot L = L^{i+1}$.

Weil $i + 1 \in \mathbb{N}_+$, gilt: $L^{i+1} \subset L^+$, also $w \in L^+$.

Voraussetzung: $w \in L^* \cdot L$.

Dann existiert ein $i \in \mathbb{N}_+$ mit $w \in L^i$. Da $i \in \mathbb{N}_+$

Übung zu Konkatenationsabschluss



Maximilian Staah uxhdf@student.kit.edu

Vollständige

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von



Erinnerung

$$L^* := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_0} L^i$$
 $L^+ := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_+} L^i$

Beweise: $L^* \cdot L = L^+$.

 \subset :

Voraussetzung: $w \in L^* \cdot L$ mit

 $w = w'w'', w' \in L^*$ und $w'' \in L$

Dann existiert ein $i \in \mathbb{N}_0$ mit $w' \in L^i$, also

Zweierkomplement- $w = w'w'' \in L^i \cdot L = L^{i+1}$.

Weil $i + 1 \in \mathbb{N}_+$, gilt: $L^{i+1} \subset L^+$, also $w \in L^+$.

Voraussetzung: $w \in L^* \cdot L$.

Dann existiert ein $i \in \mathbb{N}_+$ mit $w \in L'$. Da $i \in \mathbb{N}_+$, existiert ein $j \in \mathbb{N}_0$ mit i = j + 1

Übung zu Konkatenationsabschluss



Maximilian Staah uxhdf@student.kit.edu

Vollständige

Erinnerung

$$L^* := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_0} L^i$$
 $L^+ := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_+} L^i$

Formale Sprache

Beweise: $L^* \cdot L = L^+$.

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von

Zweierkomplement- $w = w'w'' \in I^i \cdot I = I^{i+1}$

 \subset : Voraussetzung: $w \in L^* \cdot L$ mit

 $w = w'w'', w' \in L^*$ und $w'' \in L$

Dann existiert ein $i \in \mathbb{N}_0$ mit $w' \in L^i$, also

Weil $i + 1 \in \mathbb{N}_+$, gilt: $L^{i+1} \subset L^+$, also $w \in L^+$.

Voraussetzung: $w \in L^* \cdot L$.

Dann existiert ein $i \in \mathbb{N}_+$ mit $w \in L^i$. Da $i \in \mathbb{N}_+$, existiert ein $j \in \mathbb{N}_0$ mit i = j + 1, also für ein solches $j \in \mathbb{N}_0$

Übung zu Konkatenationsabschluss



Maximilian Staah uxhdf@student.kit.edu

Vollständige

Erinnerung

$$L^* := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_0} L^i$$
 $L^+ := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_+} L^i$

Formale Sprache

Übersetzung und

Kodierung Kodierung von

Repräsentation von

Zweierkomplement- $w = w'w'' \in I^i \cdot I = I^{i+1}$

Beweise: $L^* \cdot L = L^+$.

 \subset :

Voraussetzung: $w \in L^* \cdot L$ mit

 $w = w'w'', w' \in L^*$ und $w'' \in L$

Dann existiert ein $i \in \mathbb{N}_0$ mit $w' \in L^i$, also

Weil $i + 1 \in \mathbb{N}_+$, gilt:

 $L^{i+1} \subset L^+$, also $w \in L^+$.

Voraussetzung: $w \in L^* \cdot L$.

Dann existiert ein $i \in \mathbb{N}_+$ mit $w \in L'$. Da $i \in \mathbb{N}_+$, existiert ein $j \in \mathbb{N}_0$ mit i = j + 1, also für ein solches $j \in \mathbb{N}_0$: $w \in L^{j+1}$

Übung zu Konkatenationsabschluss



Maximilian Staah uxhdf@student.kit.edu

Vollständige

 \subset :

Erinnerung

$$L^* := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_0} L^i$$
 $L^+ := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_+} L^i$

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von

Zweierkomplement- $w = w'w'' \in I^i \cdot I = I^{i+1}$

Beweise: $L^* \cdot L = L^+$.

Voraussetzung: $w \in L^* \cdot L$ mit

 $w = w'w'', w' \in L^*$ und $w'' \in L$

Dann existiert ein $i \in \mathbb{N}_0$ mit $w' \in L^i$, also

Weil $i + 1 \in \mathbb{N}_+$, gilt: $L^{i+1} \subset L^+$, also $w \in L^+$.

Voraussetzung: $w \in L^* \cdot L$.

Dann existiert ein $i \in \mathbb{N}_+$ mit $w \in L^i$. Da $i \in \mathbb{N}_+$, existiert ein $j \in \mathbb{N}_0$ mit i = j + 1, also für ein solches $j \in \mathbb{N}_0$: $w \in L^{j+1} = L^j \cdot L$.

Übung zu Konkatenationsabschluss



Maximilian Staah uxhdf@student.kit.edu

Vollständige

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von

Zweierkomplement-

Erinnerung

$$L^* := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_0} L^i \qquad L^+ := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_+} L^i$$

$$L^+ := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_+} L^i$$

Beweise: $L^* \cdot L = L^+$.

 \subset :

Voraussetzung: $w \in L^* \cdot L$ mit $w = w'w'', w' \in L^*$ und

 $w'' \in L$

Dann existiert ein $i \in \mathbb{N}_0$ mit $w' \in L^i$, also

 $\mathbf{w} = \mathbf{w}'\mathbf{w}'' \in I^i \cdot I = I^{i+1}$

Weil $i + 1 \in \mathbb{N}_+$, gilt: $L^{i+1} \subset L^+$, also $w \in L^+$.

Voraussetzung: $w \in L^* \cdot L$.

Dann existiert ein $i \in \mathbb{N}_+$ mit $w \in L^i$. Da $i \in \mathbb{N}_+$, existiert ein $j \in \mathbb{N}_0$ mit i = j + 1, also für ein solches $i \in \mathbb{N}_0$: $w \in L^{j+1} = L^j \cdot L$.

Also w = w'w'' mit $w' \in L^j$ und $w'' \in L$.

Übung zu Konkatenationsabschluss



Maximilian Staah uxhdf@student.kit.edu

Vollständige

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von

Zweierkomplement-

Erinnerung

$$L^* := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_0} L^i$$
 $L^+ := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_+} L^i$

$$L^+ := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_+} L^i$$

Beweise: $L^* \cdot L = L^+$.

 \subset :

Voraussetzung: $w \in L^* \cdot L$ mit

 $w = w'w'', w' \in L^*$ und $w'' \in L$

Dann existiert ein $i \in \mathbb{N}_0$ mit $w' \in L^i$, also $w = w'w'' \in I^{i} \cdot I = I^{i+1}$

Weil $i + 1 \in \mathbb{N}_+$, gilt:

 $L^{i+1} \subset L^+$, also $w \in L^+$.

Voraussetzung: $w \in L^* \cdot L$.

Dann existiert ein $i \in \mathbb{N}_+$ mit $w \in L^i$. Da $i \in \mathbb{N}_+$, existiert ein $j \in \mathbb{N}_0$ mit i = j + 1, also für ein solches $i \in \mathbb{N}_0$: $w \in L^{j+1} = L^j \cdot L$.

Also w = w'w'' mit $w' \in L^j$ und $w'' \in L$.

Wegen $L^j \subset L^*$

Übung zu Konkatenationsabschluss



Maximilian Staah uxhdf@student.kit.edu

Vollständige

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von

Zweierkomplement-

Erinnerung

$$L^* := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_0} L^i \qquad L^+ := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_+} L^i$$

$$L^+ := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_+} L^i$$

Beweise: $L^* \cdot L = L^+$.

 \subset :

Voraussetzung: $w \in L^* \cdot L$ mit

 $w = w'w'', w' \in L^*$ und $w'' \in L$

Dann existiert ein $i \in \mathbb{N}_0$ mit $w' \in L^i$, also

 $\mathbf{w} = \mathbf{w}'\mathbf{w}'' \in I^i \cdot I = I^{i+1}$

Weil $i + 1 \in \mathbb{N}_+$, gilt: $L^{i+1} \subset L^+$, also $w \in L^+$.

Voraussetzung: $w \in L^* \cdot L$.

Dann existiert ein $i \in \mathbb{N}_+$ mit $w \in L^i$. Da $i \in \mathbb{N}_+$, existiert ein $j \in \mathbb{N}_0$ mit i = j + 1, also für ein solches $i \in \mathbb{N}_0$: $w \in L^{j+1} = L^j \cdot L$.

Also w = w'w'' mit $w' \in L^j$ und $w'' \in L$.

Wegen $L^j \subseteq L^*$ ist w = w'w''



Maximilian Staah uxhdf@student.kit.edu

Vollständige

Formale Sprache

Übersetzung und

Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von

Zweierkomplement-

Ubung zu Konkatenationsabschluss



Erinnerung

$$L^* := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_0} L^i \qquad L^+ := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_+} L^i$$

Beweise: $L^* \cdot L = L^+$.

 \subset :

Voraussetzung: $w \in L^* \cdot L$ mit

 $w = w'w'', w' \in L^*$ und $w'' \in L$

Dann existiert ein $i \in \mathbb{N}_0$ mit $w' \in L^i$, also

 $\mathbf{w} = \mathbf{w}'\mathbf{w}'' \in I^i \cdot I = I^{i+1}$

Weil $i + 1 \in \mathbb{N}_+$, gilt: $L^{i+1} \subset L^+$, also $w \in L^+$.

Voraussetzung: $w \in L^* \cdot L$.

Dann existiert ein $i \in \mathbb{N}_+$ mit $w \in L^i$. Da $i \in \mathbb{N}_+$, existiert ein $j \in \mathbb{N}_0$ mit i = j + 1, also für ein solches $j \in \mathbb{N}_0$: $w \in L^{j+1} = L^j \cdot L$.

Also w = w'w'' mit $w' \in L^j$ und $w'' \in L$.

Wegen $L^j \subseteq L^*$ ist $w = w'w'' \in L^* \cdot L$.

Übung zu formalen Sprachen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

 L_1, L_2 seien formale Sprachen.

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

24.11011

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-

Übung zu formalen Sprachen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

 L_1, L_2 seien formale Sprachen.

■ Wie sieht L₁ · L₂ aus?

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von

Zweierkomplement-Darstellung

Übung zu formalen Sprachen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von

Zweierkomplement-Darstellung L_1, L_2 seien formale Sprachen.

- Wie sieht $L_1 \cdot L_2$ aus?
- Wie sieht L₁³ aus?

Übung zu formalen Sprachen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-

 L_1, L_2 seien formale Sprachen.

- Wie sieht $L_1 \cdot L_2$ aus?
- Wie sieht L_1^3 aus?
- Wie sieht $L_1^2 \cdot L_2 \cdot L_2^0 \cdot L_1^*$ aus?

Übung zu formalen Sprachen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vor Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung L_1, L_2 seien formale Sprachen.

- Wie sieht $L_1 \cdot L_2$ aus?
- Wie sieht L₁³ aus?
- Wie sieht $L_1^2 \cdot L_2 \cdot L_2^0 \cdot L_1^*$ aus?
- Wie sieht $(L_1^*)^0 \cdot L_2^+$ aus?

Herführung zu Zahlendarstellungen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von

Zahlen

Zweierkomplement-

Herführung zu Zahlendarstellungen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Wir betrachten die Alphabete $A_{dez} := \mathbb{Z}_{10}, A_{bin} := \{0, 1\}, A_{oct} := \mathbb{Z}_8.$

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

Herführung zu Zahlendarstellungen

Was können wir daraus machen?



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Wir betrachten die Alphabete $A_{dez} := \mathbb{Z}_{10}, A_{bin} := \{0, 1\}, A_{oct} := \mathbb{Z}_8.$

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-

4日×4団×4団×4団× 豆 9900

Herführung zu Zahlendarstellungen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vo Zahlen

Zweierkomplement-

- Was können wir daraus machen?
- $A_{dez}^* \supset \{42, 1337, 999\}.$

Herführung zu Zahlendarstellungen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vo

Zweierkomplement-

- Was können wir daraus machen?
- $A_{dez}^* \supset \{42, 1337, 999\}.$
- $A^*_{bin} \supset \{101010, 10100111001, 1111100111\}.$

Herführung zu Zahlendarstellungen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vo Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

- Was können wir daraus machen?
- $A_{dez}^* \supset \{42, 1337, 999\}.$
- $A_{bin}^* \supset \{101010, 101001111001, 11111100111\}.$
- $A_{oct}^* \supset \{52, 2471, 1747\}.$

Herführung zu Zahlendarstellungen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation voi Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

- Was können wir daraus machen?
- $A_{dez}^* \supset \{42, 1337, 999\}.$
- $A_{bin}^* \supset \{101010, 101001111001, 11111100111\}.$
- $A_{oct}^* \supset \{52, 2471, 1747\}.$
- Wir suchen eine Möglichkeit, diese Zahlen zu deuten.

Herführung zu Zahlendarstellungen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

- Was können wir daraus machen?
- $A_{dez}^* \supset \{42, 1337, 999\}.$
- $A_{bin}^* \supset \{101010, 101001111001, 11111100111\}.$
- $A_{oct}^* \supset \{52, 2471, 1747\}.$
- Wir suchen eine Möglichkeit, diese Zahlen zu deuten.
- Aber irgendwie so, dass $42_{\in A_{dez}} \stackrel{Deutung}{=} 101010_{\in A_{bin}} \stackrel{Deutung}{=} 52_{\in A_{oct}}$.

Definition von Zahlendarstellungen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-

Definition von Zahlendarstellungen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von

Zweierkomplement-

 Num_k

Einer Zeichenkette Z_k aus Ziffern

Definition von Zahlendarstellungen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung un Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-

Num_k

Einer Zeichenkette Z_k aus Ziffern wird mit Num_k eine eindeutige Zahl zugeordnet:

Definition von Zahlendarstellungen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-

Num_k

Einer Zeichenkette Z_k aus Ziffern wird mit Num_k eine eindeutige Zahl zugeordnet:

 $Num_k(\varepsilon) = 0$

Definition von Zahlendarstellungen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige

Induktion

Num_k

Einer Zeichenkette Z_k aus Ziffern wird mit Num_k eine eindeutige Zahl zugeordnet:

Formale Sprache

 $Num_k(\varepsilon)=0$

Übersetzung und Kodierung

 $Num_k(wx) = k \cdot Num_k(w) + num_k(x) \text{ mit } w \in Z_k^* \text{ und } x \in Z_k.$

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von

Zweierkomplement-

Definition von Zahlendarstellungen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

Num_k

Einer Zeichenkette Z_k aus Ziffern wird mit Num_k eine eindeutige Zahl zugeordnet:

 $Num_k(\varepsilon) = 0$

 $\mathit{Num}_k(\mathit{wx}) = k \cdot \mathit{Num}_k(\mathit{w}) + \mathit{num}_k(\mathit{x}) \; \mathsf{mit} \; \mathit{w} \in \mathit{Z}_k^* \; \mathsf{und} \; \mathit{x} \in \mathit{Z}_k.$

$\overline{num_k}$

Einer einzelnen Ziffer $x \in Z_k$ aus einem Alphabet von Ziffern Z_k wird mit $num_k(x)$ der Wert der Zahl zugewiesen.

Definition von Zahlendarstellungen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion Num_k

Einer Zeichenkette Z_k aus Ziffern wird mit Num_k eine eindeutige Zahl zugeordnet:

Formale Sprache

 $Num_k(\varepsilon)=0$

Übersetzung und Kodierung

 $Num_k(wx) = k \cdot Num_k(w) + num_k(x)$ mit $w \in Z_k^*$ und $x \in Z_k$.

Kodierung von Zahlen $\overline{num_k}$

Repräsentation von Zahlen Einer einzelnen Ziffer $x \in Z_k$ aus einem Alphabet von Ziffern Z_k wird mit $num_k(x)$ der Wert der Zahl zugewiesen.

Zweierkomplement-Darstellung • Wichtig: $Num_k(w) \neq num_k(w)$!

Definition von Zahlendarstellungen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion Num_k

Einer Zeichenkette Z_k aus Ziffern wird mit Num_k eine eindeutige Zahl zugeordnet:

Formale Sprache

 $Num_k(\varepsilon)=0$

Übersetzung und Kodierung

 $Num_k(wx) = k \cdot Num_k(w) + num_k(x) \text{ mit } w \in Z_k^* \text{ und } x \in Z_k.$

Kodierung von Zahlen num_k

Repräsentation vor Zahlen Einer einzelnen Ziffer $x \in Z_k$ aus einem Alphabet von Ziffern Z_k wird mit $num_k(x)$ der Wert der Zahl zugewiesen.

Zweierkomplement-

• Wichtig: $Num_k(w) \neq num_k(w)$!

■ Was ist: *num*₁₀(3)

Definition von Zahlendarstellungen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion Num_k

Einer Zeichenkette Z_k aus Ziffern wird mit Num_k eine eindeutige Zahl zugeordnet:

Formale Sprache

 $Num_k(\varepsilon)=0$

Übersetzung und Kodierung

 $Num_k(wx) = k \cdot Num_k(w) + num_k(x)$ mit $w \in Z_k^*$ und $x \in Z_k$.

Kodierung von Zahlen num_k

Repräsentation von Zahlen Einer einzelnen Ziffer $x \in Z_k$ aus einem Alphabet von Ziffern Z_k wird mit $num_k(x)$ der Wert der Zahl zugewiesen.

Zweierkomplement-Darstellung • Wichtig: $Num_k(w) \neq num_k(w)$!

• Was ist: $num_{10}(3) = 3$

Definition von Zahlendarstellungen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion Num_k

Einer Zeichenkette Z_k aus Ziffern wird mit Num_k eine eindeutige Zahl zugeordnet:

Formale Sprache

 $Num_k(\varepsilon)=0$

Übersetzung und Kodierung

 $Num_k(wx) = k \cdot Num_k(w) + num_k(x)$ mit $w \in Z_k^*$ und $x \in Z_k$.

Kodierung von Zahlen $\overline{num_k}$

Repräsentation von Zahlen

Einer einzelnen Ziffer $x \in Z_k$ aus einem Alphabet von Ziffern Z_k wird mit $num_k(x)$ der Wert der Zahl zugewiesen.

Zweierkomplement-Darstellung • Wichtig: $Num_k(w) \neq num_k(w)$!

• Was ist: $num_{10}(3) = 3$, $num_{10}(7)$

Definition von Zahlendarstellungen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige

Num_k

Einer Zeichenkette Z_k aus Ziffern wird mit Num_k eine eindeutige Zahl zugeordnet:

Formale Sprache

 $Num_k(\varepsilon)=0$

Übersetzung und Kodierung

 $Num_k(wx) = k \cdot Num_k(w) + num_k(x) \text{ mit } w \in Z_k^* \text{ und } x \in Z_k.$

Kodierung von Zahlen num_k

Repräsentation vor Zahlen Einer einzelnen Ziffer $x \in Z_k$ aus einem Alphabet von Ziffern Z_k wird mit $num_k(x)$ der Wert der Zahl zugewiesen.

Zweierkomplement-Darstellung • Wichtig: $Num_k(w) \neq num_k(w)$!

• Was ist: $num_{10}(3) = 3$, $num_{10}(7) = 7$

Definition von Zahlendarstellungen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion Num_k

Einer Zeichenkette Z_k aus Ziffern wird mit Num_k eine eindeutige Zahl zugeordnet:

Formale Sprache

 $Num_k(\varepsilon)=0$

Übersetzung und Kodierung

 $Num_k(wx) = k \cdot Num_k(w) + num_k(x) \text{ mit } w \in Z_k^* \text{ und } x \in Z_k.$

Kodierung von Zahlen num_k

Einer einzelnen Ziffer $x \in Z_k$ aus einem Alphabet von Ziffern Z_k wird mit $num_k(x)$ der Wert der Zahl zugewiesen.

Repräsentation vor Zahlen

Zweierkomplement-

• Wichtig: $Num_k(w) \neq num_k(w)$!

• Was ist: $num_{10}(3) = 3$, $num_{10}(7) = 7$, $num_{10}(11) = 7$

Definition von Zahlendarstellungen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion Num_k

Einer Zeichenkette Z_k aus Ziffern wird mit Num_k eine eindeutige Zahl zugeordnet:

Formale Sprache

 $Num_k(\varepsilon)=0$

Übersetzung und Kodierung

 $Num_k(wx) = k \cdot Num_k(w) + num_k(x) \text{ mit } w \in Z_k^* \text{ und } x \in Z_k.$

Kodierung von Zahlen $\overline{num_k}$

Repräsentation von Zahlen

Einer einzelnen Ziffer $x \in Z_k$ aus einem Alphabet von Ziffern Z_k wird mit $num_k(x)$ der Wert der Zahl zugewiesen.

Zweierkomplement-Darstellung • Wichtig: $Num_k(w) \neq num_k(w)$!

• Was ist: $num_{10}(3) = 3$, $num_{10}(7) = 7$, $num_{10}(11) =$ nicht definiert.

Definition von Zahlendarstellungen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion Num_k

Einer Zeichenkette Z_k aus Ziffern wird mit Num_k eine eindeutige Zahl zugeordnet:

Formale Sprache

 $Num_k(\varepsilon)=0$

Ubersetzung und Kodierung

 $Num_k(wx) = k \cdot Num_k(w) + num_k(x) \text{ mit } w \in Z_k^* \text{ und } x \in Z_k.$

Kodierung von Zahlen num_k

Repräsentation vor Zahlen Einer einzelnen Ziffer $x \in Z_k$ aus einem Alphabet von Ziffern Z_k wird mit $num_k(x)$ der Wert der Zahl zugewiesen.

- Wichtig: $Num_k(w) \neq num_k(w)$!
- Was ist: $num_{10}(3) = 3$, $num_{10}(7) = 7$, $num_{10}(11) =$ nicht definiert.
- Für Zahlen $\geq k$: Benutze Num_k !

Beispiel zu Zahlendarstellungen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

$$Num_k(\varepsilon)=0.$$

$$\mathit{Num}_k(\mathit{wx}) = k \cdot \mathit{Num}_k(\mathit{w}) + \mathit{num}_k(\mathit{x}) \; \mathsf{mit} \; \mathit{w} \in \mathit{Z}_k^* \; \mathsf{und} \; \mathit{x} \in \mathit{Z}_k.$$

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

Beispiel zu Zahlendarstellungen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu $Num_k(\varepsilon)=0.$

 $\operatorname{\textit{Num}}_k(\operatorname{\textit{wx}}) = k \cdot \operatorname{\textit{Num}}_k(\operatorname{\textit{w}}) + \operatorname{\textit{num}}_k(\operatorname{\textit{x}}) \text{ mit } \operatorname{\textit{w}} \in Z_k^* \text{ und } \operatorname{\textit{x}} \in Z_k.$

Vollständige Induktion

Was ist $Num_{10}(123)$?

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

Beispiel zu Zahlendarstellungen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

$$Num_k(\varepsilon) = 0.$$

 $Num_k(wx) = k \cdot Num_k(w) + num_k(x)$ mit $w \in Z_k^*$ und $x \in Z_k$.

Vollständige Induktion

Was ist $Num_{10}(123)$?

Formale Sprache

■ *Num*₁₀(123)

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

Beispiel zu Zahlendarstellungen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

$$Num_k(\varepsilon) = 0.$$

 $Num_k(wx) = k \cdot Num_k(w) + num_k(x)$ mit $w \in Z_k^*$ und $x \in Z_k$.

Vollständige Induktion

Was ist $Num_{10}(123)$?

Formale Sprache

 $Num_{10}(123) = 10 \cdot Num_{10}(12) + num_{10}(3)$

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vor Zahlen

Beispiel zu Zahlendarstellungen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

$$Num_k(\varepsilon) = 0.$$

 $Num_k(wx) = k \cdot Num_k(w) + num_k(x)$ mit $w \in Z_k^*$ und $x \in Z_k$.

Vollständige Induktion

Was ist $Num_{10}(123)$?

Formale Sprache

■ $Num_{10}(123) = 10 \cdot Num_{10}(12) + num_{10}(3) = 10 \cdot (Num_{10}(1) + num_{10}(2)) + num_{10}(3)$

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vor Zahlen

Beispiel zu Zahlendarstellungen



Maximilian Staah uxhdf@student.kit.edu

$$Num_k(\varepsilon) = 0.$$

Vollständige Was ist $Num_{10}(123)$?

Formale Sprache

Kodierung

Kodierung von Zahlen

Zweierkomplement-

 $Num_k(wx) = k \cdot Num_k(w) + num_k(x)$ mit $w \in Z_k^*$ und $x \in Z_k$.

Num₁₀(123) = $10 \cdot Num_{10}(12) + num_{10}(3) =$ $10 \cdot (Num_{10}(1) + num_{10}(2)) + num_{10}(3) =$ $10 \cdot (num_{10}(1) + 10 \cdot num_{10}(2)) + num_{10}(3)$

Beispiel zu Zahlendarstellungen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

$$Num_k(\varepsilon) = 0.$$

 $Num_k(wx) = k \cdot Num_k(w) + num_k(x)$ mit $w \in Z_k^*$ und $x \in Z_k$.

Vollständige Induktion

Was ist $Num_{10}(123)$?

Formale Sprache

■ $Num_{10}(123) = 10 \cdot Num_{10}(12) + num_{10}(3) = 10 \cdot (Num_{10}(1) + num_{10}(2)) + num_{10}(3) = 10 \cdot (num_{10}(1) + 10 \cdot num_{10}(2)) + num_{10}(3) = 10 \cdot (1 + 10 \cdot 2) + 3$

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vor Zahlen

Beispiel zu Zahlendarstellungen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

$$Num_k(\varepsilon) = 0.$$

 $Num_k(wx) = k \cdot Num_k(w) + num_k(x)$ mit $w \in Z_k^*$ und $x \in Z_k$.

Vollständige Induktion

Was ist $Num_{10}(123)$?

Formale Sprache

nd

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation voi Zahlen

Zweierkomplement-

■ $Num_{10}(123) = 10 \cdot Num_{10}(12) + num_{10}(3) = 10 \cdot (Num_{10}(1) + num_{10}(2)) + num_{10}(3) = 10 \cdot (num_{10}(1) + 10 \cdot num_{10}(2)) + num_{10}(3) = 10 \cdot (1 + 10 \cdot 2) + 3 = 123.$

Beispiel zu Zahlendarstellungen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu $Num_k(\varepsilon)=0.$

 $\operatorname{\textit{Num}}_k(\operatorname{\textit{wx}}) = k \cdot \operatorname{\textit{Num}}_k(\operatorname{\textit{w}}) + \operatorname{\textit{num}}_k(\operatorname{\textit{x}}) \text{ mit } \operatorname{\textit{w}} \in Z_k^* \text{ und } \operatorname{\textit{x}} \in Z_k.$

Vollständige Induktion

Was ist $Num_{10}(123)$?

Formale Sprache

Num₁₀(123) = $10 \cdot Num_{10}(12) + num_{10}(3) = 10 \cdot (Num_{10}(1) + num_{10}(2)) + num_{10}(3) =$

Übersetzung und Kodierung

 $10 \cdot (num_{10}(1) + 10 \cdot num_{10}(2)) + num_{10}(3) = 10 \cdot (1 + 10 \cdot 2) + 3 = 123.$

Kodierung von Zahlen Yay?

Repräsentation von Zahlen

Beispiel zu Zahlendarstellungen



Maximilian Staah uxhdf@student.kit.edu

$$Num_k(\varepsilon)=0.$$

$$Num_k(\varepsilon) = 0.$$
 $Num_k(wx) = k \cdot Num_k(w) + num_k(x) \text{ mit } w \in Z_k^* \text{ und } x \in Z_k.$

Vollständige

Was ist $Num_{10}(123)$?

Num₁₀(123) = $10 \cdot Num_{10}(12) + num_{10}(3) =$ Formale Sprache $10 \cdot (Num_{10}(1) + num_{10}(2)) + num_{10}(3) =$ $10 \cdot (num_{10}(1) + 10 \cdot num_{10}(2)) + num_{10}(3) = 10 \cdot (1 + 10 \cdot 2) + 3 = 123.$

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Zahlen

Zweierkomplement-

Yay?

Was ist der dezimale Zahlenwert der Binärzahl 1010?

Beispiel zu Zahlendarstellungen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

$$Num_k(\varepsilon)=0.$$

$$\operatorname{\textit{Num}}_{\textit{k}}(\textit{wx}) = \textit{k} \cdot \operatorname{\textit{Num}}_{\textit{k}}(\textit{w}) + \operatorname{\textit{num}}_{\textit{k}}(\textit{x}) \text{ mit } \textit{w} \in \textit{Z}^*_{\textit{k}} \text{ und } \textit{x} \in \textit{Z}_{\textit{k}}.$$

Num₁₀(123) = $10 \cdot Num_{10}(12) + num_{10}(3) =$

Vollständige Induktion

Was ist $Num_{10}(123)$?

Formale Sprache

 $\begin{array}{l} 10 \cdot (\textit{Num}_{10}(1) + \textit{num}_{10}(2)) + \textit{num}_{10}(3) = \\ 10 \cdot (\textit{num}_{10}(1) + 10 \cdot \textit{num}_{10}(2)) + \textit{num}_{10}(3) = 10 \cdot (1 + 10 \cdot 2) + 3 = 123. \end{array}$

Ubersetzung und Kodierung

Yay?

Kodierung von Zahlen Was ist der dezimale Zahlenwert der Binärzahl 1010? Diesmal Basis k=2.

Repräsentation von Zahlen

Beispiel zu Zahlendarstellungen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu $Num_k(\varepsilon)=0.$

 $\mathit{Num}_k(\mathit{wx}) = k \cdot \mathit{Num}_k(\mathit{w}) + \mathit{num}_k(\mathit{x}) \; \mathsf{mit} \; \mathit{w} \in \mathit{Z}_k^* \; \mathsf{und} \; \mathit{x} \in \mathit{Z}_k.$

Vollständige Induktion

Was ist $Num_{10}(123)$?

Formale Sprache

■ $Num_{10}(123) = 10 \cdot Num_{10}(12) + num_{10}(3) = 10 \cdot (Num_{10}(1) + num_{10}(2)) + num_{10}(3) =$

Ubersetzung und Kodierung

 $10 \cdot (num_{10}(1) + num_{10}(2)) + num_{10}(3) = 10 \cdot (1 + 10 \cdot 2) + 3 = 123.$

Kodierung von Zahlen Yay?

Was ist der dezimale Zahlenwert der Binärzahl 1010? Diesmal Basis k = 2.

Repräsentation vo Zahlen ■ Num₂(1010)

Beispiel zu Zahlendarstellungen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu $Num_k(\varepsilon)=0.$

 $Num_k(wx) = k \cdot Num_k(w) + num_k(x) \text{ mit } w \in Z_k^* \text{ und } x \in Z_k.$

Vollständige Induktion

Was ist $Num_{10}(123)$?

Formale Sprache

■ $Num_{10}(123) = 10 \cdot Num_{10}(12) + num_{10}(3) = 10 \cdot (Num_{10}(1) + num_{10}(2)) + num_{10}(3) = 10 \cdot (num_{10}(1) + 10 \cdot num_{10}(2)) + num_{10}(3) = 10 \cdot (1 + 10 \cdot 2) + 3 = 123.$

Übersetzung und Kodierung

Yay?

Kodierung von Zahlen Was ist der dezimale Zahlenwert der Binärzahl 1010? Diesmal Basis k = 2.

Repräsentation vo Zahlen $Num_2(1010) = 2 \cdot Num_2(101) + num_2(0)$

Beispiel zu Zahlendarstellungen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu $Num_k(\varepsilon)=0.$

 $\mathit{Num}_k(\mathit{wx}) = k \cdot \mathit{Num}_k(\mathit{w}) + \mathit{num}_k(\mathit{x}) \; \mathsf{mit} \; \mathit{w} \in \mathit{Z}_k^* \; \mathsf{und} \; \mathit{x} \in \mathit{Z}_k.$

Vollständige Induktion

Was ist $Num_{10}(123)$?

Formale Sprache

 $10 \cdot (Num_{10}(1) + num_{10}(2)) + num_{10}(3) =$ $10 \cdot (num_{10}(1) + 10 \cdot num_{10}(2)) + num_{10}(3) = 10 \cdot (1 + 10 \cdot 2) + 3 = 123.$

Übersetzung und Kodierung

Yay?

Kodierung von Zahlen Was ist der dezimale Zahlenwert der Binärzahl 1010? Diesmal Basis k = 2.

Repräsentation vo Zahlen $Num_2(1010) = 2 \cdot Num_2(101) + num_2(0) = 2 \cdot (2 \cdot Num_2(10) + num_2(1) + num_2(0)$

Num₁₀(123) = $10 \cdot Num_{10}(12) + num_{10}(3) =$

Beispiel zu Zahlendarstellungen



Maximilian Staah uxhdf@student.kit.edu

$$Num_k(\varepsilon)=0.$$

Was ist $Num_{10}(123)$?

$$Num_k(wx) = k \cdot Num_k(w) + num_k(x) \text{ mit } w \in Z_k^* \text{ und } x \in Z_k.$$

Vollständige

Num₁₀(123) = $10 \cdot Num_{10}(12) + num_{10}(3) =$ Formale Sprache $10 \cdot (Num_{10}(1) + num_{10}(2)) + num_{10}(3) =$ $10 \cdot (num_{10}(1) + 10 \cdot num_{10}(2)) + num_{10}(3) = 10 \cdot (1 + 10 \cdot 2) + 3 = 123.$

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Zweierkomplement-

Yay?

Was ist der dezimale Zahlenwert der Binärzahl 1010? Diesmal Basis k=2.

Num₂(1010) = $2 \cdot Num_2(101) + num_2(0) =$ $2 \cdot (2 \cdot Num_2(10) + num_2(1) + num_2(0) =$ $2 \cdot (2 \cdot (2 \cdot Num_2(1) + num_2(0)) + num_2(1)) + num_2(0)$

Beispiel zu Zahlendarstellungen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

$$Num_k(\varepsilon)=0.$$

 $\operatorname{\textit{Num}}_k(wx) = k \cdot \operatorname{\textit{Num}}_k(w) + \operatorname{\textit{num}}_k(x) \text{ mit } w \in Z_k^* \text{ und } x \in Z_k.$

Vollständige Induktion

Was ist $Num_{10}(123)$?

Formale Sprache

■ $Num_{10}(123) = 10 \cdot Num_{10}(12) + num_{10}(3) =$ $10 \cdot (Num_{10}(1) + num_{10}(2)) + num_{10}(3) =$ $10 \cdot (num_{10}(1) + 10 \cdot num_{10}(2)) + num_{10}(3) = 10 \cdot (1 + 10 \cdot 2) + 3 = 123.$

Übersetzung und Kodierung

Yay?

Kodierung von Zahlen Was ist der dezimale Zahlenwert der Binärzahl 1010? Diesmal Basis k = 2.

Repräsentation von Zahlen Num₂(1010) = $2 \cdot Num_2(101) + num_2(0) = 2 \cdot (2 \cdot Num_2(10) + num_2(1) + num_2(0) =$

$$2 \cdot (2 \cdot (2 \cdot \textit{Num}_2(1) + \textit{num}_2(0)) + \textit{num}_2(1)) + \textit{num}_2(0) =$$

$$2 \cdot (2 \cdot (2 \cdot num_2(1) + num_2(0)) + num_2(1)) + num_2(0)$$

Beispiel zu Zahlendarstellungen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

$$Num_k(\varepsilon)=0.$$

$$\operatorname{\textit{Num}}_k(\operatorname{\textit{wx}}) = k \cdot \operatorname{\textit{Num}}_k(\operatorname{\textit{w}}) + \operatorname{\textit{num}}_k(\operatorname{\textit{x}}) \text{ mit } \operatorname{\textit{w}} \in Z_k^* \text{ und } \operatorname{\textit{x}} \in Z_k.$$

Vollständige Induktion

Was ist $Num_{10}(123)$?

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation voi Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung ■ $Num_{10}(123) = 10 \cdot Num_{10}(12) + num_{10}(3) = 10 \cdot (Num_{10}(1) + num_{10}(2)) + num_{10}(3) = 10 \cdot (num_{10}(1) + 10 \cdot num_{10}(2)) + num_{10}(3) = 10 \cdot (1 + 10 \cdot 2) + 3 = 123.$

Yay?

Was ist der dezimale Zahlenwert der Binärzahl 1010? Diesmal Basis k = 2.

Num₂(1010) = $2 \cdot Num_2(101) + num_2(0) =$

 $2 \cdot (2 \cdot Num_2(10) + num_2(1) + num_2(0) =$

 $2 \cdot (2 \cdot (2 \cdot Num_2(1) + num_2(0)) + num_2(1)) + num_2(0) =$

 $2 \cdot (2 \cdot (2 \cdot num_2(1) + num_2(0)) + num_2(1)) + num_2(0) =$

 $2 \cdot (2 \cdot (2 \cdot 1 + 0) + 1) + 0) = 10.$

Beispiel zu Zahlendarstellungen



Maximilian Staah uxhdf@student.kit.edu

$$Num_k(\varepsilon)=0.$$

 $Num_k(wx) = k \cdot Num_k(w) + num_k(x)$ mit $w \in Z_k^*$ und $x \in Z_k$.

Vollständige

Was ist $Num_{10}(123)$?

Formale Sprache

Num₁₀(123) = $10 \cdot Num_{10}(12) + num_{10}(3) =$ $10 \cdot (Num_{10}(1) + num_{10}(2)) + num_{10}(3) =$ $10 \cdot (num_{10}(1) + 10 \cdot num_{10}(2)) + num_{10}(3) = 10 \cdot (1 + 10 \cdot 2) + 3 = 123.$

Übersetzung und Kodierung

Yay?

Kodierung von Zahlen

Was ist der dezimale Zahlenwert der Binärzahl 1010? Diesmal Basis k=2.

Num₂(1010) = $2 \cdot Num_2(101) + num_2(0) =$ $2 \cdot (2 \cdot Num_2(10) + num_2(1) + num_2(0) =$

Zweierkomplement-

 $2 \cdot (2 \cdot (2 \cdot Num_2(1) + num_2(0)) + num_2(1)) + num_2(0) =$

 $2 \cdot (2 \cdot (2 \cdot num_2(1) + num_2(0)) + num_2(1)) + num_2(0) =$

 $2 \cdot (2 \cdot (2 \cdot 1 + 0) + 1) + 0) = 10.$

Yay!

Aufgaben zu Zahlendarstellungen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

 $Num_k(\varepsilon)=0.$

Vollständige Induktion $\operatorname{Num}_k(wx) = k \cdot \operatorname{Num}_k(w) + \operatorname{num}_k(x) \text{ mit } w \in Z_k^* \text{ und } x \in Z_k.$

Formale Sprache

Übungen zu Zahlendarstellungen

Übersetzung und Kodierung

Berechne den numerischen Wert der folgenden Zahlen anderer Zahlensysteme nach dem vorgestellten Schema:

Kodierung von Zahlen

■ *Num*₈(345).

Repräsentation vo

- *Num*₂(11001).
- *Num*₄(123).

• $Num_2(1000)$.

■ *Num*₁₆(4*DF*). (Zusatz)

Zweierkomplement-

Anmerkung: Hexadezimalzahlen sind zur Basis 16 und verwenden als Ziffern (in aufsteigender Reihenfolge: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F.

Aufgaben zu Zahlendarstellungen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

Aufgaben zu Zahlendarstellungen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Lösungen:

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von

Aufgaben zu Zahlendarstellungen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Lösungen:

Formale Sprache

■ *Num*₈(345)

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von

Aufgaben zu Zahlendarstellungen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Lösungen:

Formale Sprache

• $Num_8(345) = 229$.

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Zahlen

Repräsentation von

Aufgaben zu Zahlendarstellungen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Lösungen:

Formale Sprache

• $Num_8(345) = 229.$

Übersetzung und Kodierung

■ *Num*₂(11001)

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von

Zweierkomplement-

Darstellung

Aufgaben zu Zahlendarstellungen



Maximilian Staab. uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Lösungen:

Formale Sprache

Übersetzung und

Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von

Aufgaben zu Zahlendarstellungen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Lösungen:

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von

Zweierkomplement-Darstellung • $Num_8(345) = 229$.

• $Num_2(11001) = 25.$

■ *Num*₂(1000)

Aufgaben zu Zahlendarstellungen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Lösungen:

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von

Zweierkomplement-Darstellung • $Num_8(345) = 229$.

• $Num_2(11001) = 25$.

• $Num_2(1000) = 8$.

Aufgaben zu Zahlendarstellungen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Lösungen:

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

- $Num_8(345) = 229$.
- $Num_2(11001) = 25$.
- $Num_2(1000) = 8$.
- *Num*₄(123)

Aufgaben zu Zahlendarstellungen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Lösungen:

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung • $Num_8(345) = 229$.

• $Num_2(11001) = 25$.

• $Num_2(1000) = 8$.

• $Num_4(123) = 27.$

Aufgaben zu Zahlendarstellungen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Lösungen:

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation voi Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung • $Num_8(345) = 229$.

• $Num_2(11001) = 25$.

• $Num_2(1000) = 8$.

• $Num_4(123) = 27$.

Num₁₆(4DF)

Aufgaben zu Zahlendarstellungen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Lösungen:

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vor Zahlen

- $Num_8(345) = 229$.
- $Num_2(11001) = 25$.
- $Num_2(1000) = 8$.
- $Num_4(123) = 27$.
- $Num_{16}(4DF) = 1247$.

Einfachere Umrechnung von Zahlendarstellungen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige

Induktion

Es gilt:

Formale Sprache

 $2(2(2(2(2\cdot 1+0)+1)+0)+1)+0$

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Zahlen

Repräsentation von

Zahlei

Zweierkomplement-

Darstellung

Einfachere Umrechnung von Zahlendarstellungen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige

Induktion

Es gilt:

Formale Sprache

 $2(2(2(2(2\cdot 1+0)+1)+0)+1)+0=2^4\cdot 1+2^4\cdot 0+2^3\cdot 1+2^2\cdot 0+2^1\cdot 1+2^0\cdot 0.$

Ubersetzung un Kodierung

Kodierung von

Zahlen

Repräsentation vor

Zahler

Zweierkomplement-

Einfachere Umrechnung von Zahlendarstellungen



Maximilian Staah uxhdf@student.kit.edu

Vollständige

Es gilt:

Formale Sprache

 $2(2(2(2(2\cdot1+0)+1)+0)+1)+0=2^4\cdot1+2^4\cdot0+2^3\cdot1+2^2\cdot0+2^1\cdot1+2^0\cdot0.$ Daher, einfachere Rechenweise:

Übersetzung und

Kodierung

Kodierung von

Zahlen

Zweierkomplement-

 $Num_k(w) = k^0 \cdot w(0) + k^1 \cdot w(1) + k^2 \cdot w(2) +$

Einfachere Umrechnung von Zahlendarstellungen



Maximilian Staah uxhdf@student.kit.edu

Vollständige

Es gilt:

Formale Sprache

 $2(2(2(2(2\cdot1+0)+1)+0)+1)+0=2^4\cdot1+2^4\cdot0+2^3\cdot1+2^2\cdot0+2^1\cdot1+2^0\cdot0.$

Daher, einfachere Rechenweise:

Übersetzung und Kodierung

 $Num_k(w) = k^0 \cdot w(0) + k^1 \cdot w(1) + k^2 \cdot w(2) +$

Was sind folgende Zahlen in Dezimal im Kopf gerechnet?

Kodierung von

Zahlen

Einfachere Umrechnung von Zahlendarstellungen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige

Induktion

Formale Sprache

Formale Sprache

Übersetzung und

Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vor Zahlen

Zweierkomplement-

Es gilt:

$$2(2(2(2(2(2(2(1+0)+1)+0)+1)+0)=2^4\cdot 1+2^4\cdot 0+2^3\cdot 1+2^2\cdot 0+2^1\cdot 1+2^0\cdot 0.$$

Daher, einfachere Rechenweise:

 $Num_k(w) = k^0 \cdot w(0) + k^1 \cdot w(1) + k^2 \cdot w(2) + \dots$

Was sind folgende Zahlen in Dezimal im Kopf gerechnet?

■ *Num*₂(10101)

Einfachere Umrechnung von Zahlendarstellungen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige

Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und

Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vor Zahlen

Zweierkomplement-

Es gilt:

$$2(2(2(2(2(2(2(1+0)+1)+0)+1)+0)=2^4\cdot 1+2^4\cdot 0+2^3\cdot 1+2^2\cdot 0+2^1\cdot 1+2^0\cdot 0.$$

Daher, einfachere Rechenweise:

 $Num_k(w) = k^0 \cdot w(0) + k^1 \cdot w(1) + k^2 \cdot w(2) +$

Was sind folgende Zahlen in Dezimal im Kopf gerechnet?

• $Num_2(10101) = 21$.

Einfachere Umrechnung von Zahlendarstellungen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige

Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vo

Zweierkomplement-Darstellung Es gilt:

$$2(2(2(2(2(2\cdot1+0)+1)+0)+1)+0=2^4\cdot1+2^4\cdot0+2^3\cdot1+2^2\cdot0+2^1\cdot1+2^0\cdot0.$$

Daher, einfachere Rechenweise:

$$Num_k(w) = k^0 \cdot w(0) + k^1 \cdot w(1) + k^2 \cdot w(2) +$$

Was sind folgende Zahlen in Dezimal im Kopf gerechnet?

- $Num_2(10101) = 21.$
- *Num*₂(11101)

Einfachere Umrechnung von Zahlendarstellungen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige

Induktio

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation voi

Zweierkomplement-Darstellung Es gilt:

$$2(2(2(2(2(2 \cdot 1 + 0) + 1) + 0) + 1) + 0 = 2^4 \cdot 1 + 2^4 \cdot 0 + 2^3 \cdot 1 + 2^2 \cdot 0 + 2^1 \cdot 1 + 2^0 \cdot 0.$$

Daher, einfachere Rechenweise:

$$Num_k(w) = k^0 \cdot w(0) + k^1 \cdot w(1) + k^2 \cdot w(2) +$$

Was sind folgende Zahlen in Dezimal im Kopf gerechnet?

- $Num_2(10101) = 21.$
- $Num_2(11101) = 29.$

Einfachere Umrechnung von Zahlendarstellungen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige

Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und

Kodierung und

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vo Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung Es gilt:

$$2(2(2(2(2\cdot 1+0)+1)+0)+1)+0=2^4\cdot 1+2^4\cdot 0+2^3\cdot 1+2^2\cdot 0+2^1\cdot 1+2^0\cdot 0.$$

Daher, einfachere Rechenweise:

$$Num_k(w) = k^0 \cdot w(0) + k^1 \cdot w(1) + k^2 \cdot w(2) +$$

Was sind folgende Zahlen in Dezimal im Kopf gerechnet?

- $Num_2(10101) = 21.$
- $Num_2(11101) = 29$.
- *Num*₂(111111111)

Einfachere Umrechnung von Zahlendarstellungen



Maximilian Staab uxhdf@student.kit.edu

Vollständige

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Es gilt:

$$2(2(2(2(2(2(1+0)+1)+0)+1)+0)=2^4\cdot 1+2^4\cdot 0+2^3\cdot 1+2^2\cdot 0+2^1\cdot 1+2^0\cdot 0.$$

Daher, einfachere Rechenweise:

$$Num_k(w) = k^0 \cdot w(0) + k^1 \cdot w(1) + k^2 \cdot w(2) +$$

Was sind folgende Zahlen in Dezimal im Kopf gerechnet?

Kodierung von Zahlen

- $Num_2(10101) = 21.$
- $Num_2(11101) = 29.$
- $Num_2(11111111111) = 1023.$

Einfachere Umrechnung von Zahlendarstellungen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

$$Num_k(w) = k^0 \cdot w(0) + k^1 \cdot w(1) + k^2 \cdot w(2) + \dots$$

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

Einfachere Umrechnung von Zahlendarstellungen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

 $Num_k(w)=k^0\cdot w(0)+k^1\cdot w(1)+k^2\cdot w(2)+....$ Was sind folgende Zahlen in Dezimal im Kopf gerechnet?

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vor Zahlen

Einfachere Umrechnung von Zahlendarstellungen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

 $Num_k(w) = k^0 \cdot w(0) + k^1 \cdot w(1) + k^2 \cdot w(2) +$ Was sind folgende Zahlen in Dezimal im Kopf gerechnet?

Übersetzung un Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vor Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung ■ *Num*₁₆(*A*1)

Einfachere Umrechnung von Zahlendarstellungen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vor Zahlen

Zweierkomplement-

 $Num_k(w)=k^0\cdot w(0)+k^1\cdot w(1)+k^2\cdot w(2)+....$ Was sind folgende Zahlen in Dezimal im Kopf gerechnet?

• $Num_{16}(A1) = 161.$

Einfachere Umrechnung von Zahlendarstellungen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation voi Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

- $Num_{16}(A1) = 161.$
- *Num*₁₆(*BC*)

Einfachere Umrechnung von Zahlendarstellungen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation voi Zahlen

Zweierkomplement-

- $Num_{16}(A1) = 161.$
- $Num_{16}(BC) = 188.$

Einfachere Umrechnung von Zahlendarstellungen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation voi Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

- $Num_{16}(A1) = 161.$
- $Num_{16}(BC) = 188.$
- *Num*₁₆(14)

Einfachere Umrechnung von Zahlendarstellungen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vor Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

- $Num_{16}(A1) = 161.$
- $Num_{16}(BC) = 188.$
- $Num_{16}(14) = 20.$

Rechnen mit div und mod



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

Rechnen mit div und mod



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige

Induktion

div Funktion

Die Funktion div dividiert ganzzahlig.

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

Rechnen mit div und mod



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

div Funktion

Die Funktion div dividiert ganzzahlig. (Schneidet also den Rest ab).

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

Rechnen mit div und mod



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige

Induktion

div Funktion

Die Funktion div dividiert ganzzahlig. (Schneidet also den Rest ab).

Formale Sprache

mod Funktion

Übersetzung und Kodierung

Die Modulo Funktion *mod* gibt den Rest einer ganzzahligen Division zurück.

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

Rechnen mit div und mod



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige

Induktion

div Funktion

Die Funktion div dividiert ganzzahlig. (Schneidet also den Rest ab).

Formale Sprache

mod Funktion

Übersetzung und Kodierung Die Modulo Funktion *mod* gibt den Rest einer ganzzahligen Division zurück.

Kodierung von Zahlen

22 div 8

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-

Rechnen mit div und mod



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

div Funktion

Die Funktion div dividiert ganzzahlig. (Schneidet also den Rest ab).

Vollständige Induktion

mod Funktion

Übersetzung und Kodierung

Formale Sprache

Die Modulo Funktion *mod* gibt den Rest einer ganzzahligen Division zurück.

Kodierung von Zahlen

■ 22 div 8 = 2

Repräsentation vo Zahlen

Zweierkomplement-

Rechnen mit div und mod



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

div Funktion

Vollständige Induktion Die Funktion div dividiert ganzzahlig. (Schneidet also den Rest ab).

Formale Sprache

mod Funktion

Übersetzung und Kodierung

Die Modulo Funktion *mod* gibt den Rest einer ganzzahligen Division zurück.

Kodierung von Zahlen **22** div $8 = 2 \left(\frac{22}{8} = 2,75 \right)$.

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-

Rechnen mit div und mod



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige

Induktion

div Funktion

Die Funktion div dividiert ganzzahlig. (Schneidet also den Rest ab).

Formale Sprache

mod Funktion

Die Modulo Fur

Übersetzung und Kodierung

Die Modulo Funktion *mod* gibt den Rest einer ganzzahligen Division zurück.

Kodierung von Zahlen

22 div $8 = 2 \left(\frac{22}{8} = 2,75 \right)$.

Repräsentation vo Zahlen 22 mod 8

Rechnen mit div und mod



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

div Funktion

Vollständige Induktion Die Funktion div dividiert ganzzahlig. (Schneidet also den Rest ab).

Formale Sprache

mod Funktion

Übersetzung und Kodierung

Die Modulo Funktion *mod* gibt den Rest einer ganzzahligen Division zurück.

Kodierung von Zahlen

22 div $8 = 2 \left(\frac{22}{8} = 2,75 \right)$.

Repräsentation vo Zahlen 22 mod 8 = 6.

Rechnen mit div und mod



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige

div Funktion

Die Funktion div dividiert ganzzahlig. (Schneidet also den Rest ab).

Formale Sprache

mod Funktion

Übersetzung und Kodierung Die Modulo Funktion *mod* gibt den Rest einer ganzzahligen Division zurück.

Kodierung von

22 div $8 = 2 \left(\frac{22}{8} = 2,75 \right)$.

Zahlen

22 mod 8 = 6.

Repräsentation von Zahlen

Fülle die Tabelle aus:

Zweierkomplement-

x 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12

x div 4

Rechnen mit div und mod



Maximilian Staab uxhdf@student.kit.edu

Vollständige

div Funktion

Die Funktion div dividiert ganzzahlig. (Schneidet also den Rest ab).

Formale Sprache

mod Funktion

Kodierung

Die Modulo Funktion mod gibt den Rest einer ganzzahligen Division zurück.

Kodierung von

22 div $8 = 2 \left(\frac{22}{9} = 2,75 \right)$.

Zahlen

22 mod 8 = 6.

Repräsentation von

Fülle die Tabelle aus:

Rechnen mit div und mod



Maximilian Staab uxhdf@student.kit.edu

Vollständige

div Funktion

Die Funktion div dividiert ganzzahlig. (Schneidet also den Rest ab).

Formale Sprache

mod Funktion

Kodierung

Die Modulo Funktion mod gibt den Rest einer ganzzahligen Division zurück.

Kodierung von Zahlen

- **22** div $8 = 2 \left(\frac{22}{9} = 2,75 \right)$.
- 22 mod 8 = 6.

Repräsentation von

Fülle die Tabelle aus:

Zweierkomplement-

4 5 6 7 8 9 10 Χ x *div* 4 0 0

Rechnen mit div und mod



Maximilian Staah uxhdf@student.kit.edu

Vollständige

div Funktion

Die Funktion div dividiert ganzzahlig. (Schneidet also den Rest ab).

Formale Sprache

mod Funktion

Kodierung

Die Modulo Funktion mod gibt den Rest einer ganzzahligen Division zurück.

Kodierung von Zahlen

22 div $8 = 2 \left(\frac{22}{9} = 2,75 \right)$.

22 mod 8 = 6.

Repräsentation von

Fülle die Tahelle aus:

Fulle die 18	abell	e aı	JS:											
Х	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
x div 4	0	0	0											

Rechnen mit div und mod



Maximilian Staah uxhdf@student.kit.edu

Vollständige

div Funktion

Die Funktion div dividiert ganzzahlig. (Schneidet also den Rest ab).

Formale Sprache

mod Funktion

Kodierung

Die Modulo Funktion mod gibt den Rest einer ganzzahligen Division zurück.

Kodierung von Zahlen

22 div $8 = 2 \left(\frac{22}{9} = 2,75 \right)$.

22 mod 8 = 6.

Repräsentation von

Fülle die Tahelle aus:

X				3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
x div 4	0	0	0	0										

Rechnen mit div und mod



Maximilian Staab uxhdf@student.kit.edu

Vollständige

div Funktion

Die Funktion div dividiert ganzzahlig. (Schneidet also den Rest ab).

Formale Sprache

mod Funktion

Kodierung

Die Modulo Funktion mod gibt den Rest einer ganzzahligen Division zurück.

Kodierung von Zahlen

- **22** div $8 = 2 \left(\frac{22}{9} = 2,75 \right)$.
- 22 mod 8 = 6.

Repräsentation von

Fülle die Tabelle aus:

Zweierkomplement-

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 Χ x div 4 0 0 0

Rechnen mit div und mod



Maximilian Staah uxhdf@student.kit.edu

Vollständige

div Funktion

Die Funktion div dividiert ganzzahlig. (Schneidet also den Rest ab).

Formale Sprache

mod Funktion

Kodierung

Die Modulo Funktion mod gibt den Rest einer ganzzahligen Division zurück.

Kodierung von Zahlen

- **22** div $8 = 2 \left(\frac{22}{9} = 2,75 \right)$.
- 22 mod 8 = 6.

Repräsentation von

Fülle die Tabelle aus:

i une ule re													
Х	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
x div 4	0	0	0	0	1	1							

Rechnen mit div und mod



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

div Funktion

Vollständige Induktion Die Funktion div dividiert ganzzahlig. (Schneidet also den Rest ab).

Formale Sprache

mod Funktion

Übersetzung und Kodierung

Die Modulo Funktion *mod* gibt den Rest einer ganzzahligen Division zurück.

Kodierung von Zahlen

22 div $8 = 2 \left(\frac{22}{8} = 2,75 \right)$.

22 mod 8 = 6.

Repräsentation von Zahlen

Fülle die Tabelle aus:

Zweierkomplement-Darstellung

i une ule re		c at	,J											
X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
x div 4	0	0	0	0	1	1	1							

Rechnen mit div und mod



Maximilian Staah uxhdf@student.kit.edu

Vollständige

div Funktion

Die Funktion div dividiert ganzzahlig. (Schneidet also den Rest ab).

Formale Sprache

mod Funktion

Kodierung

Die Modulo Funktion mod gibt den Rest einer ganzzahligen Division zurück.

Kodierung von Zahlen

22 div $8 = 2 \left(\frac{22}{9} = 2,75 \right)$.

22 mod 8 = 6.

Repräsentation von Fülle die Tabelle aus:

$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$													
X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
x div 4	0	0	0	0	1	1	1	1					

Rechnen mit div und mod



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige

div Funktion

Die Funktion div dividiert ganzzahlig. (Schneidet also den Rest ab).

Formale Sprache

mod Funktion

Übersetzung und Kodierung

Die Modulo Funktion *mod* gibt den Rest einer ganzzahligen Division zurück.

Kodierung von Zahlen

22 div $8 = 2 \left(\frac{22}{8} = 2,75 \right)$.

22 mod 8 = 6.

Repräsentation von Zahlen

Fülle die Tabelle aus:

rulle die 18	10EII	e ai	JS.											
Х	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
x div 4	0	0	0	0	1	1	1	1	2					

Rechnen mit div und mod



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

div Funktion

Vollständige Induktion Die Funktion div dividiert ganzzahlig. (Schneidet also den Rest ab).

Formale Sprache

mod Funktion

Übersetzung und Kodierung

Die Modulo Funktion *mod* gibt den Rest einer ganzzahligen Division zurück.

Kodierung von Zahlen

- **22** div $8 = 2 \left(\frac{22}{8} = 2,75 \right)$.
- 22 mod 8 = 6.

Repräsentation von Zahlen

Fülle die Tabelle aus:

i une ule re													
Х	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
x div 4	0	0	0	0	1	1	1	1	2	2			

Rechnen mit div und mod



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige

div Funktion

Die Funktion div dividiert ganzzahlig. (Schneidet also den Rest ab).

Formale Sprache

mod Funktion

Übersetzung und Kodierung

Die Modulo Funktion *mod* gibt den Rest einer ganzzahligen Division zurück.

Kodierung von

22 div $8 = 2 \left(\frac{22}{8} = 2,75 \right)$.

Zahlen

22 mod 8 = 6.

Repräsentation von Zahlen

Fülle die Tabelle aus:

i une ule re		c at	١٥.											
Х	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
x div 4	0	0	0	0	1	1	1	1	2	2	2			

Rechnen mit div und mod



Maximilian Staah uxhdf@student.kit.edu

Vollständige

div Funktion

Die Funktion div dividiert ganzzahlig. (Schneidet also den Rest ab).

Formale Sprache

mod Funktion

Kodierung

Die Modulo Funktion mod gibt den Rest einer ganzzahligen Division zurück.

Kodierung von Zahlen

- **22** div $8 = 2 \left(\frac{22}{9} = 2,75 \right)$.
- 22 mod 8 = 6.

Repräsentation von

Fülle die Tabelle aus:

i une ule re	IDCII	c at	, J. J.										
													12
x div 4	0	0	0	0	1	1	1	1	2	2	2	2	

Rechnen mit div und mod



Maximilian Staah uxhdf@student.kit.edu

Vollständige

div Funktion

Die Funktion div dividiert ganzzahlig. (Schneidet also den Rest ab).

Formale Sprache

mod Funktion

Kodierung

Die Modulo Funktion mod gibt den Rest einer ganzzahligen Division zurück.

Kodierung von Zahlen

- **22** div $8 = 2 \left(\frac{22}{9} = 2,75 \right)$.
- 22 mod 8 = 6.

Repräsentation von

Fülle die Tabelle aus:

•	unc aic it	ווטטג	c at	,J.											
	Х	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
	x div 4	0	0	0	0	1	1	1	1	2	2	2	2	3	
	x mod 4														

Rechnen mit div und mod



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige

div Funktion

Die Funktion div dividiert ganzzahlig. (Schneidet also den Rest ab).

Formale Sprache

mod Funktion

Übersetzung un Kodierung Die Modulo Funktion *mod* gibt den Rest einer ganzzahligen Division zurück.

Kodierung von

22 div $8 = 2 \left(\frac{22}{8} = 2,75 \right)$.

Zahlen

22 mod 8 = 6.

Repräsentation von Zahlen

Fülle die Tabelle aus:

i une ule re														
Х	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
x div 4	0	0	0	0	1	1	1	1	2	2	2	2	3	
x mod 4	0													

Rechnen mit div und mod



Maximilian Staah uxhdf@student.kit.edu

Vollständige

div Funktion

Die Funktion div dividiert ganzzahlig. (Schneidet also den Rest ab).

Formale Sprache

mod Funktion

Kodierung

Die Modulo Funktion mod gibt den Rest einer ganzzahligen Division zurück.

Kodierung von

22 div
$$8 = 2 \left(\frac{22}{8} = 2,75 \right)$$
.

Zahlen

22 mod 8 = 6.

Repräsentation von

Fülle die Tabelle aus:

I UIIE UIE I														
X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
x div 4	0	0	0	0	1	1	1	1	2	2	2	2	3	
x mod 4	0	1												

Rechnen mit div und mod



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige

div Funktion

Die Funktion div dividiert ganzzahlig. (Schneidet also den Rest ab).

Formale Sprache

mod Funktion

Übersetzung un Kodierung Die Modulo Funktion *mod* gibt den Rest einer ganzzahligen Division zurück.

Kodierung von Zahlen **22** div $8 = 2 \left(\frac{22}{8} = 2,75 \right)$.

22 mod 8 = 6.

Repräsentation von

Fülle die Tabelle aus:

i une ule id														
Х	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
x div 4	0	0	0	0	1	1	1	1	2	2	2	2	3	
x mod 4	0	1	2											

Rechnen mit div und mod



Maximilian Staah uxhdf@student.kit.edu

Vollständige

div Funktion

Die Funktion div dividiert ganzzahlig. (Schneidet also den Rest ab).

Formale Sprache

mod Funktion

Kodierung

Die Modulo Funktion mod gibt den Rest einer ganzzahligen Division zurück.

Kodierung von

22 div $8 = 2 \left(\frac{22}{9} = 2,75 \right)$.

Zahlen

22 mod 8 = 6.

Repräsentation von Fülle die Tabelle aus:

rulle die 18														
Х	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
x div 4	0	0	0	0	1	1	1	1	2	2	2	2	3	
x mod 4	0	1	2	3										

Rechnen mit div und mod



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige

div Funktion

Die Funktion div dividiert ganzzahlig. (Schneidet also den Rest ab).

Formale Sprache

mod Funktion

Übersetzung un Kodierung Die Modulo Funktion *mod* gibt den Rest einer ganzzahligen Division zurück.

Kodierung von

22 div $8 = 2 \left(\frac{22}{8} = 2,75 \right)$.

Zahlen

22 mod 8 = 6.

Repräsentation von Zahlen

Fülle die Tabelle aus:

i une ule re														
Х	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
x div 4	0	0	0	0	1	1	1	1	2	2	2	2	3	
x mod 4	0	1	2	3	0									

Rechnen mit div und mod



Maximilian Staah uxhdf@student.kit.edu

Vollständige

div Funktion

Die Funktion div dividiert ganzzahlig. (Schneidet also den Rest ab).

Formale Sprache

mod Funktion

Kodierung

Die Modulo Funktion mod gibt den Rest einer ganzzahligen Division zurück.

Kodierung von

22 div $8 = 2 \left(\frac{22}{9} = 2,75 \right)$.

Zahlen 22 mod 8 = 6.

Fülle die Ta	abell	e aı	ıs:											
X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
x div 4	0	0	0	0	1	1	1	1	2	2	2	2	3	
x mod 4	0	1	2	3	0	1								

Rechnen mit div und mod



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige

div Funktion

Die Funktion div dividiert ganzzahlig. (Schneidet also den Rest ab).

Formale Sprache

mod Funktion

Übersetzung und Kodierung Die Modulo Funktion *mod* gibt den Rest einer ganzzahligen Division zurück.

Kodierung von

22 div $8 = 2 \left(\frac{22}{8} = 2,75 \right)$.

Zahlen

22 mod 8 = 6.

Repräsentation von Zahlen

Fülle die Tabelle aus:

i une ule id														
Х	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
x div 4	0	0	0	0	1	1	1	1	2	2	2	2	3	
x mod 4	0	1	2	3	0	1	2							

Rechnen mit div und mod



Maximilian Staah uxhdf@student.kit.edu

Vollständige

div Funktion

Die Funktion div dividiert ganzzahlig. (Schneidet also den Rest ab).

Formale Sprache

mod Funktion

Kodierung

Die Modulo Funktion mod gibt den Rest einer ganzzahligen Division zurück.

Kodierung von

22 div $8 = 2 \left(\frac{22}{9} = 2,75 \right)$.

Zahlen

22 mod 8 = 6.

Repräsentation von

Fülle die Tabelle aus:

i une ule id														
Х	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
x div 4	0	0	0	0	1	1	1	1	2	2	2	2	3	
x mod 4	0	1	2	3	0	1	2	3						

Rechnen mit div und mod



Maximilian Staah uxhdf@student.kit.edu

Vollständige

div Funktion

Die Funktion div dividiert ganzzahlig. (Schneidet also den Rest ab).

Formale Sprache

mod Funktion

Kodierung

Die Modulo Funktion mod gibt den Rest einer ganzzahligen Division zurück.

Kodierung von Zahlen

22 div $8 = 2 \left(\frac{22}{9} = 2,75 \right)$.

22 mod 8 = 6.

Repräsentation von

Fülle die Tabelle aus:

x 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12														
Х	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
x div 4	0	0	0	0	1	1	1	1	2	2	2	2	3	
x mod 4	0	1	2	3	0	1	2	3	0					

Rechnen mit div und mod



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige

div Funktion

Die Funktion div dividiert ganzzahlig. (Schneidet also den Rest ab).

Formale Sprache

mod Funktion

Übersetzung und Kodierung

Die Modulo Funktion *mod* gibt den Rest einer ganzzahligen Division zurück.

Kodierung von

22 div $8 = 2 \left(\frac{22}{8} = 2,75 \right)$.

Zahlen

22 mod 8 = 6.

Repräsentation von Zahlen

Fülle die Tabelle aus:

	0	1	2								10			
x div 4	0	0	0	0	1	1	1	1	2	2	2	2	3	
x mod 4	0	1	2	3	0	1	2	3	0	1				

Rechnen mit div und mod



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

div Funktion

Vollständige Induktion Die Funktion div dividiert ganzzahlig. (Schneidet also den Rest ab).

Formale Sprache

mod Funktion

Übersetzung un Kodierung Die Modulo Funktion *mod* gibt den Rest einer ganzzahligen Division zurück.

Kodierung von

22 div $8 = 2 \left(\frac{22}{8} = 2,75 \right)$.

Zahlen

22 mod 8 = 6.

Repräsentation von Zahlen

Fülle die Tabelle aus:

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
x div 4												2	3
x mod 4	0	1	2	3	0	1	2	3	0	1	2		

Rechnen mit div und mod



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige

div Funktion

Die Funktion div dividiert ganzzahlig. (Schneidet also den Rest ab).

Formale Sprache

mod Funktion

Übersetzung un Kodierung Die Modulo Funktion *mod* gibt den Rest einer ganzzahligen Division zurück.

Kodierung von Zahlen

22 div
$$8 = 2 \left(\frac{22}{8} = 2,75 \right)$$
.

22 mod 8 = 6.

Repräsentation von Zahlen

Fülle die Tabelle aus:

i une ule i	וושטג	c au	JO.											
												11		
x div 4													3	
x mod 4	0	1	2	3	0	1	2	3	0	1	2	3		

Rechnen mit div und mod



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige

div Funktion

Die Funktion div dividiert ganzzahlig. (Schneidet also den Rest ab).

Formale Sprache

mod Funktion

Übersetzung und Kodierung Die Modulo Funktion *mod* gibt den Rest einer ganzzahligen Division zurück.

Kodierung von

22 div $8 = 2 \left(\frac{22}{8} = 2,75 \right)$.

Zahlen

22 mod 8 = 6.

Repräsentation von Zahlen

Fülle die Tabelle aus:

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
x div 4	0	0	0	0	1	1	1	1	2	2	2	2	3	
x mod 4	0	1	2	3	0	1	2	3	0	1	2	3	0	

Von Zeichen zu Zahlen zurück zu Zahlen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

11101₂ ist also 29₁₀.

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von Zahlen

Von Zeichen zu Zahlen zurück zu Zahlen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

11101₂ ist also 29₁₀. Was ist 29₁₀ in binär?

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von Zahlen

Von Zeichen zu Zahlen zurück zu Zahlen



Maximilian Staah uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

11101₂ ist also 29₁₀. Was ist 29₁₀ in binär?

Formale Sprache

k-äre Darstellung

Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von

Zahlen

Zweierkomplement-

Die Repräsentation einer Zahl n

Von Zeichen zu Zahlen zurück zu Zahlen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

11101₂ ist also 29₁₀. Was ist 29₁₀ in binär?

Formale Sprache

k-äre Darstellung

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von

Zahlen

Zweierkomplement-

Die Repräsentation einer Zahl *n* zur Basis *k*

Von Zeichen zu Zahlen zurück zu Zahlen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

11101₂ ist also 29₁₀. Was ist 29₁₀ in binär?

Formale Sprache

k-äre Darstellung

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von

Zahlen

Zweierkomplement-

Die Repräsentation einer Zahl n zur Basis k lässt sich wie folgt ermitteln:

Von Zeichen zu Zahlen zurück zu Zahlen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

11101₂ ist also 29₁₀. Was ist 29₁₀ in binär?

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

k-äre Darstellung

Die Repräsentation einer Zahl n zur Basis k lässt sich wie folgt ermitteln:

$$\mathbf{Repr}_k(n) = \begin{cases} \mathbf{repr}_k(n) & \text{falls } n < k \\ \mathbf{Repr}_k(n \text{ div } k) \cdot \mathbf{repr}_k(n \text{ mod } k) & \text{falls } n \ge k \end{cases}$$

Von Zeichen zu Zahlen zurück zu Zahlen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

11101₂ ist also 29₁₀. Was ist 29₁₀ in binär?

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

k-äre Darstellung

Die Repräsentation einer Zahl n zur Basis k lässt sich wie folgt ermitteln:

$$\mathbf{Repr}_k(n) = \begin{cases} \mathbf{repr}_k(n) & \text{falls } n < k \\ \mathbf{Repr}_k(n \text{ div } k) \cdot \mathbf{repr}_k(n \text{ mod } k) & \text{falls } n \ge k \end{cases}$$

Achtung!

Von Zeichen zu Zahlen zurück zu Zahlen



Maximilian Staab uxhdf@student.kit.edu

Vollständige

11101₂ ist also 29₁₀. Was ist 29₁₀ in binär?

Formale Sprache

k-äre Darstellung

Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-

Die Repräsentation einer Zahl n zur Basis k lässt sich wie folgt ermitteln:

$$\mathbf{Repr}_k(n) = \begin{cases} \mathbf{repr}_k(n) & \text{falls } n < k \\ \mathbf{Repr}_k(n \text{ div } k) \cdot \mathbf{repr}_k(n \text{ mod } k) & \text{falls } n \ge k \end{cases}$$

Achtung! Das · Symbol steht für Konkatenation, nicht für Multiplikation!

Beispiel zu Reprk



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung $\mathbf{Repr}_k(n) = \begin{cases} \mathbf{repr}_k(n) & \text{falls } n < k \\ \mathbf{Repr}_k(n \text{ div } k) \cdot \mathbf{repr}_k(n \text{ mod } k) & \text{falls } n \ge k \end{cases}$

Beispiel zu Reprk



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

$$\mathbf{Repr}_k(n) = \begin{cases} \mathbf{repr}_k(n) & \text{falls } n < k \\ \mathbf{Repr}_k(n \operatorname{div} k) \cdot \mathbf{repr}_k(n \operatorname{mod} k) & \text{falls } n \ge k \end{cases}$$

Zum Beispiel:

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

Beispiel zu Reprk

Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

$$\mathbf{Repr}_k(n) = \begin{cases} \mathbf{repr}_k(n) & \text{falls } n < k \\ \mathbf{Repr}_k(n \text{ div } k) \cdot \mathbf{repr}_k(n \text{ mod } k) & \text{falls } n \ge k \end{cases}$$

Zum Beispiel:

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Zahlen

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung $Repr_2(29) = Repr_2(29 \text{ div } 2) \cdot repr_2(29 \text{ mod } 2)$ $= \operatorname{Repr}_{2}(14) \cdot \operatorname{repr}_{2}(1)$ $= \operatorname{Repr}_{2}(14 \operatorname{div} 2) \cdot \operatorname{repr}_{2}(14 \operatorname{mod} 2) \cdot 1$ $= \operatorname{Repr}_{2}(7) \cdot \operatorname{repr}_{2}(0) \cdot 1$ $= \operatorname{Repr}_{2}(7 \operatorname{div} 2) \cdot \operatorname{repr}_{2}(7 \operatorname{mod} 2) \cdot 01$ $= \operatorname{Repr}_{2}(3) \cdot \operatorname{repr}(1) \cdot 01$ = $\operatorname{Repr}_{2}(3 \operatorname{div} 2) \cdot \operatorname{repr}(3 \operatorname{mod} 2) \cdot 101$ $= \operatorname{Repr}_{2}(1) \cdot \operatorname{repr}(1) \cdot 101$ = 11101

Beispiel zu Reprk

Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion $\mathbf{Repr}_k(n) = \begin{cases} \mathbf{repr}_k(n) & \text{falls } n < k \\ \mathbf{Repr}_k(n \text{ div } k) \cdot \mathbf{repr}_k(n \text{ mod } k) & \text{falls } n \ge k \end{cases}$

Zum Beispiel:

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung **Repr**₂(29)

$$\begin{split} &= \mathbf{Repr}_2(14) \cdot \mathbf{repr}_2(1) \\ &= \mathbf{Repr}_2(14 \ \mathbf{div} \ 2) \cdot \mathbf{repr}_2(14 \ \mathbf{mod} \ 2) \cdot 1 \\ &= \mathbf{Repr}_2(7) \cdot \mathbf{repr}_2(0) \cdot 1 \\ &= \mathbf{Repr}_2(7 \ \mathbf{div} \ 2) \cdot \mathbf{repr}_2(7 \ \mathbf{mod} \ 2) \cdot 01 \\ &= \mathbf{Repr}_2(3) \cdot \mathbf{repr}(1) \cdot 01 \\ &= \mathbf{Repr}_2(3 \ \mathbf{div} \ 2) \cdot \mathbf{repr}(3 \ \mathbf{mod} \ 2) \cdot 101 \\ &= \mathbf{Repr}_2(1) \cdot \mathbf{repr}(1) \cdot 101 \\ &= 11101 \end{split}$$

Beispiel zu Reprk

Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

$$\mathbf{Repr}_k(n) = \begin{cases} \mathbf{repr}_k(n) & \text{falls } n < k \\ \mathbf{Repr}_k(n \text{ div } k) \cdot \mathbf{repr}_k(n \text{ mod } k) & \text{falls } n \ge k \end{cases}$$

Zum Beispiel:

Repr₂(29)

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Zahle

Repräsentation von

Zahlen

Zweierkomplement-

Darstellung

$$\begin{split} &= \mathbf{Repr}_2(14 \ \mathbf{div} \ 2) \cdot \mathbf{repr}_2(14 \ \mathbf{mod} \ 2) \cdot 1 \\ &= \mathbf{Repr}_2(7) \cdot \mathbf{repr}_2(0) \cdot 1 \\ &= \mathbf{Repr}_2(7 \ \mathbf{div} \ 2) \cdot \mathbf{repr}_2(7 \ \mathbf{mod} \ 2) \cdot 01 \\ &= \mathbf{Repr}_2(3) \cdot \mathbf{repr}(1) \cdot 01 \\ &= \mathbf{Repr}_2(3 \ \mathbf{div} \ 2) \cdot \mathbf{repr}(3 \ \mathbf{mod} \ 2) \cdot 101 \\ &= \mathbf{Repr}_2(1) \cdot \mathbf{repr}(1) \cdot 101 \\ &= 11101 \end{split}$$

Beispiel zu Reprk

Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

$$\mathbf{Repr}_k(n) = \begin{cases} \mathbf{repr}_k(n) & \text{falls } n < k \\ \mathbf{Repr}_k(n \text{ div } k) \cdot \mathbf{repr}_k(n \text{ mod } k) & \text{falls } n \ge k \end{cases}$$

Zum Beispiel:

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung **Repr**₂(29)

$$\begin{split} &= \mathbf{Repr}_2(7) \cdot \mathbf{repr}_2(0) \cdot 1 \\ &= \mathbf{Repr}_2(7 \ \mathbf{div} \ 2) \cdot \mathbf{repr}_2(7 \ \mathbf{mod} \ 2) \cdot 01 \\ &= \mathbf{Repr}_2(3) \cdot \mathbf{repr}(1) \cdot 01 \\ &= \mathbf{Repr}_2(3 \ \mathbf{div} \ 2) \cdot \mathbf{repr}(3 \ \mathbf{mod} \ 2) \cdot 101 \\ &= \mathbf{Repr}_2(1) \cdot \mathbf{repr}(1) \cdot 101 \\ &= 11101 \end{split}$$

Beispiel zu Reprk

Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

$$\mathbf{Repr}_k(n) = \begin{cases} \mathbf{repr}_k(n) & \text{falls } n < k \\ \mathbf{Repr}_k(n \text{ div } k) \cdot \mathbf{repr}_k(n \text{ mod } k) & \text{falls } n \ge k \end{cases}$$

Zum Beispiel:

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung **Repr**₂(29)

$$= \operatorname{Repr}_2(7 \operatorname{div} 2) \cdot \operatorname{repr}_2(7 \operatorname{mod} 2) \cdot 01$$

$$= \operatorname{Repr}_2(3) \cdot \operatorname{repr}(1) \cdot 01$$

$$= \operatorname{Repr}_2(3 \operatorname{div} 2) \cdot \operatorname{repr}(3 \operatorname{mod} 2) \cdot 101$$

$$= \operatorname{Repr}_2(1) \cdot \operatorname{repr}(1) \cdot 101$$

$$= 11101$$

Beispiel zu Reprk

Maximilian Staah uxhdf@student.kit.edu

Vollständige

 $\mathbf{Repr}_k(n) = \begin{cases} \mathbf{repr}_k(n) & \text{falls } n < k \\ \mathbf{Repr}_k(n \text{ div } k) \cdot \mathbf{repr}_k(n \text{ mod } k) & \text{falls } n \ge k \end{cases}$

Zum Beispiel:

Formale Sprache

 $Repr_2(29)$

Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von Zahlen

$$\begin{split} &= \mathbf{Repr}_2(3) \cdot \mathbf{repr}(1) \cdot 01 \\ &= \mathbf{Repr}_2(3 \ \mathbf{div} \ 2) \cdot \mathbf{repr}(3 \ \mathbf{mod} \ 2) \cdot 101 \\ &= \mathbf{Repr}_2(1) \cdot \mathbf{repr}(1) \cdot 101 \\ &= 11101 \end{split}$$

Beispiel zu Repr_k

Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

$$\mathbf{Repr}_k(n) = \begin{cases} \mathbf{repr}_k(n) & \text{falls } n < k \\ \mathbf{Repr}_k(n \operatorname{div} k) \cdot \mathbf{repr}_k(n \operatorname{mod} k) & \text{falls } n \ge k \end{cases}$$

Zum Beispiel:

 $Repr_2(29)$

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von Zahlen

$$= \operatorname{Repr}_2(3 \operatorname{div} 2) \cdot \operatorname{repr}(3 \operatorname{mod} 2) \cdot 101$$
$$= \operatorname{Repr}_2(1) \cdot \operatorname{repr}(1) \cdot 101$$
$$= 11101$$

Beispiel zu Reprk

Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

$$\mathbf{Repr}_k(n) = \begin{cases} \mathbf{repr}_k(n) & \text{falls } n < k \\ \mathbf{Repr}_k(n \text{ div } k) \cdot \mathbf{repr}_k(n \text{ mod } k) & \text{falls } n \ge k \end{cases}$$

Zum Beispiel:

•

Übersetzung und Kodierung

Formale Sprache

Kodierung von

Repräsentation von Zahlen

$$= \mathbf{Repr}_2(1) \cdot \mathbf{repr}(1) \cdot 101$$
$$= 11101$$

Beispiel zu Reprk

Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

$$\mathbf{Repr}_k(n) = \begin{cases} \mathbf{repr}_k(n) & \text{falls } n < k \\ \mathbf{Repr}_k(n \text{ div } k) \cdot \mathbf{repr}_k(n \text{ mod } k) & \text{falls } n \ge k \end{cases}$$

Zum Beispiel:

 $\operatorname{Repr}_2(29)$

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von Zahlen

Beispiel zu Reprk



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

$$\mathbf{Repr}_k(n) = \begin{cases} \mathbf{repr}_k(n) & \text{falls } n < k \\ \mathbf{Repr}_k(n \operatorname{div} k) \cdot \mathbf{repr}_k(n \operatorname{mod} k) & \text{falls } n \ge k \end{cases}$$

Zum Beispiel:

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Zahlen

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung $Repr_2(29) = Repr_2(29 \text{ div } 2) \cdot repr_2(29 \text{ mod } 2)$ $= \operatorname{Repr}_{2}(14) \cdot \operatorname{repr}_{2}(1)$ $= \operatorname{Repr}_{2}(14 \operatorname{div} 2) \cdot \operatorname{repr}_{2}(14 \operatorname{mod} 2) \cdot 1$ $= \operatorname{Repr}_{2}(7) \cdot \operatorname{repr}_{2}(0) \cdot 1$ $= \operatorname{Repr}_{2}(7 \operatorname{div} 2) \cdot \operatorname{repr}_{2}(7 \operatorname{mod} 2) \cdot 01$ $= \operatorname{Repr}_{2}(3) \cdot \operatorname{repr}(1) \cdot 01$ = $\operatorname{Repr}_{2}(3 \operatorname{div} 2) \cdot \operatorname{repr}(3 \operatorname{mod} 2) \cdot 101$ $= \mathbf{Repr}_2(1) \cdot \mathbf{repr}(1) \cdot 101$ = 11101

Beispiel zu Reprk



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

$$\mathbf{Repr}_k(n) = \begin{cases} \mathbf{repr}_k(n) & \text{falls } n < k \\ \mathbf{Repr}_k(n \text{ div } k) \cdot \mathbf{repr}_k(n \text{ mod } k) & \text{falls } n \ge k \end{cases}$$



Beispiel zu Reprk



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-

 $\mathbf{Repr}_k(n) = \begin{cases} \mathbf{repr}_k(n) & \text{falls } n < k \\ \mathbf{Repr}_k(n \operatorname{div} k) \cdot \mathbf{repr}_k(n \operatorname{mod} k) & \text{falls } n \ge k \end{cases}$

Beispiel zu Reprk

Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

$$\mathbf{Repr}_k(n) = \begin{cases} \mathbf{repr}_k(n) & \text{falls } n < k \\ \mathbf{Repr}_k(n \text{ div } k) \cdot \mathbf{repr}_k(n \text{ mod } k) & \text{falls } n \geq k \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{Repr}_{16}(29) &= \text{Repr}_{16}(29 \text{ div } 16) \cdot \text{repr}_{16}(29 \text{ mod } 16) \\ &= \text{Repr}_{16}(1) \cdot \text{repr}_{16}(13) \\ &= 1 \cdot D = 1D \end{aligned}$$

Beispiel zu Reprk

Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

$$\mathbf{Repr}_k(n) = \begin{cases} \mathbf{repr}_k(n) & \text{falls } n < k \\ \mathbf{Repr}_k(n \operatorname{div} k) \cdot \mathbf{repr}_k(n \operatorname{mod} k) & \text{falls } n \ge k \end{cases}$$

$$Repr_{16}(29)$$

= $Repr_{16}(1) \cdot repr_{16}(13)$
= $1 \cdot D = 1D$

Beispiel zu Reprk

Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Ubersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung $\mathbf{Repr}_k(n) = \begin{cases} \mathbf{repr}_k(n) & \text{falls } n < k \\ \mathbf{Repr}_k(n \text{ div } k) \cdot \mathbf{repr}_k(n \text{ mod } k) & \text{falls } n \geq k \end{cases}$

$$\mathbf{Repr}_{16}(29)$$

$$= 1 \cdot D = 1D$$

Beispiel zu Reprk

Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung $\mathbf{Repr}_k(n) = \begin{cases} \mathbf{repr}_k(n) & \text{falls } n < k \\ \mathbf{Repr}_k(n \text{ div } k) \cdot \mathbf{repr}_k(n \text{ mod } k) & \text{falls } n \geq k \end{cases}$

$$= 1D$$



Beispiel zu Reprk



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

$$\mathbf{Repr}_k(n) = \begin{cases} \mathbf{repr}_k(n) & \text{falls } n < k \\ \mathbf{Repr}_k(n \text{ div } k) \cdot \mathbf{repr}_k(n \text{ mod } k) & \text{falls } n \ge k \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{Repr}_{16}(29) &= \text{Repr}_{16}(29 \text{ div } 16) \cdot \text{repr}_{16}(29 \text{ mod } 16) \\ &= \text{Repr}_{16}(1) \cdot \text{repr}_{16}(13) \\ &= 1 \cdot D = 1D \end{aligned}$$

Übung zu Reprk



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

$$\mathbf{Repr}_k(n) = \begin{cases} \mathbf{repr}_k(n) & \text{falls } n < k \\ \mathbf{Repr}_k(n \text{ div } k) \cdot \mathbf{repr}_k(n \text{ mod } k) & \text{falls } n \ge k \end{cases}$$

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

Übung zu Reprk

Berechne die Repräsentationen folgender Zahlen in gegebenen Zahlensystemen:

- **Repr**₂(13).
- **Repr**₄(15).
- **Repr**₁₆(268).

Übung zu Reprk



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

$$\mathbf{Repr}_k(n) = \begin{cases} \mathbf{repr}_k(n) & \text{falls } n < k \\ \mathbf{Repr}_k(n \operatorname{div} k) \cdot \mathbf{repr}_k(n \operatorname{mod} k) & \text{falls } n \ge k \end{cases}$$

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

Übung zu Reprk

Berechne die Repräsentationen folgender Zahlen in gegebenen Zahlensystemen:

- **Repr**₂(13).
- **Repr**₄(15).
- **Repr**₁₆(268).

Übung zu Reprk



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion $\mathbf{Repr}_k(n) = \begin{cases} \mathbf{repr}_k(n) & \text{falls } n < k \\ \mathbf{Repr}_k(n \text{ div } k) \cdot \mathbf{repr}_k(n \text{ mod } k) & \text{falls } n \ge k \end{cases}$

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

Übung zu Reprk

Berechne die Repräsentationen folgender Zahlen in gegebenen Zahlensystemen:

- **Repr**₂(13).
- **Repr**₄(15).
- **Repr**₁₆(268).

Lösungen:

Repr₂(13)

Übung zu Reprk



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

$$\mathbf{Repr}_k(n) = \begin{cases} \mathbf{repr}_k(n) & \text{falls } n < k \\ \mathbf{Repr}_k(n \operatorname{div} k) \cdot \mathbf{repr}_k(n \operatorname{mod} k) & \text{falls } n \ge k \end{cases}$$

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

Übung zu Reprk

Berechne die Repräsentationen folgender Zahlen in gegebenen Zahlensystemen:

- **Repr**₂(13).
- **Repr**₄(15).
- **Repr**₁₆(268).

Lösungen:

• $Repr_2(13) = 1101$.

Übung zu Reprk



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion $\mathbf{Repr}_k(n) = \begin{cases} \mathbf{repr}_k(n) & \text{falls } n < k \\ \mathbf{Repr}_k(n \text{ div } k) \cdot \mathbf{repr}_k(n \text{ mod } k) & \text{falls } n \ge k \end{cases}$

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

Übung zu Reprk

Berechne die Repräsentationen folgender Zahlen in gegebenen Zahlensystemen:

- **Repr**₂(13).
- **Repr**₄(15).
- **Repr**₁₆(268).

- $Repr_2(13) = 1101$.
- **Repr**₄(15)

Übung zu Reprk



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

$$\mathbf{Repr}_k(n) = \begin{cases} \mathbf{repr}_k(n) & \text{falls } n < k \\ \mathbf{Repr}_k(n \operatorname{div} k) \cdot \mathbf{repr}_k(n \operatorname{mod} k) & \text{falls } n \ge k \end{cases}$$

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

Übung zu Reprk

Berechne die Repräsentationen folgender Zahlen in gegebenen Zahlensystemen:

- **Repr**₂(13).
- **Repr**₄(15).
- Repr₁₆(268).

- $Repr_2(13) = 1101$.
- **Repr**₄(15) = 33.

Übung zu Reprk



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion $\mathbf{Repr}_k(n) = \begin{cases} \mathbf{repr}_k(n) & \text{falls } n < k \\ \mathbf{Repr}_k(n \operatorname{div} k) \cdot \mathbf{repr}_k(n \operatorname{mod} k) & \text{falls } n \ge k \end{cases}$

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung Übung zu Repr_k

Berechne die Repräsentationen folgender Zahlen in gegebenen Zahlensystemen:

- **Repr**₂(13).
- **Repr**₄(15).
- Repr₁₆(268).

- $Repr_2(13) = 1101$.
- $Repr_4(15) = 33.$
- Repr₁₆(268)



Übung zu Reprk



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

$$\mathbf{Repr}_k(n) = \begin{cases} \mathbf{repr}_k(n) & \text{falls } n < k \\ \mathbf{Repr}_k(n \text{ div } k) \cdot \mathbf{repr}_k(n \text{ mod } k) & \text{falls } n \ge k \end{cases}$$

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung Übung zu Repr_k

Berechne die Repräsentationen folgender Zahlen in gegebenen Zahlensystemen:

- **Repr**₂(13).
- **Repr**₄(15).
- Repr₁₆(268).

- $Repr_2(13) = 1101.$
- Repr₄(15) = 33.
- **Repr**₁₆(268) = 10C.

Feste Länge von Binärzahlen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Zahler

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-

Darstellung

Feste Länge von Binärzahlen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion binℓ

Die Funktion $\mathbf{bin}_{\ell} \colon \mathbb{Z}_{2^{\ell}} \to \{0,1\}^{\ell}$

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-

Darstellung

Feste Länge von Binärzahlen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung un Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-

Darstellung

binℓ

Die Funktion $\textbf{bin}_\ell\colon \mathbb{Z}_{2^\ell}\to \{0,1\}^\ell$ bringt eine gegebene Binärzahl auf eine feste Länge

Feste Länge von Binärzahlen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-

Darstellung

bin_{ℓ}

Die Funktion $\mathbf{bin}_\ell \colon \mathbb{Z}_{2^\ell} \to \{0,1\}^\ell$ bringt eine gegebene Binärzahl auf eine feste Länge, indem sie mit Nullen vorne aufgefüllt wird.

Feste Länge von Binärzahlen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vo Zahlen

Zweierkomplement-

Darstellung

binℓ

Die Funktion $\mathbf{bin}_{\ell} \colon \mathbb{Z}_{2^{\ell}} \to \{0,1\}^{\ell}$ bringt eine gegebene Binärzahl auf eine feste Länge, indem sie mit Nullen vorne aufgefüllt wird. Formell wird sie definiert als:

Feste Länge von Binärzahlen



Maximilian Staah uxhdf@student.kit.edu

Vollständige

Formale Sprache

Kodierung

Kodierung von

Zweierkomplement-

Darstellung

bing

Die Funktion **bin** $_{\ell} \colon \mathbb{Z}_{2^{\ell}} \to \{0,1\}^{\ell}$ bringt eine gegebene Binärzahl auf eine feste Länge, indem sie mit Nullen vorne aufgefüllt wird. Formell wird sie definiert als:

$$\mathsf{bin}_\ell(n) = 0^{\ell - |\mathsf{Repr}_2(n)|} \mathsf{Repr}_2(n)$$

Feste Länge von Binärzahlen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Ubersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vo Zahlen

Zweierkomplement-

Darstellung

bin_{ℓ}

Die Funktion $\mathbf{bin}_{\ell} \colon \mathbb{Z}_{2^{\ell}} \to \{0,1\}^{\ell}$ bringt eine gegebene Binärzahl auf eine feste Länge, indem sie mit Nullen vorne aufgefüllt wird. Formell wird sie definiert als:

$$\mathsf{bin}_\ell(n) = 0^{\ell - |\mathsf{Repr}_2(n)|} \mathsf{Repr}_2(n)$$

Feste Länge von Binärzahlen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vo Zahlen

Zweierkomplement-

Darstellung

bin_{ℓ}

Die Funktion $\mathbf{bin}_{\ell} \colon \mathbb{Z}_{2^{\ell}} \to \{0,1\}^{\ell}$ bringt eine gegebene Binärzahl auf eine feste Länge, indem sie mit Nullen vorne aufgefüllt wird. Formell wird sie definiert als:

$$\mathsf{bin}_\ell(n) = 0^{\ell - |\mathsf{Repr}_2(n)|} \mathsf{Repr}_2(n)$$

Beispiel:

■ bin₈(3)

Feste Länge von Binärzahlen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Ubersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vo Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

bin_{ℓ}

Die Funktion $\mathbf{bin}_{\ell} \colon \mathbb{Z}_{2^{\ell}} \to \{0,1\}^{\ell}$ bringt eine gegebene Binärzahl auf eine feste Länge, indem sie mit Nullen vorne aufgefüllt wird. Formell wird sie definiert als:

$$\mathsf{bin}_\ell(n) = 0^{\ell - |\mathsf{Repr}_2(n)|} \mathsf{Repr}_2(n)$$

bin₈(3) =
$$0^{8-|\text{Repr}_2(3)|}\text{Repr}_2(3)$$

Feste Länge von Binärzahlen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vo Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

bin_{ℓ}

Die Funktion $\mathbf{bin}_{\ell} \colon \mathbb{Z}_{2^{\ell}} \to \{0,1\}^{\ell}$ bringt eine gegebene Binärzahl auf eine feste Länge, indem sie mit Nullen vorne aufgefüllt wird. Formell wird sie definiert als:

$$\mathsf{bin}_\ell(n) = 0^{\ell - |\mathsf{Repr}_2(n)|} \mathsf{Repr}_2(n)$$

$$\qquad \mathbf{bin_8}(3) = \mathbf{0^{8-|Repr_2(3)|}Repr_2(3)} = \mathbf{0^{8-|11|}} \cdot \mathbf{11}$$

Feste Länge von Binärzahlen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vo Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

bin_{ℓ}

Die Funktion $\mathbf{bin}_{\ell} \colon \mathbb{Z}_{2^{\ell}} \to \{0,1\}^{\ell}$ bringt eine gegebene Binärzahl auf eine feste Länge, indem sie mit Nullen vorne aufgefüllt wird. Formell wird sie definiert als:

$$\mathbf{bin}_{\ell}(n) = \mathbf{0}^{\ell - |\mathbf{Repr}_2(n)|} \mathbf{Repr}_2(n)$$

$$\qquad \mathbf{bin_8}(3) = \mathbf{0^{8-|\mathbf{Repr_2}(3)|} \mathbf{Repr_2}(3)} = \mathbf{0^{8-|11|} \cdot 11} = \mathbf{0^{8-2} \cdot 11}$$

Feste Länge von Binärzahlen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vo Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

bin_{ℓ}

Die Funktion $\mathbf{bin}_{\ell} \colon \mathbb{Z}_{2^{\ell}} \to \{0,1\}^{\ell}$ bringt eine gegebene Binärzahl auf eine feste Länge, indem sie mit Nullen vorne aufgefüllt wird. Formell wird sie definiert als:

$$\mathsf{bin}_\ell(n) = 0^{\ell - |\mathsf{Repr}_2(n)|} \mathsf{Repr}_2(n)$$

Beispiel:

bin₈(3) = $0^{8-|\mathbf{Repr}_2(3)|}\mathbf{Repr}_2(3) = 0^{8-|11|} \cdot 11 = 0^{8-2} \cdot 11 = 0^6 \cdot 11 = 00000011$.

Feste Länge von Binärzahlen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vo Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

bin_{ℓ}

Die Funktion $\mathbf{bin}_{\ell} \colon \mathbb{Z}_{2^{\ell}} \to \{0,1\}^{\ell}$ bringt eine gegebene Binärzahl auf eine feste Länge, indem sie mit Nullen vorne aufgefüllt wird. Formell wird sie definiert als:

$$\mathbf{bin}_{\ell}(n) = \mathbf{0}^{\ell - |\mathbf{Repr}_2(n)|} \mathbf{Repr}_2(n)$$

- **bin**₈(3) = $0^{8-|\mathbf{Repr}_2(3)|}\mathbf{Repr}_2(3) = 0^{8-|11|} \cdot 11 = 0^{8-2} \cdot 11 = 0^6 \cdot 11 = 00000011$.
- **bin**₁₆(3)

Feste Länge von Binärzahlen



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vo Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

bin_{ℓ}

Die Funktion $\mathbf{bin}_{\ell} \colon \mathbb{Z}_{2^{\ell}} \to \{0,1\}^{\ell}$ bringt eine gegebene Binärzahl auf eine feste Länge, indem sie mit Nullen vorne aufgefüllt wird. Formell wird sie definiert als:

$$\mathsf{bin}_\ell(n) = 0^{\ell - |\mathsf{Repr}_2(n)|} \mathsf{Repr}_2(n)$$

- **bin**₈(3) = $0^{8-|\mathbf{Repr}_2(3)|}\mathbf{Repr}_2(3) = 0^{8-|11|} \cdot 11 = 0^{8-2} \cdot 11 = 0^6 \cdot 11 = 00000011$.
- **bin**₁₆(3) = 000000000000011.

Zweierkomplement



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-

Darstellung

Zweierkomplement



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Was ist mit negative Zahlen?

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von

Zahlen

Zweierkomplement-

Darstellung

Zweierkomplement



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Was ist mit negative Zahlen?

Vollständige Induktion Idee: Verwende das erste Bit, um zu speichern, ob die Zahl positiv oder negativ ist.

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

Zweierkomplement



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Was ist mit negative Zahlen?

Vollständige Induktion Idee: Verwende das erste Bit, um zu speichern, ob die Zahl positiv oder negativ ist.

Formale Sprache

Beispiel:

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-

Darstellung

Zweierkomplement



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Was ist mit negative Zahlen?

Vollständige Induktion Idee: Verwende das erste Bit, um zu speichern, ob die Zahl positiv oder negativ ist.

Formale Sprache

Beispiel: 5 = 0101_{zkpl}

Übersetzung un Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-

Darstellung

Zweierkomplement



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Was ist mit negative Zahlen?

Vollständige Induktion Idee: Verwende das erste Bit, um zu speichern, ob die Zahl positiv oder negativ ist.

Formale Sprache

■ Beispiel: $5 = 0101_{zkpl}$, $-5 = 1101_{zkpl}$.

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation vo Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

Zweierkomplement



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Was ist mit negative Zahlen?

Vollständige Induktion Idee: Verwende das erste Bit, um zu speichern, ob die Zahl positiv oder negativ ist.

Formale Sprache

■ Beispiel: $5 = 0101_{zkpl}$, $-5 = 1101_{zkpl}$.

Ubersetzung und Kodierung

Zweierkomplement Darstellung

Kodierung von Zahlen

Die Zweierkomplementdarstellung einer Zahl x

Repräsentation vo Zahlen

Zweierkomplement-

Darstellung

Zweierkomplement



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Was ist mit negative Zahlen?

Vollständige Induktion Idee: Verwende das erste Bit, um zu speichern, ob die Zahl positiv oder negativ ist.

Formale Sprache

■ Beispiel: $5 = 0101_{zkpl}$, $-5 = 1101_{zkpl}$.

Ubersetzung und Kodierung

Zweierkomplement Darstellung

Kodierung von Zahlen

Die Zweierkomplementdarstellung einer Zahl x mit der Länge ℓ ist wie folgt definiert:

Repräsentation vo Zahlen

Zweierkomplement-

Darstellung

Zweierkomplement



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Was ist mit negative Zahlen?

Vollständige Induktion Idee: Verwende das erste Bit, um zu speichern, ob die Zahl positiv oder negativ ist.

Formale Sprache

■ Beispiel: $5 = 0101_{zkpl}$, $-5 = 1101_{zkpl}$.

Übersetzung und Kodierung

Zweierkomplement Darstellung

Kodierung von Zahlen

Die Zweierkomplementdarstellung einer Zahl x mit der Länge ℓ ist wie folgt definiert:

Repräsentation von Zahlen

 $\mathbf{Zkpl}_{\ell}(x) = \begin{cases} 0\mathbf{bin}_{\ell-1}(x) & \text{falls } x \ge 0 \\ 1\mathbf{bin}_{\ell-1}(2^{\ell-1} + x) & \text{falls } x < 0 \end{cases}$

Zweierkomplement-Darstellung

Zweierkomplement



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Was ist mit negative Zahlen?
 Idee: Verwende das erst

Vollständige Induktion Idee: Verwende das erste Bit, um zu speichern, ob die Zahl positiv oder negativ ist.

Formale Sprache

■ Beispiel: $5 = 0101_{zkpl}$, $-5 = 1101_{zkpl}$.

Ubersetzung und Kodierung

Zweierkomplement Darstellung

Kodierung von Zahlen

Die Zweierkomplementdarstellung einer Zahl x mit der Länge ℓ ist wie folgt definiert:

Zahlen

 $\mathbf{Zkpl}_{\ell}(x) = \begin{cases} 0\mathbf{bin}_{\ell-1}(x) & \text{falls } x \ge 0 \\ 1\mathbf{bin}_{\ell-1}(2^{\ell-1} + x) & \text{falls } x < 0 \end{cases}$

Zweierkomplement-

Wieso ℓ − 1?

Darstellung

Aufgaben zu Zweierkomplement-Darstellung



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation v

Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

$$\mathbf{Zkpl}_{\ell}(x) = \begin{cases} 0\mathbf{bin}_{\ell-1}(x) & \text{falls } x \ge 0 \\ 1\mathbf{bin}_{\ell-1}(2^{\ell-1} + x) & \text{falls } x < 0 \end{cases}$$

- **Zkpl**₄(3) = 0011.
- **Zkpl**₄(7)
- Zkpl₄(-5)
- **Zkpl**₈(13)
- **Zkpl**₈(−34)
- **Zkpl**₈(−9)

Aufgaben zu Zweierkomplement-Darstellung



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Zahlen

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-

Darstellung

$$\mathbf{Zkpl}_{\ell}(x) = \begin{cases} 0\mathbf{bin}_{\ell-1}(x) & \text{falls } x \ge 0 \\ 1\mathbf{bin}_{\ell-1}(2^{\ell-1} + x) & \text{falls } x < 0 \end{cases}$$

- Zkpl₄(3)
- **Zkpl**₄(7) = 0111.
- **Zkpl**₄(-5)
- Zkpl₈(13)
- **Zkpl**₈(−34)
- **Zkpl**₈(−9)

Aufgaben zu Zweierkomplement-Darstellung



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

l'Iboroetzung une

Kodierung und

Kodierung von

Repräsentation von

Zweierkomplement-Darstellung

$$\mathbf{Zkpl}_{\ell}(x) = \begin{cases} 0\mathbf{bin}_{\ell-1}(x) & \text{falls } x \ge 0 \\ 1\mathbf{bin}_{\ell-1}(2^{\ell-1} + x) & \text{falls } x < 0 \end{cases}$$

- Zkpl₄(3)
- **Zkpl**₄(7)
- **Zkpl**₄(-5) = 1101.
- Zkpl₈(13)
- **Zkpl**₈(-34)
- **Zkpl**₈(−9)

Aufgaben zu Zweierkomplement-Darstellung



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

$$\mathbf{Zkpl}_{\ell}(x) = \begin{cases} 0\mathbf{bin}_{\ell-1}(x) & \text{falls } x \ge 0 \\ 1\mathbf{bin}_{\ell-1}(2^{\ell-1} + x) & \text{falls } x < 0 \end{cases}$$

- Zkpl₄(3)
- **Zkpl**₄(7)
- **Zkpl**₄(−5)
- **Zkpl**₈(13) = 00001101.
- **Zkpl**₈(-34)
- **Zkpl**₈(−9)

Aufgaben zu Zweierkomplement-Darstellung



Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation vo

Zweierkomplement-

Darstellung

$$\mathbf{Zkpl}_{\ell}(x) = \begin{cases} 0\mathbf{bin}_{\ell-1}(x) & \text{falls } x \ge 0 \\ 1\mathbf{bin}_{\ell-1}(2^{\ell-1} + x) & \text{falls } x < 0 \end{cases}$$

- Zkpl₄(3)
- **Zkpl**₄(7)
 - **ZKPI**₄(7)
- **Zkpl**₄(−5)
- Zkpl₈(13)
- **Zkpl**₈(-34) = 10100010.
- **Zkpl**₈(−9)

Aufgaben zu **Zweierkomplement-Darstellung**



Maximilian Staab uxhdf@student.kit.edu

Vollständige

Formale Sprache

Kodierung

Kodierung von

Zweierkomplement-

Darstellung

$$\mathbf{Zkpl}_{\ell}(x) = \begin{cases} 0\mathbf{bin}_{\ell-1}(x) & \text{falls } x \ge 0 \\ 1\mathbf{bin}_{\ell-1}(2^{\ell-1} + x) & \text{falls } x < 0 \end{cases}$$

- \blacksquare Zkpl₄(3)
- \blacksquare Zkpl₄(7)
- \blacksquare **Zkpl**₄(-5)
- **Zkpl**₈(13)
- **Zkpl**₈(-34)
- **Zkpl**₈(-9) = 10001001.

Maximilian Staab, uxhdf@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

