

TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN
ĐẠI HỌC QUỐC GIA THÀNH PHỐ HỒ CHÍ MINH
KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN



TOÁN ỨNG DỤNG THỐNG KÊ

BÁO CÁO THỰC HÀNH

LAB 01

Mã số sinh viên: 21120582

Họ và Tên: Đinh Hoàng Trung.

Mail: 21120582@student.hcmus.edu.vn.

MSSV: 21120582

Họ Tên: Đinh Hoàng Trung.

1. Khái quát bài làm:

- Bài tập được làm trên Visual Studio Code.
- Ma trận đầu vào sẽ được nhập vào file .txt.
 - o Ví dụ:

 INPUT.txt

```
1  1 1 0
2 -1 0 1
3  0 1 1
4  1 -1 0
```

Ma Trận A đọc được:

```
[1.0, 1.0, 0.0]
[-1.0, 0.0, 1.0]
[0.0, 1.0, 1.0]
[1.0, -1.0, 0.0]
```

- Ma trận sau khi được giải nghiệm sẽ xuất ra màn hình terminal (VSC) / console.
- Thư viện được sử dụng : numpy.
- Các hàm theo yêu cầu bài tập:
 - o `innerproduct(v1, v2)`: trả về tích vô hướng của 2 vector v1 và v2 dưới dạng số thực.
 - o `QR_factorization(A)`: Truyền vào 1 ma trận A bất kì khác 0 trả về ma trận phân rã của ma trận A dưới dạng $A = QR$
- Các hàm hỗ trợ:
 - o `print_matrix_list<ma trận_dạng list>`: in ra ma trận lưu trong list.
 - o `multiplyScalarVector< biến số thực hoặc nguyên, vector>`: hàm trả về kết quả của vector nhân 1 hằng số.
 - o `transpose<ma trận>`: trả về ma trận chuyển vị.

MSSV: 21120582

Họ Tên: Đinh Hoàng Trung.

- `round_n <ma trận, số nguyên>`: làm tròn các giá trị trong ma trận với số thập phân muốn làm tròn được truyền vào.
- `nhanmatran <ma trận A, ma trận B>`: trả về kết quả là list lưu ma trận kết quả của phép nhân 2 ma trận A, B.
- `module<vector>`: trả về độ dài của vector truyền vào.
- `xuli0<ma trận A>`: đưa các giá trị xấp xỉ 0 của ma trận về giá trị 0 để hỗ trợ cho việc in ra ma trận (dễ nhìn hơn).
- `GramSchmidtProcess<ma trận A>` : trả về ma trận trực giao gồm các vector được trực chuẩn hóa (Q).

2. `innerproduct(v1, v2)`.

2.1. Kiểm tra điều kiện đủ để thực hiện phép tính:

- Kiểm tra chiều dài của 2 vector.
- Nếu khác nhau thì in ra màn hình cảnh báo và dừng hàm.

Vd:

```
=====
|Tham số truyền vào không hợp lệ do 2 vector truyền vào có chiều dài không giống nhau|
=====
```

2.2. Nếu thỏa điều kiện (độ dài 2 vector bằng nhau).

Thì trả về tích vô hướng của 2 vector.

Vd:

```
[1, 2, 3, 4, 5, 6] . [6, 5, 4, 3, 2, 1] = 56.0
```

3. `QR_factoriztion(A)`.

3.1. Tìm ma trận Q qua hàm `GramSchmitdtProcess`.

- Giải thuật:

MSSV: 21120582

Họ Tên: Đinh Hoàng Trung.

- Given a basis $\{x_1, \dots, x_p\}$ for a nonzero subspace W of \mathbb{R}^n , define

$$\begin{aligned}v_1 &= x_1 \\v_2 &= x_2 - \frac{x_2 \cdot v_1}{v_1 \cdot v_1} v_1 \\v_3 &= x_3 - \frac{x_3 \cdot v_1}{v_1 \cdot v_1} v_1 - \frac{x_3 \cdot v_2}{v_2 \cdot v_2} v_2 \\\vdots \\v_p &= x_p - \frac{x_p \cdot v_1}{v_1 \cdot v_1} v_1 - \frac{x_p \cdot v_2}{v_2 \cdot v_2} v_2 - \dots - \frac{x_p \cdot v_{p-1}}{v_{p-1} \cdot v_{p-1}} v_{p-1}\end{aligned}$$

- Then $\{v_1, \dots, v_p\}$ is an orthogonal basis for W . In addition

- Lần lượt trực hóa các vector cơ sở của ma trận A.
- Các vector sau được trực hóa dựa vào các vector trước.
- Sau khi trực hóa tất cả các vector thì chuẩn hóa toàn bộ các vector vừa trực hóa.
- **Note:** có thể vừa trực hóa vừa chuẩn hóa thay vì trực hóa hết tất cả các vector trong ma trận nhưng 2 cách làm khác nhau sẽ đưa ra kết quả khác nhau, tuy nhiên theo em cả 2 đều không sai vì đưa ra được các vector cơ sở trực giao và có độ dài bằng 1. (ở bài này em trực hóa hết cả ma trận rồi mới chuẩn hóa)
- Ví dụ:
 - Với ma trận Input là:
Ma Trận A đọc được:
[1.0, 1.0, 0.0]
[-1.0, 0.0, 1.0]
[0.0, 1.0, 1.0]
[1.0, -1.0, 0.0]
 - Với cách vừa trực hóa vừa chuẩn hóa các vector ta thu được ma trận QR: (cách 1)(ý tưởng ban đầu)

MSSV: 21120582

Họ Tên: Đinh Hoàng Trung.

Ma trận phân rã QR của A: $A=QR$

=====Q=====

[0.5773502691896258, 0.258198889747161, -0.3162277660168378]
[-0.5773502691896258, 0.5163977794943224, -0.632455532033676]
[0, 0.7745966692414834, 0.6324555320336757]
[0.5773502691896258, 0.258198889747161, -0.3162277660168378]

=====R=====

[1.7320508075688776, 1.1547005383792517, 0]
[0, 1.2909944487358054, 0.7745966692414834]
[0, 0, 0.6324555320336757]

Chuẩn hóa các vector trực giao ta thu được (cách 2): (đã được làm tròn 2 chữ số thập phân)

Ma trận phân rã QR của A: $A=QR$

=====Q=====

[0.58, 0.58, 0.0]
[-0.58, 0.0, 0.58]
[0.0, 0.58, 0.58]
[0.58, -0.58, 0.58]

=====R=====

[1.73, 0.0, -0.58]
[0.0, 1.73, 0.58]
[0.0, 0.0, 1.15]

- Ý tưởng ban đầu là cách 1:
 - Theo kết quả tra được trên phần mềm thì vẫn đúng nhưng theo giải thuật được học trên lớp là cách 2 và theo kết quả giải tay thì được kết quả đúng với cách 2:
 - Kết quả trên phần mềm:

MSSV: 21120582

Họ Tên: Đinh Hoàng Trung.

ANSWER

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{3} & \frac{\sqrt{15}}{15} & -\frac{\sqrt{10}}{10} \\ -\frac{\sqrt{3}}{3} & \frac{2\sqrt{15}}{15} & -\frac{\sqrt{10}}{5} \\ 0 & \frac{\sqrt{15}}{5} & \frac{\sqrt{10}}{5} \\ \frac{\sqrt{3}}{3} & \frac{\sqrt{15}}{15} & -\frac{\sqrt{10}}{10} \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 0.577350269189626 & 0.258198889747161 & -0.316227766016838 \\ -0.577350269189626 & 0.516397779494322 & -0.632455532033676 \\ 0 & 0.774596669241483 & 0.632455532033676 \\ 0.577350269189626 & 0.258198889747161 & -0.316227766016838 \end{bmatrix}$$
$$R = \begin{bmatrix} \sqrt{3} & \frac{2\sqrt{3}}{3} & 0 \\ 0 & \frac{\sqrt{15}}{3} & \frac{\sqrt{15}}{5} \\ 0 & 0 & \frac{\sqrt{10}}{5} \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 1.732050807568877 & 1.154700538379252 & 0 \\ 0 & 1.290994448735806 & 0.774596669241483 \\ 0 & 0 & 0.632455532033676 \end{bmatrix}$$

▪ Kết quả giải tay trên lớp:

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 \\ -\frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix}$$
$$R = Q^{-1}A = Q^T A = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{3}} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$
$$R = \begin{bmatrix} \sqrt{3} & 0 & -\frac{1}{\sqrt{3}} \\ 0 & \sqrt{3} & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ 0 & 0 & \frac{2}{\sqrt{3}} \end{bmatrix}$$

- Q là ma trận trực giao của ma trận góc.

○ (kết quả đã được làm tròn đến 2 chữ số thập phân)

=====Q=====

$$\begin{bmatrix} 0.58, & 0.58, & 0.0 \\ -0.58, & 0.0, & 0.58 \\ 0.0, & 0.58, & 0.58 \\ 0.58, & -0.58, & 0.58 \end{bmatrix}$$

MSSV: 21120582

Họ Tên: Đinh Hoàng Trung.

3.2. Khi có Q ta tìm R qua công thức $Q^{-1}A$.

- $Q^{-1} = Q^T$.

```
=====R=====
[1.73, 0.0, -0.58]
[0.0, 1.73, 0.58]
[0.0, 0.0, 1.15]
```

----Hết---