



## Approche de type filtre particulaire pour le problème d'estimation de la vie résiduelle (RUL)

Stagiaire NGUYEN Trung Duong

Directeurs Antoine GRALL

Anne BARROSOS

Durée Février 2013 – Juillet 2013

Lieu LM2S – ICD - UTT

- 1. Problématique**
- 2. SIS filtre particulaire**
  - Modèle de dégradation
  - Algorithme et visualisation
- 3. SISR filtre particulaire avec redistribution d'adaptation**
  - Mécanisme de redistribution
  - Algorithme
- 4. Estimation de la RUL et résultats de simulation**
- 5. Conclusions et perspectives**

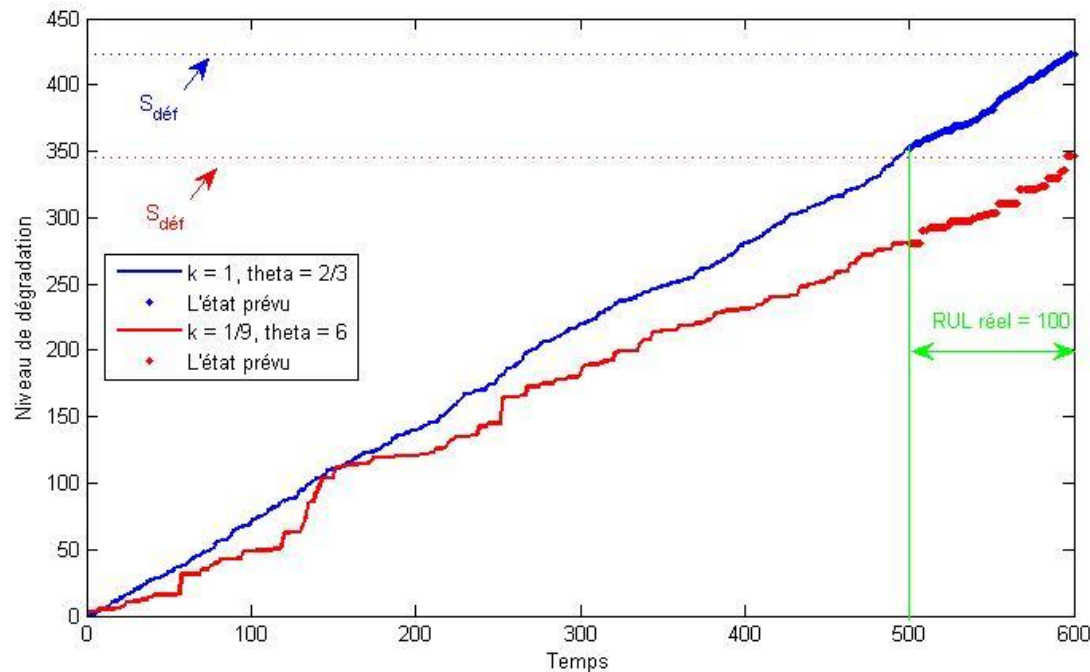
# 1. Problématique

- **Durée de vie résiduelle (RUL)**

Temps de fonctionnement restant d'un système avant la date de défaillance.  
→ Importance dans les stratégies de maintenance.

- **Estimation de la RUL**

- Diagnostic: Trouver le niveau de dégradation actuel en s'appuyant sur des données d'observations.
- Prognostic: Prévoir l'évolution dans le futur de l'état de dégradation.



# 1. Problématique

## ▪ Filtre particulaire

Implémentation de l'estimation Bayésienne récursive en utilisant la méthode de Monte Carlo séquentielle

## ▪ Notations

$X_t = \{x_0, x_1, \dots, x_t\}$  ensemble des états réels (cachés) du processus de dégradation jusqu'à l'instant (t)

$Y_t = \{y_1, \dots, y_t\}$  ensemble des valeurs de mesures correspondantes

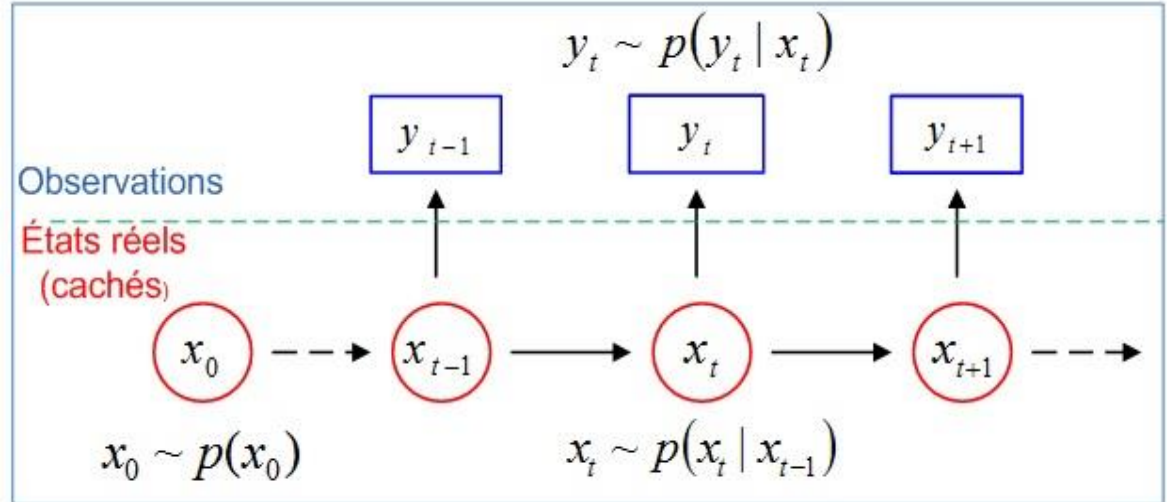
## ▪ Procédures

- i. Approcher à chaque instant (t) la distribution “marginale” a posteriori  $p(x_t|Y_t)$   
par un ensemble de particules  $\{x_t^i, W_t^i\}_{i=1}^{N_s}$
- ii. Estimer le niveau de dégradation  $(x_t)$
- iii. Calculer la RUL par la simulation

## 2. SIS filtre particulière

### ■ Modèle d'espace d'état

$$\begin{cases} x_t = f(x_{t-1}, v_t) \\ y_t = h(x_t, \varepsilon_t) \end{cases}$$



### ■ Hypothèse

$$p(x_t | X_{t-1}) = p(x_t | x_{t-1}) \leftrightarrow f(x_t | x_{t-1}) \quad : \text{noyau de transition}$$

$$p(y_t | Y_{t-1}, X_{t-1}) = p(y_t | x_t) \leftrightarrow h(y_t | x_t) \quad : \text{fonction de vraisemblance}$$

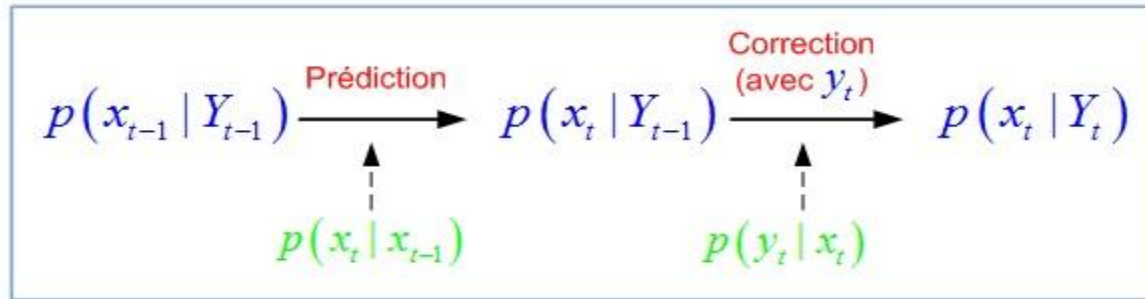
### ■ Processus Gamma

$$\begin{cases} x_t = x_{t-1} + v_t \\ y_t = x_t + \varepsilon_t \end{cases} \text{ avec } \begin{cases} v_t : \Gamma(k, \theta) \\ \varepsilon_t : \mathcal{N}(0, \sigma_\varepsilon^2) \end{cases}$$

$(v_t)$  v.a représente l'incrément du processus Gamma  
 $\leftrightarrow$  bruit de processus

$$p(x_0) = \mathcal{N}(0, \sigma_0^2) \quad : \text{loi initiale}$$

## 2. SIS filtre particulière



### ■ Estimation Bayésienne

$$\begin{aligned} p(x_t | Y_t) &= \frac{p(y_t | x_t) \times p(x_t | Y_{t-1})}{p(y_t | Y_{t-1})} \\ &= \frac{p(y_t | x_t) \times p(x_t | Y_{t-1})}{\int p(y_t | x_t) \times p(x_t | Y_{t-1}) dx_t} \end{aligned}$$

où

$$\begin{aligned} p(x_t | Y_{t-1}) &= \int p(x_t | x_{t-1}) \times p(x_{t-1} | Y_{t-1}) dx_{t-1} \\ x_{MMSE} &= \int x_t \times p(x_t | Y_t) dx_t \end{aligned}$$

### ■ Méthode Monte Carlo séquentielle

$$\begin{aligned} \omega_t^i &= \omega_{t-1}^i \times \frac{p(y_t | x_t^i) \times p(x_t^i | x_{t-1}^i)}{q(x_t^i | x_{t-1}^i, y_t)}, i = 1 : N_s \\ p(x_t | Y_t) &\approx \sum_{i=1}^{N_s} W_t^i \times \delta(x_t - x_t^i) \end{aligned}$$

où

$$W_t^i = \frac{\omega_t^i}{\sum_{i=1}^{N_s} \omega_t^i}$$

$$x_{MMSE} \approx \sum_{i=1}^{N_s} x_t \times (W_t^i \times \delta(x_t - x_t^i)) \approx \sum_{i=1}^{N_s} W_t^i \times x_t^i$$

## 2. SIS filtre particulaire

- **Algorithme:** de type génétique, un ensemble de particules est propagé avec le temps.

- **Il est nécessaire de savoir:**

- Simuler selon la loi initiale  $p(x_0)$
- Simuler selon la loi d'importance  $q(x_t^i | x_{t-1}^i, y_t)$
- Calculer la vraisemblance  $p(y_t | x_t)$   
pour tout  $(x_t)$  à l'acquisition de  $(y_t)$

- **À l'instant ( $t = 0$ )**

- Initialisation:
$$\begin{cases} x_0^i : p(x_0) \\ \omega_0^i = \frac{1}{N_s}, i = 1:N_s \end{cases}$$

---

- **À partir de l'instant ( $t \geq 1$ )**

- Échantillonnage d'importance:

$$x_t^i : q(x_t^i | x_{t-1}^i, y_t)$$

$$\omega_t^i = \omega_{t-1}^i \times \frac{p(y_t | x_t^i) \times p(x_t^i | x_{t-1}^i)}{q(x_t^i | x_{t-1}^i, y_t)}$$

- Normalisation:

$$W_t^i = \frac{\omega_t^i}{\sum_{i=1}^{N_s} \omega_t^i}$$

- Estimation du niveau de dégradation:

$$x_{MMSE} \approx \sum_{i=1}^{N_s} W_t^i \times x_t^i$$

## 2. SIS filtre particulaire

### Loi d'importance populaire:

$$q(x_t^i | x_{t-1}^i, y_t) = p(x_t^i | x_{t-1}^i)$$

Donc:

$$\omega_t^i = \omega_{t-1}^i \times \frac{p(y_t | x_t^i) \times p(x_t^i | x_{t-1}^i)}{q(x_t^i | x_{t-1}^i, y_t)} = \omega_{t-1}^i \times p(y_t | x_t^i)$$

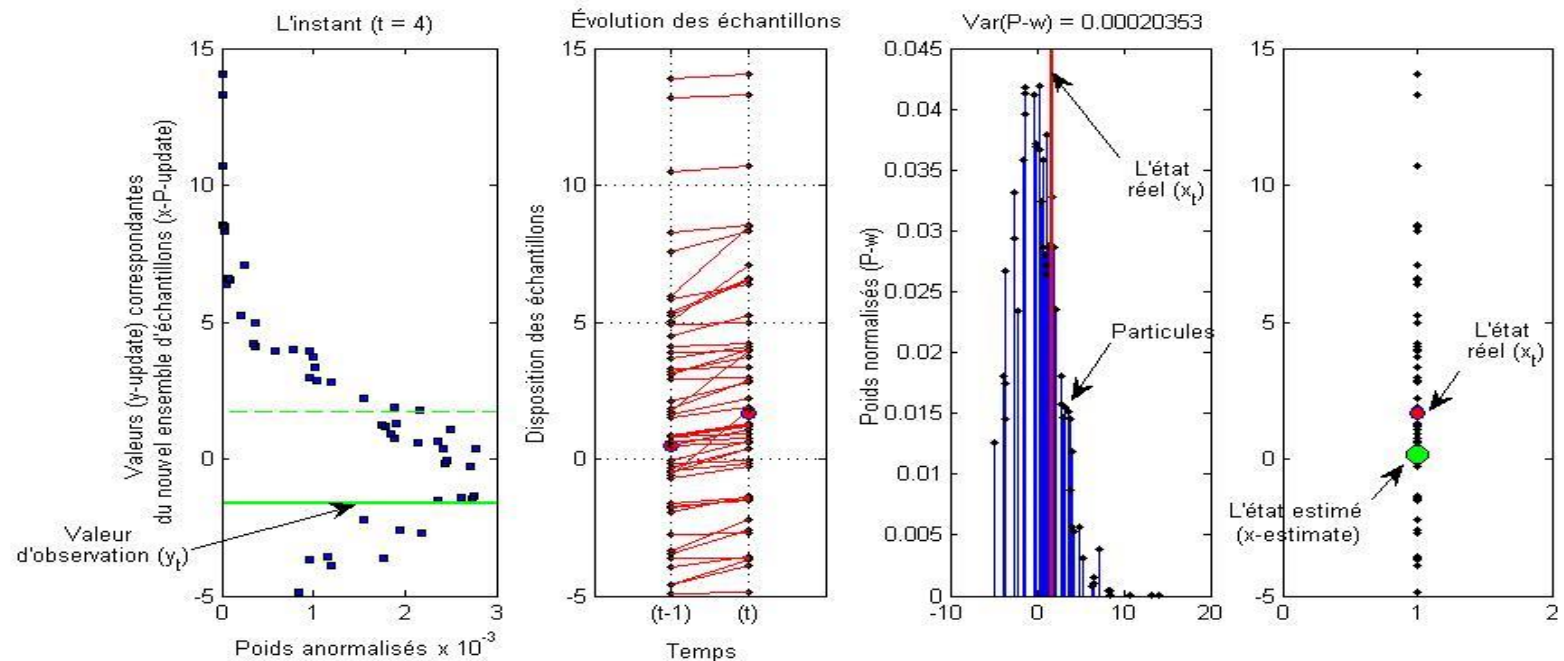
$$y_t : N(x_t, \sigma_\varepsilon^2) \Rightarrow p(y_t | x_t^i) = \frac{1}{\sigma_\varepsilon \sqrt{2\pi}} \times \exp\left(-\frac{(x_t^i - y_t)^2}{2\sigma_\varepsilon^2}\right)$$

### Avantage

Simple

### Inconvénient

Sensible avec des observations bruitées → pauvre qualité

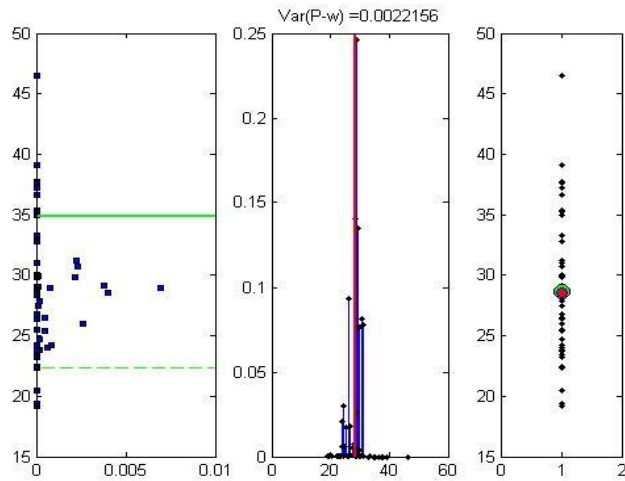




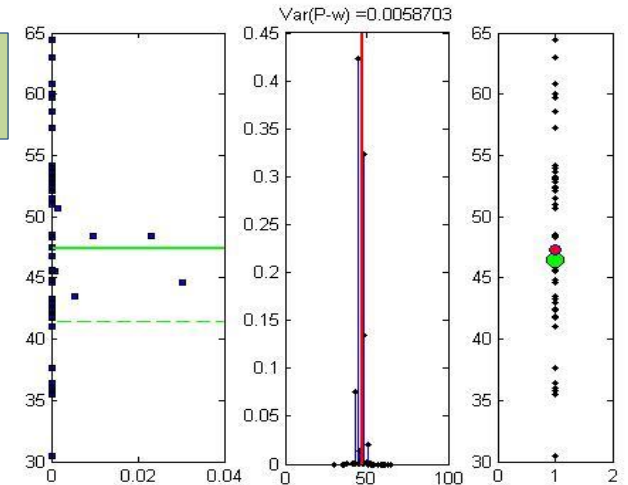
## 2. SIS filtre particulaire

### ■ Phénomène de dégénérescence de poids

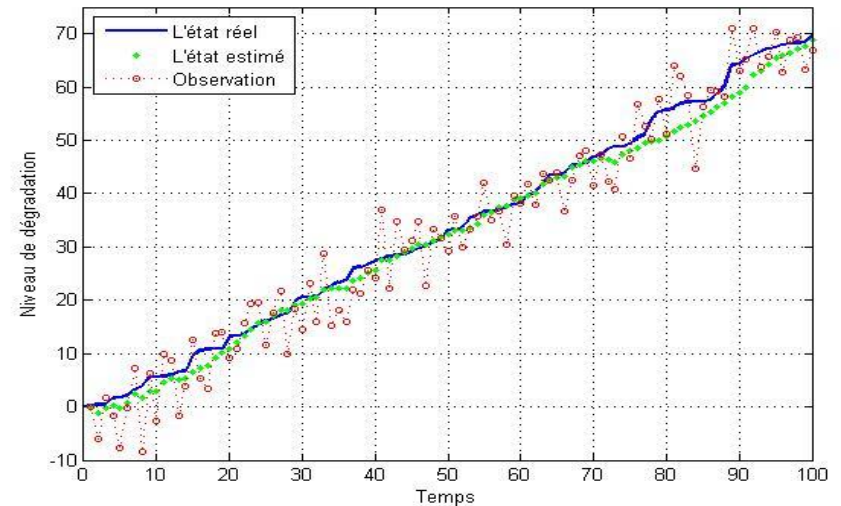
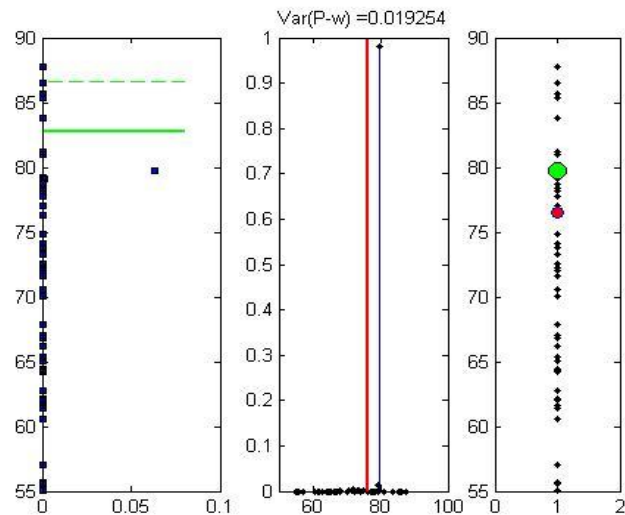
L'instant  
( $t = 43$ )



L'instant  
( $t = 71$ )



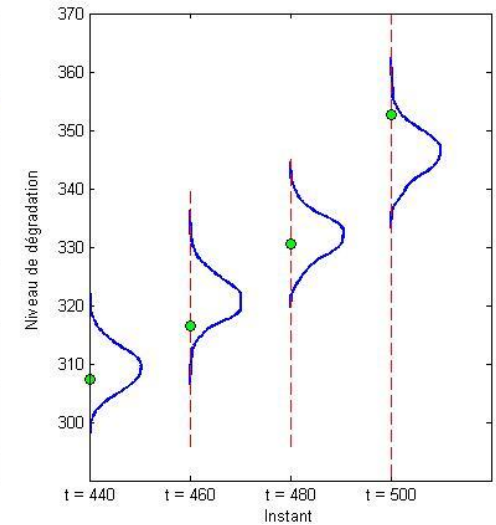
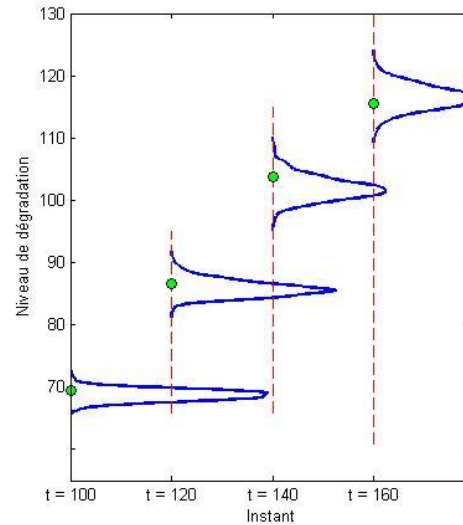
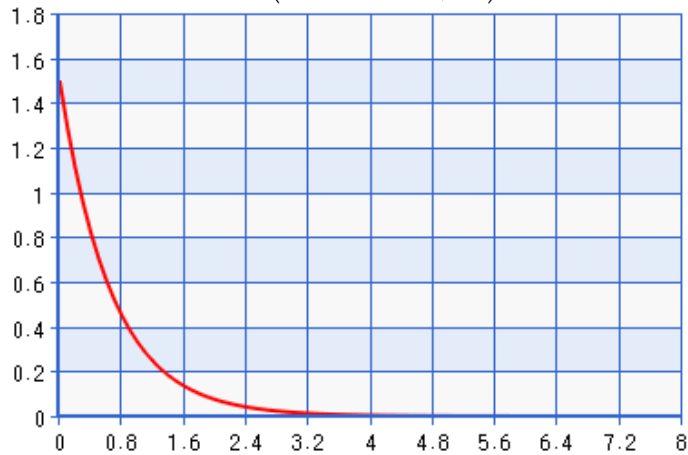
L'instant  
( $t = 108$ )



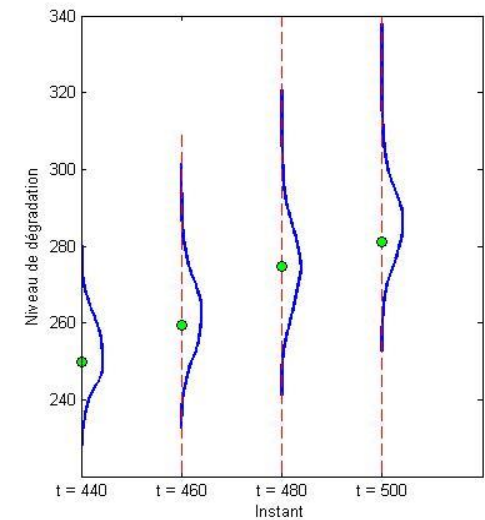
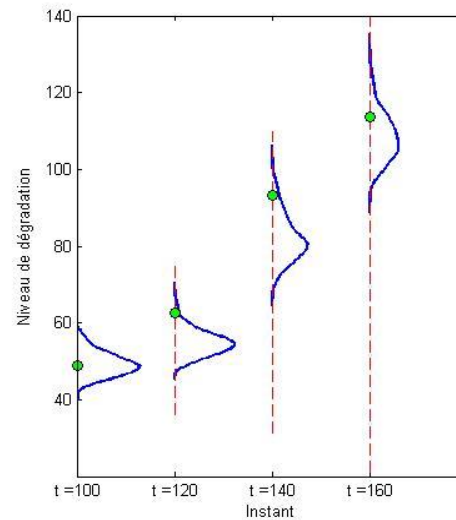
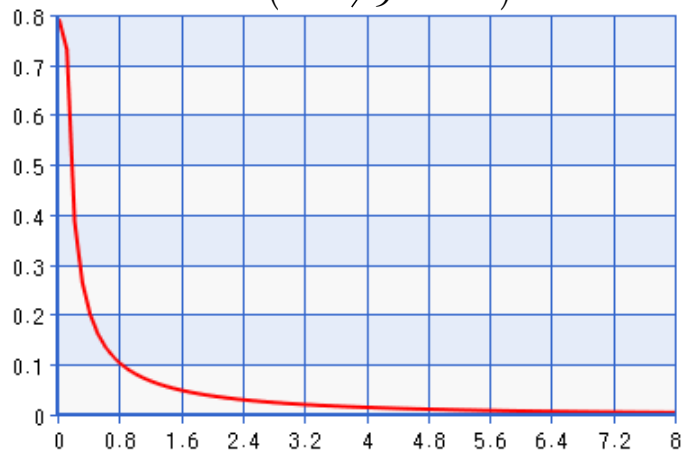
## 2. SIS filtre particulaire

### ■ Distribution des états estimés

$$\Gamma(k_1=1, \theta_1=2/3)$$

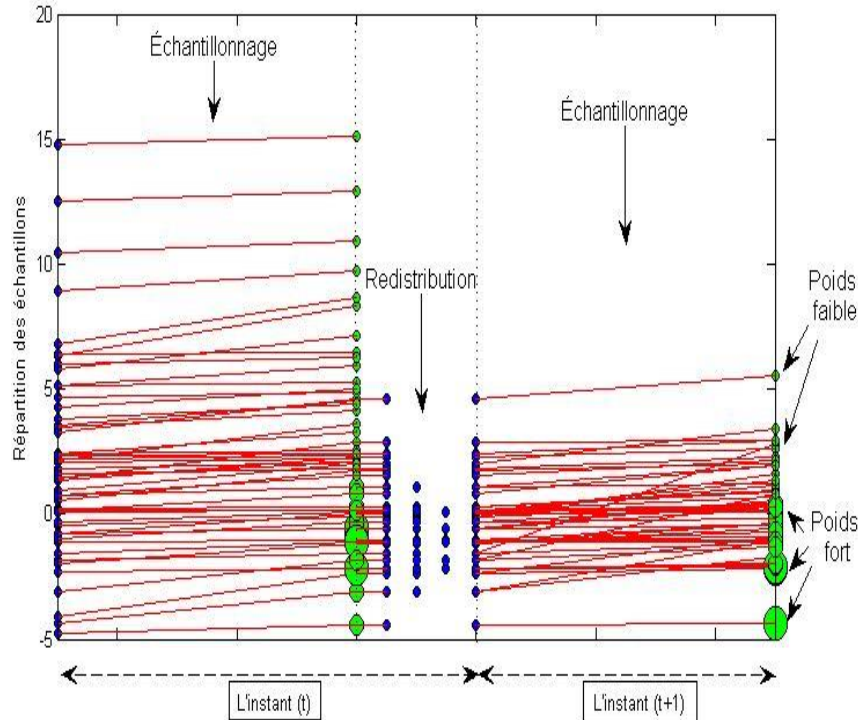


$$\Gamma(k_2=1/9, \theta_2=6)$$



### 3. SISR filtre particulaire avec redistribution d'adaptation

#### ■ Mécanisme de redistribution



Pourtant,

- Engendre des “bruits” additionnels
- Dégénérescence des positions:  
Réduction de la diversité des particules  
↔ bruit de processus

■ (t = 0)

- Initialisation
 
$$\begin{cases} x_0^i : p(x_0) \\ \omega_0^i = 1/N_s, i = 1 : N_s \end{cases}$$

■ (t ≥ 1)

- Échantillonnage d'importance
 
$$\begin{cases} x_t^i : p(x_t^i | x_{t-1}^i) \\ \omega_t^i = \omega_{t-1}^i \times p(y_t | x_t^i) \end{cases}$$
- Normalisation
 
$$W_t^i = \omega_t^i / \sum_{i=1}^{N_s} \omega_t^i$$
- Estimer le niveau de dégradation
 
$$x_{MMSE} \approx \sum_{i=1}^{N_s} W_t^i \times x_t^i$$

Si 
$$\left( N_{eff} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{N_s} (W_t^i)^2} \right) \leq N_{thresh} \left( = N_s / 2 \right)$$

$$x_t^{i*} = redistribution(x_t^i, W_t^i)$$

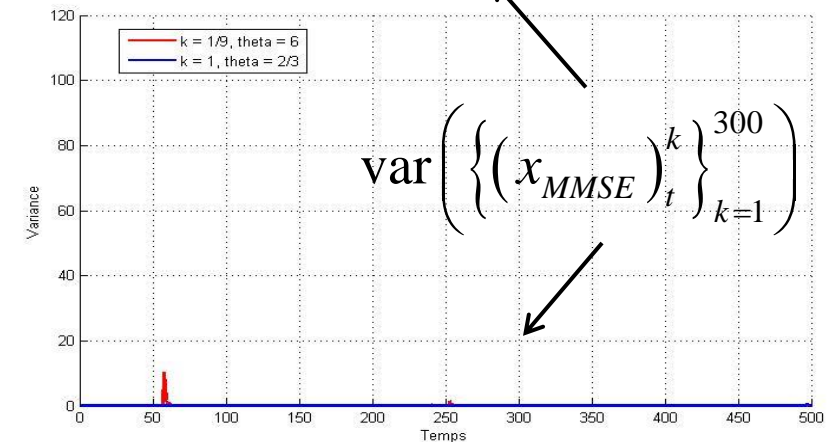
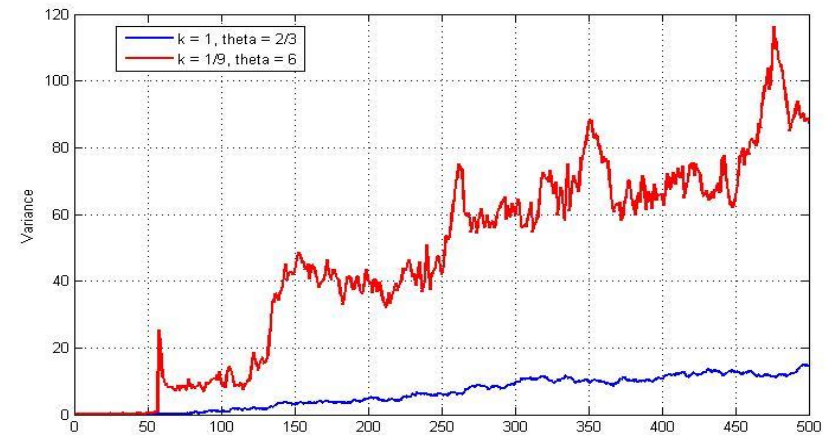
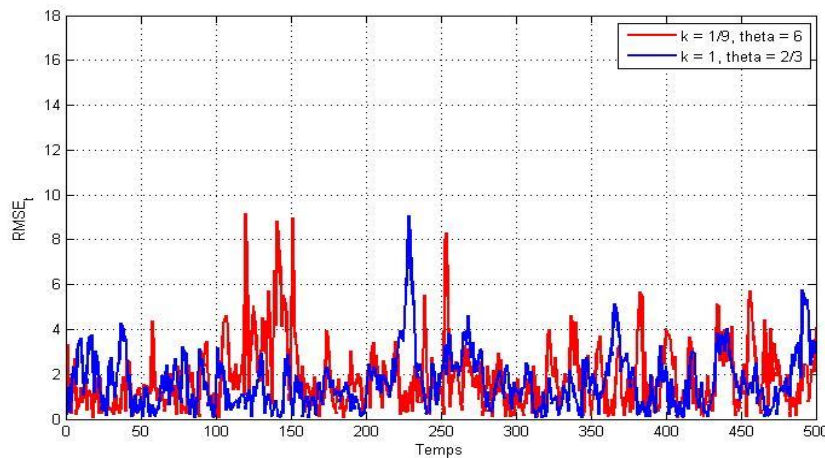
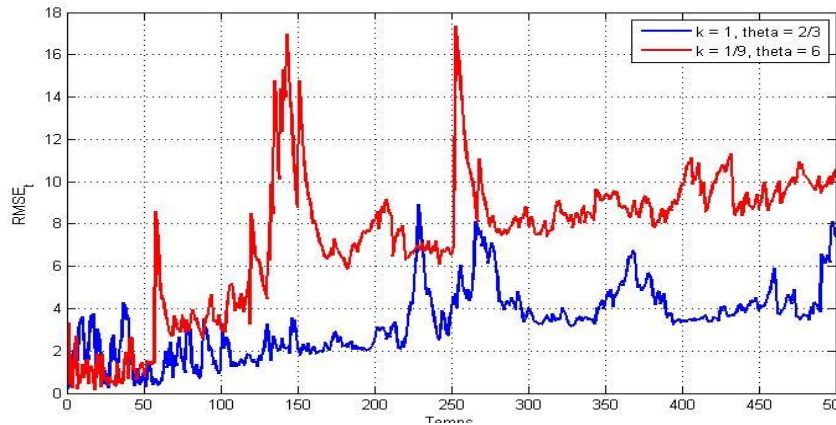
$$\begin{cases} x_t^i = x_t^{i*}, \omega_t^i = 1/N_s \end{cases}$$

### 3. SISR filtre particulière avec redistribution d'adaptation

#### ■ Effets de l'étape de redistribution

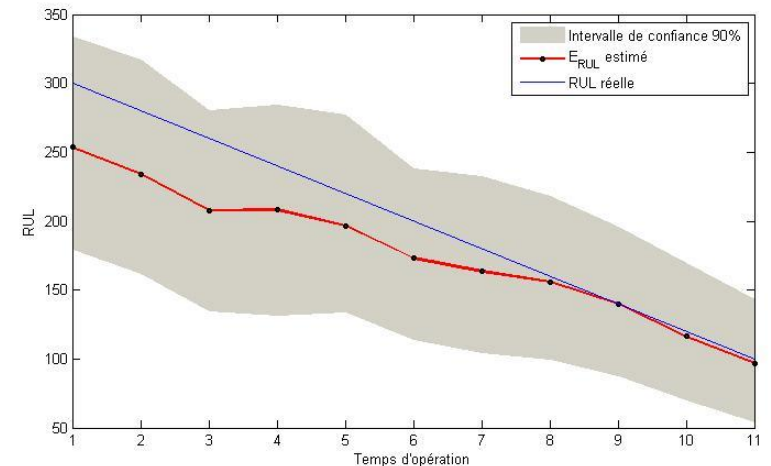
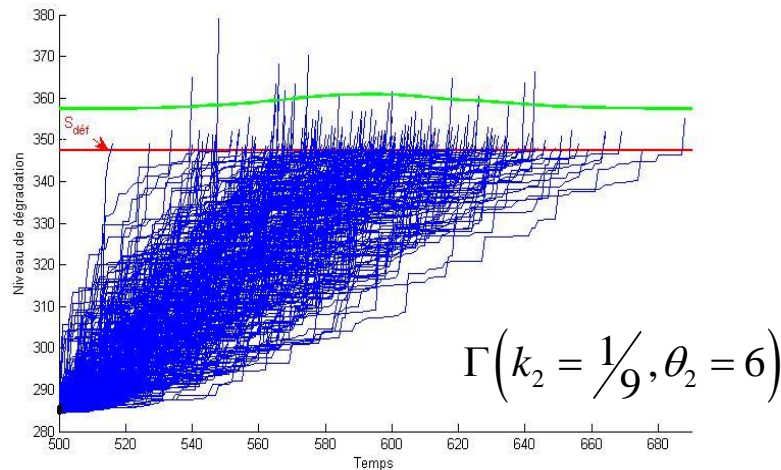
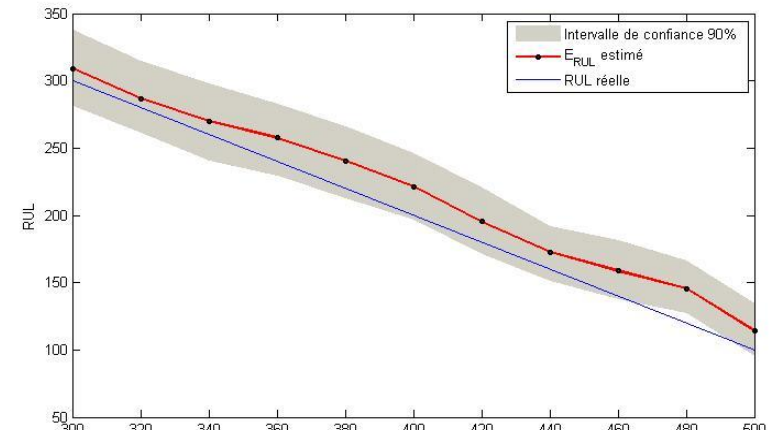
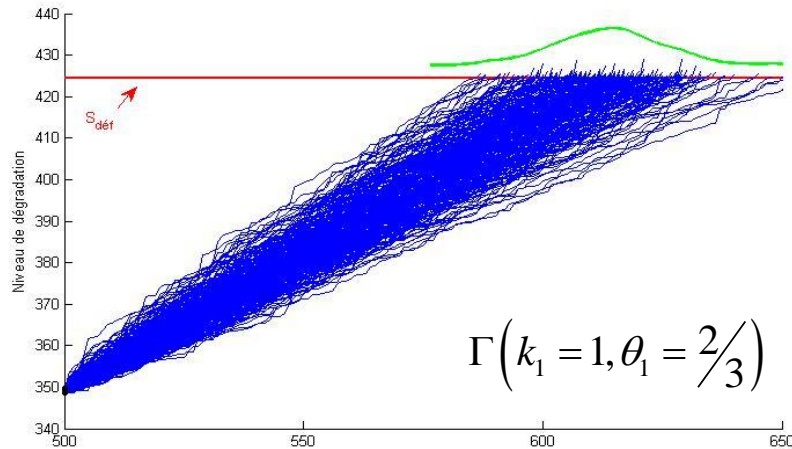
- Éviter l'accumulation des erreurs avec le temps
- Rendre l'estimation plus stable

$$RMSE_t = \sqrt{\frac{1}{300} \times \sum_{k=1}^{300} \left( (x_{MMSE})_t^k - x_t \right)^2}$$



## 4. Estimation de la RUL et résultats de simulation

Supposer que la date de défaillance réelle est:  $T_{def} = 600 \rightarrow \begin{cases} S_{def} = 347.4 \\ S_{def} = 424.5 \end{cases}$  pour  $\begin{cases} \Gamma(k_1 = 1, \theta_1 = 2/3) \\ \Gamma(k_2 = 1/9, \theta_2 = 6) \end{cases}$





## 4. Estimation de la RUL et résultats de simulation

$$RMSE_{globale}^k = \sqrt{\frac{1}{T} \times \sum_{t=1}^T \left( (x_{MMSE})_t^k - x_t \right)^2}, T = 500$$

$$RUL_{re'lle} = T_{def} - 500 = 600 - 500 = 100$$

$$RMSE_{RUL} = \sqrt{\frac{1}{300} \times \sum_{k=1}^{300} \left( (RUL)_k - 100 \right)^2}$$

$$\Gamma(k_1 = 1, \theta_1 = 2/3) \rightarrow \textcircled{1}$$

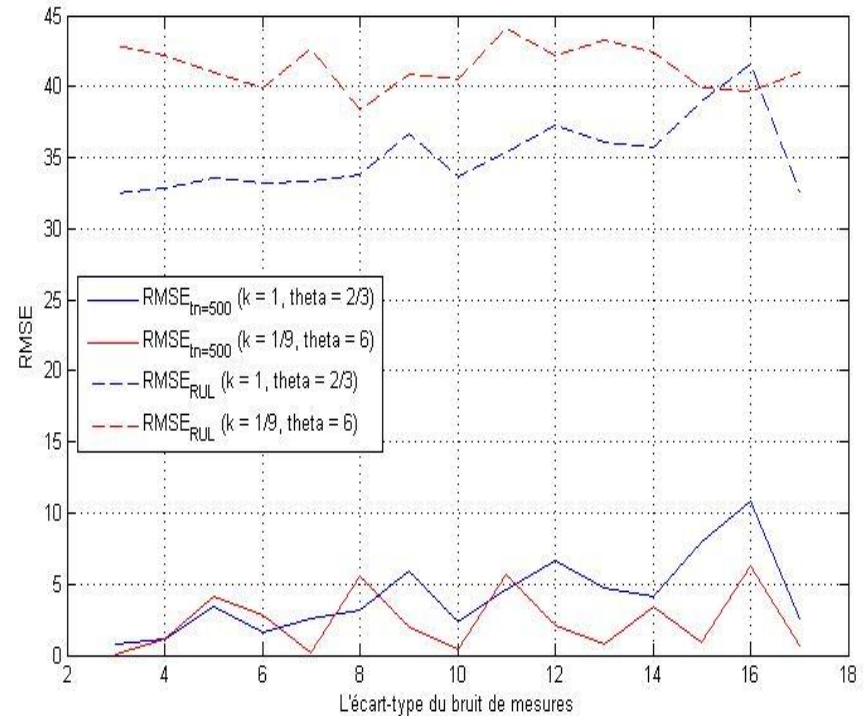
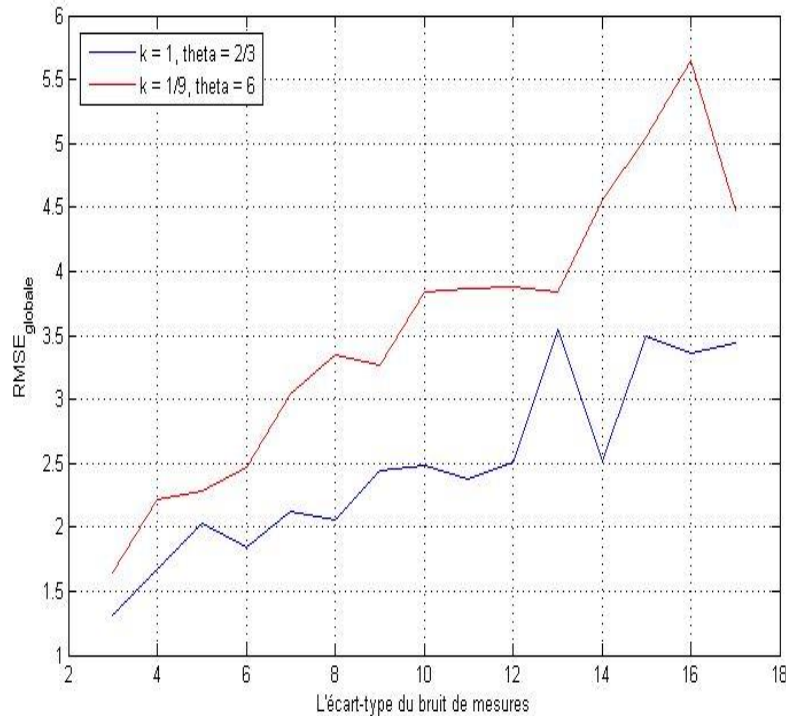
$$\Gamma(k_2 = 1/9, \theta_2 = 6) \rightarrow \textcircled{2}$$

- Quand le nombre de particules ( $N_s$ ) augmente

SIS filtre particulaire	SISR filtre particulaire avec redistribution d'adaptation
<ul style="list-style-type: none"> <li>- <math>N_s</math> grand, <math>RMSE_{globale}</math> décroît.</li> <li>- <math>\begin{cases} RMSE_{globale} \\ RMSE_{t=500} \\ RMSE_{RUL} \end{cases}</math> de <math>\textcircled{2}</math> plus grands que de <math>\textcircled{1}</math>.</li> <li>- <math>N_s</math> grand, valeurs estimées plus robuste</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- <math>RMSE_{globale}</math> beaucoup plus petite, stable.</li> <li>- La différence <math>\textcircled{1} \leftrightarrow \textcircled{2}</math> en <math>\begin{cases} RMSE_{globale} \\ RMSE_{t=500} \end{cases}</math> réduite.</li> <li>- <math>RMSE_{RUL}</math> <math>\textcircled{1} \leftrightarrow \textcircled{2}</math> encore différé (bon diagnostic n'assure pas bon prognostic)</li> <li>- Meilleur diagnostic et prognostic.</li> </ul>

## 4. Estimation de la RUL et résultats de simulation

### ■ Quand l'écart-type ( $\sigma_\varepsilon$ ) du bruit de mesures varie

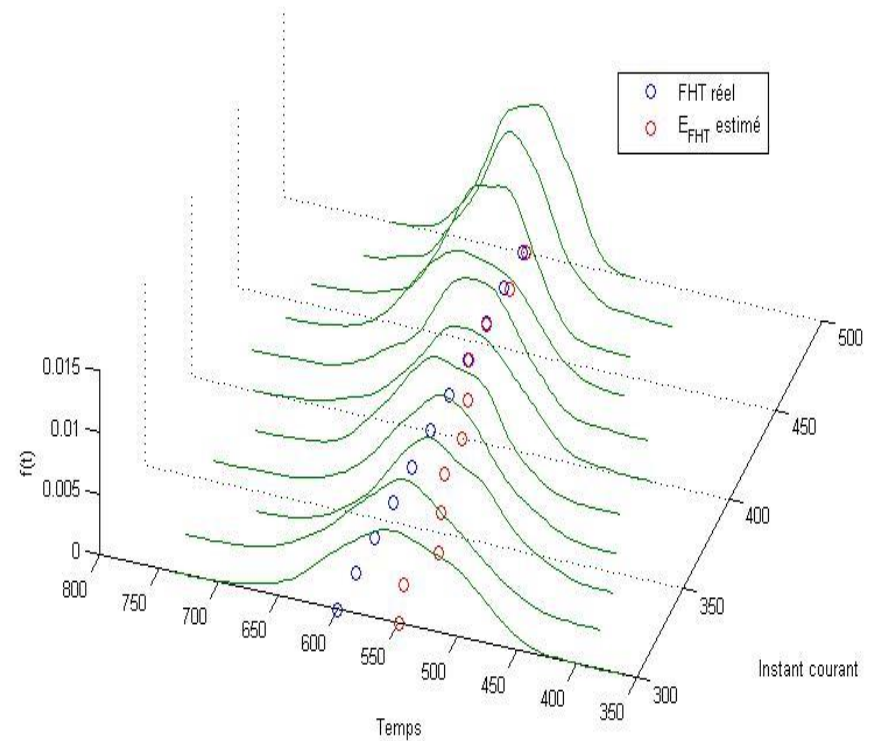
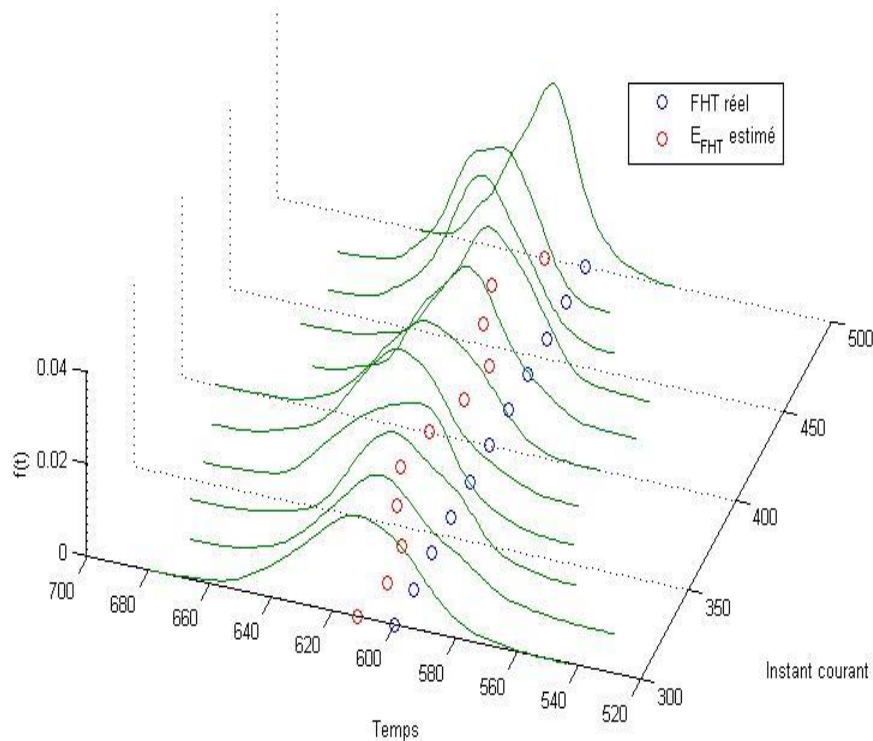


- Qualité de l'estimation instable (choisir la loi d'importance sans tenant compte des observations).
- Si la variance de l'incrément  $\Gamma(k, \theta)$  suffisamment petite.  
→ Capable d'obtenir un bon diagnostic même si  $(\sigma_\varepsilon)$  est grand, et au contraire.

## 4. Estimation de la RUL et résultats de simulation

### ■ Loi du temps d'atteinte (FHT)

- L'instant où le niveau de dégradation dépasse le seuil de défaillance.
- La densité de probabilité plus étroite en approchant la date de défaillance  $T_{def} = 600$   
→ Estimation de FHT plus exacte.





## 5. Conclusions et perspectives

### ▪ Conclusion

- Modéliser la dégradation par un processus Gamma.
- Étudier la construction et le principe d'un filtre particulaire.
- Comparer la performance du filtre particulaire lors de la variation des paramètres.
- Vérifier les algorithmes par la simulation en Matlab.

### ▪ Perspectives

- D'autres techniques pour améliorer la performance.
- Politiques d'inspections.