



**ĐỀ THI THỬ TN THPT LẦN 1  
CHUYÊN SP1 – HÀ NỘI  
NĂM HỌC 2020-2021  
MÔN TOÁN  
THỜI GIAN: 90 PHÚT**

**A-ĐỀ BÀI**

- Câu 1.** [Mức độ 1] Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 16$ . Tọa độ tâm của  $(S)$  là?  
**A.**  $(-1; 2; -3)$ .      **B.**  $(-1; -2; -3)$ .      **C.**  $(1; -2; 3)$ .      **D.**  $(1; 2; 3)$ .

- Câu 2.** [Mức độ 1] Cho hàm số  $f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	1	2	3	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	-	0
$f(x)$	$-\infty$	$-8$	$-\infty$	$+ \infty$	$+ \infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng?

- A.** 1.      **B.** 3.      **C.** -8.      **D.** 5.

- Câu 3.** [Mức độ 2] Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_2 x^2 - x \leq 1$  là

- A.**  $[-1; 0) \cup (1; 2]$       **B.**  $(-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$ .      **C.**  $(0; 1)$ .      **D.**  $[-1; 2]$ .

- Câu 4.** [Mức độ 2] Nghiệm của phương trình  $4^{x+3} = 2^{2020}$  là

- A.**  $x=1003$ .      **B.**  $x=2017$ .      **C.**  $x=2003$ .      **D.**  $x=1007$ .

- Câu 5.** [Mức độ 1] Tìm hệ số của số hạng chứa  $x^5$  trong khai triển  $(3x-2)^8$

- A.**  $-1944C_8^3$ .      **B.**  $-864C_8^3$ .      **C.**  $864C_8^3$ .      **D.**  $1944C_8^3$ .

- Câu 6.** [Mức độ 1] Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , hình chiếu vuông góc của điểm  $A(5; 7; 11)$  trên trục  $Oz$  có tọa độ là

- A.**  $(5; 7; 0)$ .      **B.**  $(5; 0; 0)$ .      **C.**  $(0; 0; 11)$ .      **D.**  $(0; 7; 11)$ .

- Câu 7.** [Mức độ 1] Nghiệm của phương trình  $\log_3(x-1) = 2$  là

- A.**  $x=11$ .      **B.**  $x=9$ .      **C.**  $x=8$ .      **D.**  $x=10$ .

- Câu 8.** [Mức độ 1] Cho khối hộp hình chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $AB = 3; AC = 5; AA' = 8$ . Thể tích của khối

hộp đã cho bằng

- A.** 32.      **B.** 120.      **C.** 96.      **D.** 60.

- Câu 9.** [Mức độ 1] Cho mặt cầu có bán kính  $r = \frac{\sqrt{3}}{2}$ . Diện tích của mặt cầu đã cho bằng



- A.  $\frac{3}{2}\pi$ .      B.  $3\pi$ .      C.  $3\sqrt{3}\pi$ .      D.  $\sqrt{3}\pi$ .

**Câu 10.** [Mức độ 1] Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{-4} = \frac{z+5}{-6}$ .

Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của  $d$ ?

- A.  $\vec{u} = (1; -3; -5)$ .      B.  $\vec{u} = (2; 4; 6)$ .      C.  $\vec{u} = (1; -2; 3)$ .      D.  $\vec{u} = (-1; 2; 3)$

**Câu 11.** [Mức độ 2] Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): 2x - 2y - z + 7 = 0$  và điểm  $A(1; 1; -2)$ . Điểm  $H(a; b; c)$  là hình chiếu vuông góc của  $A$  trên  $(P)$ . Tổng  $a+b+c$

- A.  $-3$ .      B.  $1$ .      C.  $2$ .      D.  $3$ .

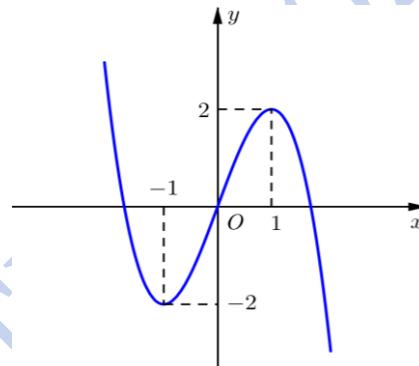
**Câu 12.** [Mức độ 1] Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x+1}{2x-1}$  là:

- A.  $y=1$ .      B.  $x=1$ .      C.  $x=\frac{1}{2}$ .      D.  $y=\frac{1}{2}$ .

**Câu 13.** [Mức độ 1] Tập xác định của hàm số  $y = \log_5 |x|$  là

- A.  $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ .      B.  $(-\infty; 0) \cap (0; +\infty)$ .  
C.  $(-\infty; +\infty)$ .      D.  $(0; +\infty)$ .

**Câu 14.** [Mức độ 1] Cho hàm số bậc ba  $y = f(x)$  có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Số nghiệm thực của phương trình  $f(x) = 2$  là

- A.  $0$ .      B.  $3$ .      C.  $1$ .      D.  $2$ .

**Câu 15.** [Mức độ 1] Cho hàm số  $f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	$-2$	$0$	$2$	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	3	2	3	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-2; 2)$ .      B.  $(0; 2)$ .      C.  $(-2; 0)$ .      D.  $(2; +\infty)$ .

**Câu 16.** [Mức độ 2] Diện tích hình phẳng thuộc góc phần tư thứ hai giới hạn bởi parabol  $y = 2 - x^2$ , đường thẳng  $y = -x$  và trục  $Oy$  bằng



A.  $\frac{11}{6}$ .

B.  $\frac{9}{2}$ .

C.  $\frac{7}{6}$ .

D.  $\frac{5}{6}$ .

**Câu 17.** [Mức độ 1] Số phức liên hợp của số phức  $z = 3 - 4i$  là

A.  $\bar{z} = -3 - 4i$ .

B.  $\bar{z} = 3 + 4i$ .

C.  $\bar{z} = -3 + 4i$ .

D.  $\bar{z} = 3 - 4i$ .

**Câu 18.** [Mức độ 1] Biết  $\int_1^2 f(x)dx = 2$ . Giá trị của  $\int_1^2 [f(x) + 2x]dx$  bằng

A. 1.

B. 4.

C. 2.

D. 5.

**Câu 19.** [Mức độ 2] Cho hình nón có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng  $2a$ . Diện tích xung quanh của hình nón bằng

A.  $\pi a^2$ .

B.  $\pi\sqrt{2}a^2$ .

C.  $2\pi a^2$ .

D.  $2\pi\sqrt{2}a^2$ .

**Câu 20.** [Mức độ 2] Cho hình nón có đường kính đáy bằng 2, đường cao bằng 3. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A.  $3\pi$ .

B.  $(\sqrt{10} + 1)\pi$ .

C.  $\sqrt{10}\pi$ .

D.  $6\pi$ .

**Câu 21.** [Mức độ 1] Cho các số thực dương  $a, b, x$  khác 1, thỏa mãn  $\alpha = \log_a x$ ;  $3\alpha = \log_b x$ . Giá trị của  $\log_{x^3} a^2 b^3$  bằng

A.  $\frac{9}{\alpha}$ .

B.  $\frac{3}{\alpha}$ .

C.  $\frac{\alpha}{3}$ .

D.  $\frac{1}{\alpha}$ .

**Câu 22.** [Mức độ 1] Trên mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , biết  $M(-2; 1)$  là điểm biểu diễn số phức  $z$ . Phần thực của số phức  $(3 - 2i).z$  bằng

A. -8.

B. -4.

C. -1.

D. 7.

**Câu 23.** [Mức độ 2]  $\int (2x+5)^9 dx$  bằng

A.  $\frac{1}{10}(2x+5)^{10} + C$ .

B.  $18(2x+5)^8 + C$ .

C.  $9(2x+5)^8 + C$ .

D.  $\frac{1}{20}(2x+5)^{10} + C$ .

**Câu 24.** [Mức độ 1] Cho khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng  $a$ . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

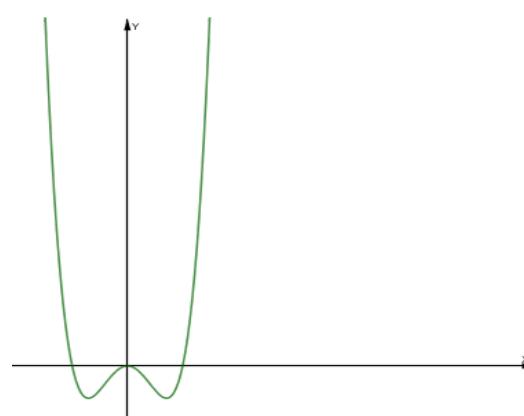
A.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$ .

B.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ .

C.  $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ .

D.  $a^3$ .

**Câu 25.** [Mức độ 1] Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong hình vẽ sau





- A.  $y = x^3 - 3x^2$ .      B.  $y = -x^4 + 2x^2$ .      C.  $y = x^4 - 2x^2$ .      D.  $y = -x^3 + 3x^2$ .

**Câu 26.** [Mức độ 1] Cho cấp số cộng  $(U_n)$  với  $U_1 = 2$  và công sai  $d = 3$ . Giá trị của  $U_4$  bằng

- A. 54.      B. 162.      C. 14.      D. 11.

**Câu 27.** [ Mức độ 2] Số nghiệm nguyên của bất phương trình  $\sqrt{2^{x^2} - 16}(x^2 - 5x + 4) \leq 0$  là

- A. 4 .      B. 3.      C. 2 .      D. 1.

**Câu 28.** [ Mức độ 2] Biết  $f(x)$  là hàm số liên tục trên  $[0;3]$  và ta có  $\int_0^1 f(3x)dx = 3$ . Giá trị của

$$\int_0^3 f(x)dx$$

- A. 9.      B. 1      C. 3.      D.  $\frac{1}{3}$ .

**Câu 29.** [Mức độ 1] Cho khối trụ có bán kính đáy  $r = 3$  và độ dài đường sinh  $l = 5$ . Thể tích của khối trụ đã cho bằng

- A.  $45\pi$ .      B.  $30\pi$ .      C.  $15\pi$ .      D.  $90\pi$ .

**Câu 30.** [Mức độ 1] Cho hai số thực  $x, y$  thỏa mãn  $2 - yi = x + 5i$ , trong đó  $i$  là đơn vị ảo. Giá trị của  $x$  và  $y$  là

- A.  $x = 2; y = -5$ .      B.  $x = 2; y = -5i$ .  
C.  $x = -5; y = 2$ .      D.  $x = -5i; y = 2$ .

**Câu 31.** [Mức độ 2] Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác vuông,  $SA = SB = SC = AB = BC = 2a$ . Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp  $S.ABC$  bằng

- A.  $\frac{8\pi a^2 \sqrt{2}}{3}$ .      B.  $\frac{32\pi a^2 \sqrt{3}}{3}$ .      C.  $\frac{8\pi a^2}{3}$ .      D.  $8\pi a^2$ .

**Câu 32.** [Mức độ 2] Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1;1;1)$ ,  $B(3;-1;1)$ . Mặt cầu đường kính  $AB$  có phương trình là

- A.  $(x+2)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 2$ .      B.  $(x-2)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 4$ .  
C.  $(x+2)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 4$ .      D.  $(x-2)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 2$ .

**Câu 33.** [Mức độ 2] Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $f(x) = \cos 2x - 5 \cos x$  bằng

- A.  $-\frac{33}{8}$ .      B. -4.      C. -5.      D. -6 .

**Câu 34.** [Mức độ 2] Cho hai số phức  $z = 4 + 3i$  và  $w = 1 - i$ . Mô đun của số phức  $z \cdot \overline{w}$  bằng:

- A.  $5\sqrt{2}$  .      B. -4.      C. 5.      D.  $3\sqrt{2}$  .

**Câu 35.** [Mức độ 2] Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có bảng xét dấu của  $f'(x)$  như sau:

$x$	$-\infty$	-3	-2	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-		0	-

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 4      B. 1      C. 3      D. 2

**Câu 36.** [Mức độ 2] Một người gửi tiết kiệm 200 triệu đồng với lãi suất 5% một năm và lãi hàng năm được nhập vào lãi vốn. Sau ít nhất bao nhiêu năm thì người đó nhận được số tiền nhiều hơn 300 triệu đồng?



A. 8 (năm)

B. 9 (năm)

C. 10 (năm)

D. 11 (năm)

**Câu 37.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $A(1;1;1)$ ,  $B(0;2;1)$ ,  $C(1;-1;2)$ . Mặt phẳng đi qua  $A$  và vuông góc với  $BC$  có phương trình là

$$\text{A. } \frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z+1}{1}. \quad \text{B. } x-3y+z-1=0. \quad \text{C. } x-3y+z+1=0. \quad \text{D. } \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z-1}{1}$$

**Câu 38.** Gọi  $S$  là tập hợp các giá trị của  $x$  để ba số  $\log_8 4x; 1 + \log_4 x; \log_2 x$  theo thứ tự lập thành một cấp số nhân. Số phần tử của  $S$  là

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 0.

**Câu 39.** [ Mức độ 2] Cho hàm số  $f(x) = x^3$  có đồ thị  $(C_1)$  và hàm số  $g(x) = 3x^2 + k$  có đồ thị  $(C_2)$ .

Có bao nhiêu giá trị của  $k$  để  $(C_1)$  và  $(C_2)$  có đúng hai điểm chung ?

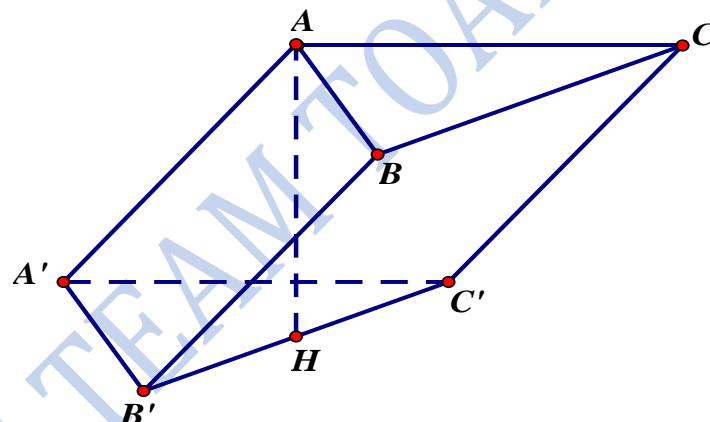
A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 4.

**Câu 40.** [ Mức độ 3] Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ .  $AB = a$ ,  $AC = a\sqrt{3}$ ,  $AA' = 2a$ . Hình chiếu vuông góc của điểm  $A$  trên mặt phẳng  $(A'B'C')$  trung với trung điểm  $H$  của đoạn  $B'C'$  (tham khảo hình vẽ dưới đây). Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AA'$  và  $BC'$  bằng



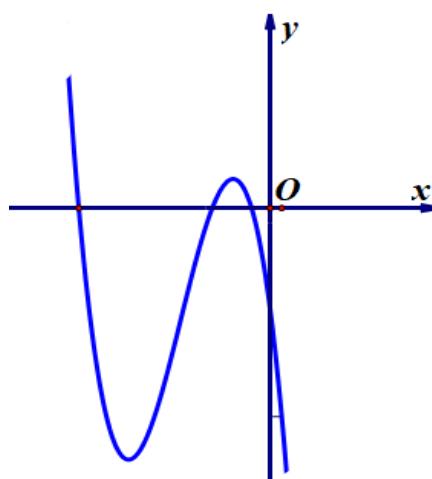
$$\text{A. } \frac{a\sqrt{5}}{3}.$$

$$\text{B. } \frac{a\sqrt{15}}{5}.$$

$$\text{C. } \frac{a\sqrt{5}}{5}.$$

$$\text{D. } \frac{a\sqrt{15}}{3}.$$

**Câu 41.** [ Mức độ 2] Cho hàm số  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  ( $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ ) có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên.





Có bao nhiêu số dương trong các số  $a, b, c, d$ ?

- A. 3.      B. 1.      C. 2.      D. 0.

**Câu 42.** [Mức độ 3] Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA = 12\text{cm}$ ,  $AB = 5\text{cm}$ ,  $AC = 9\text{cm}$ ,  $SB = 13\text{cm}$  và  $SC = 15\text{cm}$  và  $BC = 10\text{cm}$ . Tan của góc giữa hai mặt phẳng  $(SBC)$  và  $(ABC)$  là

- A.  $\frac{\sqrt{14}}{10}$ .      B.  $\frac{10\sqrt{14}}{14}$ .      C.  $\frac{4}{3}$ .      D.  $\frac{12}{5}$ .

**Câu 43.** [Mức độ 4] Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác đều. Hình chiếu vuông góc của  $A'$  trên mặt phẳng  $(ABC)$  là trung điểm  $BC$ . Mặt phẳng  $(P)$  vuông góc với các cạnh bên và cắt các cạnh bên của hình lăng trụ lần lượt tại  $D, E, F$ . Biết mặt phẳng  $(ABB'A')$  vuông góc với mặt phẳng  $(ACC'A')$  và chu vi tam giác  $DEF$  bằng 4, thể tích của khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  bằng

- A.  $12(10 - 7\sqrt{2})$ .      B.  $6(10 - 7\sqrt{2})$ .      C.  $12(10 + 7\sqrt{2})$ .      D.  $4(10 + 7\sqrt{2})$ .

**Câu 44.** [Mức độ 4] Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $f^3(x) + 3f(x) = \sin(2x^3 - 3x^2 + x)$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$ . Tích phân  $I = \int_0^1 f(x)dx$  thuộc khoảng nào?

- A.  $(-1; 1)$ .      B.  $(-3; -2)$ .      C.  $(1; 2)$ .      D.  $(-2; -1)$ .

**Câu 45.** [Mức độ 3] Cho hàm số bậc bốn trùng phương  $f(x)$  có bảng biến thiên như sau.

$x$	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
$f'(x)$	-	0	+	0	-	0	+
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow -1$	$\nearrow 1$	$\searrow -1$	$\nearrow +\infty$		

Số điểm cực trị của hàm số  $g(x) = \frac{1}{x^4} [f(x) - 1]^4$  là

- A. 6.      B. 5.      C. 4.      D. 7.

**Câu 46.** [Mức độ 4] Cho  $F(x)$  là nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1}{2\sqrt{x(x+3)}}$  trên  $(0; +\infty)$  thỏa mãn

$F(1) = \ln 3$ . Giá trị của  $e^{F(2021)} - e^{F(2020)}$  thuộc khoảng nào?

- A.  $\left(\frac{1}{10}; \frac{1}{5}\right)$ .      B.  $\left(0; \frac{1}{10}\right)$ .      C.  $\left(\frac{1}{5}; \frac{1}{3}\right)$ .      D.  $\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{2}\right)$ .

**Câu 47.** [Mức độ 4] Xét các số thực dương  $a$  và  $b$  thỏa mãn  $\log_3(1+ab) = \frac{1}{2} + \log_3(b-a)$ . Giá trị nhỏ

nhất của biểu thức  $P = \frac{(1+a^2)(1+b^2)}{a(a+b)}$  bằng

- A. 1.      B. 2.      C. 4.      D. 3.





- Câu 48.** [Mức độ 3] Gọi  $S$  là tập hợp các giá trị nguyên không âm của  $m$  để hàm số  $y = \frac{\ln x - 10}{\ln x - m}$  đồng biến trên khoảng  $(1; e^3)$ . Số phần tử của  $S$  bằng  
**A.** 7.                   **B.** 8.                   **C.** 6.                   **D.** 9.
- Câu 49.** [Mức độ 4] Một nhóm 10 học sinh gồm 5 học sinh nam trong đó có An và 5 học sinh nữ trong đó có Bình được xếp ngồi vào 10 cái ghế trên một hàng ngang. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp nam và nữ ngồi xen kẽ, đồng thời An không ngồi cạnh Bình?  
**A.**  $32 \cdot 8!$ .                   **B.**  $32 \cdot (4!)^2$ .                   **C.**  $16 \cdot 8!$ .                   **D.**  $16 \cdot (4!)^2$ .

- Câu 50.** [Mức độ 4] Cho  $a, b, c$  là ba số thực dương đôi một phân biệt. Có bao nhiêu bộ  $(a; b; c)$  thỏa mãn  $a^{b+2} \leq b^{a+2}; b^{c+2} \leq c^{b+2}; c^{a+2} \leq a^{c+2}$ .  
**A.** 1.                   **B.** 3.                   **C.** 6.                   **D.** 0.

.....HẾT.....

## B-BẢNG ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

1.C	2.D	3.A	4.D	5.A	6.C	7.D	8.C	9.B	10.D
11.B	12.C	13.A	14.D	15.B	16.C	17.B	18.D	19.B	20.D
21.D	22.B	23.D	24.B	25.C	26.D	27.A	28.A	29.A	30.A
31.D	32.D	33.B	34.A	35.C	36.B	37.C	38.A	39.A	40.B
41.D	42.B	43.A	44.A	45.C	46.A	47.C	48.B	49.B	50.D

## C-ĐÁP ÁN CHI TIẾT

- Câu 1.** [Mức độ 1] Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 16$ . Tọa độ tâm của  $(S)$  là?  
**A.**  $(-1; 2; -3)$ .                   **B.**  $(-1; -2; -3)$ .                   **C.**  $(1; -2; 3)$ .                   **D.**  $(1; 2; 3)$ .

Lời giải

FB tác giả: Lâm Hoàng

Tâm cầu  $I(1; -2; 3)$

- Câu 2.** [Mức độ 1] Cho hàm số  $f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	1	2	3	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	-	0
$f(x)$	$-\infty$	$-8$	$-\infty$	$5$	$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng?

- A.** 1.                   **B.** 3.                   **C.** -8.                   **D.** 5.

Lời giải



FB tác giả: Lâm Hoàng

Từ BBT ta có giá trị cực tiểu của hàm số  $y = f(3) = 5$

**Câu 3.** [Mức độ 2] Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_2 x^2 - x \leq 1$  là

**A.**  $[-1;0) \cup (1;2]$

**B.**  $(-\infty;-1) \cup (2;+\infty)$ .

**C.**  $(0;1)$ .

**D.**  $[-1;2]$ .

**Lời giải**

FB tác giả: TrungKienTa

$$\text{Điều kiện } x^2 - x > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x > 1 \end{cases}$$

$$\log_2 x^2 - x \leq 1$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x \leq 2$$

$$\Leftrightarrow -1 \leq x \leq 2.$$

Kết hợp điều kiện  $\Rightarrow$  tập nghiệm của bất phương trình là  $[-1;0) \cup (1;2]$ .

**Câu 4.** [Mức độ 2] Nghiệm của phương trình  $4^{x+3} = 2^{2020}$  là

**A.**  $x=1003$ .

**B.**  $x=2017$ .

**C.**  $x=2003$ .

**D.**  $x=1007$ .

**Lời giải**

FB tác giả: TrungKienTa

$$4^{x+3} = 2^{2020}$$

$$\Leftrightarrow 2^{2x+6} = 2^{2020}$$

$$\Leftrightarrow 2^{2x+6} = 2^{2020}$$

$$\Rightarrow 2x+6 = 2020 \Leftrightarrow x = 1007.$$

**Câu 5.** [Mức độ 1] Tìm hệ số của số hạng chứa  $x^5$  trong khai triển  $(3x-2)^8$

**A.**  $-1944C_8^3$ .

**B.**  $-864C_8^3$ .

**C.**  $864C_8^3$ .

**D.**  $1944C_8^3$ .

**Lời giải**

FB tác giả: Nguyễn Trường Viên

$$\text{Ta có: } (3x-2)^8 = \sum_{k=0}^8 C_8^k \cdot (3x)^{8-k} \cdot (-2)^k = \sum_{k=0}^8 C_8^k \cdot 3^{8-k} \cdot (-2)^k \cdot x^{8-k}$$

Số hạng chứa  $x^5$  trong khai triển ứng với  $8-k=5 \Leftrightarrow k=3$ . Nên hệ số cần tìm là  $C_8^3 \cdot 3^{8-3} \cdot (-2)^3 = -1944C_8^3$ .

**Câu 6.** [Mức độ 1] Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , hình chiếu vuông góc của điểm  $A(5;7;11)$  trên trục  $Oz$  có tọa độ là

**A.**  $(5;7;0)$ .

**B.**  $(5;0;0)$ .

**C.**  $(0;0;11)$ .

**D.**  $(0;7;11)$ .

**Lời giải**

FB tác giả: Nguyễn Trường Viên

Hình chiếu vuông góc của điểm  $A(5;7;11)$  trên trục  $Oz$  có tọa độ là  $(0;0;11)$ .

**Câu 7.** [Mức độ 1] Nghiệm của phương trình  $\log_3(x-1)=2$  là

- A.  $x=11$ .      B.  $x=9$ .      C.  $x=8$ .      D.  $x=10$ .

**Lời giải**

*FB tác giả: Hang Nguyen Hang*

ĐK:  $x > 1$ .

Ta có  $\log_3(x-1)=2 \Leftrightarrow x-1=9 \Leftrightarrow x=10$  (TM).

**Câu 8.** [Mức độ 1] Cho khối hộp hình chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $AB=3$ ;  $AC=5$ ;  $AA'=8$ . Thể tích của khối

hộp đã cho bằng

- A. 32.      B. 120.      C. 96.      D. 60.

**Lời giải**

*FB tác giả: Hang Nguyen Hang*

Áp dụng định lý Py-ta-go trong tam giác vuông  $ABC$  ta có  $BC = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$ .

Thể tích khối hộp đã cho là:  $V_{ABCD.A'B'C'D'} = AB.BC.AA' = 3.4.8 = 96$ .

**Câu 9.** [Mức độ 1] Cho mặt cầu có bán kính  $r = \frac{\sqrt{3}}{2}$ . Diện tích của mặt cầu đã cho bằng

- A.  $\frac{3}{2}\pi$ .      B.  $3\pi$ .      C.  $3\sqrt{3}\pi$ .      D.  $\sqrt{3}\pi$ .

**Lời giải**

*FB tác giả: Vũ Văn Bắc*

Diện tích của mặt cầu đã cho bằng  $S = 4\pi r^2 = 4\pi \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 3\pi$ .

**Câu 10.** [Mức độ 1] Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{-4} = \frac{z+5}{-6}$ .

Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của  $d$ ?

- A.  $\vec{u} = (1; -3; -5)$ .      B.  $\vec{u} = (2; 4; 6)$ .      C.  $\vec{u} = (1; -2; 3)$ .      D.  $\vec{u} = (-1; 2; 3)$

**Lời giải**

*FB tác giả: Vũ Văn Bắc*

Đường thẳng  $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{-4} = \frac{z+5}{-6}$  có một vectơ chỉ phương là  $\vec{v} = (2; -4; -6) = -2(-1; 2; 3)$

$\Rightarrow \vec{u} = (-1; 2; 3)$  là một vectơ chỉ phương của  $d$ .

**Câu 11.** [Mức độ 2] Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): 2x - 2y - z + 7 = 0$  và điểm  $A(1; 1; -2)$ . Điểm  $H(a; b; c)$  là hình chiếu vuông góc của  $A$  trên  $(P)$ . Tính  $a+b+c$

- A. -3.      B. 1.      C. 2.      D. 3.

**Lời giải**



Mặt phẳng  $(P)$ :  $2x - 2y - z + 7 = 0$  có véc tơ pháp tuyến là  $\overrightarrow{n_{(P)}} = (2; -2; -1)$ .

Đường thẳng  $\Delta$  đi qua  $A$  và nhận véc tơ pháp tuyến của  $(P)$  là  $\overrightarrow{n_{(P)}} = (2; -2; -1)$  làm véc tơ

chỉ phương có phương trình: 
$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - 2t \\ z = -2 - t \end{cases}$$

$H$  là hình chiếu của  $A$  và cũng là giao điểm của  $\Delta$  và  $(P)$  nên tọa độ điểm  $H$  là nghiệm của

hệ phương trình: 
$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - 2t \\ z = -2 - t \\ 2x - 2y - z + 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ x = -1 \\ y = 3 \\ z = -1 \end{cases} \Rightarrow H(-1; 3; -1)$$
.

Vậy  $a = -1$ ,  $b = 3$ ,  $c = -1$ , tổng  $a+b+c = 1$ .

**Câu 12.** [Mức độ 1] Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x+1}{2x-1}$  là:

- A.**  $y=1$ .      **B.**  $x=1$ .      **C.**  $x=\frac{1}{2}$ .      **D.**  $y=\frac{1}{2}$ .

#### Lời giải

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^+} y = \lim_{x \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^+} \frac{2x+1}{2x-1} = +\infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^-} y = \lim_{x \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^-} \frac{2x+1}{2x-1} = -\infty$ .

Vậy đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là:  $x = \frac{1}{2}$ .

**Câu 13.** [Mức độ 1] Tập xác định của hàm số  $y = \log_5 |x|$  là

- A.**  $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ .      **B.**  $(-\infty; 0) \cap (0; +\infty)$ .  
**C.**  $(-\infty; +\infty)$ .      **D.**  $(0; +\infty)$ .

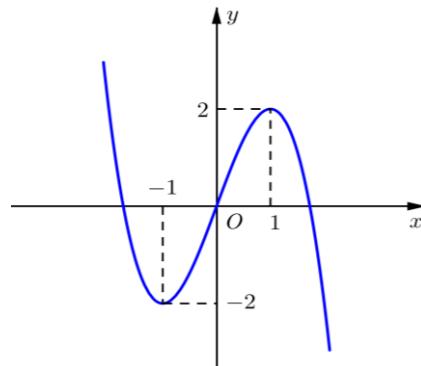
#### Lời giải

FB tác giả: Thanh Nam

Hàm số  $y = \log_5 |x|$  xác định  $\Leftrightarrow |x| > 0 \Leftrightarrow x \neq 0$ .

Vậy TXĐ của hàm số đã cho là  $D = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ .

**Câu 14.** [Mức độ 1] Cho hàm số bậc ba  $y = f(x)$  có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Số nghiệm thực của phương trình  $f(x) = 2$  là



A. 0.

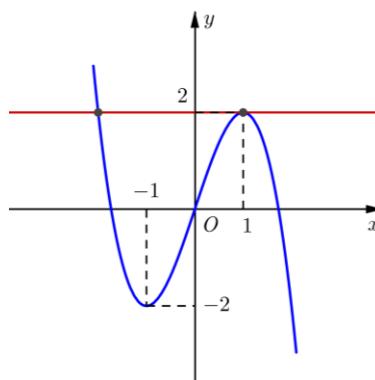
B. 3.

C. 1.

D. 2.

**Lời giải**

FB tác giả: Thanh Nam



Vẽ đường thẳng  $y = 2$  lên cùng hệ trục tọa độ, ta thấy đường thẳng  $y = 2$  có hai giao điểm với đồ thị hàm số  $y = f(x)$ .

Vậy phương trình  $f(x) = 2$  có hai nghiệm thực phân biệt.

**Câu 15. [Mức độ 1]** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	$-2$	$0$	$2$	$+\infty$		
$f'(x)$	+	0	-	0	+	0	-
$f(x)$	$-\infty$	↗ 3 ↘ 2 ↗ 3 ↘ -∞					

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A.  $(-2; 2)$ .B.  $(0; 2)$ .C.  $(-2; 0)$ .D.  $(2; +\infty)$ .**Lời giải**

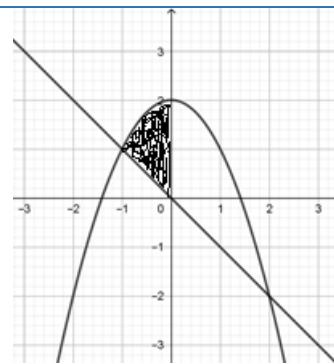
FB tác giả: Thanh bui

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên các khoảng  $(-\infty; -2)$  và  $(0; 2)$ .

**Câu 16. [Mức độ 2]** Diện tích hình phẳng thuộc góc phần tư thứ hai giới hạn bởi parabol  $y = 2 - x^2$ , đường thẳng  $y = -x$  và trục  $Oy$  bằng

A.  $\frac{11}{6}$ .B.  $\frac{9}{2}$ .C.  $\frac{7}{6}$ .D.  $\frac{5}{6}$ .**Lời giải**

FB tác giả: Thanh bui



Xét phương trình hoành độ giao điểm:  $2 - x^2 = -x \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 (TM) \\ x = 2 (L) \end{cases}$

Khi đó diện tích hình phẳng thuộc góc phần tư thứ hai giới hạn bởi parabol  $y = 2 - x^2$ , đường thẳng  $y = -x$  và trục  $Oy$  là:  $S = \int_{-1}^0 (2 - x^2 + x) dx = \frac{7}{6}$ .

**Câu 17.** [Mức độ 1] Số phức liên hợp của số phức  $z = 3 - 4i$  là

- A.  $\bar{z} = -3 - 4i$ .      B.  $\bar{z} = 3 + 4i$ .      C.  $\bar{z} = -3 + 4i$ .      D.  $\bar{z} = 3 - 4i$ .

Lời giải

Tác giả: Đỗ Nhàn; Fb: Đỗ Nhàn

Số phức liên hợp của số phức  $z = 3 - 4i$  là  $\bar{z} = 3 + 4i$ .

**Câu 18.** [Mức độ 1] Biết  $\int_1^2 f(x) dx = 2$ . Giá trị của  $\int_1^2 [f(x) + 2x] dx$  bằng

- A. 1.      B. 4.      C. 2.      D. 5.

Lời giải

Tác giả: Đỗ Nhàn; Fb: Đỗ Nhàn

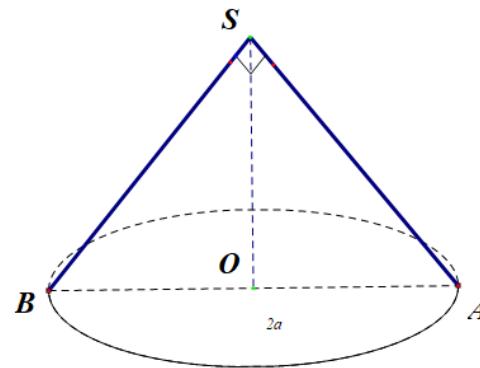
$$\int_1^2 [f(x) + 2x] dx = \int_1^2 f(x) dx + \int_1^2 2x dx = 2 + x^2 \Big|_1^2 = 2 + 4 - 1 = 5$$

**Câu 19.** [Mức độ 2] Cho hình nón có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng  $2a$ . Diện tích xung quanh của hình nón bằng

- A.  $\pi a^2$ .      B.  $\pi \sqrt{2}a^2$ .      C.  $2\pi a^2$ .      D.  $2\pi \sqrt{2}a^2$ .

Lời giải

Fb tác giả: Phuong Thao Bui



Thiết diện qua trục của hình nón là tam giác  $SAB$  vuông cân tại  $S$  có cạnh huyền  $AB = 2a$ .

$$\Rightarrow r = \frac{AB}{2} = a \quad \text{và} \quad l = SA = \frac{AB}{\sqrt{2}} = a\sqrt{2}$$

Vậy diện tích xung quanh của hình nón là  $S_{xq} = \pi rl = \pi\sqrt{2}a^2$ .

- Câu 20.** [Mức độ 2] Cho hình nón có đường kính đáy bằng 2, đường cao bằng 3. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

- A.  $3\pi$ .      B.  $(\sqrt{10}+1)\pi$ .      C.  $\sqrt{10}\pi$ .      D.  $6\pi$ .

Lời giải

FB tác giả: PhuongThao Bui

Hình nón đã cho có  $r = 1$  và  $h = 3 \Rightarrow l = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{10}$

Vậy diện tích xung quanh của hình nón  $S_{xq} = \pi rl = \sqrt{10}\pi$ .

- Câu 21.** [Mức độ 1] Cho các số thực dương  $a, b, x$  khác 1, thỏa mãn  $\alpha = \log_a x$ ;  $3\alpha = \log_b x$ . Giá trị của  $\log_{x^3} a^2 b^3$  bằng

- A.  $\frac{9}{\alpha}$ .      B.  $\frac{3}{\alpha}$ .      C.  $\frac{\alpha}{3}$ .      D.  $\frac{1}{\alpha}$ .

Lời giải

FB tác giả: Lưu Thủy

Ta có  $\log_a b = \frac{\log_a x}{\log_b x} = \frac{1}{3}$ .

Suy ra  $\log_{x^3} a^2 b^3 = \frac{\log_a a^2 b^3}{\log_a x^3} = \frac{2+3\log_a b}{3\log_a x} = \frac{2+3 \cdot \frac{1}{3}}{3\alpha} = \frac{1}{\alpha}$ .

- Câu 22.** [Mức độ 1] Trên mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , biết  $M(-2; 1)$  là điểm biểu diễn số phức  $z$ . Phần thực của số phức  $(3-2i) \cdot z$  bằng

- A. -8.      B. -4.      C. -1.      D. 7.

Lời giải

FB tác giả: Lưu Thủy

Ta có  $z = -2 + i$ .

Suy ra  $(3-2i).z = (3-2i).(-2+i) = -4+7i$ .

Vậy phần thực của số phức  $(3-2i).z$  bằng  $-4$ .

**Câu 23.** [Mức độ 2]  $\int (2x+5)^9 dx$  bằng

A.  $\frac{1}{10}(2x+5)^{10} + C$ .

B.  $18(2x+5)^8 + C$ .

C.  $9(2x+5)^8 + C$ .

D.  $\frac{1}{20}(2x+5)^{10} + C$ .

Lời giải

FB tác giả: Lê Phương

$$\text{Ta có } \int (2x+5)^9 dx = \frac{1}{2} \int (2x+5)^9 d(2x+5) = \frac{1}{2} \frac{(2x+5)^{10}}{10} + C = \frac{1}{20}(2x+5)^{10} + C.$$

**Câu 24.** [Mức độ 1] Cho khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng  $a$ . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$ .

B.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ .

C.  $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ .

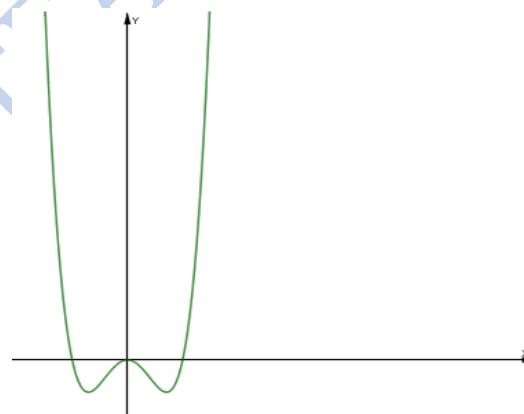
D.  $a^3$ .

Lời giải

FB tác giả: Lê Phương

$$\text{Ta có } V = S.h = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.a = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}.$$

**Câu 25.** [Mức độ 1] Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong hình vẽ sau



A.  $y = x^3 - 3x^2$ .

B.  $y = -x^4 + 2x^2$ .

C.  $y = x^4 - 2x^2$ .

D.  $y = -x^3 + 3x^2$ .

Lời giải

FB tác giả: Thầy Phú

➤ Ta có đồ thị của hàm bậc bốn trùng phương nên loại đáp án A và D.

➤ Nhận thấy  $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$  nên hệ số  $a > 0$ . Vậy đáp án là  $y = x^4 - 2x^2$ .

**Câu 26.** [Mức độ 1] Cho cấp số cộng  $(U_n)$  với  $U_1 = 2$  và công sai  $d = 3$ . Giá trị của  $U_4$  bằng



A. 54.

B. 162.

C. 14.

D. 11.

**Lời giải***FB tác giả: Thầy Phú*

Ta có :  $U_4 = U_1 + (4-1)d = 2 + 3.3 = 11.$

**Câu 27.** [ Mức độ 2] Số nghiệm nguyên của bất phương trình  $\sqrt{2^{x^2} - 16}(x^2 - 5x + 4) \leq 0$  là

A. 4.

B. 3.

C. 2 .

D. 1.

**Lời giải***FB tác giả: Ngo Yen*

Bất phương trình  $\sqrt{2^{x^2} - 16}(x^2 - 5x + 4) \leq 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2^{x^2} - 16 = 0 \\ 2^{x^2} - 16 > 0 \\ x^2 - 5x + 4 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 2 \\ x^2 > 4 \\ 1 \leq x \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 2 \\ 2 < x \leq 4 \end{cases}.$$

Mà  $x$  nguyên nên bất phương trình có tập nghiệm  $S = \{\pm 2; 3; 4\}$ .

Vậy bất phương trình đã cho có 4 nghiệm nguyên.

**Câu 28.** [ Mức độ 2] Biết  $f(x)$  là hàm số liên tục trên  $[0;3]$  và ta có  $\int_0^1 f(3x)dx = 3$ . Giá trị của

$$\int_0^3 f(x)dx$$
 bằng

A. 9.

B. 1

C. 3.

D.  $\frac{1}{3}$ .**Lời giải***FB tác giả: Ngo Yen*

$$\text{Ta có } 3 = \int_0^1 f(3x)dx = \frac{1}{3} \int_0^3 f(3x)d(3x) = \frac{1}{3} \int_0^3 f(t)d(t).$$

$$\Rightarrow \int_0^3 f(t)d(t) = 9 \Rightarrow \int_0^3 f(x)d(x) = 9.$$

**Câu 29.** [Mức độ 1] Cho khối trụ có bán kính đáy  $r = 3$  và độ dài đường sinh  $l = 5$ . Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A.  $45\pi$ .B.  $30\pi$ .C.  $15\pi$ .D.  $90\pi$ .**Lời giải***FB tác giả: Trần Lê Vĩnh Phúc*

Thể tích khối trụ đã cho:  $V = \pi r^2 l = \pi \cdot 3^2 \cdot 5 = 45\pi$ .

**Câu 30.** [Mức độ 1] Cho hai số thực  $x, y$  thỏa mãn  $2 - yi = x + 5i$ , trong đó  $i$  là đơn vị ảo. Giá trị của  $x$  và  $y$  là

A.  $x = 2; y = -5$ .B.  $x = 2; y = -5i$ .C.  $x = -5; y = 2$ .D.  $x = -5i; y = 2$ .



## Lời giải

FB tác giả: Trần Lê Vĩnh Phúc

Ta có:  $2 - yi = x + 5i \Leftrightarrow \begin{cases} 2 = x \\ -y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -5 \end{cases}$

- Câu 31.** [Mức độ 2] Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác vuông,  $SA = SB = SC = AB = BC = 2a$ . Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp  $S.ABC$  bằng

A.  $\frac{8\pi a^2 \sqrt{2}}{3}$ .

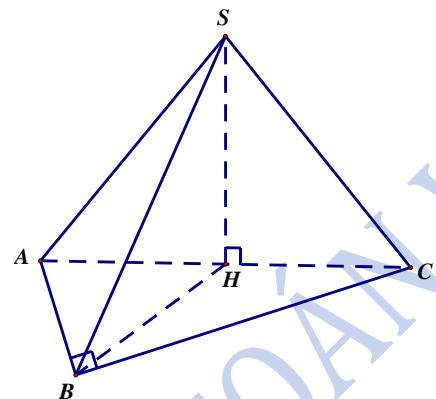
B.  $\frac{32\pi a^2 \sqrt{3}}{3}$ .

C.  $\frac{8\pi a^2}{3}$ .

D.  $8\pi a^2$ .

## Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Quang Huy



Vì đáy là tam giác vuông và  $AB = BC$  nên tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $B$  và  $AC = 2a\sqrt{2}$ .

Gọi  $H$  là trung điểm của  $AC$ , suy ra  $H$  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$  và  $HA = HB = HC = a\sqrt{2}$ .

Vì  $SA = SB = SC$  nên  $SH \perp (ABC)$  và  $SH = \sqrt{SC^2 - CH^2} = a\sqrt{2}$ .

Vậy  $H$  là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp  $S.ABC$  và bán kính mặt cầu  $R = a\sqrt{2}$ .

Diện tích mặt cầu là  $S = 4\pi R^2 = 4\pi(a\sqrt{2})^2 = 8\pi a^2$ .

- Câu 32.** [Mức độ 2] Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1;1;1)$ ,  $B(3;-1;1)$ . Mặt cầu đường kính  $AB$  có phương trình là

A.  $(x+2)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 2$ .

B.  $(x-2)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 4$ .

C.  $(x+2)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 4$ .

D.  $(x-2)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 2$ .

## Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Quang Huy

Gọi  $I$  là trung điểm  $AB$ , suy ra  $I(2;0;1)$  là tâm mặt cầu.

Bán kính mặt cầu  $R = \frac{AB}{2} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$ .

Phương trình mặt cầu đường kính  $AB$  là  $(x-2)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 2$ .

- Câu 33.** [Mức độ 2] Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $f(x) = \cos 2x - 5 \cos x$  bằng



A.  $-\frac{33}{8}$ .

B. -4.

C. -5.

D. -6.

**Lời giải***FB tác giả: Vân Khánh*

Ta có:

$$f(x) = \cos 2x - 5 \cos x = 2 \cos^2 x - 1 - 5 \cos x.$$

Đặt  $t = \cos x, t \in [-1; 1]$ . Khi đó:  $f(t) = 2t^2 - 5t - 1, t \in [-1; 1]$ .

$$f'(t) = 4t - 5 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{5}{4} \notin [-1; 1].$$

$$f(-1) = 6; f(1) = -4$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng: -4.

**Câu 34.** [Mức độ 2] Cho hai số phức  $z = 4 + 3i$  và  $w = 1 - i$ . Mô đun của số phức  $z \cdot \bar{w}$  bằng:A.  $5\sqrt{2}$ .

B. -4.

C. 5.

D.  $3\sqrt{2}$ .**Lời giải***FB tác giả: Vân Khánh*Số phức liên hợp của w là:  $\bar{w} = 1 + i$ .

$$\text{Ta có: } z \cdot \bar{w} = (4 + 3i)(1 + i) = 1 + 7i \Rightarrow |z \cdot \bar{w}| = |1 + 7i| = 5\sqrt{2}.$$

**Câu 35.** [Mức độ 2] Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có bảng xét dấu của  $f'(x)$  như sau:

$x$	$-\infty$	-3	-2	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-		0	-

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 4

B. 1

C. 3

D. 2

**Lời giải***FB tác giả: Trịnh Trung Hiếu*Hàm số đạt cực trị tại  $f'(x) = 0$  và qua nghiệm của đạo hàm sẽ đổi dấuDựa vào bảng xét dấu của  $f'(x)$  ta có  $x = -3; -2; 1$  thỏa mãn.

Vậy hàm số có 3 điểm cực trị.

**Câu 36.** [Mức độ 2] Một người gửi tiết kiệm 200 triệu đồng với lãi suất 5% một năm và lãi hàng năm được nhập vào lãi vốn. Sau ít nhất bao nhiêu năm thì người đó nhận được số tiền nhiều hơn 300 triệu đồng?

A. 8 (năm)

B. 9.(năm)

C. 10 (năm)

D. 11 (năm)

**Lời giải***FB tác giả: Trịnh Trung Hiếu*

Vì lãi hàng năm được nhập vào lãi vốn nên đây là bài toán lãi kép.

Ta có số tiền gốc  $A = 200$  triệu đồng.Lãi suất  $r = 5\%$  một nămSố kì hạn là  $n$  năm.



Ta có công thức gửi ngân hàng lãi kép như sau  $A_n = A_{gỗc}(1 + r)^n$

$\Rightarrow$  Số tiền cả vốn lẫn lãi sau n năm người đó nhận được nhiều hơn 300 triệu đồng

$$300 \geq 200(1 + 5\%)^n \Rightarrow (1,05)^n \leq \frac{3}{2} \Rightarrow n \leq \log_{1,05} \frac{3}{2} \Rightarrow n \leq 8,3 \text{ năm}$$

Vậy phải ít nhất 9 năm thì người đó nhận được số tiền nhiều hơn 300 triệu đồng.

Thứ lợi:  $200(1 + 5\%)^8 \approx 295,491$  triệu chưa nhiều hơn 300 triệu.

$$200(1 + 5\%)^9 \approx 301,26 \text{ triệu} \text{ đã} \text{ nhiều} \text{ hơn} \text{ 300} \text{ triệu}$$

- Câu 37.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $A(1;1;1)$ ,  $B(0;2;1)$ ,  $C(1;-1;2)$ . Mặt phẳng đi qua  $A$  và vuông góc với  $BC$  có phương trình là

**A.**  $\frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z+1}{1}$ .    **B.**  $x - 3y + z - 1 = 0$ .    **C.**  $x - 3y + z + 1 = 0$ .    **D.**  $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z-1}{1}$

Lời giải

FB tác giả: Nhã Trần Như Thành

Mặt phẳng  $(\alpha)$  vuông góc với  $BC$ , suy ra  $(\alpha)$  có vectơ pháp tuyến  $\vec{n} = \overrightarrow{BC} = (1; -3; 1)$

Mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua  $A(1;1;1)$  và có vectơ pháp tuyến  $\vec{n} = (1; -3; 1)$  có phương trình là

$$1(x-1) - 3(y-1) + 1(z-1) = 0 \Leftrightarrow x - 3y + z + 1 = 0$$

- Câu 38.** Gọi  $S$  là tập hợp các giá trị của  $x$  để ba số  $\log_8 4x; 1 + \log_4 x; \log_2 x$  theo thứ tự lập thành một cấp số nhân. Số phần tử của  $S$  là

**A.** 2.

**B.** 3.

**C.** 1.

**D.** 0.

Lời giải

FB tác giả: Nhã Trần Như Thành

Điều kiện:  $x > 0$

Ba số  $\log_8 4x; 1 + \log_4 x; \log_2 x$  theo thứ tự lập thành một cấp số nhân

$$\Leftrightarrow \log_8 4x \cdot \log_2 x = (1 + \log_4 x)^2 \Leftrightarrow \log_{2^3} 4x \cdot \log_2 x = (1 + \log_{2^2} x)^2$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{3}(\log_2 4 + \log_2 x) \cdot \log_2 x = \left(1 + \frac{1}{2} \log_2 x\right)^2$$

Đặt  $t = \log_2 x$ . Phương trình trở thành:

$$\Leftrightarrow \frac{1}{3}(2+t)t = \left(1 + \frac{1}{2}t\right)^2 \Leftrightarrow \frac{2}{3}t + \frac{t^2}{3} = 1 + t + \frac{1}{4}t^2 \Leftrightarrow \frac{1}{12}t^2 - \frac{1}{3}t - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 6 \\ t = -2 \end{cases}$$

Với  $t = 6 \Rightarrow \log_2 x = 6 \Leftrightarrow x = 2^6 = 64$  (nhận)

Với  $t = -2 \Rightarrow \log_2 x = -2 \Leftrightarrow x = 2^{-2} = \frac{1}{4}$  (nhận)



Vậy  $S = \left\{ 64; \frac{1}{4} \right\}$

**Câu 39.** [ Mức độ 2] Cho hàm số  $f(x) = x^3$  có đồ thị  $(C_1)$  và hàm số  $g(x) = 3x^2 + k$  có đồ thị  $(C_2)$ .

Có bao nhiêu giá trị của  $k$  để  $(C_1)$  và  $(C_2)$  có đúng hai điểm chung ?

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 4.

**Lời giải**

Fb: Nguyễn Bá Long

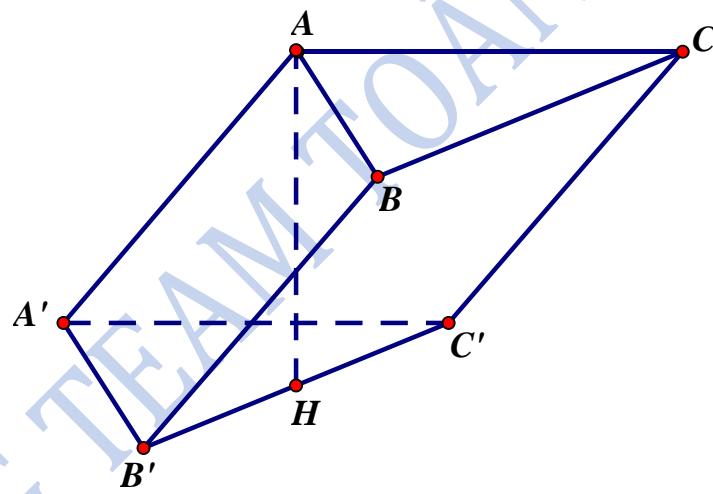
$(C_1)$  và  $(C_2)$  có đúng hai điểm chung khi và chỉ khi phương trình  $x^3 = 3x^2 + k$  có số nghiệm bằng 2.

Ta có  $x^3 = 3x^2 + k \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 = k$ .

Xét thấy hàm số  $y = x^3 - 3x^2$  là hàm số bậc 3 và có hai cực trị, vì vậy phương trình  $x^3 - 3x^2 = k$  có số nghiệm bằng 2 khi đó có hai giá trị của  $k$ .

**Câu 40.** [ Mức độ 3] Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ .  $AB = a$ ,

$AC = a\sqrt{3}$ ,  $AA' = 2a$ . Hình chiếu vuông góc của điểm  $A$  trên mặt phẳng  $(A'B'C')$  trung với trung điểm  $H$  của đoạn  $B'C'$  (tham khảo hình vẽ dưới đây). Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AA'$  và  $BC'$  bằng



A.  $\frac{a\sqrt{5}}{3}$ .

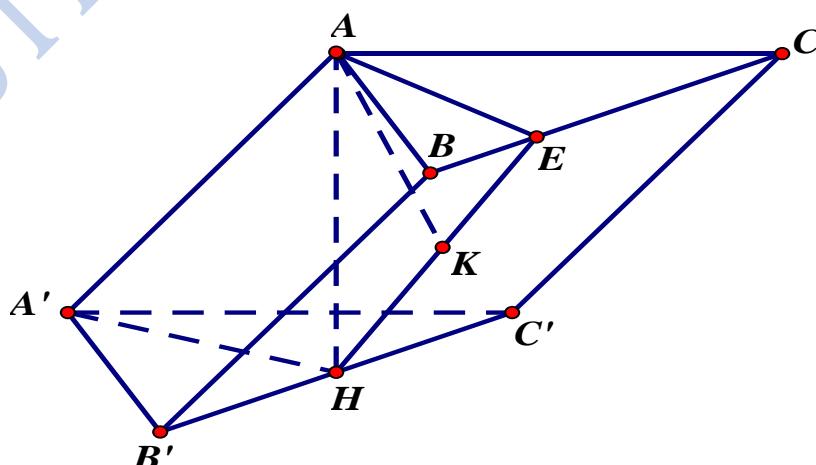
B.  $\frac{a\sqrt{15}}{5}$ .

C.  $\frac{a\sqrt{5}}{5}$ .

D.  $\frac{a\sqrt{15}}{3}$ .

**Lời giải**

Fb: Nguyễn Bá Long





$$AA' \parallel (BCC'A') \Rightarrow d(AA', BC') = d(AA', (BCC'B')) = d(A, (BCC'B')).$$

Dựng  $AE$  vuông góc với  $BC$  tại  $E$ . Lúc đó  $(AHE) \perp (BCC'B')$ .

Dựng  $AK$  vuông góc với  $EH$  tại  $K$ . Lúc đó  $AK \perp (BCC'B')$ .

Do đó  $d(AA', BC') = AK$ .

Tính  $AK$ :

Vì ba cạnh  $AB, AC, AH$  đối một vuông góc và  $AK \perp (BCH)$  nên ta có

$$\frac{1}{AK^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} + \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{(a\sqrt{3})^2} + \frac{1}{AH^2} = \frac{4}{3a^2} + \frac{1}{AH^2}.$$

Ta lại có  $AH^2 = A'A^2 - A'H^2$ .

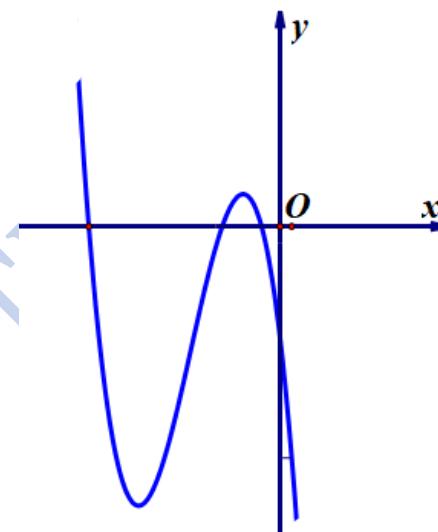
Vì tam giác  $A'B'C'$  vuông tại  $A'$  và có  $H$  là trung điểm của  $B'C'$  nên  $A'H = \frac{B'C'}{2}$ .

Ta có  $B'C' = BC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 2a$  do đó  $A'H = a$  suy ra  $AH^2 = A'A^2 - A'H^2 = 3a^2$ .

$$\frac{1}{AK^2} = \frac{4}{3a^2} + \frac{1}{AH^2} = \frac{4}{3a^2} + \frac{1}{3a^2} = \frac{5}{3a^2} \Rightarrow AK = \frac{a\sqrt{15}}{5}.$$

Vậy  $d(AA', BC') = \frac{a\sqrt{15}}{5}$ .

- Câu 41.** [ Mức độ 2] Cho hàm số  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  ( $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ ) có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên.



Có bao nhiêu số dương trong các số  $a, b, c, d$ ?

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 0.

**Lời giải**

**FB tác giả: Minh Phạm**

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ âm suy ra  $d < 0$ .

Ta có  $y' = 3ax^2 + 2bx + c$  và  $\lim_{x \rightarrow +\infty} y' < 0$  suy ra  $a < 0$ .

Đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị nằm về bên trái trục tung nên phương trình  $y' = 0$  có 2 nghiệm phân biệt  $x_1 < x_2 < 0$ .



Khi đó theo Viet ta có:  $\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{2b}{3a} < 0 \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{3a} > 0 \end{cases}$ . Từ đó suy ra  $b < 0$  và  $c < 0$ .

Vậy các số  $a, b, c, d$  đều là số âm.

- Câu 42.** [ Mức độ 3] Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA = 12cm$ ,  $AB = 5cm$ ,  $AC = 9cm$ ,  $SB = 13cm$  và  $SC = 15cm$  và  $BC = 10cm$ . Tán của góc giữa hai mặt phẳng  $(SBC)$  và  $(ABC)$  là

A.  $\frac{\sqrt{14}}{10}$ .

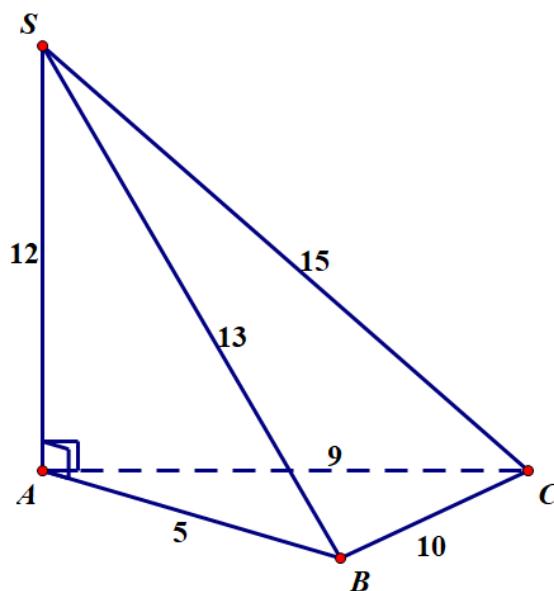
B.  $\frac{10\sqrt{14}}{14}$ .

C.  $\frac{4}{3}$ .

D.  $\frac{12}{5}$ .

Lời giải

FB tác giả: Minh Phạm



Diện tích của tam giác  $ABC$  là  $S_1 = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = 6\sqrt{14}$ .

Diện tích của tam giác  $SBC$  là  $S_2 = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = 6\sqrt{114}$ .

Từ giả thiết ta có  $SC^2 = SA^2 + AC^2$  và  $SA^2 + AB^2 = SB^2$  nên ta có  $\begin{cases} SA \perp AC \\ SA \perp AB \end{cases}$  do đó  $SA$  là chiều cao của hình chóp  $S.ABC$ . Vì vậy  $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot 12 \cdot 6\sqrt{14} = 24\sqrt{14}$ .

Mặt khác ta lại có với  $\varphi$  là góc giữa hai mặt phẳng  $(SBC)$  và  $(ABC)$  thì ta có

$$V_{S.ABC} = \frac{2S_1 \cdot S_2 \cdot \sin \varphi}{3 \cdot BC} \Leftrightarrow 24\sqrt{14} = \frac{2 \cdot 6\sqrt{14} \cdot 6\sqrt{114} \cdot \sin \varphi}{3 \cdot 10} \Leftrightarrow \sin \varphi = \frac{10}{\sqrt{114}}$$

$$\text{Do vậy } \tan \varphi = \frac{\sin \varphi}{\sqrt{1 - \sin^2 \varphi}} = \frac{5\sqrt{14}}{7} = \frac{10\sqrt{14}}{14}.$$

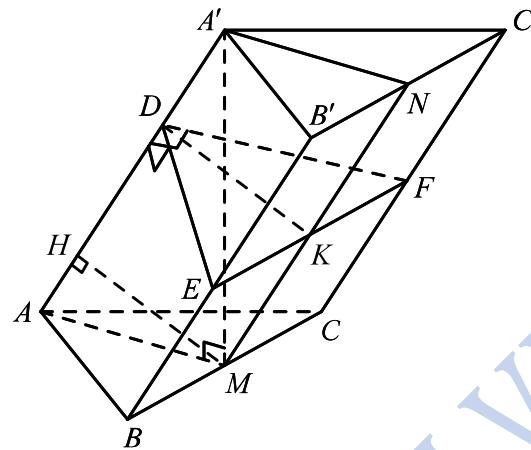
- Câu 43.** [Mức độ 4] Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác đều. Hình chiếu vuông góc của  $A'$  trên mặt phẳng  $(ABC)$  là trung điểm  $BC$ . Mặt phẳng  $(P)$  vuông góc với các cạnh bên và cắt các cạnh bên của hình lăng trụ lần lượt tại  $D, E, F$ . Biết mặt phẳng  $(ABB'A')$  vuông góc với

mặt phẳng  $(ACC'A')$  và chu vi tam giác  $DEF$  bằng 4, thể tích của khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  bằng

- A.**  $12(10-7\sqrt{2})$ .      **B.**  $6(10-7\sqrt{2})$ .      **C.**  $12(10+7\sqrt{2})$ .      **D.**  $4(10+7\sqrt{2})$ .

**Lời giải**

*FB tác giả: Nguyễn Duy Tân*



Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm  $BC$  và  $B'C'$ .

Gọi  $K$  là giao điểm  $MN$  và  $EF$ .

$$\text{Do } \begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp A'M \end{cases} \Rightarrow BC \perp (AMNA') \Rightarrow BC \perp AA' \Rightarrow BC \perp BB'$$

$$\text{Do } (DEF) \perp BB' \Rightarrow EF \perp BB'$$

Trong mặt phẳng  $(BCC'B')$  có  $EF \perp BB', BC \perp BB' \Rightarrow BC \parallel EF$

$\Rightarrow K$  là trung điểm  $EF$ .

$$\text{Mặt khác } BC \perp (AMNA') \Rightarrow BC \perp DK \Rightarrow EF \perp DK$$

$\Rightarrow$  Tam giác  $DEF$  là tam giác cân tại  $D$ .

Do mặt phẳng  $(ABB'A')$  vuông góc với mặt phẳng  $(ACC'A')$   $\Rightarrow EDF = 90^\circ$

$\Rightarrow$  Tam giác  $DEF$  là tam giác vuông cân tại  $D$ .

Do chu vi tam giác  $DEF$  bằng 4

$$\Rightarrow DE + DF + EF = 4 \Leftrightarrow \frac{EF}{\sqrt{2}} + \frac{EF}{\sqrt{2}} + EF = 4 \Leftrightarrow EF = 4(\sqrt{2} - 1)$$

$$\Rightarrow BC = EF = 4(\sqrt{2} - 1).$$

$$\text{Do tam giác } ABC \text{ đều nên } AM = BC \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}(\sqrt{2} - 1).$$

$$\text{Ké } MH \perp AA' \Rightarrow MH = DK = \frac{1}{2}EF = 2(\sqrt{2} - 1)$$

Xét tam giác vuông  $A'MA$  ta có:

$$\frac{1}{MH^2} = \frac{1}{MA^2} + \frac{1}{A'M^2} \Leftrightarrow \frac{1}{4(\sqrt{2}-1)^2} = \frac{1}{12(\sqrt{2}-1^2)} + \frac{1}{A'M^2} \Leftrightarrow \frac{1}{A'M^2} = \frac{1}{6(\sqrt{2}-1)^2}$$



$$\Rightarrow A'M = \sqrt{6} \cdot (\sqrt{2} - 1).$$

$$\text{Vậy } V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC} \cdot A'M = \frac{1}{2} AM \cdot BC \cdot A'M = 12 \cdot (10 - 7\sqrt{2}).$$

**Câu 44. [Mức độ 4]** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $f^3(x) + 3f(x) = \sin(2x^3 - 3x^2 + x)$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$ . Tích phân  $I = \int_0^1 f(x)dx$  thuộc khoảng nào?

**A.**  $(-1; 1)$ .      **B.**  $(-3; -2)$ .      **C.**  $(1; 2)$ .      **D.**  $(-2; -1)$

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Duy Tân

Đặt  $t = x - \frac{1}{2} \Rightarrow x = t + \frac{1}{2}$  ta được:

$$\begin{aligned} f^3\left(t + \frac{1}{2}\right) + 3f\left(t + \frac{1}{2}\right) &= \sin\left[2\left(t + \frac{1}{2}\right)^3 - 3\left(t + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(t + \frac{1}{2}\right)\right] \\ \Leftrightarrow f^3\left(t + \frac{1}{2}\right) + 3f\left(t + \frac{1}{2}\right) &= \sin\left[2\left(t + \frac{1}{2}\right)^3 - 3\left(t + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(t + \frac{1}{2}\right)\right] \\ \Leftrightarrow f^3\left(t + \frac{1}{2}\right) + 3f\left(t + \frac{1}{2}\right) &= \sin\left(2t^3 - \frac{1}{2}t\right) \\ \Rightarrow f^3\left(-t + \frac{1}{2}\right) + 3f\left(-t + \frac{1}{2}\right) &= -\sin\left(2t^3 - \frac{1}{2}t\right) = -f^3\left(t + \frac{1}{2}\right) - 3f\left(t + \frac{1}{2}\right) \\ \Leftrightarrow f\left(-t + \frac{1}{2}\right) &= -f\left(t + \frac{1}{2}\right) \\ \Rightarrow \text{Hàm số } f\left(t + \frac{1}{2}\right) &\text{ là hàm số lẻ.} \end{aligned}$$

Ta có:  $I = \int_0^1 f(x)dx$

Đặt  $x = t + \frac{1}{2} \Rightarrow dx = dt$ .

Đổi cận:  $x = 0 \Rightarrow t = -\frac{1}{2}$ ;  $x = 1 \Rightarrow t = \frac{1}{2}$ .

$$\Rightarrow I = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} f\left(t + \frac{1}{2}\right)dt = 0 \text{ do } f\left(t + \frac{1}{2}\right) \text{ là hàm số lẻ.}$$

**Câu 45. [Mức độ 3]** Cho hàm số bậc bốn trùng phương  $f(x)$  có bảng biến thiên như sau.





$x$	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$	$+\infty$	$-1$	$1$	$-1$	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số  $g(x) = \frac{1}{x^4} [f(x) - 1]^4$  là

A. 6.

B. 5.

C. 4.

D. 7.

### Lời giải

FB tác giả: giaonguyen

Từ BBT của hàm số bậc bốn trùng phương  $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$  ta thấy đồ thị hàm số nhận điểm có tọa độ  $(0;1); (\pm 1; -1)$  là các điểm cực trị nên

$$\begin{cases} f(0)=1 \\ f(\pm 1)=-1 \\ f'(\pm 1)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=1 \\ a+b+c=-1 \\ 4a+2b=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=-4 \\ c=1 \end{cases} \Rightarrow f(x) = 2x^4 - 4x^2 + 1$$

Khi đó hàm số  $g(x) = [2x^3 - 4x]^4$  có TXĐ:  $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

$$g'(x) = 4[2x^3 - 4x]^3 (6x^2 - 4) = 4x^3 [2x^2 - 4]^3 (6x^2 - 4)$$

$$\text{Ta thấy } g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=\pm\sqrt{2} \\ x=\pm\sqrt{\frac{2}{3}} \end{cases}$$

Ta thấy  $g'(x)$  đổi dấu khi qua các nghiệm  $\begin{cases} x=0 \\ x=\pm\sqrt{2} \\ x=\pm\sqrt{\frac{2}{3}} \end{cases}$  nhưng nghiệm  $x=0$  không thuộc tập xác định của hàm số  $g(x)$  nên hàm số  $g(x)$  có 4 cực trị.

**Câu 46. [Mức độ 4]** Cho  $F(x)$  là nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1}{2\sqrt{x(x+3)}}$  trên  $(0; +\infty)$  thỏa mãn

$F(1) = \ln 3$ . Giá trị của  $e^{F(2021)} - e^{F(2020)}$  thuộc khoảng nào?

A.  $\left(\frac{1}{10}; \frac{1}{5}\right)$ .

B.  $\left(0; \frac{1}{10}\right)$ .

C.  $\left(\frac{1}{5}; \frac{1}{3}\right)$ .

D.  $\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{2}\right)$ .

### Lời giải

FB tác giả: giaonguyen





$$\text{Đặt } t = x + \frac{3}{2} + \sqrt{x(x+3)} \Rightarrow dt = \left(1 + \frac{2x+3}{2\sqrt{x(x+3)}}\right)dx \Rightarrow \frac{dt}{t} = \frac{dx}{\sqrt{x(x+3)}}$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x(x+3)}} = \int \frac{dt}{t} = \ln|t| + C = \ln\left|x + \frac{3}{2} + \sqrt{x(x+3)}\right| + C$$

$$F(x) = \frac{1}{2} \ln\left|x + \frac{3}{2} + \sqrt{x(x+3)}\right| + C'$$

$$\text{Có } F(1) = \frac{1}{2} \ln \frac{9}{2} + C' = \ln 3 \Rightarrow C' = \frac{\ln 2}{2} \Rightarrow F(x) = \frac{1}{2} \left( \ln\left|x + \frac{3}{2} + \sqrt{x(x+3)}\right| + \ln 2 \right)$$

$$\Rightarrow e^{F(x)} = \sqrt{2x+3+2\sqrt{x(x+3)}} \Rightarrow e^{F(2021)} - e^{F(2020)} \in \left(\frac{1}{10}; \frac{1}{5}\right).$$

**Câu 47.** [Mức độ 4] Xét các số thực dương  $a$  và  $b$  thỏa mãn  $\log_3(1+ab) = \frac{1}{2} + \log_3(b-a)$ . Giá trị nhỏ

nhất của biểu thức  $P = \frac{(1+a^2)(1+b^2)}{a(a+b)}$  bằng

A. 1.

B. 2.

C. 4.

D. 3.

Lời giải

FB tác giả: Đinh Văn Trường

$$\text{ĐK: } \begin{cases} b-a > 0 \\ a, b > 0 \end{cases} \Leftrightarrow b > a > 0.$$

$$\text{Ta có } \log_3(1+ab) = \frac{1}{2} + \log_3(b-a) \Leftrightarrow \log_3(1+ab) - \log_3(b-a) = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \log_3\left(\frac{1+ab}{b-a}\right) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{1+ab}{b-a} = \sqrt{3} \Leftrightarrow 1+ab = \sqrt{3}(b-a) \Leftrightarrow \frac{1}{a} + b = \sqrt{3}\left(\frac{b}{a} - 1\right)$$

$$\text{Vì } \frac{1}{a} + b \geq 2\sqrt{\frac{b}{a}} \text{ nên } \sqrt{3}\left(\frac{b}{a} - 1\right) \geq 2\sqrt{\frac{b}{a}} \Rightarrow 3\left(\frac{b}{a} - 1\right)^2 \geq 4\frac{b}{a} \Rightarrow 3\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 10\frac{b}{a} + 3 \geq 0$$

$$\Rightarrow \frac{b}{a} \geq 3 \text{ (Do } b > a > 0 \text{ nên } \frac{b}{a} > 1 \text{ ).}$$

$$\text{Mặt khác } P = \frac{(1+a^2)(1+b^2)}{a(a+b)} = \frac{1+a^2+b^2+a^2b^2}{a^2+ab} \geq \frac{2ab+a^2+b^2}{a(a+b)}$$

$$= \frac{(a+b)^2}{a(a+b)} = \frac{a+b}{a} = 1 + \frac{b}{a} \geq 4.$$

$$\text{Đáu "=" xảy ra khi và chỉ khi } \begin{cases} ab = 1 \\ \frac{b}{a} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{\sqrt{3}}{3} \\ b = \sqrt{3} \end{cases}.$$

Vậy  $\min P = 4$ .

**Câu 48.** [Mức độ 3] Gọi  $S$  là tập hợp các giá trị nguyên không âm của  $m$  để hàm số  $y = \frac{\ln x - 10}{\ln x - m}$  đồng biến trên khoảng  $(1; e^3)$ . Số phần tử của  $S$  bằng

A. 7.

B. 8.

C. 6.

D. 9.





## Lời giải

FB tác giả: Đinh Văn Trường

$$\text{Ta có } y' = \frac{\frac{1}{x}(\ln x - m) - \frac{1}{x}(\ln x - 10)}{(\ln x - m)^2} = \frac{\frac{1}{x}(10 - m)}{(\ln x - m)^2}.$$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng  $(1; e^3)$   $\Leftrightarrow y' > 0, \forall x \in (1; e^3)$

$$\Leftrightarrow \frac{\frac{1}{x}(10 - m)}{(\ln x - m)^2} > 0, \forall x \in (1; e^3) \Leftrightarrow \begin{cases} 10 - m > 0 \\ m \neq \ln x, \forall x \in (1; e^3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 10 \\ m \notin (0; 3) \end{cases}.$$

Do  $m$  nguyên không âm nên  $m \in \{0; 3; 4; 5; 6; \dots; 9\}$ . Vậy có 8 giá trị  $m$  thỏa mãn.

- Câu 49.** [Mức độ 4] Một nhóm 10 học sinh gồm 5 học sinh nam trong đó có An và 5 học sinh nữ trong đó có Bình được xếp ngồi vào 10 cái ghế trên một hàng ngang. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp nam và nữ ngồi xen kẽ, đồng thời An không ngồi cạnh Bình?

A.  $32 \cdot 8!$ .B.  $32 \cdot (4!)^2$ .C.  $16 \cdot 8!$ .D.  $16 \cdot (4!)^2$ .

## Lời giải

FB tác giả: Vinh Phan

Số cách xếp 10 học sinh ngồi xen kẽ nam và nữ là  $2 \cdot 5! \cdot 5! = 2 \cdot (5!)^2$  cách.

Trong  $2 \cdot (5!)^2$  cách xếp trên bao gồm khả năng An và Bình ngồi cạnh nhau hoặc không ngồi cạnh nhau, do đó, ta đếm số cách xếp 10 bạn học sinh ngồi xen kẽ nam và nữ mà An và Bình ngồi cạnh nhau (vẫn đảm bảo nam và nữ ngồi xen kẽ) như sau

- Xếp 8 học sinh (trừ đi An và Bình) ngồi vào hàng ngang sao cho 4 học sinh nam xen kẽ 4 học sinh nữ, có  $2 \cdot 4! \cdot 4! = 2 \cdot (4!)^2$  cách.
- Với mỗi cách xếp 8 học sinh trên có 9 khoảng trống được tạo ra (gồm 7 khoảng trống xem kẽ giữa 8 học sinh và 2 khoảng trống hai biên). Với mỗi khoảng trống đó, xếp An và Bình vào để được 5 học sinh nam và 5 học sinh nữ ngồi xen kẽ nhau: có 1 cách xếp.

Suy ra có  $9 \cdot 2 \cdot (4!)^2 = 18 \cdot (4!)^2$  cách.

Vậy số cách sắp xếp nam và nữ ngồi xen kẽ, đồng thời An không ngồi cạnh Bình là

$$2 \cdot (5!)^2 - 18 \cdot (4!)^2 = 2 \cdot 25 \cdot (4!)^2 - 18 \cdot (4!)^2 = 32 \cdot (4!)^2 \text{ cách.}$$

- Câu 50.** [Mức độ 4] Cho  $a, b, c$  là ba số thực dương đôi một phân biệt. Có bao nhiêu bộ  $(a; b; c)$  thỏa mãn  $a^{b+2} \leq b^{a+2}; b^{c+2} \leq c^{b+2}; c^{a+2} \leq a^{c+2}$ .

A. 1.

B. 3.

C. 6.

D. 0.

## Lời giải

FB tác giả: Trần Minh Quang

Ta có  $\forall a, b, c$  thỏa mãn  $a + b + c = 1$  thì  $\begin{cases} a^b \cdot b^c \cdot c^a \leq ab + bc + ca \\ a^c \cdot b^a \cdot c^b \leq ab + bc + ca \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a^{b+2} \cdot b^{c+2} \cdot c^{a+2} \leq (abc)^2 (ab + bc + ca) & (1) \\ a^{c+2} \cdot b^{a+2} \cdot c^{b+2} \leq (abc)^2 (ab + bc + ca) & (2) \end{cases}$$



Cộng vế với vế của (1) và (2) ta được  $a^{b+2} \cdot b^{c+2} \cdot c^{a+2} + a^{c+2} \cdot b^{a+2} \cdot c^{b+2} \leq 2(abc)^2(ab+bc+ca)$  (\*)

Mà  $b^{a+2} \geq a^{b+2}$ ;  $c^{b+2} \geq b^{c+2}$ ;  $a^{c+2} \geq c^{a+2}$  nên từ (\*) suy ra

$$2(abc)^2(ab+bc+ca) \geq (a^{b+2} \cdot b^{c+2} \cdot c^{a+2})^2$$

$$\Rightarrow abc\sqrt{2(ab+bc+ac)} \geq a^{b+2} \cdot b^{c+2} \cdot c^{a+2}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2(ab+bc+ac)} \geq a^{b+1} \cdot b^{c+1} \cdot c^{a+1} \geq (b+1)a + (c+1)b + (a+1)c$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2(ab+bc+ac)} \geq (ab+bc+ca) + a + b + c$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2(ab+bc+ac)} \geq (ab+bc+ca) + 1$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{ab+bc+ac})^2 - \sqrt{2(ab+bc+ca)} + 1 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \left(\sqrt{ab+bc+ac} - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \frac{1}{2} \leq 0 \text{ (vô lý)}$$

Vậy suy ra không có bộ  $(a; b; c)$  nào thỏa

.....HẾT.....

STRONG TEAM TOÁN VD VDC