

Jednoduchá geometrická „GeoGebra“

David Hromádka, O8.A

Předmět: Informatika
Vedoucí: Martin Rosenberg
Školní rok: 2024/2025



Gymnázium, Praha 6, Nad Alejí 1952
Nad Alejí 1952/5, 162 00 Praha 6

Zadání maturitní práce z informatiky

Jméno: David Hromádka
Název práce: Jednoduchá geometrická "GeoGebra"
Termín odevzdání: 4. dubna 2025
Vedoucí: Martin Rosenberg

Rozpis podmínek na jednotlivé části práce

Obecné podmínky odevzdání popisuje příloha společná pro všechny maturanty.

Obsah práce

Naprogramujte desktopovou aplikaci pro vykreslování geometrických útvarů.

Funkce

Bod a přímka

Aplikace bude umožňovat vytvoření přímek a bodů, a to jak volných, tak i „přichycených“ na ostatních objektech. Vyznačené budou průsečíky a bude možno zobrazit nejbližší bod na křivce k nějakému dalšímu bodu.

Kuželosečky

Program bude podporovat vykreslování kružnic, elips, hyperbol a parabol podle příslušných parametrů. Zároveň bude možné vytvořit kuželosečku proloženou pěti body.

Zobrazení

V aplikaci bude uživatel schopný ukázat základní i netriviální geometrická zobrazení, jako např. středovou a osovou souměrnost, stejnolehlost, rotaci a kruhovou inverzi.

Uživatelské rozhraní

Vykreslování obrazců bude rychlé a bude se plynule aktualizovat s pohybem volných bodů. Uživatel bude mít k dispozici seznam všech zobrazených objektů a bude si moci obsah uložit jako obrázek do počítače.

Specifické pokyny pro vypracování

Řešitel využije existujícího frameworku pro vykreslování dvoudimenzionální geometrie, jejíž samotná implementace by byla nad rámec maturitní práce.

Toto zadání práce schválil dle příslušné maturitní vyhlášky a zadal ředitel školy.

V Praze dne 5. ledna 2025

.....
podpis ředitele a razítko

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem svou maturitní práci na téma *Jednoduchá geometrická „GeoGebra“* vypracoval samostatně a použil jsem pouze prameny a literaturu uvedené v seznamu zdrojů.

V Praze dne 18. března 2025

Anotace

Projekt si klade za cíl vytvořit jednoduchý program pro rýsování geometrických útvarů. Tyto útvary mohou mít mezi sebou různé vztahy, které jsou vždy zachovány. Je možné tedy některými útvary pohybovat, čímž se aktualizuje zbytek útvarů. Toto může například vést k lepšímu pochopení vztahů mezi danými útvary nebo nalezení lepší geometrické konfigurace zachycující danou situaci.

Klíčová slova

Euklideovská geometrie, Interaktivní geometrie, Vizualizace

Annotation

The project aims to create a simple program for drawing geometric figures. These figures can have relationships between them, which are always preserved. It is possible to move some of these figures, thereby updating the rest of them. This can, for example, lead to better understanding of the relations between the given figures or to find a better geometric configuration capturing the situation.

Keyword

Euclidean geometry, Interactive geometry, Visualization

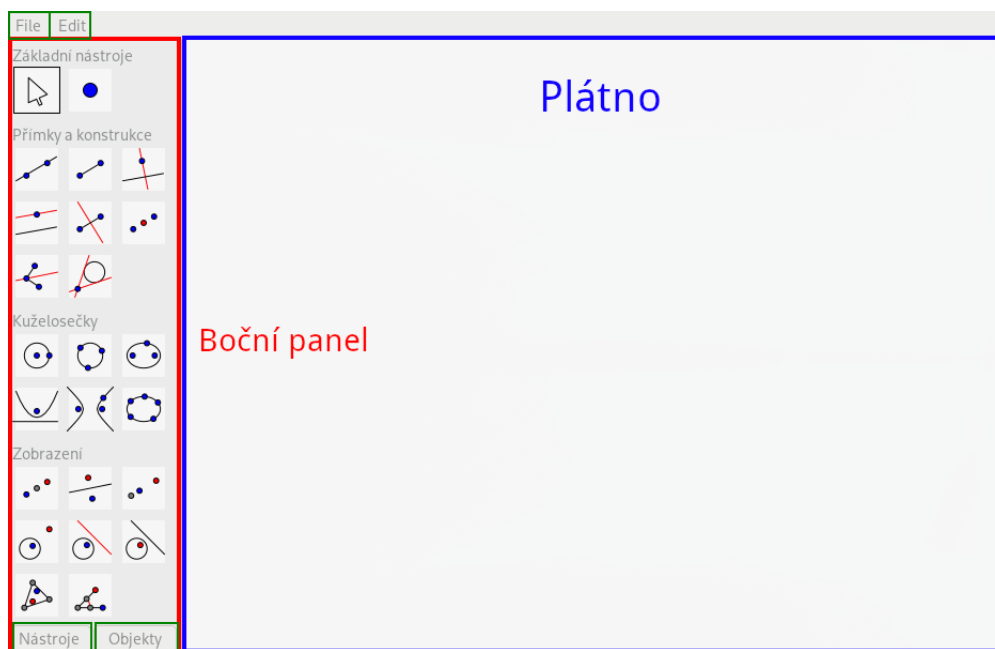
Obsah

1	Uživatelská dokumentace	6
1.1	Základní funkce	6
1.2	Nástroje	6
1.2.1	Základní nástroje	6
1.2.2	Přímky a konstrukce	7
1.2.3	Kuželosečky	7
1.2.4	Zobrazení	8
1.3	Seznam objektů	8
1.3.1	Parametr	9
1.3.2	Definice	9
1.4	Soubory	10
2	Závěr	11
3	Odkazy	11
4	Zdroje	11
4.1	Použité knihovny	11
4.2	Další zdroje	11

1 Uživatelská dokumentace

1.1 Základní funkce

Obrazovka je rozdělena na dvě hlavní části - vlevo je boční panel s nástroji, respektive seznamem geometrických objektů, a vpravo je prostor pro rýsování (*plátno*). Dále nahoře je záložka *File*, ve které je možné narýsované objekty uložit do souboru (*Save*), zpětně ze souboru načíst (*Open*) nebo uložit objekty jako obrázek (*Save As*). Druhá záložka *Edit* slouží k vrácení poslední změny (*Undo*) a opětovného vykonání po vrácení poslední změny (*Redo*). Kdykoliv zmáčknutím klávesy *Delete* je možné odstranit vybrané objekty. Tažením hranice mezi bočním panelem a plátnem je možné změnit šířku bočního panelu.



1.2 Nástroje

Na panel nástrojů je možné přepnout kliknutím na tlačítko *Nástroje*, které se nachází vespod bočního panelu. Během používání libovolného nástroje je možné plátno přiblížit a oddálit pomocí kolečka myši. Zároveň kliknutím pravého tlačítka myši se nástroj „resetuje“, tedy například při chybném zvolení objektu je možné tento výběr zrušit. Dále pokud nástroj očekává výběr bodu a uživatel klikne na místo, kde se bod nenachází, tak na daném místě vznikne bod podle 2.

1.2.1 Základní nástroje



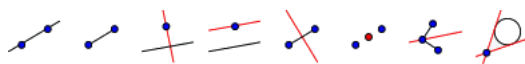
1. Ukazovátko

Tímto nástrojem je možné hýbat body, která jsou volné nebo přichycené k nějaké křivce. Také je možné hýbat celým plátnem potažením libovolného prázdného místa.

2. Bod

Tímto nástrojem je možné vytvářet body. Kliknutím na místo, kde se nenachází žádná křivka, vznikne volně pohyblivý bod. Kliknutím na místo, kde se nachází jedna křivka, vznikne bod, který je k této křivce „přichycený“, tedy je možné s tímto bodem stále hýbat ale pouze po této křivce. Kliknutím na místo, kde se nachází více křivek, vznikne bod, který leží na průsečíku dvou nejbližších křivek.

1.2.2 Přímký a konstrukce



1. Přímká dvěma body

Tento nástroj vytvoří přímkou procházející dvěma různými body. Tyto body se postupně označit kliknutím.

2. Úsečka

Tento nástroj vytvoří úsečku s dvěma různými koncovými body. Tyto body se postupně označit kliknutím.

3. Kolmice

Tento nástroj vytvoří přímkou kolmou ke křivce procházející daným bodem. Danou křivku a bod stačí označit kliknutím v libovolném pořadí. (Průsečíkem s křivkou je možné získat nejbližší bod na křivce.)

4. Rovnoběžka

Tento nástroj vytvoří přímkou rovnoběžnou ke křivce procházející daným bodem. Danou křivku a bod stačí označit kliknutím v libovolném pořadí.

5. Osa úsečky

Tento nástroj vytvoří přímkou, která je osou dané úsečky. Kliknutím se označí krajní body dané úsečky.

6. Střed

Tento nástroj vytvoří střed úsečky, případně kuželosečky. Při kliknutí na úsečku nebo kuželosečku se střed rovnou vytvoří. Je možné také kliknout na dva body, čímž vznikne střed úsečky tvořené těmito body.

7. Osa úhlu

Tento nástroj vytvoří osu úhlu. Je možné buď zvolit tři body, kde prostřední je vrchol daného úhlu a zbylé dva leží na jeho ramenech, nebo dvě přímky/úsečky, které tvoří ramena úhlu.

8. Tečna

Tento nástroj vytvoří tečny z daného bodu ke kuželosečce. Bod a kuželosečku je možné vybrat v libovolném pořadí. Pro konstrukci body dotyku je možné využít nástroj *Pól*.

1.2.3 Kuželosečky



1. Kružnice se středem

Tento nástroj vytvoří kružnici s daným středem a bodem, který na kružnici leží. Jako první je třeba vybrat střed a bod na kružnici jako druhý.

2. Kružnice třemi body

Tento nástroj vytvoří kružnici procházející třemi danými body. Tyto body je možné vybrat v libovolném pořadí.

3. Elipsa

Tento nástroj vytvoří elipsu danou dvěma ohnisky a bodem ležící na ní. Jako první je třeba vybrat obě ohniska a až poté bod na elipse.

4. Parabola

Tento nástroj vytvoří parabolu danou ohniskem a řídící přímkou. Přímku a bod je možné vybrat v libovolném pořadí.

5. Hyperbola

Tento nástroj vytvoří hyperbolu danou dvěma ohnisky a bodem ležící na ní. Jako první je třeba vybrat obě ohniska a až poté bod na hyperbole.

6. Kuželosečka pěti body

Tento nástroj vytvoří kuželosečku vedenou pěti body. Tyto body je možné zvolit v libovolném pořadí.

1.2.4 Zobrazení



1. Středová souměrnost

Tento nástroj zobrazí objekt ve středové souměrnosti. Jako první je třeba zvolit vzor a až poté střed souměrnosti.

2. Osová souměrnost

Tento nástroj zobrazí objekt v osově souměrnosti. Jako první je třeba zvolit vzor a až poté osu souměrnosti.

3. Stejnolehlost

Tento nástroj zobrazí objekt ve stejnoolehlosti s daným středem a koeficientem. Jako první je potřeba zvolit vzor a až poté střed stejnoolehlosti. Pak je potřeba zadat koeficient stejnoolehlosti.

4. Kruhová inverze

Tento nástroj zobrazí bod v kruhové inverzi podle dané kružnice. Daný bod a kružnici je možné zvolit v libovolném pořadí. (Není možné zobrazit střed dané kružnice.)

5. Polára

Tento nástroj vytvoří k danému bodu poláru podle dané kuželosečky. Daný bod a kuželosečku je možné zvolit v libovolném pořadí.

6. Pól

Tento nástroj vytvoří k dané přímce pól podle dané kuželosečky. Danou přímku a kuželosečku je možné zvolit v libovolném pořadí.

7. Kamarád (Isogonal conjugate)

Tento nástroj vytvoří k danému bodu kamaráda vzhledem k danému trojúhelníku. Jako první je třeba zvolit vrcholy referenčního trojúhelníku a poté až daný bod.

8. Otočení

Tento nástroj otočí daný objekt o úhel. Jako první je třeba označit tři body. První z nich leží na prvním rameni úhlu, druhý je vrcholem úhlu a třetí je na výsledném rameni úhlu. Jako poslední se zvolí objekt k otočení.

1.3 Seznam objektů

Na seznam objektů je možné přepnout kliknutím na tlačítko *Objekty* vespod bočního panelu. Jendím kliknutím na objekt v seznamu je možné daný objekt označit (držením klávesy *Control* nebo *Shift* je možné označit více objektů naráz). Dvojitým kliknutím na objekt je možné ho upavit. U objektu je možné upravit jeho název, definici, parametr, tloušťku ohraničení, barvu ohraničení a barvu výplně (barva výplně se vztahuje jen k bodům). Tažením hranic sloupců je možné změnit jejich šířku.

Jméno	Definice	Parametr
A	(220.000, 199.000)	0.000
B	(264.000, 422.000)	0.000
a	Line(A,B)	0.000
b	PerpLine(A,a)	0.000

1.3.1 Parametr

Parametr může znamenat více věcí. U bodů přichycených ke křivce je tento parametr dán parametrizací dané křivky (tedy každý bod na křivce má svůj nějaký parametr). Dále u bodů na průsečíku křivek značí paramter index průsečíku, ke kterému je bod přichycen. U tečen parametr značí index dané tečny a u stejnolehlosti její koeficient. Na zbylé objekty nemá paramter vliv.

1.3.2 Definice

Definice objektu se skládá ze dvou částí - názvu a argumentů. Nejprve je název a poté jsou v závorkách argumenty oddělené čárkami. Všechny argumenty jsou názvy nějakých jiných objektů (záleží na velikosti písmen i mezerách), kromě volných bodů, které nemají název a místo argumentů mají dvě čísla - souřadnici x a y.

Tabulka 1: **Body**

Název + argumenty	Vysvětlení
(<x>,<y>)	Volný bod se souřadnicemi <x> a <y>.
OnCurve(<Křivka>)	Bod přichycený ke křivce <Křivka>.
OnIntersect(<Křivka1>,<Křivka2>)	Bod na průsečíku <Křivka1> a <Křivka2>.
Midpoint(<Bod1>,<Bod2>)	Střed úsečky s koncovými body <Bod1> a <Bod2>.
Midpoint(<Kuželosečka>)	Střed kuželosečky <Kuželosečka>.
Midpoint(<Úsečka>)	Střed úsečky <Úsečka>.

Tabulka 2: **Přímky**

Název + argumenty	Vysvětlení
Segment(<Bod1>,<Bod2>)	Úsečka s koncovými body <Bod1> a <Bod2>.
Line(<Bod1>,<Bod2>)	Přímka procházející body <Bod1> a <Bod2>.
PerpLine(<Bod>,<Křivka>)	Kolmice na <Křivka> procházející <Bod>.
ParalLine(<Bod>,<Křivka>)	Rovnoběžka s <Křivka> procházející <Bod>.
PerpBisector(<Bod1>,<Bod2>)	Osa úsečky s koncovými body <Bod1> a <Bod2>.
AngleBisector(<Bod1>,<Bod2>,<Bod3>)	Osa úhlu s vrcholem <Bod2> a rameny s body <Bod1> a <Bod2>.
AngleBisector(<Přímka1>,<Přímka2>)	Osa úhlu s rameny <Přímka1> a <Přímka2>.
AngleBisectorP(<Bod1>,<Bod2>,<Bod3>)	Kolmice na osu úhlu s vrcholem <Bod2> a rameny s body <Bod1> a <Bod2>.
AngleBisectorP(<Přímka1>,<Přímka2>)	Kolmice na osu úhlu s rameny <Přímka1> a <Přímka2>.
Tangent(<Bod>,<Kuželosečka>)	Tečna skrz <Bod> ke kuželosečce <Kuželosečka>.

Tabulka 3: Kuželosečky

Název + argumenty	Vysvětlení
Conic(<Bod1>,<Bod2>,<Bod3>,<Bod4>,<Bod5>)	Kuželosečka skrz všech 5 bodů.
CircleBy2P(<Bod1>,<Bod2>)	Kružnice se středem <Bod1> procházející <Bod2>.
CircleBy3P(<Bod1>,<Bod2>,<Bod3>)	Kružnice skrz <Bod1>, <Bod2> a <Bod3>.
Ellipse(<Bod1>,<Bod2>,<Bod3>)	Elipsa s ohnisky <Bod1> a <Bod2> procházející <Bod3>.
Hyperbola(<Bod1>,<Bod2>,<Bod3>)	Hyperbola s ohnisky <Bod1> a <Bod2> procházející <Bod3>.
Parabola(<Bod>,<Přímka>)	Parabola s ohniskem <Bod> a řídící přímkou <Přímka>.

Tabulka 4: Zobrazení

Název + argumenty	Vysvětlení
Pole(<Přímka>,<Kuželosečka>)	Pól přímky <Přímka> vůči kuželosečce <Kuželosečka>.
Polar(<Bod>,<Kuželosečka>)	Polára bodu <Bod> vůči kuželosečce <Kuželosečka>.
PtReflect(<Objekt>,<Bod>)	<Objekt> zobrazený ve středové souměrnosti podle <Bod>.
LineReflect(<Objekt>,<Přímka>)	<Objekt> zobrazený v osové souměrnosti podle <Přímka>.
IsoConjugate(<Bod1>,<Bod2>,<Bod3>,<Bod4>)	Kamarád bodu <Bod1> v trojúhelníku s vrcholy <Bod1>,<Bod2>,<Bod3>.
Homothety(<Objekt>,<Bod>)	<Objekt> zobrazený ve stejnolehlosti se středem <Bod>.
CircleInverse(<Bod>,<Kružnice>)	<Bod> zobrazený v kruhové inverzi podle <Kružnice>.
Rotation(<Objekt>,<Bod1>,<Bod2>,<Bod3>)	<Objekt> otočený o úhel se středem v <Bod2>, vzorovém rameni <Bod1> a obrazovém <Bod3>.

1.4 Soubory

Plátno uložené do souboru je jednoduchý .csv soubor oddělený středníky. Tento soubor je možné upravovat i ručně. Je v něm 6 sloupců: jméno objektu, definice, parametr, barva ohraničení, barva výplně a tloušťka ohraničení. (Barvy jsou uloženy jako 32bitové číslo v dekadickém zápisu.) Pokud se program pokusí načíst soubor, který není validní, tak soubor nenačte a nic se na plátně nezmění.

2 Závěr

Považuji celý svůj maturitní projekt za povedený. Veškeré hlavní funkce jsem zvládl naimplementovat a fungují bez větších potíží. V průběhu jsem dozvěděl nové věci z analytické geometrie, především o kuželečkách, a také drobnosti z algebraické a projektivní geometrie. V současném stavu sice projekt neobsahuje mnoho funkcí, které nejsou už v GeoGebře, ale tyto funkce, jako například export do rýsovacího programu Ipe, není problém přidat, což například může pomoci s vytvářením obrázků do řešení olympiádních matematických úloh.

3 Odkazy

- Webová stránka (<https://trustfulcomic.github.io/mygeo/>)
- Vývojářská dokumentace (<https://trustfulcomic.github.io/mygeo/docs/>)
- Zdrojový kód (<https://github.com/Trustfulcomic/myGeo>)
- Inspirace pro tuto maturitní práci - GeoGebra (<https://www.geogebra.org/>)

4 Zdroje

4.1 Použité knihovny

- wxWidgets (<https://www.wxwidgets.org/>)
- Standardní knihovna C++

4.2 Další zdroje

- Wikipedie (<https://en.wikipedia.org/>)
- Mathematics Stack Exchange (<https://math.stackexchange.com/>)
- Luke's Dev Tutorials (<https://www.lukesdevtutorials.com/>)