

Κβαντική Πληροφορία και Επεξεργασία

Τσιτλακίδης Θεόδωρος 4409

ΠΜΣ Υπολογιστικής Φυσικής

Ιούνιος 2021

Configurational Entropy

Θεωρούμε τις τετραγωνικά ολοκληρώσιμες συναρτήσεις, $f(x)$ και τις μετασχηματισόμενες κατά Fourier $F(k)$. Έχοντας υπόψιν το θεώρημα του Plancherel, ορίζουμε το modal fraction $f(k)$:

$$f(k) = \frac{|F(k)|^2}{\int |F(k)|^2 d^d k}$$

όπου η ολοκλήρωση γίνεται σε όλα τα k για τα οποία η $F(k)$ είναι ορισμένη.

Σε αναλογία με την πληροφοριακή εντροπία Shannon, ορίζουμε την Configurational Entropy:

$$S_c[f] = - \int \tilde{f}(k) \ln(\tilde{f}(k)) d^d k$$

με $\tilde{f}(k) = f(k)/f(k_{max})$.

Ξεκινάμε λύνοντας τις εξισώσεις υδροστατικής ισορροπίας, προκειμένου να βγάλουμε την πολυτροπική συμπεριφορά του λευκού νάνου. Εισάγεται καινούργιος φορμαλισμός, από $\rho(r)$, r στις αδιάστατες $\theta(\xi)$, ξ και η εξίσωση γίνεται η Lane-Emden:

$$\frac{1}{\xi^2} \frac{d}{d\xi} \xi^2 \frac{d\theta}{d\xi} + \theta^{1/\gamma-1} = 0$$

με συνοριακές συνθήκες $\theta(0) = 1$ και $\theta'(0) = 0$. Λύνουμε την εξίσωση με χρήση της `solve_ivp` και μέθοδο RK45, με βήμα 10^{-3} , για διάφορες τιμές του γάμμα. Η συμπεριφορά της λύσης για τα διάφορα γ , φαίνεται στο ακούλοθο διάγραμμα:

Λύσεις Lane-Emden

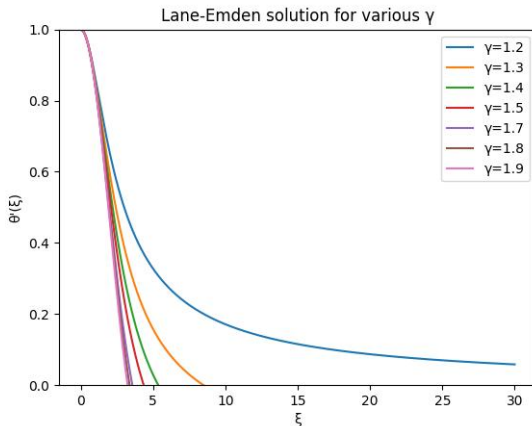


Figure: Λύση της Lane-Emden για $\gamma=1.2, 1.3, \dots, 1.9$

Γνωρίζοντας πλέον τη συμπεριφορά της $\theta(\xi)$, εκφράζουμε το modal fraction συναρτήσει των αδιάστατων μεταβλητών (θ, ξ) :

$$\tilde{f}(k) = \frac{h(\kappa)}{h(\kappa_{min})} = \frac{h(a\kappa)}{h(\frac{\alpha\pi}{R})}$$

με

$$h(\kappa) = \left(\frac{4\pi\rho_0\alpha^3}{\kappa} \int_0^{\xi_R} \theta^{1/(\gamma-1)}(\xi) \sin(\kappa\xi) \xi d\xi \right)^2$$

όπου $\kappa_{min} = \pi/\xi_R$ και $\xi_R = R/\alpha$

Έτσι η Configurational Entropy γίνεται:

$$S = -4\pi\alpha^{-3} \int_{\kappa_{min}}^{\infty} \tilde{f}(\kappa) \log(\tilde{f}(\kappa)) \kappa^2 d\kappa$$

Συνεπώς, με όλα αυτά κατά νου, γράφουμε κώδικα, ο οποίος λύνει την Lane-Emden και υπολογίζει όλες τις άνωθεν ποσότητες για πολλές τιμές του γ .

Τα αποτελέσματα φαίνονται στα παρακάτω διαγράμματα, και συμφωνούν με το Review.

Συμπεριφορά Modal Fraction

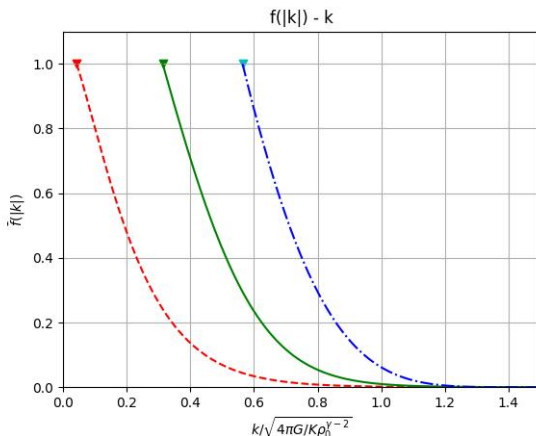


Figure: Κανονικοποιημένο Modal Fraction για τιμές $\gamma=1.2, 1.4, 1.7$

Συμπεριφορά CE και Μάζας

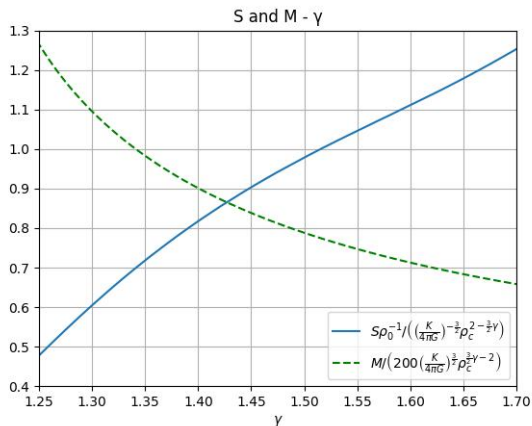


Figure: CE επί ρ_0^{-1} και M, συναρτήσει του γ . Πολλαπλασιάζουμε με 200 την μάζα για rescaling.

Συμπεριφορά CE για διάφορα k_{min}

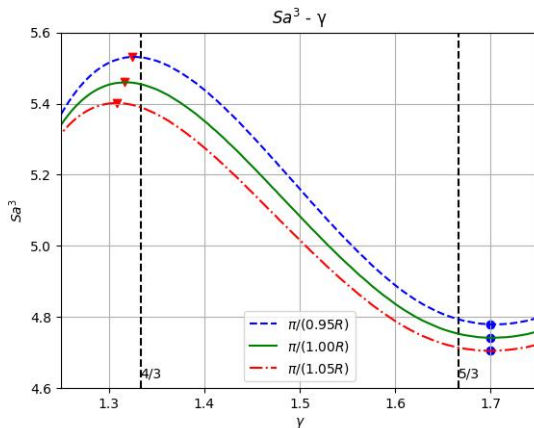


Figure: CE για cutoff του k_{min} , με $\alpha=0.95, 1.00, 1.05$ (που αντιστοιχούν σε διαφορετικά γ).