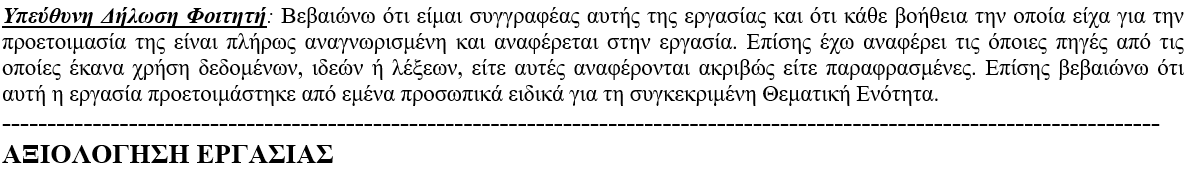


|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | ΠΛΗ 12 |  |  | Γραββάνης Γεώργιος |
|  | ΗΛΕ41 |  |  | 13/12/2023, ώρα 23:59 |
|  | 2023-2024 |  |  |  |
|  | 1 |  |  |  |



|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  |  |



**Γεώργιος Τσάμης**





α)

i)

=

=

**Άρα**

ii)

: Πρώτα θα βρούμε το =

Χρησιμοποιώντας τον τύπο και υπολογίζωντας την ορίζουσα = τότε συνεχίζωντας έχουμε

και τέλος

**Άρα**

iii)

Χρησιμοποιώντας την μέθοδο εύρεσης οριζουσών Laplace έχουμε:

**Άρα**

iv)

**Άρα**

v)

= συνεχίζοντας χρησιμοποιούμε γραμμοπράξεις για να φέρουμε τον πίνακα σε κλιμακωτή μορφή:

Όπως φαίνεται αφού ο πίνακας ήρθε σε κλιμακωτή μορφή, ο βαθμός του είναι το πλήθος των μη μηδενικών γραμμών.

**Άρα**

β)

Ο επαυξημένος πίνακας:

Κάνουμε γραμμοπράξεις για να φέρουμε τον πίνακα σε κλιμακωτή και όσο το δυνατόν ανοιχτή μορφή μπορούμε:

🡪

**Περίπτωση 1η:**

Αν ­ τότε από τον κλιμακωτό πίνακα παίρνουμε το σύστημα

Η τελευταία εξίσωση είναι αδύνατη, επομένως **για c=1 το σύστημα είναι αδύνατο.**

**Περίπτωση 2η:**

Αν τότε μπορούμε να συνεχίσουμε την μέθοδο Gauss:

🡪

🡪

🡪

Λύνωντας το τριώνυμο βρίσκουμε τις ρίζες 2, -3 και άρα μπορούμε να παραγοντοποιήσουμε το τριώνυμο σε αυτή τη μορφή:

Από τον παραπάνω ανοιχτό κλιμακωτό πίνακα όπως και την παραγοντοποίηση του τριωνύμου παίρνουμε το σύστημα:

**Καθώς και την μοναδική λύση**

**Σύνοψη:**

Το σύστημα είναι αδύνατο για

Το σύστημα έχει μονάδικη λύση την για

Για σύστημα δεν έχει άπειρες λύσεις για οποιαδήποτε τιμή του *c*



α)

i)

**Για τον χώρο U:**

Έστω με , και

Τότε

και επειδή:

ο γραμμικός συνδιασμός και **άρα ο U είναι διανυσματικός υποχώρος του**

**Για τον χώρο V:**

Ομοίως καταλήγουμε πως για με , και

Τότε

και επειδή

ο γραμμικός συνδιασμός και **άρα ο V είναι διανυσματικός υποχώρος του**

ii)

Βάση και διάσταση U:

}

}

}

}

} )

Εξετάζοντας την γραμμική ανεξαρτησία των γεννητόρων του U έχουμε:

Φαίνεται πώς ο πίνακας που περιέχει ως γραμμές τα διανύσματα στο σύνολο γεννητόρων του U είναι ήδη κλιμακωτός, και άρα τα διανύσματα αυτά είναι γραμμικά ανεξάρτητα, **καθιστώντας το σύνολο** **)} ως μια βάση του U και**

Βάση και διάσταση V:

}

}

}

}

} )

Εξετάζουμε την γραμμική ανεξαρτησία των γεννητόρων του V:

🡪

Ο πίνακας που περιέχει ως γραμμές τα διανύσματα στο σύνολο γεννητόρων του V μετά από την γραμμοπράξη είναι σε κλιμακωτή μορφή, επομένως τα διανύσματα αυτά είναι γραμμικά ανεξάρτητα, που σημαίνει πως **το σύνολο {} είναι μία βάση του V και**

Βάση και διάσταση :

πρέπει , για να ισχύει αυτό πρέπει το κάθε =(x,y,z) να ικανοποιεί τις ιδιότητες των στοιχείων και των 2 υποχώρων, και άρα τα στοιχεία του συνόλου εκφράζονται ως λύσεις του παρακάτω γραμμικού συστήματος:



