

中三級 期終試卷

數學科 (卷一)

建議題解及評卷參考

一般指引：

- (1) 錯別字，不扣分。
- (2) 算式表達或計算過程表達欠佳、欠設題或欠文字解說，扣 1 分。
(全卷最多只扣 2 分)
- (3) 單位錯漏，扣 1 分。
(全卷最多只扣 1 分)

建議題解佔分注意事項

甲部 (40 分)

1. (a) 該棱錐的體積 $= \frac{1}{3} \times (12 \times 12) \times 8 \text{ cm}^3$ 1M
 $= \underline{\underline{384 \text{ cm}^3}}$ 1A

- (b) 設底的對角線 AC 與 BD 的交點為 O ，
 及 $VE \perp AB$ 。
 考慮直角三角形 VOE 。

$$EO = \frac{1}{2} BC$$

$$= \frac{1}{2} \times 12 \text{ cm}$$

$$= 6 \text{ cm}$$

$$VE^2 = VO^2 + EO^2 \quad (\text{畢氏定理})$$

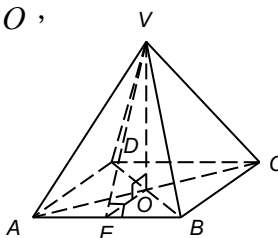
$$VE = \sqrt{8^2 + 6^2} \text{ cm}$$

$$= 10 \text{ cm}$$

$$\triangle VAB \text{ 的面積} = \frac{1}{2} \times AB \times VE$$

$$= \frac{1}{2} \times 12 \times 10 \text{ cm}^2$$

$$= 60 \text{ cm}^2$$



1M

建議題解**佔分****注意事項**

$$\begin{aligned}
 \therefore \text{該棱錐的總表面面積} \\
 &= 4 \text{ 個側面的總面積} + \text{底面積} \\
 &= (4 \times 60 + 12 \times 12) \text{ cm}^2 \\
 &= \underline{\underline{384 \text{ cm}^2}}
 \end{aligned}$$

1M

1A

$$\begin{aligned}
 2. \quad (a) \quad \left(\frac{\text{小球體的半徑}}{\text{大球體的半徑}} \right)^2 &= \frac{\text{小球體的表面面積}}{\text{大球體的表面面積}} \\
 &= \frac{4}{25}
 \end{aligned}$$

$$\frac{\text{小球體的半徑}}{\text{大球體的半徑}} = \frac{2}{5}$$

\therefore 小球體的半徑與大球體的半徑之比是 2 : 5。

1A

$$(b) \quad \frac{\text{大球體的體積}}{\text{小球體的體積}} = \left(\frac{5}{2} \right)^3$$

1M

$$\frac{\text{大球體的體積}}{64 \text{ cm}^3} = \frac{125}{8}$$

1M

$$\text{給 } \left(\frac{5}{2} \right)^3 = \frac{125}{8}$$

$$\begin{aligned}
 \therefore \text{大球體的體積} &= \frac{125}{8} \times 64 \text{ cm}^3 \\
 &= \underline{\underline{1000 \text{ cm}^3}}
 \end{aligned}$$

1A

$$3. \quad (a) \quad \therefore AB \text{ 的斜率} = -\frac{12}{5}$$

$$\therefore \frac{7 - (-5)}{-2 - a} = -\frac{12}{5}$$

1M

$$-\frac{12}{2 + a} = -\frac{12}{5}$$

$$2 + a = 5$$

$$a = \underline{\underline{3}}$$

1A

$$(b) \quad AB = \sqrt{(-2 - 3)^2 + [7 - (-5)]^2} \text{ 單位}$$

1M

$$= \sqrt{(-5)^2 + 12^2} \text{ 單位}$$

$$= \underline{\underline{13 \text{ 單位}}}$$

1A

建議題解**佔分****注意事項**

4. (a) 根據中點公式，可得：

$$h = \frac{3 + (-4)}{2}$$

$$= -\frac{1}{2}$$

$$\text{及 } 2 = \frac{k+6}{2}$$

$$4 = k + 6$$

$$k = \underline{\underline{-2}}$$

1M
1A } 任何一項

1A

- (b)
- $\because L \parallel CD$

 $\therefore L$ 的斜率 = CD 的斜率

$$= \frac{6 - (-2)}{-4 - 3}$$

$$= -\frac{8}{7}$$

} 1M

1A

5. 如圖所示，建立
- $\triangle ABC$
- ，使
- $\cos \theta = \frac{1}{5}$
- 。

$$BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} \quad (\text{畢氏定理})$$

$$= \sqrt{5^2 - 1^2}$$

$$= \sqrt{24}$$

根據定義，可得：

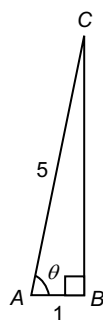
$$\sin \theta = \frac{BC}{AC} = \frac{\sqrt{24}}{5}$$

$$\tan \theta = \frac{BC}{AB} = \frac{\sqrt{24}}{1} = \sqrt{24}$$

$$\therefore 2 \sin \theta - \tan \theta = 2 \times \frac{\sqrt{24}}{5} - \sqrt{24}$$

$$= \sqrt{24} \left(\frac{2}{5} - 1 \right)$$

$$= \underline{\underline{-\frac{3\sqrt{24}}{5}}} \left(\text{或 } -\frac{6\sqrt{6}}{5} \right)$$



1M

1A

1A

1M

1A

建議題解

佔分

注意事項

6. 考慮 $\triangle ACD$ 。

$$\sin 30^\circ = \frac{CD}{AC}$$

1M

$$\frac{1}{2} = \frac{4}{x}$$

$$x = 8$$

1A

考慮 $\triangle ABC$ 。

$$\cos 45^\circ = \frac{AC}{AB}$$

1M

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{8}{y}$$

$$y = 8\sqrt{2}$$

1A

7. $\angle QPR = 270^\circ - 232^\circ$

$$= 38^\circ$$

考慮 $\triangle PQR$ 。

$$\sin \angle QPR = \frac{QR}{PR}$$

$$\sin 38^\circ = \frac{QR}{70 \text{ km}}$$

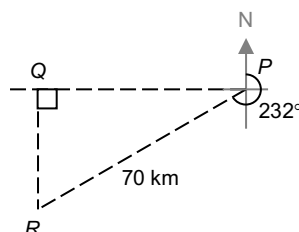
$$QR = 70 \sin 38^\circ \text{ km}$$

該艘船由碼頭 R 行駛至 Q 點所需的時間

$$= \frac{70 \sin 38^\circ}{18} \text{ h}$$

$$\approx 2.3942 \text{ h}$$

$$< 2.5 \text{ h}$$

 \therefore 該艘船會在同一下午 2:30 前到達 Q 點。

1A

1M

1M

1M

1A

8. (a)

候車時間 (分鐘)	1 – 4	5 – 8	9 – 12	13 – 16	17 – 20
組中點 (分鐘)	<u>2.5</u>	<u>6.5</u>	<u>10.5</u>	<u>14.5</u>	<u>18.5</u>
乘客人數	4	6	12	8	5

2A

給全部正確

(b) 候車時間的平均數

$$= \frac{2.5 \times 4 + 6.5 \times 6 + 10.5 \times 12 + 14.5 \times 8 + 18.5 \times 5}{4 + 6 + 12 + 8 + 5} \text{ 分鐘}$$

$$= 11.0 \text{ 分鐘 (準確至三位有效數字)}$$

1A

候車時間的眾數組是 9 分鐘 – 12 分鐘。

1A

建議題解

佔分

注意事項

9.

袋子 B		4	5	6	7
袋子 A	1	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)	(1, 7)
	2	(2, 4)	(2, 5)	(2, 6)	(2, 7)
	3	(3, 4)	(3, 5)	(3, 6)	(3, 7)

根據上表，共有 12 個可能結果。

(a) 兩個數字都是奇數的結果有 4 個。

$$\begin{aligned}\therefore P(\text{兩個數字都是奇數}) &= \frac{4}{12} && 1\text{M} \\ &= \frac{1}{3} && 1\text{A}\end{aligned}$$

(b) 數字之和大於 7 的結果有 6 個。

$$\begin{aligned}\therefore P(\text{數字之和大於 7}) &= \frac{6}{12} && 1\text{M} \\ &= \frac{1}{2} && 1\text{A}\end{aligned}$$

乙部 (40 分)

$$10. \text{ (a) } \widehat{AC} = \frac{240^\circ}{360^\circ} \times 2 \times \pi \times 18 \text{ cm} \quad 1\text{M}$$

$$= 24\pi \text{ cm}$$

設容器 X 的底半徑為 r cm。

$$\therefore \text{容器 X 的底圓周} = \widehat{AC}$$

$$\therefore 2\pi r = 24\pi \quad 1\text{M}$$

$$r = 12$$

$$\therefore \text{容器 X 的底半徑是 12 cm。} \quad 1\text{A}$$

容器 X 的高

$$= \sqrt{18^2 - 12^2} \text{ cm (畢氏定理)} \quad 1\text{M}$$

$$= \underline{\underline{\sqrt{180} \text{ cm (或 } 6\sqrt{5} \text{ cm)}}} \quad 1\text{A}$$

$$\text{(b) 容器 X 的容量} = \frac{1}{3} \times \pi \times 12^2 \times \sqrt{180} \text{ cm}^3 \quad 1\text{M}$$

$$\approx 2023.15 \text{ cm}^3$$

$$> 2000 \text{ cm}^3$$

$$\therefore \text{芯美的聲稱正確。} \quad 1\text{A}$$

建議題解

佔分

注意事項

11. (a) A' 的坐標 $= (-(-2), 3)$

$$= (2, 3)$$

1A

 B' 的坐標 $= (-5, -4)$

1A

(b) $AA' = \sqrt{(2-3)^2 + [3-(-2)]^2}$ 單位

$$= \sqrt{(-1)^2 + 5^2}$$
 單位

$$= \sqrt{26}$$
 單位

$$A'B = \sqrt{(-5-2)^2 + (4-3)^2}$$
 單位

$$= \sqrt{(-7)^2 + 1^2}$$
 單位

$$= \sqrt{50}$$
 單位

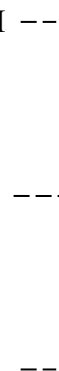
$$AB = \sqrt{(-5-3)^2 + [4-(-2)]^2}$$
 單位

$$= \sqrt{(-8)^2 + 6^2}$$
 單位

$$= 10$$
 單位

 $\therefore AA'$ 、 $A'B$ 和 AB 的長度都不相同。 $\therefore \triangle AA'B$ 不是一個等腰三角形。

1M



任何一項

1A 給 AA' 、 $A'B$ 和 AB 的
長度正確

} 1

(c) AB 的斜率 $= \frac{4-(-2)}{-5-3} = \frac{6}{-8} = -\frac{3}{4}$

$$A'B'$$
 的斜率 $= \frac{-4-3}{-5-2} = \frac{-7}{-7} = 1$

$$\therefore AB \text{ 的斜率} \times A'B' \text{ 的斜率} = -\frac{3}{4} \times 1$$

$$= -\frac{3}{4}$$

$$\neq -1$$

 $\therefore AB$ 並不平行於 $A'B'$ 。

} 1A

1M

} 1

12. (a) 考慮 $\triangle CBD$ 。

$$\tan \angle CBD = \frac{CD}{BD}$$

$$\tan 35^\circ = \frac{36 \text{ m}}{x \text{ m}}$$

1M

$$x = \frac{36}{\tan 35^\circ}$$

$$= 51.4 \text{ (準確至三位有效數字)}$$

 \therefore 兩幢大廈之間的距離是 51.4 m。

1A

建議題解

佔分

注意事項

(b) 如圖標明，

考慮 $\triangle ACE$ 。

$$\tan \angle CAE = \frac{EC}{AE}$$

$$\tan 25^\circ = \frac{EC}{\frac{36}{\tan 35^\circ} \text{ m}}$$

$$EC = \frac{36 \tan 25^\circ}{\tan 35^\circ} \text{ m}$$

大廈 AB 的高度 $= EC + CD$

$$= \left(\frac{36 \tan 25^\circ}{\tan 35^\circ} + 36 \right) \text{ m}$$

$$\approx 59.9744 \text{ m}$$

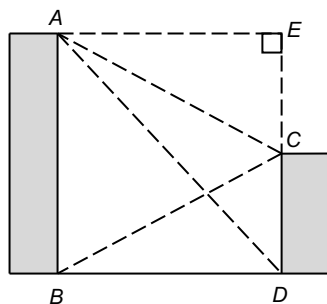
$$= \underline{\underline{60.0 \text{ m}}} \text{ (準確至三位有效數字)}$$

1M

1A

1M

1A

(c) 連接 AD 。考慮 $\triangle ABD$ 。

$$\tan \angle ADB = \frac{AB}{BD}$$

$$\approx \frac{59.9744 \text{ m}}{\frac{36}{\tan 35^\circ} \text{ m}}$$

$$\angle ADB = 49.4^\circ \text{ (準確至三位有效數字)}$$

 \therefore 由 D 測得 A 的仰角是 49.4° 。

1M

1A

$$13. \text{ (a) (i) } \because P(\text{每星期閱讀 3 本圖書}) = \frac{1}{7}$$

$$\therefore \frac{k}{13 + 4 + k + (k + 6) + 7} = \frac{1}{7}$$

1M

$$\frac{k}{30 + 2k} = \frac{1}{7}$$

$$7k = 30 + 2k$$

$$5k = 30$$

$$k = \underline{\underline{6}}$$

1A

(ii) 從棒形圖可得，該組的學生總人數

$$= 13 + 4 + 6 + (6 + 6) + 7 = 42$$

每星期最多閱讀 3 本圖書的學生人數

$$= 13 + 4 + 6 = 23$$

$$\therefore P(\text{每星期最多閱讀 3 本圖書}) = \frac{23}{42}$$

1A

建議題解	佔分	注意事項
<p>(b) 每星期閱讀圖書的數目的期望值</p> $= 1 \times \frac{13}{42} + 2 \times \frac{4}{42} + 3 \times \frac{6}{42} + 4 \times \frac{12}{42} + 5 \times \frac{7}{42}$ $= \underline{2.90} \text{ (準確至三位有效數字)}$	<p>1M</p> <p>1A</p>	
<p>(c) 由於眾數 (1) 是最小的數據，因此眾數偏向數據組中數值較小的一方。 所以平均值 (2.90) 是較適合用作反映該組學生每星期閱讀圖書的數目的集中趨勢。</p>	1M + 1A	
<p>14. (a) \therefore 中位數 = 58 kg</p> $\therefore \frac{(50+b)+58}{2} = 58$ $108+b=116$ $b=\underline{8}$ <p>\therefore 眾數 = 66 kg</p> <p>$\therefore c=\underline{6}$ 及 $a \neq 4$</p> <p>\therefore 平均數 = 55.5 kg</p> $41+42+(40+a)+44 \times 2+50+51+52+$ $\therefore \frac{58 \times 2+59 \times 2+61+62+66 \times 3+77}{18} = 55.5$ $996+a=999$ $a=\underline{3}$	<p>1A</p> <p>1A</p> <p>1M</p> <p>1A</p>	
<p>(b) (i) 設美寶和俊榮的體重分別為 x kg 和 y kg。</p> <p>\therefore 該組學生的平均體重維持不變。</p> $\therefore \frac{18 \times 55.5 - 41 - 42 - (x+y)}{14} = 55.5$ $916 - (x+y) = 777$ $x+y=139$ <p>\therefore 美寶和俊榮的總體重是 139 kg。</p>	<p>1M</p> <p>1A</p>	
<p>(ii) $\therefore x+y=139$</p> <p>\therefore 從觀察可得，$x=62$，$y=77$ 或 $x=77$，$y=62$。</p> <p>該組學生體重的中位數 = $\frac{58+58}{2}$ kg</p> $= 58 \text{ kg}$ <p>\therefore 該組學生體重的中位數維持不變。</p>	<p>1M</p> <p>1</p>	