答案

中三級 期終試卷

數學科 (卷二)

1. C
2. D
3. B
4. D
5. C
6. D
7. B
8. D
9. C
10. A
11. A
12. C
13. A
14. C
15. C
16. D
17. B
18. A
19. C
20. C
21. C
22. D
23. C
24. B
25. C
26. D
27. C
28. D
29. D
30. D

中三級 期終試卷
數學科 (卷二)

建議題解

1.　C

該圓錐的總表面面積 $= $ 曲面面積 $+$ 底面積

$= (\pi \times 8 \times 10 + \pi \times 8^2)\text{ cm}^2$

$= \underline{\underline{144\pi\text{ cm}^2}}$

2.　D

設該棱錐的高為 h cm。

$\because$　該棱錐的體積 $= 648\text{ cm}^3$

$\therefore$　$\frac{1}{3} \times (9 \times 9) \times h = 648$

$27h = 648$

$h = 24$

$\therefore$　該棱錐的高是 24 cm。

3.　B

$\because$　直立圓錐的體積 $= 3$ 個大小相同的半球體的總體積

$\therefore$　$\frac{1}{3}\pi r^2 h = 3 \times \frac{1}{2} \times \frac{4}{3}\pi r^3$

$h = 6r$

$\frac{r}{h} = \frac{1}{6}$

$\therefore$　$r : h = \underline{\underline{1 : 6}}$

4.　D

$\because$　選項 A 的度量維數是 2。

$\therefore$　選項 A 不可能代表該立體的體積。

$\because$　選項 B 的度量維數是 2。

$\therefore$　選項 B 不可能代表該立體的體積。

$\because$　選項 C 的度量維數是 1。

$\therefore$　選項 C 不可能代表該立體的體積。

$\because$　選項 D 的度量維數是 3。

$\therefore$　選項 D 可能代表該立體的體積。

5. C

設該地圖的比例尺為 $1 : n$。

$$\frac{\text{該公園在地圖上的面積}}{\text{該公園的實際面積}} = \left(\frac{1}{n}\right)^2$$

$$\frac{128\ \text{cm}^2}{3200\ \text{m}^2} = \left(\frac{1}{n}\right)^2$$

$$\frac{1\ \text{cm}^2}{25\ \text{m}^2} = \left(\frac{1}{n}\right)^2$$

$$\frac{1\ \text{cm}}{5\ \text{m}} = \frac{1}{n}$$

$$\frac{1\ \text{cm}}{500\ \text{cm}} = \frac{1}{n}$$

$$n = 500$$

∴ 該地圖的比例尺是 $1 : 500$。

6. D

∵ L_1 和 L_2 都是斜率為正數的直線，而 L_3 和 L_4 都是斜率為負數的直線。

∴ $m_1, m_2 > 0$ 及 $m_3, m_4 < 0$

∵ 對於斜率為正數的直線，斜率的值愈大，直線便愈傾斜。

∴ $m_2 > m_1$

∵ 對於斜率為負數的直線，斜率的值愈小，直線便愈傾斜。

∴ $m_3 < m_4$

∴ $m_2 > m_1 > m_4 > m_3$

7. B

$$AB\ \text{的斜率} = \frac{-6-3}{4-(-2)} = \frac{-9}{6} = -\frac{3}{2}$$

$$BC\ \text{的斜率} = \frac{a-(-6)}{3-4} = \frac{a+6}{-1} = -(a+6)$$

$\because$　A、B 和 C 三點共線。

$\therefore$　AB 的斜率 $= BC$ 的斜率

$$\therefore \quad -\frac{3}{2} = -(a+6)$$
$$\frac{3}{2} = a + 6$$
$$a = \underline{\underline{-\frac{9}{2}}}$$

8.　D

設 C 的坐標為 $(0, c)$。

OA 的斜率 $= \dfrac{2-0}{6-0} = \dfrac{2}{6} = \dfrac{1}{3}$

CB 的斜率 $= \dfrac{5-c}{3-0} = \dfrac{5-c}{3}$

$\because$　$OA \parallel CB$

$\therefore$　OA 的斜率 $= CB$ 的斜率

$$\frac{1}{3} = \frac{5-c}{3}$$
$$1 = 5 - c$$
$$c = 4$$

$\therefore$　C 的坐標是 $(0, 4)$。

9.　C

$OA = (a-0)$ 單位
$\quad = a$ 單位

$OB = \sqrt{(1-0)^2 + (\sqrt{3}-0)^2}$ 單位
$\quad = \sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2}$ 單位
$\quad = 2$ 單位

$\because$　O、A 和 B 是一個等邊三角形的頂點。

$\therefore$　$OA = OB$

$\therefore$　$a = \underline{\underline{2}}$

10. A

設 C 的坐標為 (x, y)。

根據內分點的截點公式，可得：

$$-1=\frac{2(11)+1(x)}{1+2} \quad 及 \quad -2=\frac{2(-11)+1(y)}{1+2}$$

$$-1=\frac{22+x}{3} \quad 及 \quad -2=\frac{-22+y}{3}$$

$\therefore \quad x=-25 \quad$ 及 $\quad y=16$

$\therefore \quad C$ 的坐標 $=\underline{\underline{(-25,16)}}$

11. A

$$\begin{aligned}2k\sin 60^\circ-k\tan 60^\circ&=2k\times\frac{\sqrt{3}}{2}-k\times\sqrt{3}\\&=\sqrt{3}k-\sqrt{3}k\\&=\underline{\underline{0}}\end{aligned}$$

12. C

設 $AB=3x\text{ cm}$，則 $AC=5x\text{ cm}$。

$$\begin{aligned}BC&=\sqrt{AC^2-AB^2} \quad (畢氏定理)\\&=\sqrt{(5x)^2-(3x)^2}\\&=\sqrt{16x^2}\\&=4x\end{aligned}$$

根據定義，可得：

$$\sin\theta=\frac{BC}{AC}=\frac{4x}{5x}=\frac{4}{5}$$

$$\tan\theta=\frac{BC}{AB}=\frac{4x}{3x}=\frac{4}{3}$$

$$\begin{aligned}\therefore \quad \tan\theta\sin\theta&=\frac{4}{3}\times\frac{4}{5}\\&=\underline{\underline{\frac{16}{15}}}\end{aligned}$$

<u>另解</u>

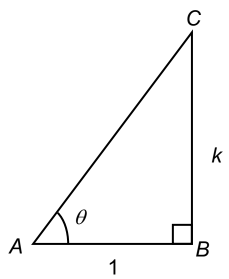
考慮 $\triangle ABC$。

$$\cos\theta = \frac{AB}{AC} = \frac{3}{5}$$

$$\begin{aligned}\tan\theta\sin\theta &= \frac{\sin\theta}{\cos\theta}\times\sin\theta \\ &= \frac{\sin^2\theta}{\cos\theta} \\ &= \frac{1-\cos^2\theta}{\cos\theta} \\ &= \frac{1-\left(\frac{3}{5}\right)^2}{\frac{3}{5}} \\ &= \frac{\frac{16}{25}}{\frac{3}{5}} \\ &= \underline{\underline{\frac{16}{15}}}\end{aligned}$$

13. A

如圖所示，建立 $\triangle ABC$，使 $\tan\theta = \dfrac{k}{1}$ 。



$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2}$ (畢氏定理)

$= \sqrt{1+k^2}$

根據定義，可得：

$$\cos\theta = \frac{AB}{AC} = \underline{\underline{\frac{1}{\sqrt{1+k^2}}}}$$

<u>另解</u>

$\because \quad \tan\theta = k$

$\therefore \quad \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta} = k$

$$\sin\theta = k\cos\theta$$
$$\sin^2\theta = k^2\cos^2\theta$$
$$1-\cos^2\theta = k^2\cos^2\theta$$
$$1 = \cos^2\theta(1+k^2)$$
$$\cos^2\theta = \frac{1}{1+k^2}$$
$$\cos\theta = \underline{\underline{\frac{1}{\sqrt{1+k^2}}}}$$

14. C

$\because$ x 和 y 都是銳角，且它們互為餘角。

$\therefore \quad x+y=90^\circ$

對於 I：

$$\sin(90^\circ - x) = \sin y$$
$$\neq \cos y$$

$\therefore$ I 不一定正確。

對於 II：

$$\tan x\tan y = \tan(90^\circ - y)\tan y$$
$$= \frac{1}{\tan y}\times\tan y$$
$$=1$$

$\therefore$ II 必為正確。

對於 III：

$$\frac{\sin x}{\cos(90^\circ - y)} = \frac{\sin x}{\cos x}$$
$$= \tan x$$

$\therefore$ III 必為正確。

$\therefore$ 只有 II 及 III 必為正確。

$\therefore$ 答案是 C。

15. C

對於 I：

$$\begin{aligned}左方 &= 1-\sin^2\theta+\cos^2\theta \\ &= \cos^2\theta+\cos^2\theta \\ &= 2\cos^2\theta\end{aligned}$$

右方 $= 0$

$\because$ 左方 $\neq$ 右方

$\therefore$ $1-\sin^2\theta+\cos^2\theta=0$ 不是恆等式。

對於 II：

$$\begin{aligned}左方 &= \cos^3\theta+\cos\theta\sin^2\theta \\ &= \cos\theta(\cos^2\theta+\sin^2\theta) \\ &= \cos\theta\times 1 \\ &= \cos\theta\end{aligned}$$

右方 $= \cos\theta$

$\because$ 左方 $=$ 右方

$\therefore$ $\cos^3\theta+\cos\theta\sin^2\theta=\cos\theta$ 是恆等式。

對於 III：

$$\begin{aligned}左方 &= \sin^2\theta\tan^2(90^\circ-\theta) \\ &= \sin^2\theta\times\frac{1}{\tan^2\theta} \\ &= \sin^2\theta\times\frac{\cos^2\theta}{\sin^2\theta} \\ &= \cos^2\theta\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}右方 &= \sin^2(90^\circ-\theta) \\ &= \cos^2\theta\end{aligned}$$

$\because$ 左方 $=$ 右方

$\therefore$ $\sin^2\theta\tan^2(90^\circ-\theta)=\sin^2(90^\circ-\theta)$ 是恆等式。

$\therefore$ 答案是 C。

16. D

對於選項 A：

$$\begin{aligned}道路的斜率 &= \frac{1}{8} \\ &= 0.125\end{aligned}$$

對於選項 B：

$$\begin{aligned}道路的斜率 &= \frac{1}{12} \\ &\approx 0.083\end{aligned}$$

對於選項 C：

道路的斜率 $= 0.1$

對於選項 D：

道路的斜率 $= \tan 8°$

≈ 0.141

∵ 選項 D 的道路的斜率最大。

∴ 選項 D 的道路最為傾斜。

17. B

設斜路 AB 的傾角為 θ。

AB 的鉛垂距離 $= (500 - 350)\text{ m}$

$= 150\text{ m}$

AB 的實際長度 $= 550\text{ m}$

$$\sin\theta = \frac{AB\text{ 的鉛垂距離}}{AB\text{ 的實際長度}}$$

$$= \frac{150\text{ m}}{550\text{ m}}$$

$\theta = 16°$ (準確至最接近的度)

∴ 斜路 AB 的傾角是 $16°$。

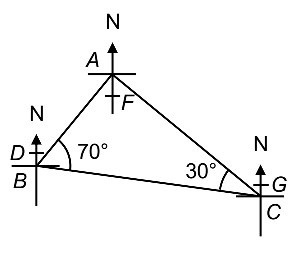
18. A

∵ 由 A 測得 B 的俯角 = 由 B 測得 A 的仰角

∴ 由 A 測得 B 的俯角 $= \underline{\underline{28°}}$

19. C

如圖標明，



$\angle DBA = 40°$

$\angle BAF = \angle DBA$ (錯角，$AF \mathbin{/\!/} DB$)

$= 40°$

考慮 $\triangle ABC$。

$70° + 30° + \angle BAC = 180°$ ($\triangle$ 內角和)

$\angle BAC = 80°$

$\angle FAC = \angle BAC - \angle BAF$

$= 80° - 40°$

$= 40°$

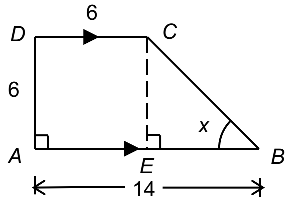
$\angle ACG = \angle FAC$ (錯角，$GC \mathbin{/\!/} AF$)

$= 40°$

$\therefore$ 由 C 測得 A 的羅盤方位角是 N40°W。

20. C

設 E 為 AB 上的一點，使 $CE \perp AB$。



考慮直角三角形 BCE。

$$\begin{aligned} CE &= DA \\ &= 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} EB &= AB - AE \\ &= AB - DC \\ &= 14 - 6 \\ &= 8 \end{aligned}$$

$BC^2 = CE^2 + EB^2$　(畢氏定理)

$$\begin{aligned} BC &= \sqrt{6^2 + 8^2} \\ &= 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos x &= \frac{EB}{BC} \\ &= \frac{8}{10} \\ &= \underline{\underline{\frac{4}{5}}} \end{aligned}$$

21. C

$\because$ 平均數 $= a$

$\therefore$ $a = \dfrac{6 + 7 \times 3 + 8 \times 2 + 9 + 12 + 14}{9}$

$\quad = \dfrac{26}{3}$

$\because$ 眾數 $= b$

$\therefore$ $b = 7$

$\because$ 中位數 $= c$

$\therefore$ $c = 8$

$\because$ $7 < 8 < \dfrac{26}{3}$

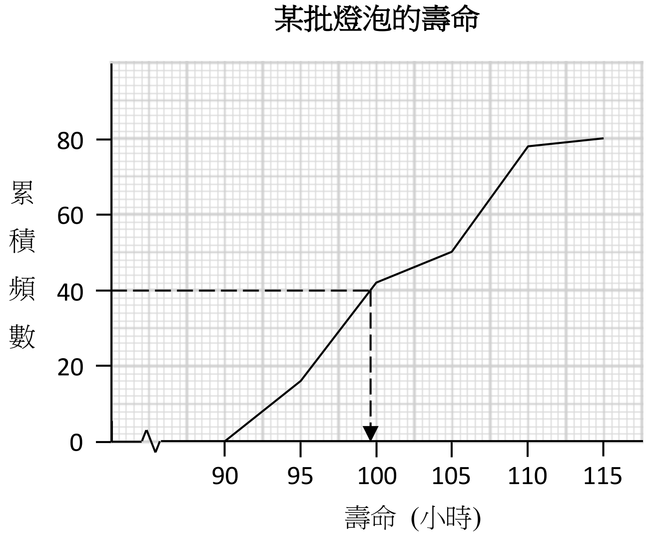
$\therefore$ $b < c < a$

22. D

從圖中可見，

該批燈泡壽命的中位數

$= \underline{\underline{99.5\text{ 小時}}}$



23. C

$\because$ 眾數 $= 4$

$\therefore$ $a = 4$ 及 $b = 4$

$$\text{平均數} = \frac{3\times2+4\times3+5\times2+7\times2+8}{10}$$
$$= \frac{50}{10}$$
$$= \underline{\underline{5}}$$

24. B

原來數據組的中位數 $= 7$

對於選項 A：

$$\text{新數據組的中位數} = \frac{7+8}{2} = 7.5$$

對於選項 B：

$$\text{新數據組的中位數} = \frac{6+8}{2} = 7$$

對於選項 C：

$$\text{新數據組的中位數} = \frac{6+7}{2} = 6.5$$

對於選項 D：

$$\text{新數據組的中位數} = \frac{6+7}{2} = 6.5$$

$\therefore$ 答案是 B。

25. C

$\because$ 展鋒的加權平均分 = 58

$$\therefore \quad \frac{60\times 3+x\times 2}{3+2}=58$$
$$\frac{180+2x}{5}=58$$
$$180+2x=290$$
$$2x=110$$
$$x=\underline{\underline{55}}$$

26. D

$\because$ $0\le$ 一個事件的概率 ≤ 1

$\therefore$ 答案是 D。

27. C

一副撲克牌共有 52 張牌，因此共有 52 個可能結果。這些可能結果都是等可能結果。

一副撲克牌共有 13 張黑桃牌和 4 張「A」，但當中黑桃「A」既是黑桃又是「A」。

$\therefore$ 合適結果的數目= 13 + 4 – 1 = 16

$$\therefore \quad P(\text{黑桃牌或「A」})=\frac{16}{52}$$
$$=\underline{\underline{\frac{4}{13}}}$$

28. D

我們可以把所有可能結果表列如下：

第二個字母

第一個字母	**W**	**O**	**M**	**A**	**N**
M	MW	MO	MM	MA	MN
A	AW	AO	AM	AA	AN
N	NW	NO	NM	NA	NN

從表中所見，共有 15 個可能結果。

選出兩個不相同的字母的結果有 12 個。

$$\therefore \quad P(\text{選出兩個不相同的字母})=\frac{12}{15}$$
$$=\underline{\underline{\frac{4}{5}}}$$

29. D

設該池塘中魚的數目為 n。

替 80 尾魚身上做了記號後，

一尾被捕捉的魚身上做了記號的理論概率 $= \dfrac{80}{n}$

在捕捉得的 40 尾魚中，有 36 尾魚身上沒有記號，

$$\text{魚身上有記號的實驗概率} = \frac{40-36}{40} = \frac{1}{10}$$

$\because$ 實驗概率 $\approx$ 理論概率

$$\therefore \quad \frac{1}{10} \approx \frac{80}{n}$$
$$n \approx 80 \times 10 = 800$$

因此，池塘中魚數目的估計值是 800。

30. D

標靶的面積 $= 4^2\ \text{cm}^2 = 16\ \text{cm}^2$

$$\text{非陰影區域的面積} = (4^2 - 4 \times 1^2)\ \text{cm}^2 = 12\ \text{cm}^2$$

$$\therefore \quad P(\text{擲中非陰影區域}) = \frac{12\ \text{cm}^2}{16\ \text{cm}^2} = \underline{\underline{\frac{3}{4}}}$$