

# 答案

## 中三級 期終試卷

### 數學科 (卷二額外題目)

1. C
2. C
3. B
4. D
5. C
6. B
7. B
8. C

9. A
10. D
11. C
12. A
13. C
14. C
15. B

中三級 期終試卷  
數學科 (卷二額外題目)

建議題解

1. C

設棱柱底面的邊長和高分別為  $x$  cm 和  $y$  cm，  
則棱錐底面的邊長和高分別為  $2x$  cm 和  $3y$  cm。

$$\text{棱柱的體積} = x^2 y \text{ cm}^3$$

$$\because \text{棱柱的體積} = 24 \text{ cm}^3$$

$$\therefore x^2 y = 24$$

$$\begin{aligned} \text{棱錐的體積} &= \frac{1}{3} \times (2x)^2 \times 3y \text{ cm}^3 \\ &= 4x^2 y \text{ cm}^3 \\ &= 4 \times 24 \text{ cm}^3 \\ &= \underline{\underline{96 \text{ cm}^3}} \end{aligned}$$

2. C

$$\begin{aligned} \text{圓錐的斜高} &= \sqrt{15^2 + 8^2} \text{ cm} \quad (\text{畢氏定理}) \\ &= 17 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{立體的總表面面積} &= \left( \pi \times 8 \times 17 + \frac{1}{2} \times 4\pi \times 8^2 \right) \text{ cm}^2 \\ &= \underline{\underline{264\pi \text{ cm}^2}} \end{aligned}$$

3. B

設圓錐  $A$  和平截頭體  $B$  的體積分別為  $V_A$  和  $V_B$ 。

$$\frac{V_A + V_B}{V_A} = \left( \frac{2}{1} \right)^3$$

$$\frac{V_A + V_B}{V_A} = 8$$

$$V_A + V_B = 8V_A$$

$$7V_A = V_B$$

$$\frac{V_A}{V_B} = \frac{1}{7}$$

$$\therefore \text{圓錐 } A \text{ 的體積} : \text{平截頭體 } B \text{ 的體積} = \underline{\underline{1:7}}$$



## 4. D

$$\text{直線的斜率} = \frac{1 - (-\sqrt{3})}{b - 3} = \frac{1 + \sqrt{3}}{b - 3}$$

$$\therefore \text{直線的斜率} = \tan 30^\circ$$

$$\therefore \frac{1 + \sqrt{3}}{b - 3} = \tan 30^\circ$$

$$\frac{1 + \sqrt{3}}{b - 3} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\sqrt{3} + 3 = b - 3$$

$$b = \underline{\underline{6 + \sqrt{3}}}$$

## 5. C

$$OA \text{ 的斜率} = \frac{-2 - 0}{1 - 0} = \frac{-2}{1} = -2$$

$$OB \text{ 的斜率} = \frac{2 - 0}{k - 0} = \frac{2}{k}$$

$$\therefore \angle AOB = 90^\circ$$

$$\therefore OA \text{ 的斜率} \times OB \text{ 的斜率} = -1$$

$$-2 \times \frac{2}{k} = -1$$

$$\frac{4}{k} = 1$$

$$k = 4$$

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{(4 - 1)^2 + [2 - (-2)]^2} \text{ 單位} \\ &= \sqrt{3^2 + 4^2} \text{ 單位} \\ &= \underline{\underline{5 \text{ 單位}}} \end{aligned}$$

## 6. B

對於 I：

根據中點公式，可得：

$$\begin{aligned} M \text{ 的坐標} &= \left( \frac{a + 0}{2}, \frac{0 + b}{2} \right) \\ &= \left( \frac{a}{2}, \frac{b}{2} \right) \end{aligned}$$

$\therefore$  I 必為正確。

對於 II：

$$\begin{aligned} OM &= \sqrt{\left(\frac{a}{2}-0\right)^2 + \left(\frac{b}{2}-0\right)^2} \text{ 單位} \\ &= \sqrt{\frac{a^2}{4} + \frac{b^2}{4}} \text{ 單位} \\ &= \frac{\sqrt{a^2+b^2}}{2} \text{ 單位} \end{aligned}$$

∴ II 不一定正確。

對於 III：

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{(0-a)^2 + (b-0)^2} \text{ 單位} \\ &= \sqrt{a^2+b^2} \text{ 單位} \\ &= 2 \times \frac{\sqrt{a^2+b^2}}{2} \text{ 單位} \\ &= 2OM \end{aligned}$$

∴ III 必為正確。

∴ 只有 I 及 III 必為正確。

∴ 答案是 B。

## 7. B

$$\begin{aligned} \tan \theta + \frac{1}{\tan \theta} &= \frac{\sin \theta}{\cos \theta} + \frac{1}{\frac{\sin \theta}{\cos \theta}} \\ &= \frac{\sin \theta}{\cos \theta} + \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \\ &= \frac{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta}{\sin \theta \cos \theta} \\ &= \frac{1}{\sin \theta \cos \theta} \end{aligned}$$

## 8. C

$$\because A + B = 90^\circ$$

$$\therefore B = 90^\circ - A$$

$$\begin{aligned} \sin^2 A + \cos^2 B &= \sin^2 A + \cos^2(90^\circ - A) \\ &= \sin^2 A + \sin^2 A \\ &= \underline{\underline{2\sin^2 A}} \end{aligned}$$

## 9. A

如圖標明，

考慮直角三角形  $APB$ 。

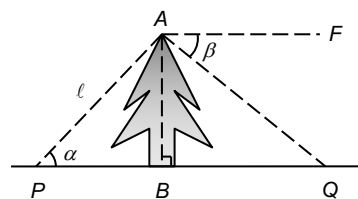
$$\begin{aligned}\sin \alpha &= \frac{AB}{AP} \\ &= \frac{AB}{\ell}\end{aligned}$$

$$AB = \ell \sin \alpha$$

$\angle AQB = \beta$  (錯角,  $BQ \parallel AF$ )

考慮直角三角形  $AQB$ 。

$$\begin{aligned}\sin \beta &= \frac{AB}{AQ} \\ &= \frac{\ell \sin \alpha}{AQ} \\ AQ &= \frac{\ell \sin \alpha}{\sin \beta}\end{aligned}$$



## 10. D

如圖標明，

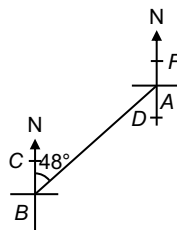
$\angle BAD = 48^\circ$  (錯角,  $AD \parallel CB$ )

優角  $FAB = 180^\circ + \angle BAD$

$$= 180^\circ + 48^\circ$$

$$= 228^\circ$$

$\therefore$  由  $A$  測得  $B$  的方位角是  $228^\circ$ 。



## 11. C

對於  $\{a-4, a-4, a-2, a, a+3, a+4\}$  這組數，

$$\begin{aligned}\text{平均數} &= \frac{(a-4) + (a-4) + (a-2) + a + (a+3) + (a+4)}{6} \\ &= \frac{6a-3}{6} \\ &= \frac{2a-1}{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{中位數} &= \frac{(a-2) + a}{2} \\ &= \frac{2a-2}{2} \\ &= a-1\end{aligned}$$

$$\text{眾數} = a-4$$

對於  $\{a-4, a-4, a-4, a+2, a+2, a+3\}$  這組數，

$$\begin{aligned}\text{平均數} &= \frac{(a-4) + (a-4) + (a-4) + (a+2) + (a+2) + (a+3)}{6} \\ &= \frac{6a-5}{6}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{中位數} &= \frac{(a-4) + (a+2)}{2} \\ &= \frac{2a-2}{2} \\ &= a-1\end{aligned}$$

$$\text{眾數} = a-4$$

$\therefore$  該兩組數有相同的中位數和眾數。

$\therefore$  答案是 C。

## 12. A

該組學生的女生人數  $= 60 - 36 = 24$

設女生的平均身高為  $x$  cm。

$\therefore$  該 60 名學生的平均身高  $= 165$  cm

$$\therefore \frac{172 \times 36 + x \times 24}{60} = 165$$

$$6192 + 24x = 9900$$

$$24x = 3708$$

$$x = 154.5$$

$\therefore$  女生的平均身高是 154.5 cm。

## 13. C

我們可以把所有可能結果表列如下：

		第二個數字				
		2	4	5	7	8
第一個數字	2		24	25	27	28
	4	42		45	47	48
	5	52	54		57	58
	7	72	74	75		78
	8	82	84	85	87	

從表中所見，共有 20 個可能結果。

該兩位數是一個偶數的結果有 12 個。

$$\begin{aligned}\therefore P(\text{偶數}) &= \frac{12}{20} \\ &= \frac{3}{5}\end{aligned}$$

**14. C**

$$13+17+x+16+19+20=100$$

$$85+x=100$$

$$x=15$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{擲得 3 的倍數的實驗概率} &= \frac{15+20}{100} \\ &= \frac{7}{20}\end{aligned}$$

**15. B**

$$\text{硬幣的總數} = 2 + 5 + 3 = 10$$

所抽得硬幣的面值的期望值

$$\begin{aligned}&= \$\left(1 \times \frac{2}{10} + 2 \times \frac{5}{10} + 5 \times \frac{3}{10}\right) \\ &= \underline{\underline{\$2.7}}\end{aligned}$$