

詳 解

單元 6

結構式問題

建議題解

$$1. \quad (a) \quad x = 36(1 + 50\%)$$

$$= \underline{\underline{54}}$$

(b) 設表示最喜愛野貓隊的青少年的扇形的角為 y 。

$$y = 360^\circ - 90^\circ - 108^\circ - 27^\circ - 36^\circ - 54^\circ$$

$$= 45^\circ$$

所求的百分數

$$= \frac{45^\circ}{360^\circ} \times 100\%$$

$$= \underline{\underline{12.5\%}}$$

$$2. \quad \text{平均值} = \frac{0 \times 9 + 1 \times 22 + 2 \times 6 + 3 \times 3}{9 + 22 + 6 + 3}$$

$$= \underline{\underline{1.075}}$$

$$\text{中位數} = \underline{\underline{1}}$$

$$\text{眾數} = \underline{\underline{1}}$$

$$3. \quad \frac{0 \times 25 + 1 \times 8 + 2x + 3 \times 6 + 4 \times 5}{25 + 8 + x + 6 + 5} = 1.16$$

$$46 + 2x = 1.16(44 + x)$$

$$0.84x = 5.04$$

$$x = \underline{\underline{6}}$$

4. (a) 由於中位數 $= 1.5$ ，位於中間位置的兩個數據必定是 1 和 2，而數據的數目是偶數。

$$\therefore 4 + 5 = k + 2 + 1$$

$$k = \underline{\underline{6}}$$

(b) 新中位數 $= 1$

\therefore 中位數的改變

$$= 1 - 1.5$$

$$= \underline{\underline{-0.5}}$$

5. (a) 由於中位數 = 9，可得

$$2 + x < 5 + 1$$

$$x < 4$$

∴ x 的可能值為 1、2 或 3。

- (b) 由於中位數維持不變，可得

$$2 + (x + 2) < 5 + 1$$

$$x < 2$$

∴ x 的可能值為 1。

6. (a) 平均值 = $\frac{6 + 7 + 9 + 14 \times 2 + 16 + 17 + 20 + 22 + 23 + 28 + 29 + 30 \times 3 + 33}{3 + 4 + 5 + 4}$ 分

$$= \underline{\underline{20.5 \text{ 分}}}$$

$$\text{中位數} = \frac{20 + 22}{2} \text{ 分}$$

$$= \underline{\underline{21 \text{ 分}}}$$

- (b) 新平均值 = $\frac{20.5 \times 16 - 28}{15}$ 分

$$= 20 \text{ 分}$$

$$\therefore \text{平均值的改變} = (20 - 20.5) \text{ 分}$$

$$= \underline{\underline{-0.5 \text{ 分}}}$$

$$\text{新中位數} = 20 \text{ 分}$$

$$\therefore \text{中位數的改變} = (20 - 21) \text{ 分}$$

$$= \underline{\underline{-1 \text{ 分}}}$$

7. 我們可以把所有可能結果表列如下：

	R	E	S	T
J	JR	JE	JS	JT
U	UR	UE	US	UT
N	NR	NE	NS	NT
E	ER	EE	ES	ET

根據上表，共有 16 個可能結果。

∴ 所求的概率

$$= \frac{8}{16}$$

$$= \underline{\underline{\frac{1}{2}}}$$

8. 我們可以把所有可能結果表列如下：

		盒 B			
		Y	Y	R	R
盒 A	Y	YY	YY	YR	YR
	G	GY	GY	GR	GR
	G	GY	GY	GR	GR
	R	RY	RY	RR	RR

根據上表，共有 16 個可能結果。

∴ 所求的概率

$$= \frac{2}{16}$$

$$= \frac{1}{8}$$

9. 我們可以把所有可能結果表列如下：

		第二枚骰子					
		1	2	3	4	5	6
第一枚骰子	1	2	3	4	5	6	7
	2	3	4	5	6	7	8
	3	4	5	6	7	8	9
	4	5	6	7	8	9	10
	5	6	7	8	9	10	11
	6	7	8	9	10	11	12

根據上表，共有 36 個可能結果。

∴ 所求的概率

$$= \frac{15}{36}$$

$$= \frac{5}{12}$$

10. (a) 平均值 = $\frac{13 + 14 \times 2 + 27 \times 2 + 28 \times 2 + 31 \times 3 + 34 \times 2}{3 + 4 + 5}$ 小時

$$= \underline{\underline{26 \text{ 小時}}}$$

$$\text{中位數} = \frac{28 + 28}{2} \text{ 小時}$$

$$= \underline{\underline{28 \text{ 小時}}}$$

$$\text{眾數} = \underline{\underline{31 \text{ 小時}}}$$

- (b) 設該兩名新隊員在該月的訓練時數分別為 a 和 b ，其中 $a \leq b$ 。

注意 $\frac{a+b+26 \times 12}{14} = 26+1$ 。

因此，可得 $a+b=66$ 。

由於中位數維持不變，且 $a \leq b$ ，可得 $a \leq 28$ 。

此外，由於眾數也維持不變，因此

$$a \neq 27 \text{ 和 } a \neq 28$$

$$\therefore 24 < a < 27$$

即 $a=25$ 或 26 。

當 $a=25$ 時，可得

$$25+b=66$$

$$b=41$$

當 $a=26$ 時，可得

$$26+b=66$$

$$b=40$$

因此，該兩名新隊員所出席的訓練時數為

「25 小時和 41 小時」或「26 小時和 40 小時」。

11. (a) 該組的學生人數 $= 3 + 12 + 15 + k = 30 + k$

\therefore 選出 B 型血學生的概率為 0.3。

$$\therefore \frac{12}{30+k} = 0.3$$

$$40 = 30 + k$$

$$k = \underline{\underline{10}}$$

- (b) (i) 該組的學生人數 $= 30 + 10 = 40$

$$\begin{aligned} \text{所求的角} &= \frac{15}{40} \times 360^\circ \\ &= \underline{\underline{135^\circ}} \end{aligned}$$

- (ii) 設被錯誤記錄血型的學生人數為 m 。

若表示學生血型為 AB 型的扇形的角等於表示學生血型為 O 型的扇形的角，則

$$\frac{15-m}{40} \times 360^\circ = \frac{10+m}{40} \times 360^\circ$$

$$15-m=10+m$$

$$2m=5$$

由於 5 不是 2 的倍數，表示學生血型為 AB 型的扇形的角並不等於表示學生血型為 O 型的扇形的角。

$$\begin{aligned}
 12. \text{ (a) 中位數} &= \frac{53+53}{2} \text{ 分} \\
 &= \underline{\underline{53 \text{ 分}}} \\
 \text{眾數} &= \underline{\underline{53 \text{ 分}}}
 \end{aligned}$$

(b) (i) 由於眾數為 58 分， a 和 b 的可能值為：

$$\begin{cases} a=6 \\ b=8 \end{cases}, \begin{cases} a=7 \\ b=8 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} a=8 \\ b=8 \end{cases}$$

(ii) 所求的概率

$$\begin{aligned}
 &= \frac{2+2+2+5+5+10+10+10+10}{(14)(12)} \\
 &= \underline{\underline{\frac{1}{3}}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 13. \text{ (a) 平均值} &= \$ \frac{3+7+8+10 \times 4+11+12+13+14 \times 2+16+21+22+23+26+28+33+35}{20} \\
 &= \underline{\underline{\$16.3}} \\
 \text{眾數} &= \underline{\underline{\$10}}
 \end{aligned}$$

(b) (i) 所求的平均值

$$\begin{aligned}
 &= \$ \frac{16.3 \times 20 + 12.8 \times 5}{25} \\
 &= \underline{\underline{\$15.6}}
 \end{aligned}$$

(ii) 設另外三名學生在該星期的交通開支分別為 $\$a$ 、 $\$b$ 和 $\$c$ 。

$$\text{注意 } \frac{a+b+c+16+21}{5} = 12.8。$$

因此，可得 $a+b+c=27$ 。

考慮下列兩個情況：

情況 1：若該三名學生在該星期的交通開支相等，可得 $a=b=c=9$ ，
則分佈的眾數維持不變。

情況 2：若在該三名學生中，其中兩名在該星期的交通開支為 $\$14$ ，則餘下
的未知數 $= \$ (27 - 14 - 14) = -\1 ，這是不可能的。

\therefore 兩個眾數必定相等。

\therefore 富城的聲稱正確。

多項選擇題

1. C

表示明輝在該星期花在購物的時數的扇形的角

$$= 360^\circ - 120^\circ - 56^\circ - 80^\circ - 72^\circ$$

$$= 32^\circ$$

設他在該星期花在該些活動的總時數為 x 。

$$\frac{32^\circ}{360^\circ} \times x = 4$$

$$x = 45$$

\therefore 他在該星期花在該些活動的總時數是 45。

2. A

\therefore 累積頻數曲線為一條直線。

\therefore 對應的棒形圖的頻數全部相等。

\therefore 答案是 A。

3. B4. B

若眾數為 5，則在三個未知數中，最少兩個為 5。假設 $x = y = 5$ 。

考慮下列兩個情況。

情況 1： $z \leq 5$

這 7 個數的中位數 = 5

情況 2： $z > 5$

這 7 個數的中位數 = 5

\therefore 對於任何 z 值，這 7 個數的中位數為 5。

\therefore 答案是 B。

5. A

設女職員的平均年齡為 x 歲。

$$\frac{35.3 \times 10 + x \times 6}{10 + 6} = 30.5$$

$$x = 22.5$$

\therefore 答案是 A。

6. A

$$\frac{a+b+c+d+e}{5} = 12.3$$

$$a+b+c+d+e = 61.5$$

所求的平均值

$$= \frac{(18-a) + (18-b) + (18-c) + (18-d) + (18-e)}{5}$$

$$= \frac{18 \times 5 - (a+b+c+d+e)}{5}$$

$$= \frac{90 - 61.5}{5}$$

$$= \underline{\underline{5.7}}$$

7. C

$$x = \frac{1+1+2+3+4+5+5+5+7+9+9+k}{12}$$

$$= \frac{51+k}{12}$$

由於 $2 \leq k \leq 4$ ，可得

$$y = \frac{4+5}{2}$$

$$= 4.5$$

$$z = 5$$

對於 I：

若 $k = 4$ ，

$$x = \frac{51+4}{12}$$

$$\approx 4.58$$

$$> y$$

∴ I 可能不正確。

對於 II：

由於 $k \leq 4$ ，

$$x \leq \frac{51+4}{12}$$

$$\approx 4.58$$

$$< z$$

∴ II 是正確的。

對於 III：

$$y = 4.5 < z$$

∴ III 是正確的。

∴ 答案是 C。

8. D

對於 I 及 II：

由於中位數為 12，位於中間位置的兩個數據必定為 12。

 $\therefore x \leq 12$ 及 $y \leq 12$ \therefore I 並不正確，而 II 是正確的。

對於 III：

由於平均值為 12，可得

$$\frac{16+18+9+10+12+12+13+13+x+y}{10} = 12$$

$$x+y=17$$

 \therefore III 是正確的。 \therefore 答案是 D。9. B

對於 I：

$$p_1 = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{20}}{20}$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{20} = 20p_1$$

$$p_2 = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{20} + q_1}{21}$$

$$= \frac{20p_1 + q_1}{21}$$

 \therefore 只有當 $p_1 = q_1$ 時， $p_1 = p_2$ 。 \therefore I 可能不正確。

對於 II：

$$q_1 = \frac{x_{10} + x_{11}}{2}$$

$$\therefore x_{10} \leq \frac{x_{10} + x_{11}}{2} \leq x_{11}$$

$$\therefore x_{10} \leq q_1 \leq x_{11}$$

 $\therefore q_1$ 是位於數據組 $\{x_1, x_2, x_3, \dots, x_{20}, q_1\}$ 中間位置的數據。

$$\therefore q_2 = q_1$$

 \therefore II 是正確的。

對於 III：

 \therefore 我們並不知道數據的真確值。 \therefore III 可能不正確。 \therefore 答案是 B。

10. C

所求的概率

$$\begin{aligned}
 &= \frac{6}{10+12+6+4} \\
 &= \frac{3}{16}
 \end{aligned}$$

11. D

我們可以把所有可能結果表列如下：

		第二枚骰子					
		1	2	3	4	5	6
第一枚骰子	1	1	2	3	4	5	6
	2	2	4	6	8	10	12
	3	3	6	9	12	15	18
	4	4	8	12	16	20	24
	5	5	10	15	20	25	30
	6	6	12	18	24	30	36

根據上表，共有 36 個可能結果。

∴ 所求的概率

$$\begin{aligned}
 &= \frac{27}{36} \\
 &= \frac{3}{4}
 \end{aligned}$$

12. B

$$\begin{aligned}
 \frac{4}{x+4+8} &= \frac{1}{x} \\
 4x &= 12+x \\
 x &= 4
 \end{aligned}$$

13. C

共有 18 個合適的可能結果。

即 300, 305, 310, 315, 320, 325, 330, 335, 340, 345, 350, 355, 360, 365, 370, 375, 380, 385

∴ 所求的概率

$$\begin{aligned}
 &= \frac{18}{72} \\
 &= \frac{1}{4}
 \end{aligned}$$

14. B

我們可以把所有可能結果表列如下：

		第二枚骰子					
		1	2	3	4	5	6
第一枚骰子	1	2	3	4	5	6	7
	2	3	4	5	6	7	8
	3	4	5	6	7	8	9
	4	5	6	7	8	9	10
	5	6	7	8	9	10	11
	6	7	8	9	10	11	12

根據上表，共有 36 個可能結果。

所得的點數之和大於 9 的概率

$$= \frac{6}{36}$$

$$= \frac{1}{6}$$

所得的點數之和等於或小於 9 的概率

$$= \frac{30}{36}$$

$$= \frac{5}{6}$$

∴ 可獲得的金額的期望值

$$= \$54 \times \frac{1}{6} + \$18 \times \frac{5}{6}$$

$$= \underline{\underline{\$24}}$$

15. C

所求的概率

$$= \frac{12}{20}$$

$$= \underline{\underline{0.6}}$$