2016-17

1

- a) Estratégia ganânciosa: colocar um número máximo de livros em cada prateleira. O(n)

```
int total_livros = ?;
int altura = 0;
int largura = 0;
int altura_total = 0;

for (int i = 0; i < total_livros; i++){
    if (largura + L[i] <= LP){
        largura += L[i];
        if (A[i] > altura)
            altura = A[i];
    }
    else {
        total_altura += altura;
        altura = A[i];
        largura = L[i];
    }
}
```

- b) Programação dinâmica.

Formulação recursiva de Custo[i]:

Custo[i] = | A[i], se i=n | max(A[i], ..., A[n]), se i < n e L[i]+ ....+ L[n] <= LP | min{max(A[i], ..., A[j]) + Custo[j+1] | j = i+1, ..., n-1 e L[i]+ ...+L[j] <= LP}, se i < n e L[i]+....+L[n] > LP

```
Custo[n] = A[n];
soma_L_i_n = L[n];
max_A_i_n = A[n];
int i = n-1;

for ( ; i > 0 && soma_L_i_n + L[i] <= LP; i--) {
    soma_L_i_n += L[i];
    max_A_i_n = max(A[i], max_A_i_n);
    Custo[i] = max_A_i_n;
}
for ( ; i > 0; i--) {
    soma_L_i_j = L[i];
    max_A_i_j = A[i];
    Custo[i] = A[i] + Custo[i+1];
    for (int j = i+1; j < n && soma_L_i_j + L[j] <= LP; j++) {
        soma_L_i_j += L[j];
        max_A_i_j = max(A[j], max_A_i_j);
```

```
            Custo[i] = min(Custo[i], max_A_i_j + Custo[j+1]);
        }
    }
    return Custo[1];
```

2

- a) Caminho: ABCEF

	A	B	C	D	E	F	G
A	0	1	3			10	
B	0	1	2	8	6	10	3
C	0	1	2	8	5	10	3
G	0	1	2	8	5	10	3
E	0	1	2	7	5	7	3
D	0	1	2	7	5	7	3
F	0	1	2	7	5	7	3

- b)

Aplicar o algoritmo de Djikstra de vi a vf e vf a vk. Grafo dirigido acíclicos: baseados em ordenação topológica, O(|V|+|E|)

3

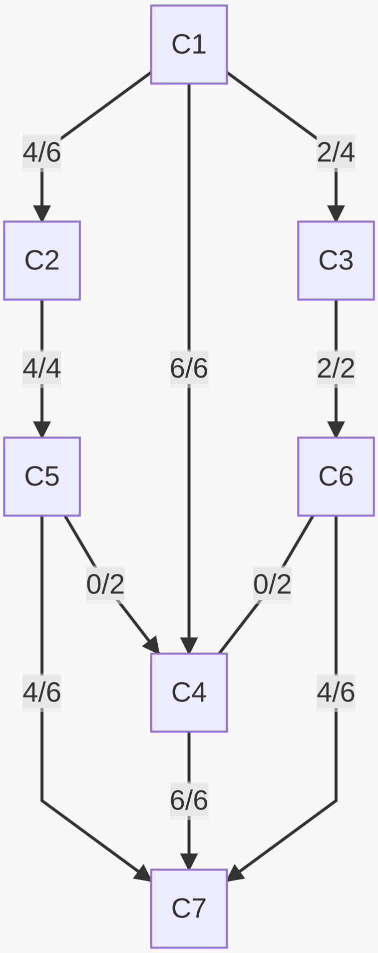
- a) Ponto D (caso seja removido é impossível alcançar os pontos a, c, f partindo de qualquer outro ponto)

- b)

    - Passo 1: vértices de grau ímpar -> d, e
    - Passo 2: caminho mais curto entre vértices de grau ímpar (6)
    - Passo 3/4/5: adicionar aresta duplicada entre d,e.
    - Possível caminho: d, a, c, f, d, b, e, d, e, g, d
    - Qualquer percurso de Euler (percurso que passa em todas as arestas e começa e acaba no mesmo vértice) encontrado é um exemplo de um percurso ótimo do carteiro chinês.

4

- a) Cálculo do fluxo máximo



Resulta um fluxo total máximo de 12 (12000 veículos por hora).

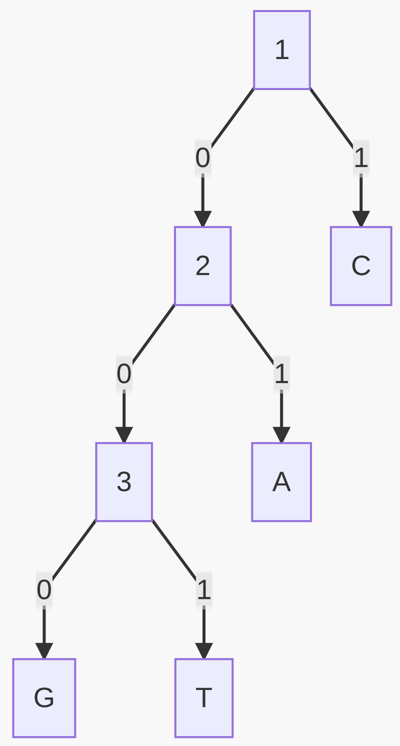
- b) C1 - C4, é o que apresenta maior fluxo. Igual a C4 - C7 no entanto caso se opte por outra solução poderá não ter o mesmo valor máximo.

5

A A G G T A C C T A C C C C C C C C C C C A (5 A’s, 13 C’s, 2 G’s, 2 T’s)

- a) 4 símbolos diferentes -> Representação em 2 bits para cada elemento. Código XPTO tem 22 elementos * 2 bits = 44 bits.

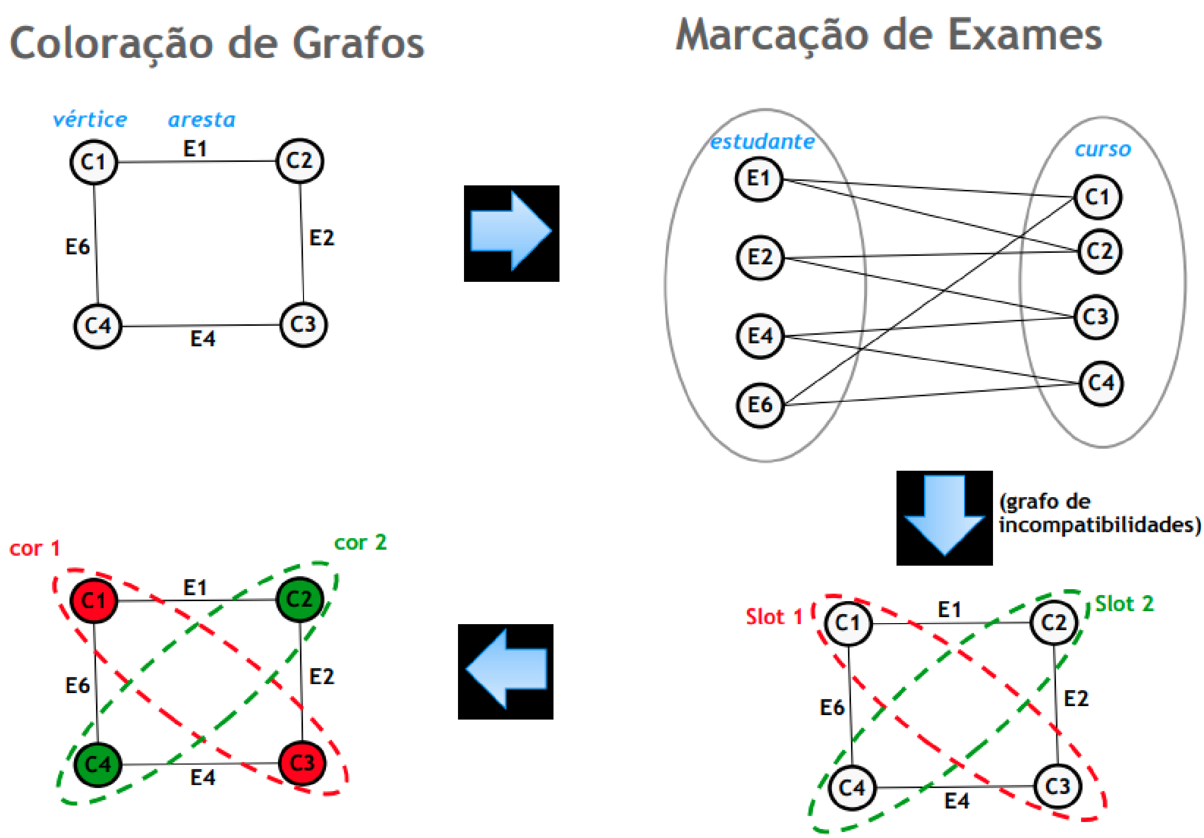
- b) Codificação obtida pelo algoritmo de Huffman:



C=1; A=01; G=000; T=001 que resulta em 13 + 2x5 + 3x2 + 3x2 = 35

6

- a) Reformulação: É possível marcar os exames utilizando k ou menos slots, de forma a não haver exames sobrepostos?
- b) O problema é NP-Completo (logo não resolúvel em tempo polinomial), pois:
  - É NP, pois uma marcação candidata pode obviamente ser verificada em tempo polinomial. Basta (i) verificar se o nº de slots é efetivamente <= k e (ii) ercorrer a lista de estudantes e verificar se algum estudante tem 2 exames marcados no mesmo slot.
  - É NP-difícil, pois o problema da Coloração de Grafos é redutível em tempo polinomial ao problema da Marcação de Exames:
    - Dado um grafo G=(V,E), cada vértice é convertido num curso e cada aresta é convertida num estudante que está inscrito nos 2 cursos correspondentes aos vértices ligados pela aresta;
    - Os slots da solução do problema da marcação de exames correspondem a cores no problema da coloração de grafos;
    - Assim, 2 vértices ligados por uma aresta em G originam 2 cursos com um estudante em comum, logo terão slots de exame distintos, a que corresponderão 2 cores diferentes nos vértices de G.
    - Assim, é possível colorir os vértices do grafo com k ou menos cores, se e só se for possível marcar os exames em k ou menos slots.


Coloração de Grafos
Marcação de Exames
vértice
aresta
C1
C2
C3
C4
E1
E2
E4
E6
estudante
curso
(grafo de incompatibilidades)
cor 1
cor 2
Slot 1
Slot 2