

Do Carmo 黎曼几何习题

颜成子游

2024 年 3 月 3 日

目录

1 第一章	1
2 第二章	1

1 第一章

2 第二章

1. 设 $c(t)$ 的切向量为 $\dot{c}(t)$ 。根据平行移动可知:

$$\nabla_{\dot{c}(t)} P_{c, t_0, t} = 0 \quad (1)$$

等距性:

$$s(t) = \|P_{c, t_0, t}\|^2, \dot{s}(t) = 0 \Rightarrow s(t) \equiv s(t_0) \quad (2)$$

保定向:

设 e_i 是 t_0 处的一组单位正交定向基, 则 $P_{c, t_0, t}(e_i)$ 是一组 t 处的单位正交基。这两组基诱导的定向必须连续变化, 于是 P 是保定向的映射。

2.

$$\frac{d}{dt} P_{c, t_0, t}^{-1}(Y(c(t)))|_{t=t_0} = \lim_{t \rightarrow t_0} \frac{Y(c(t)) - P_{c, t_0, t}(Y(p))}{t - t_0} = \nabla_X(Y - P_{c, t_0, t}Y)(p) = \nabla_X Y(p) \quad (3)$$

3.