

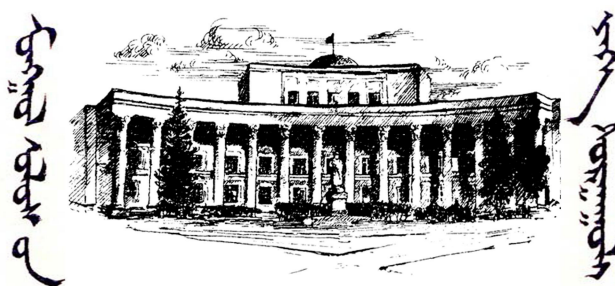
Магистрын дипломын ажил

ГУРВАН ТҮВШИНТ АТОМТАЙ ХАРИЛЦАН ҮЙЛЧИЛЖ БАЙГАА РЕЗОНАТОРЫН ОРНЫ ФОТОНЫ СТАТИСТИК ШИНЖ ЧАНАРЫН СУДАЛГАА

Удирдагч:..... Профессор Ц.ГАНЦОГ

Гүйцэтгэгч:..... Х.ЦЭНДСҮРЭН

МОНГОЛ УЛСЫН ИХ СУРГУУЛЬ
Физик-Электроникийн сургууль



Талархал

Энэхүү дипломыг бичих явцад "Квант оптик дахь мастер тэгшитгэл, түүнийг бодох аргууд"сэдвээр семинар, хэлэлцүүлэг зохион байгуулж, *квант оптик* гэсэн сонирхолтой сэдвээр ажиллах боломжоор хангаж үнэтэй зөвөлгөөнүүдийг өгч, урам хайрлаж байсан удирдагч Профессор Ц.Ганцог багшдаа гүнээ талархснаа илэрхийлж байна. Түүнчлэн компьютер програмчлалын аргад суралцахад тусалсан Магистр Б.Төгөлдөрт баярласнаа илэрхийлье.

Хүрэлбаатарын ЦЭНДСҮРЭН

2012.02.15

Оршил

Атом-орны харилцан үйлчлэлийг судлах хамгийн энгийн загвар нь хоёр түвшинт атом, резонаторын цахилгаан соронзон орон хоёроос тогтоно. Ийм онолын загварыг анх 1963 онд Жейнс, Каммингс нар боловсруулснаараа резонаторын квант электродинамикийн үндсийг тавьжээ. Жейнс-Каммингсын загвар нь туршилтаас гарах олон үр дүнгүүдэд маш сайн тайлбарыг өгч чаддаг байна. Нэг-атомт мазер буюу микромазер нь Жейнс-Каммингсийн загварын[1] туршлагын бодит загвар юм. Микромазерийн туршлагаар Раби осцилляцын мөхөлт, сэргэлт[3], урхидсан төлөв[4][5], шахагдсан төлөв[6], суб-Пуассоны фотоны статистик[1][7][6][8] гэх мэт маш олон сонирхолтой квант үзэгдлүүдийг судалжээ. Эдгээрээс гадна Жейнс-Каммингсын загварыг өргөтгөж олон төрлийн харилцан үйлчлэлийг тооцсон ажлууд олноор хийгдсэн байна.[9][10][11][13][14]

Энэхүү дипломын ажилаар V-төрлийн гурван түвшинт атомтай харилцан үйлчилж байгаа тодорхой давтамж бүхий резонаторын орны фотоны статистик шинж чанаруудыг судлахыг зорилоо. Эхний бүлэгт нэг-атомт мазерийн туршлагын ерөнхий схем, Жейнс-Каммингсын загвар болон Раби осцилляцын талаар авч үзнэ. Харин хоёрдугаар бүлэгт Жейнс-Каммингсын загварыг өргөтгөж V-төрлийн 3 түвшинт атомыг гадны когерент орноор жолоодоход микромазерийн орны фотоны статистик хэрхэн өөрчлөгдөхийг судална. Гуравдугаар бүлэгт мөн V-төрлийн гурван түвшинт атом, резонаторын 2 хэлбэлзэлтэй цахилгаан соронзон орноос тогтсон системийн хувьд мастер тэгшитгэл, фотоны тооны түгэлтийн функц зэргийг микромазер болон лазерийн тохиолдолд бодож гаргана. Эдгээр үр дүнгээ бусад үр дүнтэй харьцуулж тооцоог бататгана.

Гарчиг

1	Нэг атомт мазерийн ерөнхий онол	1
1.1	НЭГ АТОМТ МАЗЕР	1
1.2	ЖЕЙНС-КАММИНГСЫН ЗАГВАР	2
1.2.1	Раби осцилляци	3
1.3	МАСТЕР ТЭГШИТГЭЛ	6
1.4	СТАЦИОНАР ТӨЛӨВ	6
2	Атомыг гадны орноор жолоодох нь	8
2.1	ЗАГВАР	8
2.1.1	Хамильтониан, түүний хувийн төлөвүүд	8
2.1.2	Долгион функцийн хугацааны хамаарал	10
2.2	МАСТЕР ТЭГШИТГЭЛ	11
2.3	СТАЦИОНАР ТӨЛӨВ	14
3	Атом орны харилцан үйлчлэл	23
3.1	ЗАГВАР	23
3.1.1	Хамильтониан, түүний хувийн утгууд	24
3.1.2	Долгион функцийн хугацааны хамаарал	25
3.2	МАСТЕР ТЭГШИТГЭЛ	26
3.2.1	Микромазер	27
3.2.2	Лазер	29
3.3	СТАЦИОНАР ТӨЛӨВ	31
3.3.1	Микромазер	31
3.3.2	Лазер	35
4	Дүгнэлт	44
	Номзүй	47

Зургийн жагсаалт

1.1	Микромазерийн туршлагын ерөнхий схем	1
1.2	Микромазерийн туршилтанд хэрэглэгддэг ^{85}Rb атомын энергийн түвшингүүд	3
1.3	Хоёр түвшинт атомын суурьшлын мөхөлт, сэргэлт	5
2.1	Гурван түвшинт атомын V болон Λ хэлбэрүүд	8
2.2	Фотон тооны түгэлтийн стандарт хазайлт $\Omega/g = 0$ байх тохиолдолд	15
2.3	Фотон тооны түгэлтийн стандарт хазайлт $\Omega/g = 4$ байх тохиолдолд	16
2.4	Фотон тооны түгэлтийн стандарт хазайлт $\Omega/g = 8$ байх тохиолдолд	17
2.5	Фотон тооны түгэлтийн стандарт хазайлт $\Omega/g = 16$ байх тохиолдолд	18
2.6	Фотон тооны дундаж утга $\Omega/g = 0$ байх үед	19
2.7	Фотон тооны дундаж утга $\Omega/g = 2.5$ байх үед	20
2.8	Фотон тооны дундаж утга $\Omega/g = 5$ байх үед	21
2.9	Фотон тооны дундаж утга $\Omega/g = 10$ байх үед	22
3.1	Гурван түвшинт атом болон хоёр хэлбэлзэл бүхий резонатор	23
3.2	Фотон тооны дундаж утга $r/\gamma = 50$ бөгөөд $n_{th} = 0.1$ байх тохиолдолд	37
3.3	Фотон тооны түгэлтийн стандарт хазайлт $r/\gamma = 50$ бөгөөд $n_{th} = 0.1$ байх тохиолдолд	38
3.4	Фотон тооны дундаж утга $r/\gamma = 50$ бөгөөд $n_{th} = 10^{-9}$ байх тохиолдолд	39
3.5	Фотон тооны түгэлтийн стандарт хазайлт $r/\gamma = 50$ бөгөөд $n_{th} = 10^{-9}$ байх тохиолдолд	40
3.6	Фотон тооны дундаж утга $r/\gamma = 50$ бөгөөд $n_{th} = 0.1$ байх тохиолдолд	41
3.7	Фотон тооны түгэлтийн стандарт хазайлт $r/\gamma = 50$ бөгөөд $n_{th} = 0.1$ байх тохиолдолд	42
3.8	Резонаторын орны фотон тооны корреляци	43

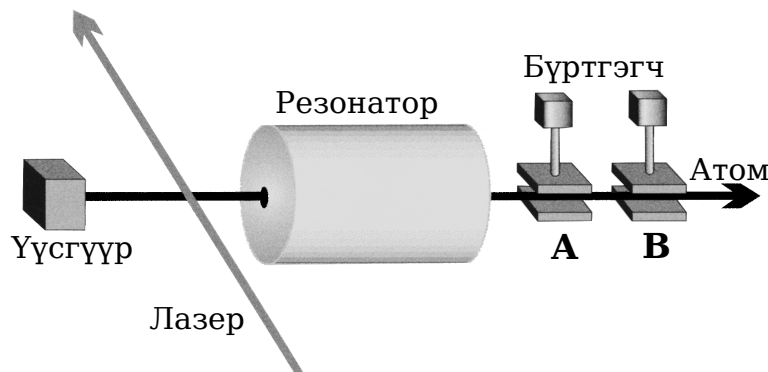
Нэг атомт мазерийн ерөнхий онол

Юуг хэмэвч чадаж байна, тэр бодит байдаг.

Макс Планк

1.1 НЭГ АТОМТ МАЗЕР

Микромазерийн¹ туршлагын ерөнхий схемийг Зураг 1.1-д үзүүлээ. Атом-орны харилцан үйлчлэлийг судлахдаа хэт дамжуулагч материал Ниобигоор (Nb) хийсэн резонатор дундуур атомуудыг (ихэвчлэн Rb) нэвтрүүлэх бөгөөд ингэхдээ тухайн эгшинд ганцхан атом резонатор дотор байрлаж байхаар тохируулан буудна. Резонатор нь атомын түвшингүүдийн хоорондох шилжилтэнд резонанс байх микро долгионы мужийн тодорхой давтамжтай хэсгийг барьж байхаар тохируулагдсан байна. Мөн атом-орны харилцан



Зураг 1.1: Микромазерийн туршлагын ерөнхий схем

үйлчлэх хугацааг резонаторын орны унтралын хугацаанаас олон дахин бага гэж үзнэ. Иймд атомууд резонатор дотор байхад резонаторын орны унтралыг тооцохгүй орхиж болно. Үүнээс гадна резонатор дахь дулааны фотоны тоог маш бага байлгахын тулд түүнийг критик температур 0.5 К хүртэл хөргөдөг. Туршлагын үр дүнгээс харахад ингэж 0.5 К хүртэл хөргөсөн резонатор дахь дулааны фотоны тоо нь 0.15 орчим байдаг. Ингэснээрээ бид цэвэр атом-орны харилцан үйлчлэлийг судлах боломж бүрдэх юм.

¹The first micromaser was realized by Meschede, Walther, and Muller [1985]. For a review of key earlier work leading up to the micromaser, see Haroche and Raimond [1985]

Атомуудыг резонатор луу орохоос өмнө түүнийг өдөөгдсөн төлөвт шилжүүлнэ. Ингэж өдөөгдсөн төлөвт шилжүүлэхийн тулд лазерийн туяа ашигладаг. Энэхүү туршлагын гол зүрх нь өдөөгдсөн төлөвт байгаа атомууд нь резонаторын фотонуудтай харилцан үйлчлэх юм. Резонаторын фотонуудтай харилцан үйлчлээд гарч ирсэн атомуудын төлөвүүдийг бүртгэх замаар бид “атом-орны” харилцан үйлчлэлийг судалдаг. Гэвч резонатор дотор 2 төрлийн харилцан үйлчлэл явагддаг. Эхнийх нь атом-резонаторын орны хоорондох харилцан үйлчлэл байхад хоёрдахь нь резонаторын орон орчинтой энерги солилцох харилцан үйлчлэл юм.

Хүснэгт 1.1: Микромазерийн үндсэн параметрууд

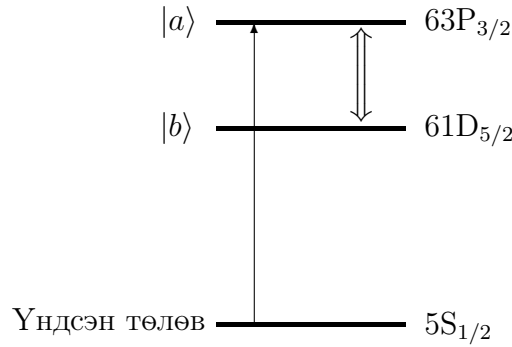
Дээд түвшин	$ a\rangle$	$63P_{3/2}$
Доод түвшин	$ b\rangle$	$61D_{5/2}$
Резонансын давтамж	$\frac{\omega}{2\pi}$	21.456ГГц
Q-фактор	$Q = \Omega/\gamma = \Omega\tau_c$	$1 \cdot 10^9 \dots 4 \cdot 10^{10}$
Харилцан үйлчлэлийн хугацаа	τ	$40 \dots 120\mu s$
Температур	T	$\sim 0.4\text{K}$

Иймд резонаторын орон атом болон орчинтой харилцан үйлчлэх төвөгтэй процессийг ойлгохын тулд дараах байдлаар хялбарчилдаг. Атом резонатор дотор байх тохиолдолд резонаторын орны орчинтой харилцан үйлчлэх процессийг сул гэж үзээд тооцолгүй орхино. Ингэж үзээд зөвхөн атом, резонаторын (ө.х фотоны) орон 2-оос тогтсон системийн динамикийг Жейнс-Каммингсын Загвараар, харин резонатор дотор атом байхгүй үед орны хувиралыг мастер тэгшитгэлээр тус тус тодорхойлно. Одоо микромазерийн динамикийг ойлгохын тулд Жейнс-Каммингсийн загвар болон мастер тэгшитгэлийн тус тусад нь авч үзье.

1.2 ЖЕЙНС-КАММИНГСЫН ЗАГВАР

Атом-фотоны орны харилцан үйлчлэлийг бодохын тулд эхлээд атом-фотоны орны харилцан үйлчлэлийг тодорхойлох Жейнс-Каммингсын загварыг, дараа нь фотоны орны хувьслыг тодорхойлох мастер тэгшитгэлийг авч үзье.

Жейнс-Каммингсын загвар[1] нь атом-орны харилцан үйлчлэлийг судалдаг хамгийн энгийн загвар юм. Жейнс-Каммингсийн загварыг резонаторын орон нь 2 түвшинтэй атомтай харилцан үйлчилж байх үед хэрэглэнэ. Хэдийгээр атомууд нь энергийн олон түвшинтэй байх боловч тухайн тохиолдолд атомыг энергийн 2 түвшинтэй гэж үзэж болно. Тухайлбал резонаторын орны давтамж нь атомын тухайн 2 түвшингүүдийн ($|a\rangle$ ба $|b\rangle$) хоорондох шилжилтэнд резонанс ($E_2 - E_1 = \hbar\omega, \omega \sim \Omega$) байх үед түүнийг энергийн 2 түвшинтэй гэж тооцно. Зураг 1.2-т үзүүлсэн ёсоор атомын энергийн дээд түвшинг $|a\rangle$, доод түвшинг $|b\rangle$ гэж тэмдэглэлээ. Учир нь бусад энергийн түвшингүүд нь харилцан



Зураг 1.2: Микромазерийн туршилтанд хэрэглэгддэг ^{85}Rb атомын энергийн түвшинг дээрх зурагт харуулав. Үндсэн түвшингээс өдөөгдсөн түвшин болох $|a\rangle$ түвшин хүртэлх лазер өдөөлтийг \uparrow сумаар, харин атомын түвшингүүдийн хоорондох шилжилтийг \updownarrow сумаар тус тус илэрхийлэв.

үйлчлэлд сул оролцох тул тэдгээрийг тооцохгүй орхиж болно. Ингэж үзээд диполийн болон эргэлдэгч долгионы ойролцоололд² Жейнс-Каммингсын Хамильтонианыг бичье.

$$H = H_A + H_F + H_{AF} = \frac{1}{2}\hbar\omega\sigma_z + \hbar\Omega a^\dagger a + \hbar g(t)(\sigma_+ a + \sigma_- a^\dagger) \quad (1.1)$$

Үүнд: $g(t)$ -нь Раби давтамж гэж нэрлэдэг бөгөөд энэ нь харилцан үйлчлэл хэр хүчтэйг илэрхийлнэ. Атом резонаторын гадна байх тохиолдолд $g(t)$ -нь тэгтэй тэнцүү ба харин резонатор дотор байхад тэгээс ялгаатай байна.

$$g = \frac{i}{\sqrt{2}\hbar c} \cdot \frac{\hbar\omega}{\sqrt{\hbar\Omega}} A \cdot \langle a| - er|b\rangle \quad (1.2)$$

Бид харилцан үйлчлэлийн төлөөлөлд ажиллах нь илүү хялбар байдаг. Иймд Жейнс-Каммингсын Хамильтонианыг харилцан үйлчлэлийн төлөөлөлд бичвэл:

$$H_I = \hbar g(\sigma_+ a e^{i\Delta t} + a^\dagger \sigma_- e^{-i\Delta t}), \quad (1.3)$$

энд: $\Delta = \omega - \nu$. Одоо бид магадлалын амплитудын арга[12] хэрэглэн дээрх Хамильтонианаар тодорхойлогдох атом-фотоны орны системийн хувирлыг бодъё.

1.2.1 Раби осцилляци

Хугацаанаас хамаарсан Шредингерийн тэгшитгэл ёсоор

$$i\hbar \frac{\partial |\Psi\rangle}{\partial t} = H_I |\Psi\rangle \quad (1.4)$$

хугацааны дурын t агшинд төлөвийн вектор $|\Psi(t)\rangle$ нь $|a, n\rangle$ болон $|b, n\rangle$ төлөвүүдийн шугаман комбинац байна. Үүний $|a, n\rangle$ бол атом өдөөгдсөн $|a\rangle$ төлөвтөө байгаад орон нь n

²Rotating Wave Approximation

фотонтой байх үеийн төлөвийг тэмдэглэв. $|b, n\rangle$ нь мөн үүнтэй адил утгатай. Бид харилцан үйлчлэлийн төлөөлөл ашиглаж байгаа тул аажмаар өөрчлөгдөх магадлалын амплитудыг хэрэглэе. Ингэвэл төлөвийн вектор нь

$$|\Psi(t)\rangle = \sum_n [c_{a,n}(t)|a, n\rangle + c_{b,n}(t)|b, n\rangle] \quad (1.5)$$

энэ илэрхийллээ өмнөх Шредингерийн тэгшитгэлд орлуулж магадлалын амплитудын хувьд дифференциал тэгшитгэл бичвэл

$$\dot{c}_{a,n} = -ig\sqrt{n+1}e^{i\Delta t}c_{b,n+1} \quad (1.6)$$

$$\dot{c}_{b,n+1} = -ig\sqrt{n+1}e^{-i\Delta t}c_{a,n} \quad (1.7)$$

эдгээр тэгшитгэлүүдийг хялбархан бодож болох бөгөөд магадлалын амплитудын хувьд бичигдсэн ерөнхий шийд нь

$$c_{a,n}(t) = \left\{ c_{a,n}(0) \left[\cos\left(\frac{\Omega_n t}{2}\right) - \frac{i\Delta}{\Omega_n} \sin\left(\frac{\Omega_n t}{2}\right) \right] - \frac{2ig\sqrt{n+1}}{\Omega_n} c_{b,n+1}(0) \sin\left(\frac{\Omega_n t}{2}\right) \right\} e^{i\Delta t/2}$$

$$c_{b,n+1}(t) = \left\{ c_{b,n+1}(0) \left[\cos\left(\frac{\Omega_n t}{2}\right) + \frac{i\Delta}{\Omega_n} \sin\left(\frac{\Omega_n t}{2}\right) \right] - \frac{2ig\sqrt{n+1}}{\Omega_n} c_{a,n}(0) \sin\left(\frac{\Omega_n t}{2}\right) \right\} e^{-i\Delta t/2}$$

энд: $\Omega_n^2 = \Delta^2 + 4g^2(n+1)$

Хэрэв атом анх өдөөгдсөн $|a\rangle$ төлөвт байсан бол $c_{a,n}(0) = c_n(0)$ бөгөөд $c_{b,n+1}(0) = 0$. Эндээс

$$c_{a,n}(t) = c_n(0) \left[\cos\left(\frac{\Omega_n t}{2}\right) - \frac{i\Delta}{\Omega_n} \sin\left(\frac{\Omega_n t}{2}\right) \right] e^{i\Delta t/2}, \quad (1.8)$$

$$c_{b,n+1}(t) = -c_n(0) \frac{2ig\sqrt{n+1}}{\Omega_n} \sin\left(\frac{\Omega_n t}{2}\right) e^{-i\Delta t/2}, \quad (1.9)$$

Эдгээр тэгшитгэлүүд нь бидэнд бодлогын бүрэн шийдийг өгч байна. Энэхүү шийдийг ашиглан системийн бүхий л физик хэмжигдэхүүнүүдийг олж болно. Жишээлбэл $|c_{a,n}(t)|^2$ болон $|c_{b,n}(t)|^2$ нь атомууд харгалзан дээд болон доод төлөвт байх үед фотоны орон n фотонтой байх магадлалыг өгнө. Иймээс хугацааны t агшинд фотоны орон n фотонтой байх магадлал

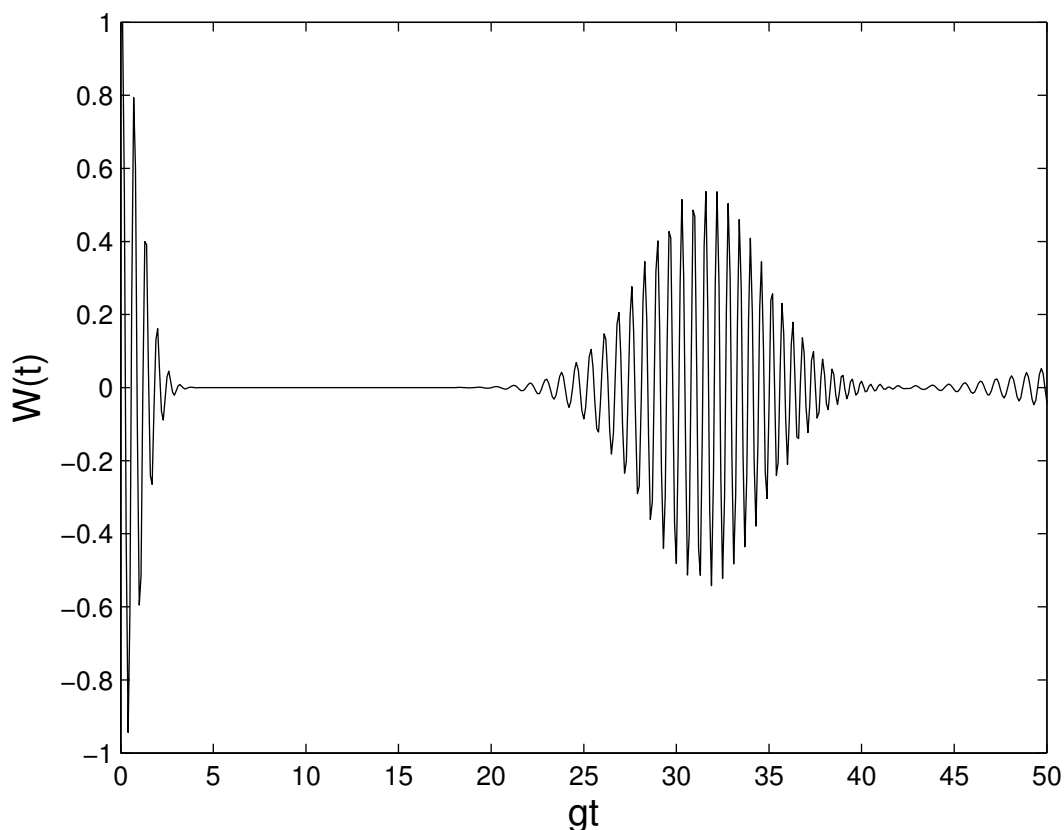
$$p(n) = |c_{a,n}(t)|^2 + |c_{b,n}(t)|^2 \quad (1.10)$$

Үүнээс гадна атомын суурьшлыг дараах илэрхийллээр бичиж болно.

$$W(t) = \sum_n [|c_{a,n}(t)|^2 - |c_{b,n}(t)|^2] \quad (1.11)$$

үүнд тэгшитгэл (1.8) ба (1.9)-ыг орлуулбал

$$W(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \rho_{nn}(0) \left[\frac{\Delta^2}{\Omega_n^2} + \frac{4g^2(n+1)}{\Omega_n^2} \cos(\Omega_n t) \right]. \quad (1.12)$$



Зураг 1.3: 2 түвшинт атомын суурьшлын мөхөлт, сэргэлт

Хоёр түвшинт атом тодорхой давтамжтай монохромат цахилгаан соронзон оронтой харилцан үйлчилж байгаа тохиолдолд атомын суурьшлыг бодож гаргалаа. Энэ тохиолдолд атомын суурьшил хугацаанаас хамаарах бөгөөд хугацааны эхний агшинд тодорхой далайцтай хэлбэлзэж байгаад хугацаа өнгөрөхөд далайц нь буурч эцэстээ тэг болж байна. Учир нь атом өдөөгдсөн болон үндсэн төлөвт байх магадлалууд нь тэнцэж байгаа бөгөөд өөрөөр хэлбэл өдөөгдсөн болон үндсэн төлөвийн нийлбэр суперпозиц төлөвт орж байна гэсэн үг юм. Үүнийг өөрөөр атомын суурьшлын *мөхөлт* гэж хэлдэг. Харин хугацаа цаашид өнгөрөхөд дахин атомын суурьшил өөрчлөгдөж далайц нь ихсэж байна. Энэ үзэгдлийг бид атомын *сэргэлт* гэдэг.

Энэхүү атомын мөхөлт, сэргэлт нь цэвэр квант үзэгдэл бөгөөд Раби осцилляци гэж нэрлэдэг. Энэ хүртэл Жейнс-Каммингсын Хамильтонианаар илэрхийлэгдэх атом-фотоны орны харилцан үйлчлэлийг бодож 2 түвшинт атомын суурьшлыг гаргалаа. Харин одоо резонаторын орны хувирлыг бодох мастер тэгшитгэлийг авч үзье.

1.3 МАСТЕР ТЭГШИТГЭЛ

Квант оптикт орны унтрал гэсэн чухал ойлголт байдаг. Жишээлбэл өдөөгдсөн төлөвтөө байгаа атом цацаргалт хийж үндсэн төлөвт орох эсвэл резонаторын орон орчиндоо энерги алдсанаас болж фотоны оронд явагдах унтрал гэх мэт. Ерөнхийдөө системийн унтралыг түүний орчинтой харилцан үйлчлэх процессоор тодорхойлдог. Иймд бид фотоны орны унтралыг тооцохын тулд мастер тэгшитгэлийг ашигладаг. Мастер тэгшитгэл нь фотоны орны нягтын матриц ρ -ын хувьд дараах байдалтайгаар бичигдэнэ. Энд нягтын матриц ρ нь "атом-орон" гэсэн системийг илэрхийлэх оператор.

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_t = & -\frac{\gamma}{2}(n_{th} + 1) \left(\hat{a}\hat{a}^\dagger \rho_t - 2\hat{a}^\dagger \rho_t \hat{a} + \rho_t \hat{a}\hat{a}^\dagger \right) \\ & - \frac{\gamma}{2}n_{th} \left(\hat{a}^\dagger \hat{a} \rho_t - 2\hat{a} \rho_t \hat{a}^\dagger + \rho_t \hat{a}^\dagger \hat{a} \right) \equiv \mathcal{L}\rho_t \end{aligned} \quad (1.13)$$

Үүнд: n_{th} -нь Ω давтамжтай, T -температуртай орчинд байх дулааны фотоны дундаж тоо.

$$n_{th} = \frac{1}{\exp(\hbar\Omega/k_B T) - 1} \quad (1.14)$$

γ -унтралын тогтмол бөгөөд резонаторын Q фактортай дараах хамааралтай байна.

$$\gamma = \frac{\Omega}{Q}$$

1.4 СТАЦИОНАР ТӨЛӨВ

Стационар төлөвийн фотоны тооны түгэлтийг олъё. Нэг-атомт мазерийн стационар төлөв нь $\mathcal{L}\rho_t = 0$ нөхцлийг хангах ба ρ_t -г $\hat{a}^\dagger \hat{a}$ -аас хамаарсан функц мэтээр бичье. Өөрөөр хэлбэл

$$0 = \mathcal{L}\rho_t(\hat{a}^\dagger \hat{a}) = -\gamma(n_{th} + 1)[\hat{a}^\dagger \hat{a} f(\hat{a}^\dagger \hat{a}) - \hat{a} f(\hat{a}^\dagger \hat{a}) \hat{a}^\dagger] - \gamma n_{th}[\hat{a} \hat{a}^\dagger f(\hat{a}^\dagger \hat{a}) - \hat{a}^\dagger f(\hat{a}^\dagger \hat{a}) \hat{a}]$$

болох ба эндээс бид дараах рекурент харьцааг бичиж болно

$$(\hat{a}^\dagger \hat{a} + 1)[(n_{th} + 1)f(\hat{a}^\dagger \hat{a} + 1) - n_{th}f(\hat{a}^\dagger \hat{a})] = \hat{a}^\dagger \hat{a}[(n_{th} + 1)f(\hat{a}^\dagger \hat{a}) - n_{th}f(\hat{a}^\dagger \hat{a} - 1)]$$

иймд

$$\hat{a}^\dagger \hat{a}[(n_{th} + 1)f(\hat{a}^\dagger \hat{a}) - n_{th}f(\hat{a}^\dagger \hat{a} - 1)]$$

бөгөөд

$$f(\hat{a}^\dagger \hat{a}) = f(0) \left[\frac{n_{th}}{n_{th} + 1} \right]^{\hat{a}^\dagger \hat{a}} \quad (1.15)$$

болно. Иймд энэ стационар төлөв нь дулаан төлөвийг илэрхийлж байна. Нөгөөтэйгүүр гадны атомтай харилцан үйлчилж байгаа резонаторын хувьд стационар төлөв нь

$$P(n) = P(0) \prod_{k=1}^n \left[\frac{n_{th}}{n_{th} + 1} + \frac{r/\gamma}{n_{th} + 1} \cdot \frac{\sin^2(g\tau\sqrt{k})}{k} \right] \quad (1.16)$$

байдаг. Тэгшитгэл (1.16)-д байгаа $P(0)$ -ийг нормчлолын нөхцлөөс олно. Нормчлогдсон фотоны дундаж тоо нь

$$\langle N \rangle = \frac{1}{(r/\gamma)} \langle n \rangle = \frac{1}{(r/\gamma)} \sum_{n=0}^{\infty} n \cdot P(n) \quad (1.17)$$

Нөгөөтэйгүүр өмнө олсон фотоны дундаж тоог ашиглан резонаторын орны статистик шинж чанарыг тодорхойлох бас нэг чухал хэмжигдэхүүн болох Манделийн Q_F параметрыг олж болно.

$$Q_F = \frac{\langle n^2 \rangle - \langle n \rangle^2}{\langle n \rangle} - 1 \quad (1.18)$$

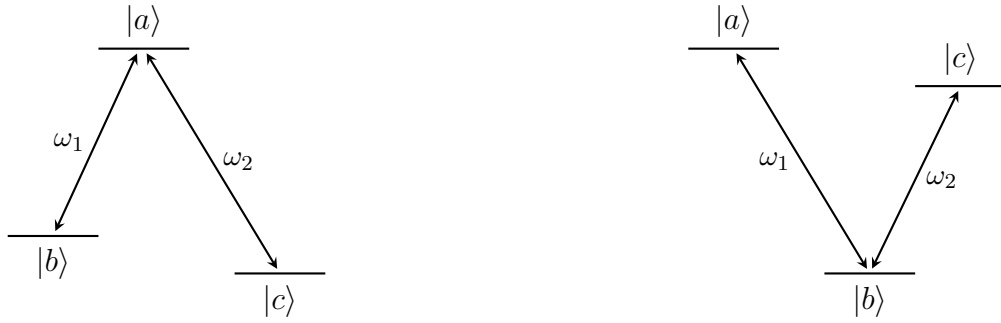
Энэ Q_F параметр нь нэгээс олон дахин их байвал супер Пуассон, нэгээс бага байвал суб-Пуассон гэж ярьдаг.

Энэ хүртэл бид нэг атомт мазерийн ерөнхий онолыг үзсэн бөгөөд түүний зарим чухал чанаруудыг гаргалаа. Дараагийн бүлэгт микромазерын стандарт загварыг гурван түвшинт атомын тохиолдолд өргөтгөж, гадны классик орноор атомыг шарах замаар резонаторын квант орны статистик шинж чанарыг хэрхэн жолоодож болохыг судалъя.

Атомыг гадны орноор жолоодох нь

2.1 ЗАГВАР

Энэ бүлэгт V-төрлийн гурван түвшинт атомтай харилцан үйлчилж байгаа резонаторын орны статистик шинж чанарыг судалъя. Ингэхдээ гадны классик орноор гурван түвшинт атомыг шарах замаар резонаторын орны статистик шинж чанарыг хэрхэн өөрчилж болохыг авч үзнэ. Гурван түвшинт атомын Λ , V болон каскад гэсэн 3 төрлийн загвар байдаг ба тэдгээрээс V, Λ -төрлийн загварыг Зураг 2.1-д үзүүлээ. Бид $|b\rangle$ болон $|c\rangle$ түвшингүүдийн хоорондох шилжилтэнд резонанс ($E_2 - E_1 = \hbar\omega, \omega \sim \Omega$) байх Ω гэсэн давтамжтай гадны когерент орноор атомыг жолоодоно.



Зураг 2.1: Гадны орноор жолоодогдож буй гурван түвшинт атомын V болон Λ хэлбэрүүд

Харин атомын $a \leftrightarrow b$ түвшингүүдийн хоорондох шилжилт нь резонаторын орны квантчилагдсан оронтой резонанс байна. Харин $a \leftrightarrow c$ шилжилтүүд нь диполийн хувьд хориотой. Тооцоог хийхдээ гурван түвшинт атомын V хэлбэрийн тохиолдолд бодно.

2.1.1 Хамильтониан, түүний хувийн төлөвүүд

Атом нь резонаторын орон болон гадны классик оронтой харилцан үйлчлэлийг тодорхойлох харилцан үйлчлэлийн төлөөлөл дэх Хамильтониан нь диполийн болон эргэлдэгч-долгионы ойролцоололд дараах байдлаар өгөгдөнө.

$$H_{AF} = \Omega(|b\rangle\langle c| + |c\rangle\langle b|) + g(\hat{a}|a\rangle\langle b| + \hat{a}^\dagger|b\rangle\langle a|) \quad (2.1)$$

Үүнд $|i\rangle\langle j|$ оператор нь атомын i болон j -р түвшингүүдийн хоорондох шилжилтийг, \hat{a}, \hat{a}^\dagger -нь резонаторын орны устгагч, төрүүлэгч операторууд байхад Ω -нь гадны классик орны Раби давтамж. Хэрэв $\Omega = 0$ бол Харилцан үйлчлэлийн Хамильтониан (2.1)-нь стандарт Жейнс-Каммингсын загварыг тодорхойлно. Одоо хувийн утгын бодлогыг бодъё.

$$H_{AF}|\Psi_i\rangle = \Lambda_n|\Psi_i\rangle, \quad i = +, -, 0 \quad (2.2)$$

Үүнд Хамильтонианы операторын хувийн төлөвийг дараах 3 төлөвүүдийн шугаман комбинац байна гэж үзье.

$$|\Psi_i, n\rangle = \alpha_i|a, n\rangle + \beta_i|b, n\rangle + \gamma_i|c, n\rangle \quad (2.3)$$

Харилцан үйлчлэлийн Хамильтониан (2.1) болон хувийн төлөв (2.3)-ийг (2.2)-т орлуулаад ижил төлөвүүдээр нь ялган бичвэл:

$$g\hat{a}\beta_i|a, n\rangle + (\Omega\gamma_i + g\hat{a}^\dagger\alpha_i)|b, n\rangle + \Omega\beta_i|c, n\rangle = \Lambda_n[\alpha_i|a, n\rangle + \beta_i|b, n\rangle + \gamma_i|c, n\rangle]$$

болно. Үүнийг матриц хэлбэртэй бичье

$$\begin{pmatrix} 0 & g\hat{a} & 0 \\ g\hat{a}^\dagger & 0 & \Omega \\ 0 & \Omega & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_i \\ \beta_i \\ \gamma_i \end{pmatrix} = \Lambda_n \begin{pmatrix} \alpha_i \\ \beta_i \\ \gamma_i \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

тэнцүүгийн өмнө ялгавал

$$\begin{pmatrix} -\Lambda_n & g\hat{a} & 0 \\ g\hat{a}^\dagger & -\Lambda_n & \Omega \\ 0 & \Omega & -\Lambda_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_i \\ \beta_i \\ \gamma_i \end{pmatrix} = 0$$

Шугаман алгебр ёсоор тухайн матриц тэгтэй тэнцүү байхын тулд түүний тодорхойлогч нь тэгтэй тэнцүү байх ёстой бөгөөд энэ нөхцлөөс Λ_n -ийг олно. Эдгээр нь

$$\Lambda_n = 0, \quad \Lambda_n^2 = g^2\hat{a}\hat{a}^\dagger + \Omega^2 = g^2(\hat{a}^\dagger\hat{a} + 1) + \Omega^2 \quad (2.5)$$

Энд $\lambda_n^2 = g^2(\hat{a}^\dagger\hat{a} + 1) = g^2(n + 1)$ гэсэн орлуулга хийвэл

$$\Lambda_n^2 = \lambda_n^2 + \Omega^2 \quad (2.6)$$

Хамильтониан (2.1)-ийн хувьд $\Lambda_n = 0$, $\Lambda_n = \pm\sqrt{\lambda_n^2 + \Omega^2}$ гэсэн 3 өөр хувийн утга олдож байна. Одоо эдгээр хувийн утгуудаа ашиглан (2.4)-өөс хувийн төлөвүүдээ олъё.

$$\begin{aligned} g\hat{a}\beta_i &= \Lambda_n\alpha_i \\ g\hat{a}^\dagger\alpha_i + \Omega\gamma_i &= \Lambda_n\beta_i \\ \Omega\beta_i &= \Lambda_n\gamma_i \end{aligned}$$

хувиргалт хийсний дараагаар

$$\begin{aligned} g\beta_{n+1}\sqrt{n+1} &= \Lambda_n\alpha_n \\ g\alpha_n\sqrt{n+1} + \Omega\gamma_{n+1} &= \Lambda_n\beta_{n+1} \\ \Omega\beta_{n+1} &= \Lambda_n\gamma_{n+1} \end{aligned} \quad (2.7)$$

Нормчлолын нөхцөл ёсоор

$$|\alpha|^2 + |\beta|^2 + |\gamma|^2 = 1 \quad (2.8)$$

Илэрхийлэл (2.7) болон нормчлолын нөхцөл (2.8)-г ашиглан харгалзах коэффициентүүдийг олбол

$$\begin{aligned} \Lambda_n &= \pm\sqrt{\lambda_n^2 + \Omega^2}, & \alpha_n &= \pm\frac{1}{\sqrt{2}}\frac{\lambda_n}{\Lambda_n}, & \beta_{n+1} &= \frac{1}{\sqrt{2}}, & \gamma_{n+1} &= \pm\frac{1}{\sqrt{2}}\frac{\Omega}{\Lambda_n} \\ \Lambda_n &= 0, & \alpha_n &= \frac{\Omega}{\Lambda_n}, & \gamma_{n+1} &= -\frac{\lambda_n}{\Lambda_n} \end{aligned}$$

Одоо энэ бүхнээ ашиглан Хамилтонианы операторын хувийн төлөвүүдийг

$$|\Psi_+; n\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(|b, n+1\rangle + \frac{\Omega|c, n+1\rangle + \lambda_n|a, n\rangle}{\Lambda_n} \right) \quad (2.9)$$

$$|\Psi_0; n\rangle = \frac{\Omega|a, n\rangle - \lambda_n|c, n+1\rangle}{\Lambda_n} \quad (2.10)$$

$$|\Psi_-; n\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(|b, n+1\rangle - \frac{\Omega|c, n+1\rangle + \lambda_n|a, n\rangle}{\Lambda_n} \right) \quad (2.11)$$

гэж бичиж болох бөгөөд энд n нь бүхэл тоонууд, $n = 0, 1, 2, \dots$

Хамильтонианы хувийн төлөвүүд болох $|\Psi_+; n\rangle, |\Psi_-; n\rangle$ болон $|\Psi_0; n\rangle$ -ээс $|a, n\rangle, |b, n\rangle, |c, n\rangle$ төлөвүүдийг олж бичье.

$$|a, n\rangle = \frac{\lambda_n}{\sqrt{2}\Lambda_n} (|\Psi_+; n\rangle - |\Psi_-; n\rangle) + \frac{\Omega}{\Lambda_n} |\Psi_0; n\rangle, \quad (2.12)$$

$$|b, n\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}\Lambda_n} (|\Psi_+; n-1\rangle - |\Psi_-; n-1\rangle), \quad (2.13)$$

$$|c, n\rangle = \frac{\Omega}{\sqrt{2}\Lambda_n} (|\Psi_+; n-1\rangle - |\Psi_-; n-1\rangle) + \frac{\lambda_{n-1}}{\Lambda_{n-1}} |\Psi_0; n-1\rangle. \quad (2.14)$$

Хамильтониан (2.1)-н хувьд түүний хувийн утга болон хувийн төлөвүүдийг оллоо. Одоо долгион функцийг хугацааны хамаарлыг олъё.

2.1.2 Долгион функцийг хугацааны хамаарал

Долгион функцийг хугацааны хамаарлыг олохын тулд эхлээд системийн анхны төлөвийг дараах байдлаар сонгож авъя

$$|\Psi(0)\rangle = (a_0|a\rangle + b_0|b\rangle + c_0|c\rangle)|n\rangle \quad (2.15)$$

Өмнө гаргасан (2.12), (2.13), (2.14) төлөвүүдийг ашиглан анхны төлөвийг бичье. Энэ нь

$$\begin{aligned} |\Psi(0)\rangle &= a_0 \left[\frac{\lambda_n}{\sqrt{2}\Lambda_n} (|\Psi_+; n\rangle - |\Psi_-; n\rangle) + \frac{\Omega}{\Lambda_n} |\Psi_0; n\rangle \right] \\ &+ b_0 \left[\frac{1}{\sqrt{2}} (|\Psi_+; n-1\rangle + |\Psi_-; n-1\rangle) \right] \\ &+ c_0 \left[\frac{\Omega}{\sqrt{2}\Lambda_{n-1}} (|\Psi_+; n-1\rangle - |\Psi_-; n-1\rangle) - \frac{\lambda_{n-1}}{\Lambda_{n-1}} |\Psi_0; n-1\rangle \right]. \end{aligned}$$

Хугацаанаас хамаарсан Шредингерийн тэгшитгэлийн шийдийн ерөнхий хэлбэр нь

$$|\Psi(t)\rangle = U(t)|\Psi(0)\rangle = \exp(-iHt/\hbar)|\Psi(0)\rangle \quad (2.16)$$

$U(t)$ унитар оператор. Дээрх тэгшитгэлд $|\Psi_+; n\rangle, |\Psi_-; n\rangle$ ба $|\Psi_0; n\rangle$ төлөвүүдээ орлуулбал бид шийдийг дараах хэлбэрээр олно.

$$\begin{aligned} |\Psi(t)\rangle &= \left\{ a_0 \left[1 - 2 \frac{\lambda_n^2}{\Lambda_n^2} \sin^2 \left(\frac{\Lambda_n t}{2} \right) \right] |n\rangle + b_0 (-i) \frac{\lambda_{n-1}}{\Lambda_{n-1}} \sin(\Lambda_{n-1} t) |n-1\rangle \right. \\ &+ \left. c_0 (-2) \frac{\Omega \lambda_{n-1}}{\Lambda_n^2} \sin^2 \left(\frac{\Lambda_{n-1} t}{2} \right) |n-1\rangle \right\} |a\rangle \\ &+ \left\{ a_0 (-i) \frac{\lambda_n}{\Lambda_n} \sin(\Lambda_n t) |n+1\rangle + b_0 \cos(\Lambda_{n-1} t) |n\rangle + c_0 (-i) \frac{\Omega}{\Lambda_{n-1}} \sin(\Lambda_{n-1} t) |n\rangle \right\} |b\rangle \\ &+ \left\{ a_0 (-2) \frac{\Omega \lambda_n}{\Lambda_n^2} \sin^2 \left(\frac{\Lambda_n t}{2} \right) |n+1\rangle + b_0 (-i) \frac{\Omega}{\Lambda_{n-1}} \sin(\Lambda_{n-1} t) |n\rangle \right. \\ &+ \left. c_0 \left[1 - 2 \frac{\Omega^2}{\Lambda_{n-1}^2} \sin^2 \left(\frac{\Lambda_{n-1} t}{2} \right) \right] |n\rangle \right\} |c\rangle \end{aligned} \quad (2.17)$$

Энэ хүртэл бид Шредингерийн хугацаанаас хамаарсан тэгшитгэлийг бодож түүний шийдийг олсон бол одоо резонаторын орны хувирлыг бодох хамгийн чухал тэгшитгэл болох мастер тэгшитгэлийг гаргая.

2.2 МАСТЕР ТЭГШИТГЭЛ

Резонаторын орны нягтын матриц ϱ -ийн хугацааны хувирал нь дараах тэгшитгэлээр тодорхойлогдоно. [9][10][11]

$$\dot{\varrho} = r\delta_\tau \varrho + L\varrho, \quad (2.18)$$

$$\delta_\tau \varrho = \text{Tr}_{(A)} \{ \Psi(\tau) \varrho_A \otimes \varrho \Psi^*(\tau) \} - \varrho = \sum_{i=a,b,c} \varrho_{ii} \delta_\tau^{ii} \varrho, \quad (2.19)$$

ҮҮНД

$$\delta_\tau^{ii} \varrho = \text{Tr}_{(A)} \{ \Psi(\tau) |i\rangle \langle i| \otimes \varrho \Psi^*(\tau) \} - \varrho \quad (2.20)$$

атомын чөлөөний зэргээр Tr авна. Анхны төлөвийг

$$|\Psi(0)\rangle = |a, n'\rangle, \quad a_0 = 1, \quad b_0 = c_0 = 0$$

байхаар сонгож авбал хугацааны хамаарал

$$|\Psi(t)\rangle = \left[1 - 2\frac{\lambda_n^2}{\Lambda_n^2} \sin^2\left(\frac{\Lambda_n t}{2}\right)\right] |a, n\rangle + (-i)\frac{\lambda_n}{\Lambda_n} \sin(\Lambda_n t) |b, n+1\rangle - 2\frac{\Omega\lambda_n}{\Lambda_n^2} \sin^2\left(\frac{\Lambda_n t}{2}\right) |c, n+1\rangle$$

бөгөөд түүний матрицын элементүүд нь

$$\langle a, n | U(t) | a, n' \rangle = \left[1 - 2\frac{\lambda_n^2}{\Lambda_n^2} \sin^2\left(\frac{\Lambda_n t}{2}\right)\right] \delta_{n', n} \quad (2.21)$$

$$\langle b, n | U(t) | a, n' \rangle = (-i)\frac{\lambda_n}{\Lambda_n} \sin(\Lambda_n t) \delta_{n'+1, n+1} \quad (2.22)$$

$$\langle c, n | U(t) | a, n' \rangle = -2\frac{\Omega\lambda_n}{\Lambda_n^2} \sin^2\left(\frac{\Lambda_n t}{2}\right) \delta_{n'+1, n+1} \quad (2.23)$$

байна.

$$|\Psi(0)\rangle = |b, n'\rangle, \quad b_0 = 1, \quad a_0 = c_0 = 0$$

тохиолдолд

$$|\Psi(t)\rangle = (-i)\frac{\lambda_{n-1}}{\Lambda_{n-1}} \sin(\Lambda_{n-1} t) |a, n-1\rangle + \cos(\Lambda_{n-1} t) |b, n\rangle + (-i)\frac{\Omega}{\Lambda_{n-1}} \sin(\Lambda_{n-1} t) |c, n\rangle$$

байх ба матрицын элементүүд нь

$$\langle a, n | U(t) | b, n' \rangle = (-i)\frac{\lambda_{n-1}}{\Lambda_{n-1}} \sin(\Lambda_{n-1} t) \delta_{n'-1, n-1} \quad (2.24)$$

$$\langle b, n | U(t) | b, n' \rangle = \cos(\Lambda_{n-1} t) \delta_{n', n} \quad (2.25)$$

$$\langle c, n | U(t) | b, n' \rangle = (-i)\frac{\Omega}{\Lambda_{n-1}} \sin(\Lambda_{n-1} t) \delta_{n', n} \quad (2.26)$$

Хамгийн сүүлд дараах тохиолдлыг авч үзье.

$$|\Psi(0)\rangle = |c, n'\rangle, \quad c_0 = 1, \quad a_0 = b_0 = 0$$

Ингэвэл хугацааны хамаарал нь

$$\begin{aligned} |\Psi(t)\rangle &= (-2)\frac{\Omega\lambda_{n-1}}{\Lambda_{n-1}^2} \sin^2\left(\frac{\Lambda_{n-1} t}{2}\right) |a, n-1\rangle + (-i)\frac{\Omega}{\Lambda_{n-1}} \sin(\Lambda_{n-1} t) |b, n\rangle \\ &+ \left[1 - 2\frac{\Omega^2}{\Lambda_{n-1}^2} \sin^2\left(\frac{\Lambda_{n-1} t}{2}\right)\right] |c, n\rangle \end{aligned}$$

бөгөөд

$$\langle a, n | U(t) | c, n' \rangle = (-2) \frac{\Omega \lambda_{n-1}}{\Lambda_{n-1}^2} \sin^2 \left(\frac{\Lambda_{n-1}}{2} t \right) \delta_{n'-1, n-1} \quad (2.27)$$

$$\langle b, n | U(t) | c, n' \rangle = (-i) \frac{\Omega}{\Lambda_{n-1}} \sin(\Lambda_{n-1} t) \delta_{n', n} \quad (2.28)$$

$$\langle c, n | U(t) | c, n' \rangle = \left[1 - 2 \frac{\Omega^2}{\Lambda_{n-1}^2} \sin^2 \left(\frac{\Lambda_{n-1}}{2} t \right) \right] \delta_{n', n} \quad (2.29)$$

байна. Өмнө олсон унитар операторын матрицын элементүүдээ ашиглан $\delta_\tau^{ii} \varrho$ -г хялбархан олж болно. Энэ нь

$$\begin{aligned} \delta_\tau^{(aa)} \varrho(n, n') &= [(1 - \lambda_n^2 V_{nn})(1 - \lambda_{n'}^2 V_{n'n'}) - 1] \varrho(n, n') \\ &\quad + \lambda_{n-1} \lambda_{n'-1} (W_{n-1, n'-1} + \Omega^2 V_{n-1, n'-1}^2) \varrho(n-1, n'-1), \\ \delta_\tau^{(bb)} \varrho(n, n') &= [\cos(\Lambda_{n-1} \tau) \cos(\Lambda_{n'-1} \tau) + \Omega^2 W_{n-1, n'-1} - 1] \varrho(n, n') \\ &\quad + \lambda_n \lambda_{n'} W_{n, n'} \varrho(n+1, n'+1), \\ \delta_\tau^{(cc)} \varrho(n, n') &= [(1 - \Omega^2 V_{n-1, n-1})(1 - \Omega^2 V_{n'-1, n'-1}) + \Omega^2 W_{n-1, n'-1} - 1] \varrho(n, n') \\ &\quad + \Omega^2 \lambda_n \lambda_{n'} V_{nn'}^2 \varrho(n+1, n'+1), \end{aligned} \quad (2.30)$$

үүнд бид дараах хялбар тэмдэглэгээнүүдийг ашиглав.

$$\begin{aligned} V_{nn'} &= \frac{2 \sin(\Lambda_n \tau / 2) \sin(\Lambda_{n'} \tau / 2)}{\Lambda_n \Lambda_{n'}} \\ W_{nn'} &= \frac{\sin(\Lambda_n \tau) \sin(\Lambda_{n'} \tau)}{\Lambda_n \Lambda_{n'}} \end{aligned}$$

Харин нэгдүгээр бүлэгт үзсэн ёсоор Лиувиллын оператор нь

$$\mathcal{L} \varrho = -\frac{1}{2} \gamma (n_{th} + 1) \left(2 \hat{a} \varrho \hat{a}^\dagger - \hat{a}^\dagger \hat{a} \varrho - \varrho \hat{a}^\dagger \hat{a} \right) + \frac{1}{2} \gamma n_{th} \left(2 \hat{a}^\dagger \varrho \hat{a} - \hat{a} \hat{a}^\dagger \varrho - \varrho \hat{a} \hat{a}^\dagger \right) \quad (2.31)$$

гэж өгөгдөнө. Матрицын элементийг нь олбол

$$\begin{aligned} \mathcal{L} \varrho(n, n') &= -\frac{1}{2} \gamma (n_{th} + 1) \left[2 \sqrt{(n+1)(n'+1)} \varrho(n+1, n'+1) - (n+n') \varrho(n, n') \right] \\ &\quad + \frac{1}{2} \gamma n_{th} \left[2 \sqrt{nn'} \varrho(n-1, n'-1) - (n+n'+2) \varrho(n, n') \right] \end{aligned} \quad (2.32)$$

Бид $\delta_\tau^{ii} \varrho$ болон $\mathcal{L} \varrho(n, n')$ -г олсон болохоор мастер тэгшитгэлээ бодох бүрэн боломжтой боллоо.

$$\dot{\varrho}(n, n') = r \delta_\tau \varrho(n, n') + L \varrho(n, n'). \quad (2.33)$$

Тэгшитгэл (2.33)-д (2.30) болон (2.32)-г орлуулж фотоны тооны түгэлт $P(n) = \varrho(n, n)$ болохыг ашиглавал мастер тэгшитгэл нь дараах байдлаар бичигдэнэ.

$$\dot{P}(n) = a_{n-1} P(n-1) - (a_n + b_{n-1}) P(n) + b_n P(n+1), \quad (2.34)$$

үүнд a_n, b_n коэффициентүүд нь

$$\begin{aligned} a_n &= r \varrho_{aa} \left[\sin^2(\Lambda_n \tau) + \frac{4\Omega^2}{\Lambda_n^2} \sin^4 \left(\frac{\Lambda_n^2 \tau}{2} \right) \right] \frac{\lambda_n^2}{\Lambda_n^2} + \gamma n_b (n+1), \\ b_n &= \left[r \varrho_{bb} \sin^2(\Lambda_n \tau) + r \varrho_{cc} \frac{4\Omega^2}{\Lambda_n^2} \sin^4 \left(\frac{\Lambda_n^2 \tau}{2} \right) \right] \frac{\lambda_n^2}{\Lambda_n^2} + \gamma (n_b + 1)(n+1), \end{aligned} \quad (2.35)$$

2.3 СТАЦИОНАР ТӨЛӨВ

Тэгшитгэл (2.34)-т байгаа $P(n)$ -ийн хугацааны уламжлалыг тэгтэй тэнцүүлснээр стационар төлөвийн фотоны тооныг түгэлтийг балансын тэгшитгэл ашиглан олж болно.

$$P(n) = P(0) \prod_{k=0}^{n-1} \frac{a_k}{b_k}, \quad (2.36)$$

энд байгаа $P(0)$ -ийг нормчлолын нөхцлөөс олно. Бид тэгшитгэл (2.34)-г гадны орны Раби давтамж Ω нь фотоны тооноос олон дахин их үед бодъё. Өөрөөр хэлбэл

$$\Omega^2 \gg g^2(n+1) \quad (2.37)$$

бөгөөд энэ нөхцлийг (2.35)-д ашиглавал тэгшитгэл (2.34) нь дараах хэлбэртэй болно

$$\dot{P}(n) = A[nP(n-1) - (n+1)P(n)] - B[nP(n) - (n+1)P(n+1)] \quad (2.38)$$

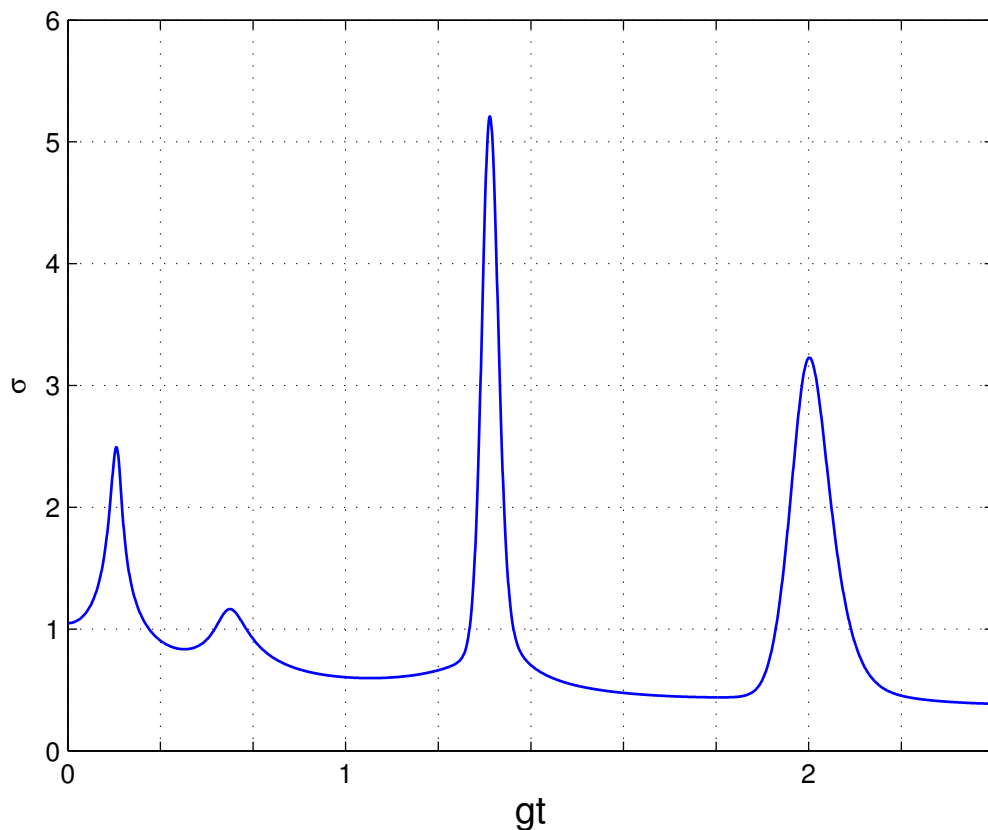
энд байгаа коэффициентүүд A болон B нь

$$A = r \varrho_{aa} \frac{4g^2}{\Omega^2} \sin^2 \left(\frac{\Omega \tau}{2} \right) + \gamma n_b \quad (2.39)$$

$$B = \left[r \varrho_{bb} \cos^2 \left(\frac{\Omega \tau}{2} \right) + r \varrho_{cc} \sin^2 \left(\frac{\Omega \tau}{2} \right) \right] \frac{4g^2}{\Omega^2} \sin^2 \left(\frac{\Omega \tau}{2} \right) + \gamma (n_b + 1) \quad (2.40)$$

Гадны орноор жолоодогдож буй 3 түвшинт атомтай харилцан үйлчлэлцэж байгаа микромазерийн хувьд резонаторын орны хувирлыг бодох мастер тэгшитгэлийг Хамильтонианы операторын хувийн төлөв ашиглан бодож гаргалаа. Энэхүү мастер тэгшитгэлээ ашиглан микромазерийн орны стационар төлөвийн фотон тооны статистикийг бодож аналитик шийд оллоо. Эдгээр үр дүн нь Ц.Ганцог, Ж.М.Майер, М.О.Скалли, Х.Волтер нарын гаргасан үр дүнтэй[11] сайтар тохирч байна. Гаргасан аналитик илэрхийллээ ашиглан фотон тооны дундаж утга болон фотон тооны флуктуацын атом-орны харилцан үйлчлэлийн хугацаа $g\tau$ -с хамаарах хамаарлыг Зураг 2.2-2.9-д үзүүллээ.

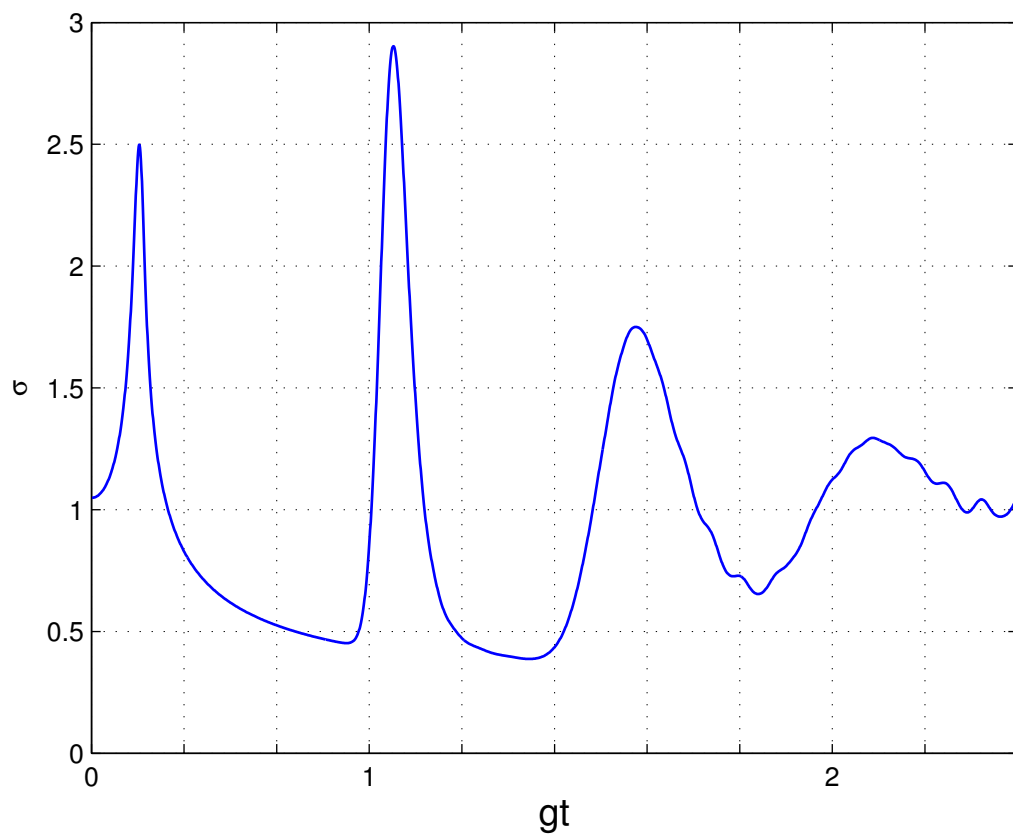
Зураг 2.2, 2.3, 2.4, 2.5-д фотоны тооны түгэлтийн стандарт хазайлт болон харилцан үйлчлэлийн хугацааны хамаарлыг үзүүллээ. Ингэхдээ бид дулааны фотоны тоог тэг гэж үзсэн болно. Зураг 2.6-д гадны когерент орныг $\Omega/g = 0$ гэж тооцлоо. Хугацааны эхний



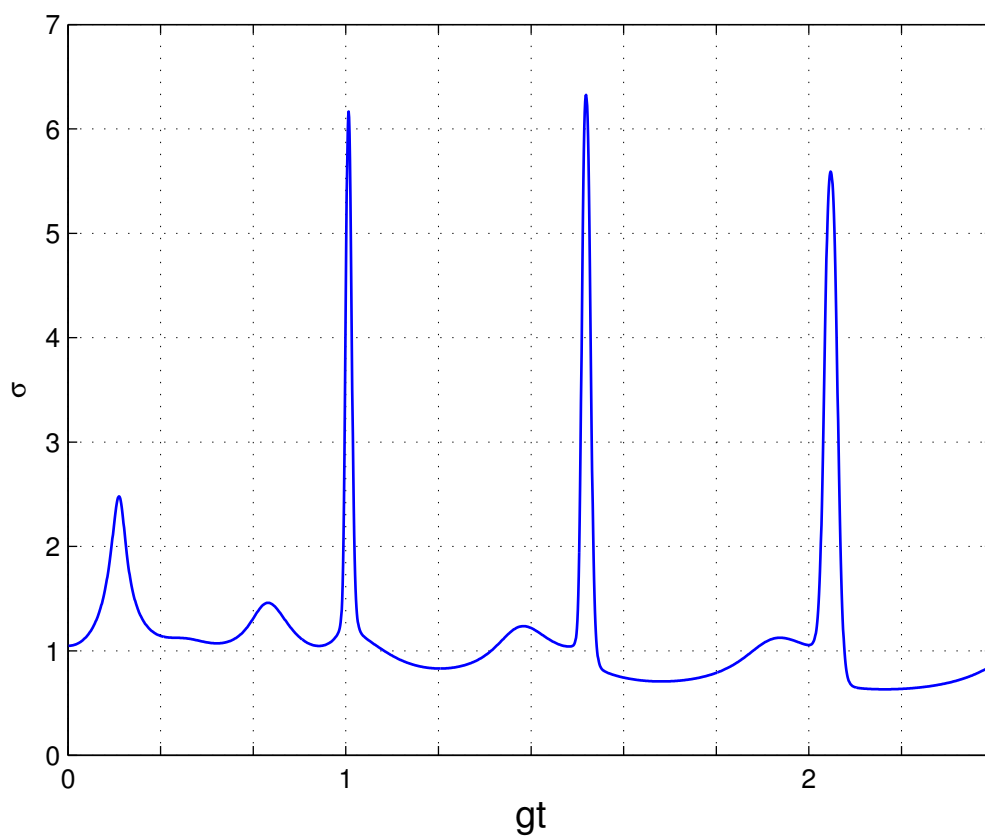
Зураг 2.2: Фотон тооны түгэлтийн стандарт хазайлт атом-орны харилцан үйлчлэлийн хугацаа $g\tau$ -с хамаарах хамаарал $\varrho_{aa} = 1, r/\gamma = 50, n_{th} = 0$ бөгөөд $\Omega/g = 0$ байх тохиолдолд

эгшинд хүчтэй супер-Пуассон ажиглагдаж байсан бол хугацаа өнгөрхөд супер-Пуассон аажмаар суб-Пуассон болж байна. Цаашид хугацааны ихэнх мужуудад суб-Пуассоны статистик ажиглагдаж байна. Харин гадны орны давтамжийг ихэсгэхэд суб-Пуассоны статистик аажмаар өөрчлөгдөж супер-Пуассоны статистиктай болж байна. $\Omega/g = 16$ байхад бүрэн супер-Пуассоны статистикт шилжиж байна.

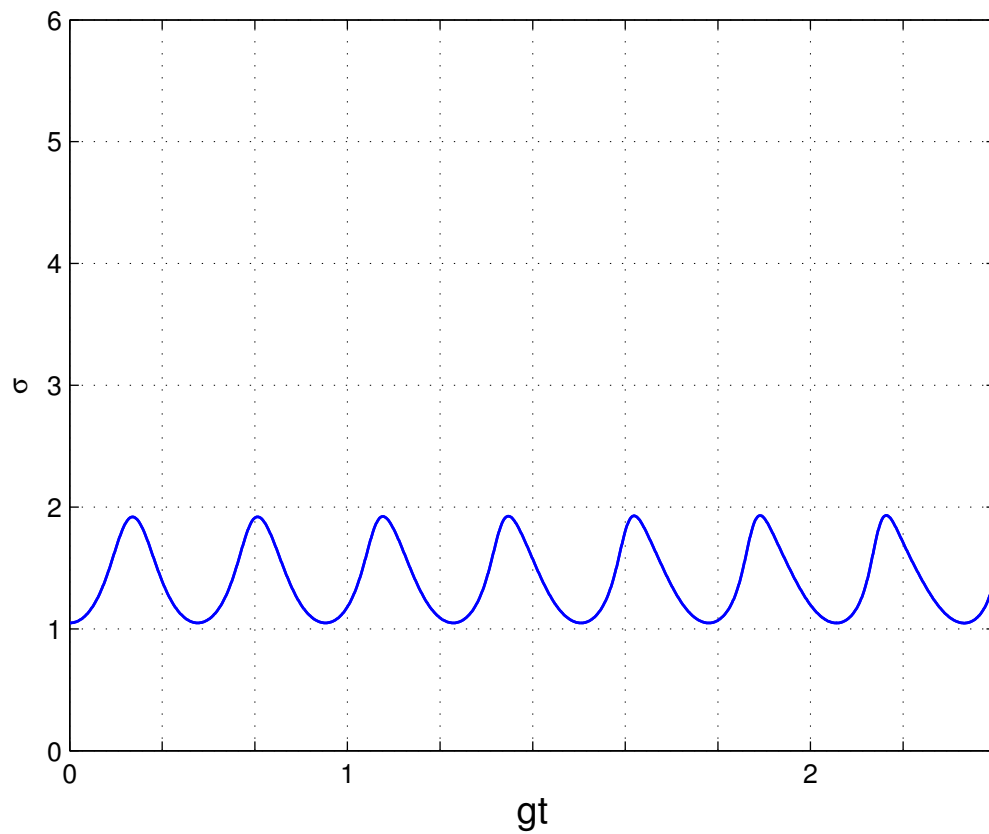
Зураг 2.6, 2.7, 2.8, 2.9-д фотоны дундаж тоо болон харилцан үйлчлэлийн хугацаа $g\tau$ -ийн хугацааны хамаарлыг харууллаа. Гадны орон байхгүй тохиолдолд $g\tau = 0.23$ хүртэл хамгийн их утгандаа хүрээд буурч байна. Харилцан үйлчлэлийн хугацаа $g\tau = 0$ эхлээд өсөхөд фотоны дундаж тоонд огцом өсөлт ажиглагдсан ба $g\tau = 0.23$ үед хамгийн их утгандаа хүрээд дахин буурч байна. Өөрөөр хэлбэл хугацааны энэ эгшинд резонатор луу орж байгаа бараг бүх атомууд фотон цацаргаж байгааг илтгэж байна.



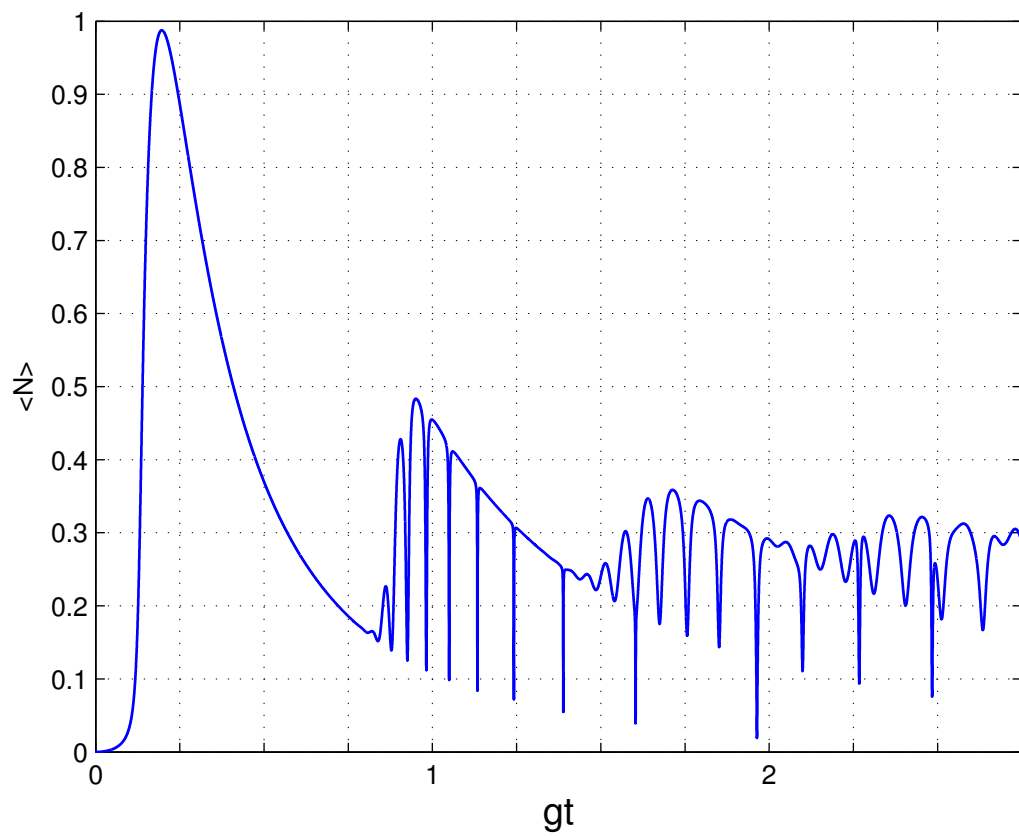
Зураг 2.3: Фотон тооны түгэлтийн стандарт хазайлт атом-орны харилцан үйлчлэлийн хугацаа gt -с хамаарах хамаарал $\varrho_{aa} = 1, r/\gamma = 50, n_{th} = 0$ бөгөөд $\Omega/g = 4$ байх тохиолдолд



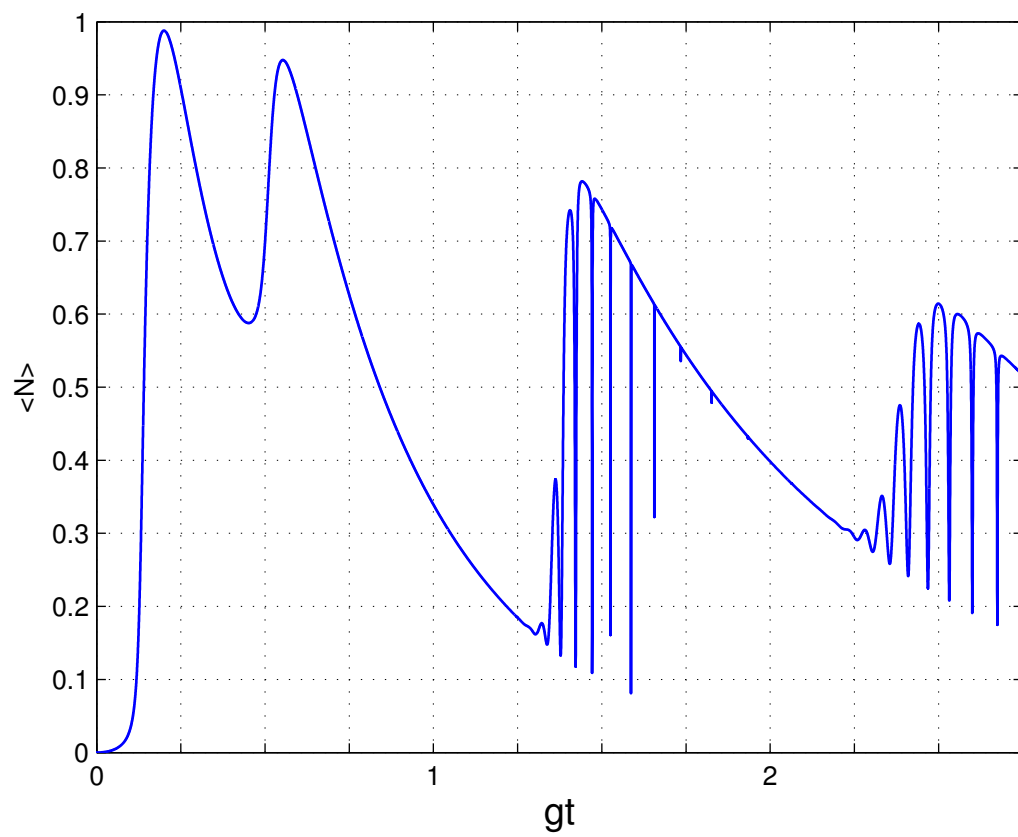
Зураг 2.4: Фотон тооны түгэлтийн стандарт хазайлт атом-орны харилцан үйлчлэлийн хугацаа gt -с хамаарах хамаарал $\varrho_{aa} = 1, r/\gamma = 50, n_{th} = 0$ бөгөөд $\Omega/g = 8$ байх тохиолдолд



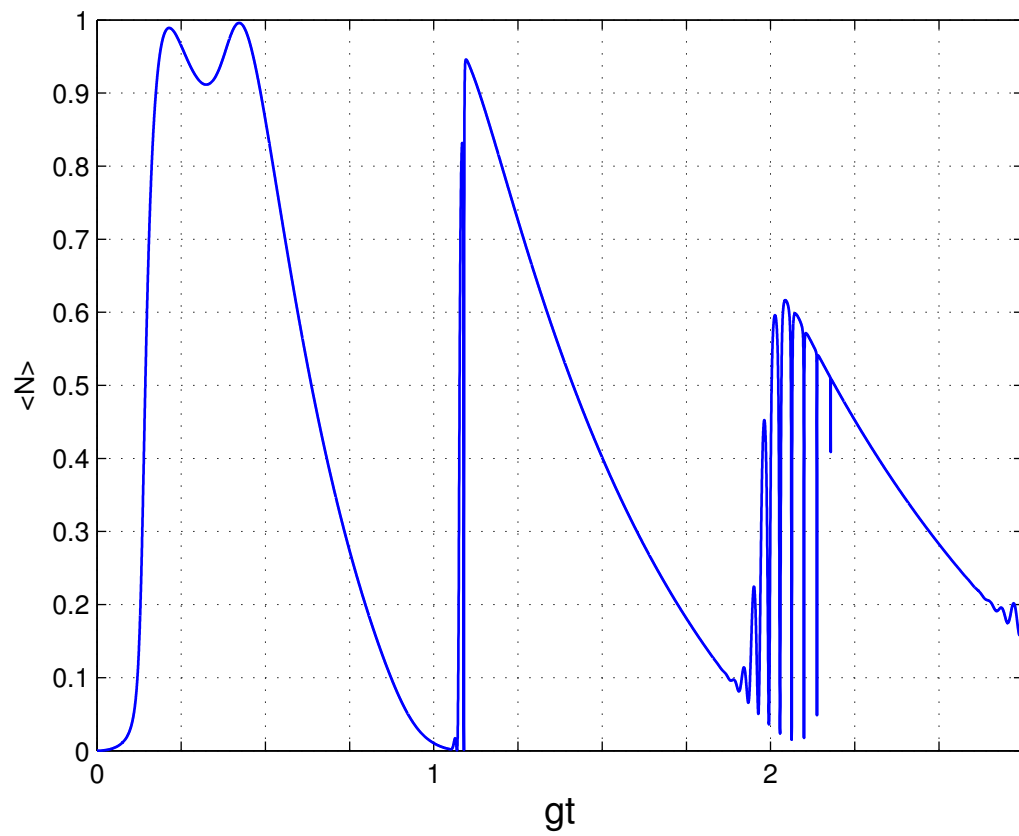
Зураг 2.5: Фотон тооны түгэлтийн стандарт хазайлт атом-орны харилцан үйлчлэлийн хугацаа gt -с хамаарах хамаарал $\varrho_{aa} = 1, r/\gamma = 50, n_{th} = 0$ бөгөөд $\Omega/g = 16$ байх тохиолдолд



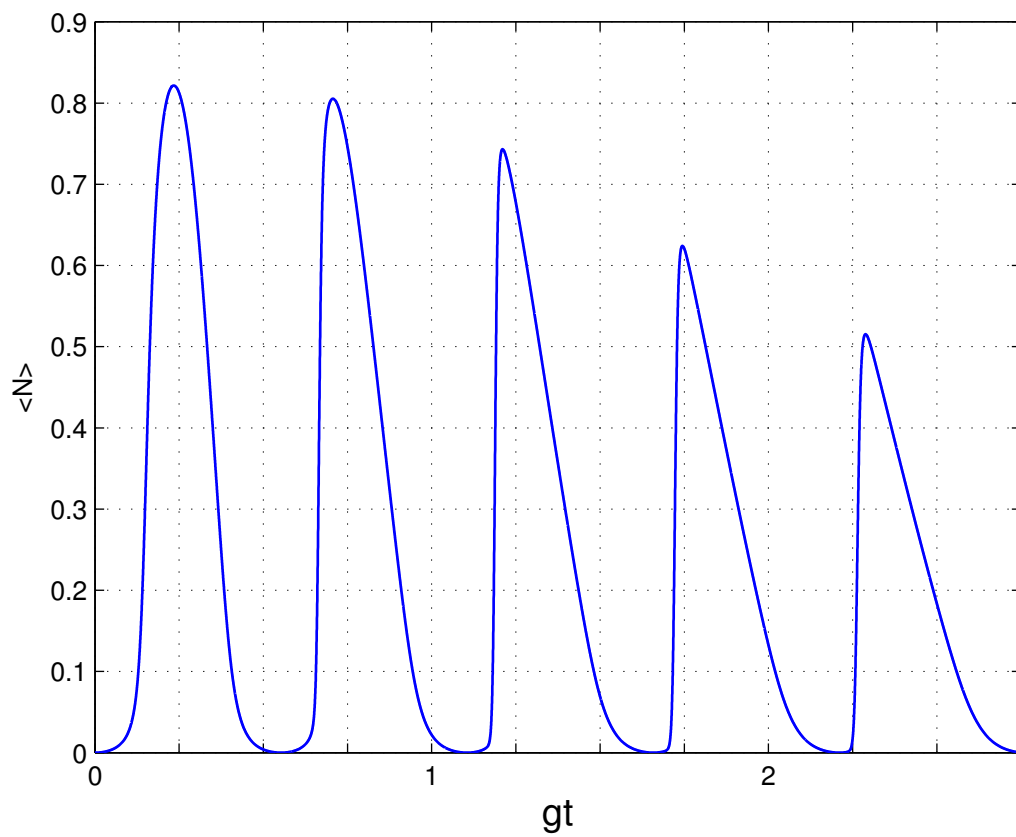
Зураг 2.6: Фотон тооны дундаж утга атом-орны харилцан үйлчлэлийн хугацаа gt -с хамаарах хамаарал $\varrho_{aa} = 1, r/\gamma = 50, n_{th} = 0$ бөгөөд $\Omega/g = 0$ байх тохиолдолд



Зураг 2.7: Фотон тооны дундаж утга атом-орны харилцан үйлчлэлийн хугацаа gt -с хамаарах хамаарал $\varrho_{aa} = 1, r/\gamma = 50, n_{th} = 0$ бөгөөд $\Omega/g = 2.5$ байх тохиолдолд



Зураг 2.8: Фотон тооны дундаж утга атом-орны харилцан үйлчлэлийн хугацаа gt -с хамаарах хамаарал $\varrho_{aa} = 1, r/\gamma = 50, n_{th} = 0$ бөгөөд $\Omega/g = 5$ байх тохиолдолд



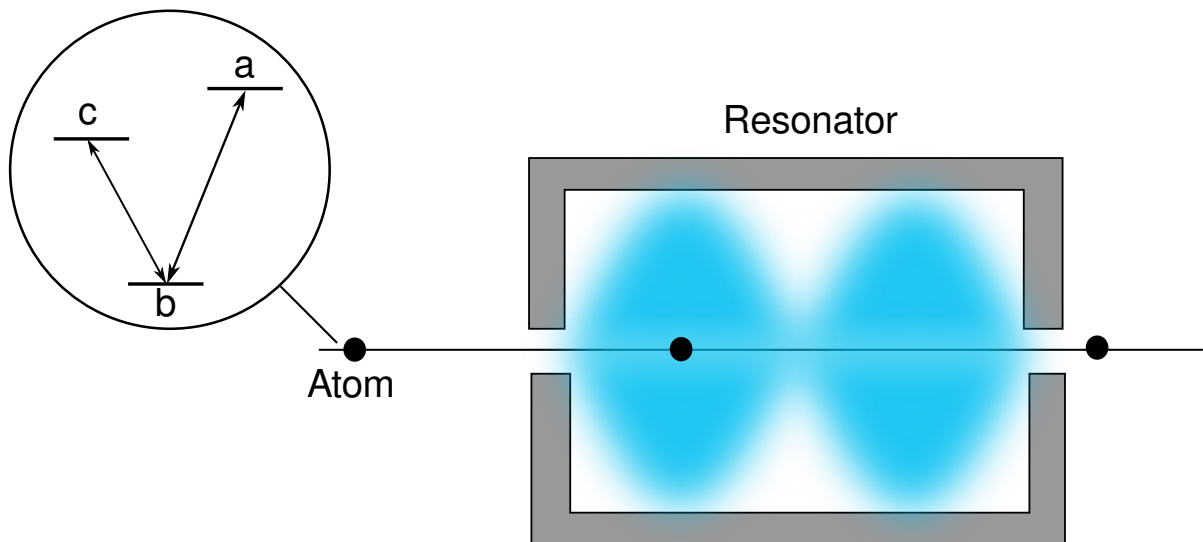
Зураг 2.9: Фотон тооны дундаж утга атом-орны харилцан үйлчлэлийн хугацаа gt -с хамаарах хамаарал $\varrho_{aa} = 1, r/\gamma = 50, n_{th} = 0$ бөгөөд $\Omega/g = 10$ байх тохиолдолд

Атом орны харилцан үйлчлэл

3.1 ЗАГВАР

Энэ удаад харгалзан n_1, n_2 гэсэн фотонтой 2 хэлбэлзэл бүхий резонаторын орныг сонгож авъя. Резонаторын орны хоёр хэлбэлзэл бүхий оронтой харилцан үйлчилж байгаа атомууд нь V-төрлийн гурван түвшинт атомууд байна. Учир нь Λ -төрлийн гурван түвшинт атомуудын хувьд резонаторын оронтой харилцан үйлчлэлийг тооцсон ажлууд[9][10] хийгдсэн байдаг тул бид V-төрлийн гурван түвшинт атомыг сонгож авлаа. Гэхдээ энэ тохиолдолд бид атомыг гадны когерент орноор жолоодохгүй.

Атомын $a \leftrightarrow b$ болон $b \leftrightarrow c$ түвшингүүдийн хоорондох шилжилтүүд нь резонаторын орны хэлбэлзэл 1, 2-т харгалзан резонанс байна. Харин $a \leftrightarrow c$ түвшингүүдийн хоорондох шилжилт нь диполийн хувьд хориотой. Энд авч үзэж байгаа загварын ерөнхий схемыг Зураг 3.1-д үзүүлээ.



Зураг 3.1: Гурван түвшинт атом болон хоёр хэлбэлзэл бүхий резонатор

Өмнө үзсэн ёсоор атом-орны харилцан үйлчлэлийн хугацааг резонаторын орны унтрал явагдах хугацаанаас олон дахин бага гэж үзнэ. Иймд атом резонатор дотор байх тохиолдолд орны унтралыг тооцохгүй. Ингэж үзээд эхлээд атом-орны харилцан үйлчлэлийг бодъё.

3.1.1 Хамильтониан, түүний хувийн утгууд

Квант механикт системийн бүтэн энергид харгалзах оператор нь Хамильтониан байдаг. Иймд 3 түвшинт атом, 2 хэлбэлзэлтэй резонаторын орон хоёроос тогтсон системийн харилцан үйлчлэлийн Хамильтониан нь дараах байдлаар бичигдэнэ.

$$H_{AF} = \hbar g_1(|b\rangle\langle a|\hat{a}_1^\dagger + |a\rangle\langle b|\hat{a}_1) + \hbar g_2(|b\rangle\langle c|\hat{a}_2^\dagger + |c\rangle\langle b|\hat{a}_2) \quad (3.1)$$

Энд $\hat{a}_i^\dagger, \hat{a}_i (i = 1, 2)$ резонаторын орны устгагч болон төрүүлэгч операторууд. Дээрх Хамильтонианы хувьд хувийн утга, хувийн төлөвийн бодлогыг бодъё.

$$H_{AF}|\Psi_i\rangle = \hbar\Lambda_{n_1, n_2}|\Psi_i\rangle, \quad i = +, -, 0 \quad (3.2)$$

$$|\Psi_i(n_1, n_2)\rangle = [a|a\rangle + b|b\rangle + c|c\rangle]|n_1, n_2\rangle \quad (3.3)$$

Тэгшитгэл (3.1) болон (3.3)-ийг (3.2)-т орлуулж хялбарчилсны дараагаар

$$[g_1\hat{a}_1^\dagger|a\rangle b + (g_1\hat{a}_1 a + g_2\hat{a}_2 c)|b\rangle + g_2\hat{a}_2^\dagger|c\rangle b]|n_1, n_2\rangle = \Lambda_{n_1, n_2}[a|a\rangle + b|b\rangle + c|c\rangle]|n_1, n_2\rangle \quad (3.4)$$

хэлбэртэй болох бөгөөд үүнийг матриц хэлбэртэй бичиж

$$\begin{pmatrix} -\Lambda_{n_1, n_2} & g_1\hat{a}_1^\dagger|a; n_1, n_2\rangle & 0 \\ g_1\hat{a}_1|b; n_1, n_2\rangle & -\Lambda_{n_1, n_2} & g_2\hat{a}_2|b; n_1, n_2\rangle \\ 0 & g_2\hat{a}_2^\dagger|c; n_1, n_2\rangle & -\Lambda_{n_1, n_2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = 0 \quad (3.5)$$

тодорхойлогч нь тэгтэй тэнцүү байх нөхцлөөс Λ_n -ийг олбол

$$\Lambda_{n_1, n_2} = 0, \quad \Lambda_{n_1, n_2} = \pm\sqrt{\lambda_{1, n_1}^2 + \lambda_{2, n_2}^2} \quad (3.6)$$

болно. Үүнд:

$$\lambda_{1, n_1} = g_1\sqrt{n_1 + 1}, \quad \lambda_{2, n_2} = g_2\sqrt{n_2 + 1} \quad (3.7)$$

Дээрх хувийн утгуудад харгалзах хувийн төлөвүүдийг нь олж бичвэл

$$\begin{aligned} |\Psi_+; n_1, n_2\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left(|b; n_1, n_2\rangle + \frac{\lambda_{1, n_1}|a; n_1 + 1, n_2\rangle + \lambda_{2, n_2}|c; n_1, n_2 + 1\rangle}{\Lambda_{n_1, n_2}} \right) \\ |\Psi_0; n_1, n_2\rangle &= \frac{\lambda_{2, n_2}|a; n_1 + 1, n_2\rangle - \lambda_{1, n_1}|c; n_1, n_2 + 1\rangle}{\Lambda_{n_1, n_2}} \\ |\Psi_-; n_1, n_2\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left(|b; n_1, n_2\rangle - \frac{\lambda_{1, n_1}|a; n_1 + 1, n_2\rangle + \lambda_{2, n_2}|c; n_1, n_2 + 1\rangle}{\Lambda_{n_1, n_2}} \right) \end{aligned}$$

энд байгаа n_1, n_2 нь эерэг бүхэл тоонууд ($n_1, n_2 \in N$). Хувийн утга болон хувийн төлөвүүдээр нь ялган бичвэл

$$\begin{aligned} H_{AF}|\Psi_+; n_1, n_2\rangle &= \Lambda_{n_1, n_2}|\Psi_+; n_1, n_2\rangle, \\ H_{AF}|\Psi_0; n_1, n_2\rangle &= 0, \\ H_{AF}|\Psi_-; n_1, n_2\rangle &= -\Lambda_{n_1, n_2}|\Psi_-; n_1, n_2\rangle \end{aligned}$$

болох ба $|a; n_1, n_2\rangle, |b; n_1, n_2\rangle$ болон $|c; n_1, n_2\rangle$ төлөвүүдийг $|\Psi_+\rangle, |\Psi_-\rangle, |\Psi_0\rangle$ төлөвүүдээр илэрхийлбэл

$$\begin{aligned} |a; n_1, n_2\rangle &= \left\{ \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\lambda_{1,n_1-1}}{\Lambda_{n_1-1,n_2}} \left[|\Psi_+\rangle - |\Psi_-\rangle \right] + \frac{\lambda_{2,n_2}}{\Lambda_{n_1-1,n_2}} |\Psi_0\rangle \right\} |n_1-1, n_2\rangle \\ |b; n_1, n_2\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left[|\Psi_+\rangle + |\Psi_-\rangle \right] |n_1, n_2\rangle \\ |c; n_1, n_2\rangle &= \left\{ \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\lambda_{2,n_2-1}}{\Lambda_{n_1,n_2-1}} \left[|\Psi_+\rangle - |\Psi_-\rangle \right] - \frac{\lambda_{1,n_1}}{\Lambda_{n_1,n_2-1}} |\Psi_0\rangle \right\} |n_1, n_2-1\rangle \end{aligned}$$

3.1.2 Долгион функцийн хугацааны хамаарал

Одоо долгион функцийн хугацааны хамаарлыг олохын тулд анхны төлөвийг дараах байдлаар сонгоё

$$|\Psi(0)\rangle = [a_0|a\rangle + b_0|b\rangle + c_0|c\rangle] |n_1, n_2\rangle \quad (3.8)$$

энд өмнө олсон $|a; n_1, n_2\rangle, |b; n_1, n_2\rangle$ болон $|c; n_1, n_2\rangle$ төлөвүүдээ орлуулж долгионы функцийн анхны төлөвийг бичвэл

$$\begin{aligned} |\Psi(0)\rangle &= a_0 \left\{ \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\lambda_{1,n_1-1}}{\Lambda_{n_1-1,n_2}} \left[|\Psi_+\rangle - |\Psi_-\rangle \right] + \frac{\lambda_{2,n_2}}{\Lambda_{n_1-1,n_2}} |\Psi_0\rangle \right\} |n_1-1, n_2\rangle \\ &+ b_0 \frac{1}{\sqrt{2}} \left[|\Psi_+\rangle + |\Psi_-\rangle \right] |n_1, n_2\rangle \\ &+ c_0 \left\{ \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\lambda_{2,n_2-1}}{\Lambda_{n_1,n_2-1}} \left[|\Psi_+\rangle - |\Psi_-\rangle \right] - \frac{\lambda_{1,n_1}}{\Lambda_{n_1,n_2-1}} |\Psi_0\rangle \right\} |n_1, n_2-1\rangle \end{aligned}$$

Нэгэнт долгион функцийн анхны төлөвийг бичсэн болохоор одоо түүний хугацааны хамаарлыг нь бичье.

$$|\Psi(t)\rangle = U(t)|\Psi(0)\rangle = \exp(-iH_{AF}t)|\Psi(0)\rangle \quad (3.9)$$

Энд байгаа $U(t)$ -нь унитар оператор. $|\Psi(0)\rangle$ -г (3.9)-д орлуулбал

$$\begin{aligned} |\Psi(t)\rangle &= a_0 \left\{ \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\lambda_{1,n_1-1}}{\Lambda_{n_1-1,n_2}} \left[|\Psi_+\rangle e^{-i\Lambda_{n_1-1,n_2}t} - |\Psi_-\rangle e^{i\Lambda_{n_1-1,n_2}t} \right] + \frac{\lambda_{2,n_2}}{\Lambda_{n_1-1,n_2}} |\Psi_0\rangle \right\} |n_1-1, n_2\rangle \\ &+ b_0 \frac{1}{\sqrt{2}} \left[|\Psi_+\rangle e^{-i\Lambda_{n_1,n_2}t} + |\Psi_-\rangle e^{i\Lambda_{n_1,n_2}t} \right] |n_1, n_2\rangle \\ &+ c_0 \left\{ \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\lambda_{2,n_2-1}}{\Lambda_{n_1,n_2-1}} \left[|\Psi_+\rangle e^{-i\Lambda_{n_1,n_2-1}t} - |\Psi_-\rangle e^{i\Lambda_{n_1,n_2-1}t} \right] - \frac{\lambda_{1,n_1}}{\Lambda_{n_1,n_2-1}} |\Psi_0\rangle \right\} |n_1, n_2-1\rangle. \end{aligned}$$

болно. Иймд дээрх тэгшитгэлд Хамильтонианы $|\Psi_+\rangle, |\Psi_-\rangle, |\Psi_0\rangle$ гэсэн хувийн төлөвүүдээ орлуулж Эйлерийн адилтгал

$$\begin{aligned} e^{i\alpha} &= \cos \alpha + i \sin \alpha \\ e^{-i\alpha} &= \cos \alpha - i \sin \alpha \end{aligned}$$

болохыг тооцоод (3.9)-д байгаа долгион функцийн хугацааны хамаарлыг олбол

$$\begin{aligned}
|\psi(t)\rangle &= \left\{ a_0 \left[\frac{\lambda_{1,n_1-1}^2}{\Lambda_{n_1-1,n_2}^2} \cos(\Lambda_{n_1-1,n_2} t) - \frac{\lambda_{2,n_2}^2}{\Lambda_{n_1-1,n_2}^2} \right] |n_1, n_2\rangle - b_0(i) \frac{\lambda_{1,n_1}}{\Lambda_{n_1,n_2}} \sin(\Lambda_{n_1,n_2} t) |n_1 + 1, n_2\rangle \right. \\
&+ c_0 \frac{\lambda_{1,n_1} \lambda_{2,n_2-1}}{\Lambda_{n_1,n_2-1}^2} [\cos(\Lambda_{n_1,n_2-1} t) - 1] |n_1 + 1, n_2 - 1\rangle \left. \right\} |a\rangle \\
&+ \left\{ a_0(-i) \frac{\lambda_{1,n_1-1}}{\Lambda_{n_1-1,n_2}} \sin(\Lambda_{n_1-1,n_2} t) |n_1 - 1, n_2\rangle + b_0 \cos(\Lambda_{n_1,n_2} t) |n_1\rangle \right. \\
&+ c_0(-i) \frac{\lambda_{2,n_2-1}}{\Lambda_{n_1,n_2-1}} \sin(\Lambda_{n_1,n_2-1} t) |n_1, n_2 - 1\rangle \left. \right\} |b\rangle \\
&+ \left\{ a_0 \frac{\lambda_{1,n_1-1} \lambda_{2,n_2}}{\Lambda_{n_1-1,n_2}^2} [\cos(\Lambda_{n_1-1,n_2} t) - 1] |n_1 - 1, n_2 - 1\rangle - b_0(i) \frac{\lambda_{2,n_2}}{\Lambda_{n_1,n_2}} \sin(\Lambda_{n_1,n_2} t) |n_1, n_2 + 1\rangle \right. \\
&+ c_0 \left[\frac{\lambda_{2,n_2-1}^2}{\Lambda_{n_1,n_2-1}^2} \cos(\Lambda_{n_1,n_2-1} t) + \frac{\lambda_{1,n_1}^2}{\Lambda_{n_1,n_2-1}^2} \right] |n_1, n_2\rangle \left. \right\} |c\rangle
\end{aligned} \tag{3.10}$$

болно. Үүнд: a_0, b_0, c_0 бол $t = 0$ эгшин дэх атомын төлөвүүдэд харгалзах коэффициент бөгөөд түүний квадрат нь атомын тухайн төлөвт олдох магадлалыг илэрхийлнэ.

3.2 МАСТЕР ТЭГШИТГЭЛ

Энэ хүртэл бид Хамильтониан (3.1)-н хувийн төлөвүүдийг олох замаар долгион функцийн хугацааны хамаарлыг бодож гаргалаа. Одоо энэхүү долгион функцийн хугацааны хамаарал (3.10)-г ашиглан резонаторын орны хувирлыг бодох мастер тэгшитгэлийг гаргая. Үүний тулд эхлээд матрицын элементүүдийг нь олж бичвэл:

$$\begin{aligned}
\langle a; n'_1, n'_2 | U(t) | a; n_1, n_2 \rangle &= \left[1 - 2 \frac{\lambda_{1,n_1-1}^2}{\Lambda_{n_1-1,n_2}^2} \sin^2 \left(\frac{\Lambda_{n_1-1,n_2}}{2} t \right) \right] \delta_{n'_1, n_1} \delta_{n'_2, n_2} \\
\langle b; n'_1, n'_2 | U(t) | a; n_1, n_2 \rangle &= (-i) \frac{\lambda_{1,n_1}}{\Lambda_{n_1,n_2}} \sin(\Lambda_{n_1,n_2} t) \delta_{n'_1, n_1+1} \delta_{n'_2, n_2} \\
\langle c; n'_1, n'_2 | U(t) | a; n_1, n_2 \rangle &= -2 \frac{\lambda_{1,n_1} \lambda_{2,n_2-1}}{\Lambda_{n_1,n_2-1}^2} \sin^2 \left(\frac{\Lambda_{n_1,n_2-1}}{2} t \right) \delta_{n'_1, n_1+1} \delta_{n'_2, n_2-1} \\
\langle a; n'_1, n'_2 | U(t) | b; n_1, n_2 \rangle &= (-i) \frac{\lambda_{1,n_1-1}}{\Lambda_{n_1-1,n_2}} \sin(\Lambda_{n_1-1,n_2} t) \delta_{n'_1, n_1-1} \delta_{n'_2, n_2} \\
\langle b; n'_1, n'_2 | U(t) | b; n_1, n_2 \rangle &= \cos(\Lambda_{n_1,n_2} t) \delta_{n'_1, n_1} \delta_{n'_2, n_2} \\
\langle c; n'_1, n'_2 | U(t) | b; n_1, n_2 \rangle &= (-i) \frac{\lambda_{2,n_2-1}}{\Lambda_{n_1,n_2-1}} \sin(\Lambda_{n_1,n_2-1} t) \delta_{n'_1, n_1} \delta_{n'_2, n_2-1}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\langle a; n'_1, n'_2 | U(t) | c; n_1, n_2 \rangle &= -2 \frac{\lambda_{1, n_1-1} \lambda_{2, n_2}}{\Lambda_{n_1-1, n_2}^2} \sin^2 \left(\frac{\Lambda_{n_1-1, n_2}}{2} t \right) \delta_{n'_1, n_1-1} \delta_{n'_2, n_2+1} \\
\langle b; n'_1, n'_2 | U(t) | c; n_1, n_2 \rangle &= (-i) \frac{\lambda_{2, n_2}}{\Lambda_{n_1, n_2}} \sin(\Lambda_{n_1, n_2} t) \delta_{n'_1, n_1} \delta_{n'_2, n_2+1} \\
\langle c; n'_1, n'_2 | U(t) | c; n_1, n_2 \rangle &= \left(1 - 2 \frac{\lambda_{2, n_2-1}^2}{\Lambda_{n_1, n_2-1}^2} \sin^2 \left(\frac{\Lambda_{n_1, n_2-1}}{2} t \right) \right) \delta_{n'_1, n_1} \delta_{n'_2, n_2}
\end{aligned}$$

3.2.1 Микромазер

Нягтын матриц ϱ -нь фотоны орны устгагч, төрүүлэгч операторууд болох \hat{a} болон \hat{a}^\dagger -аас дангаар нь хамаарахгүй бөгөөд зөвхөн фотоны тооны оператор $\hat{a}^\dagger \hat{a}$ -аас хамаарна. Иймд түүний диагоналийн $\varrho = \langle n | \varrho(\hat{a}^\dagger \hat{a}) | n \rangle$ төлөвүүд нь резонаторт n фотон олдох магадлалыг өгнө. Резонаторын орны нягтын матриц ϱ -ийн хугацааны хувирал нь дараах тэгшитгэлээр тодорхойлогдоно.

$$\dot{\varrho} = r \delta_\tau \varrho + L \varrho \quad (3.11)$$

$$\delta_\tau \varrho = \text{Tr}_{(A)} \{ U(\tau) \varrho_A(0) \otimes \varrho U^\dagger(\tau) \} - \varrho \quad (3.12)$$

$\delta_\tau \varrho$ бол ганц атом резонаторын оронтой харилцан үйлчлээд гарсны дараа резонаторын оронд гарах өөрчлөлтийг илэрхийлнэ. Харин түүнийг атомыг оруулах харьцаа r -ээр үржүүлбэл резонаторын оронд гарсан нийт өөрчлөлтийг илтгэнэ. τ -нь атом резонатораар нисч өнгөрөх хугацаа.

$$\varrho_{aa} + \varrho_{bb} + \varrho_{cc} = 1$$

Энд Лиувиллын оператор нь нэгдүгээр бүлэгт үзсэн ёсоор

$$\begin{aligned}
L \varrho &= \frac{1}{2} \gamma_{m1} (n_{m1} + 1) (2 \hat{a}_1 \varrho \hat{a}_1^\dagger - \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_1 \varrho - \varrho \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_1) + \\
&+ \frac{1}{2} \gamma_{m1} n_{m1} (2 \hat{a}_1^\dagger \varrho \hat{a}_1 - \hat{a}_1 \hat{a}_1^\dagger \varrho - \varrho \hat{a}_1 \hat{a}_1^\dagger) + \\
&+ \frac{1}{2} \gamma_{m2} (n_{m2} + 1) (2 \hat{a}_2 \varrho \hat{a}_2^\dagger - \hat{a}_2^\dagger \hat{a}_2 \varrho - \varrho \hat{a}_2^\dagger \hat{a}_2) + \\
&+ \frac{1}{2} \gamma_{m2} n_{m2} (2 \hat{a}_2^\dagger \varrho \hat{a}_2 - \hat{a}_2 \hat{a}_2^\dagger \varrho - \varrho \hat{a}_2 \hat{a}_2^\dagger)
\end{aligned}$$

энд байгаа n_{m1}, n_{m2} гэдэг нь харгалзан резонаторын орны хэлбэлзэл 1 болон 2-т байх дулааны фотоны тоо, γ_{m1}, γ_{m2} -нь резонаторын орны хэлбэлзэл 1 болон 2-т харгалзах унтралын харьцаа. Энэ хэмжигдэхүүн орны унтрал хэр хурдан явагдахыг илэрхийлнэ. $\hat{a}_i, \hat{a}_i^\dagger, i = 1, 2$ фотоны орны устгагч, төрүүлэгч операторууд. Эхлээд фотоны орны өөрчлөлтийг тооцъё

$$\delta_\tau^{jj} \varrho = \text{Tr}_{(A)} \{ U(\tau) |j\rangle \langle j| \otimes \varrho U^\dagger(\tau) \} - \varrho, \quad j = a, b, c \quad (3.13)$$

үүнийг ашиглан $\delta^{(aa)} \varrho, \delta^{(bb)} \varrho$ болон $\delta^{(cc)} \varrho$ -г бодвол

$$\begin{aligned}
\delta^{(aa)} \varrho(n_1, n_2; n'_1, n'_2) &= ([1 - \lambda_{1, n_1-1}^2 J_{n_1-1, n_2}] [1 - \lambda_{1, n'_1-1}^2 J_{n'_1-1, n'_2}] - 1) \varrho(n_1, n_2; n'_1, n'_2) \\
&+ \Omega_{n_1, n'_1} K_{n_1, n_2; n'_1, n'_2} \varrho(n_1 + 1, n_2; n'_1 + 1, n'_2) \\
&+ \Omega_{n_1, n'_1} \Omega_{n_2-1, n'_2-1} J_{n_1, n_2-1; n'_1, n'_2-1}^2 \varrho(n_1 + 1, n_2 - 1; n'_1 + 1, n'_2 - 1)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\delta^{(bb)} \varrho(n_1, n_2; n'_1, n'_2) &= \Omega_{n_1-1, n'_1-1} K_{n_1-1, n_2; n'_1-1, n'_2} \varrho(n_1 - 1, n_2; n'_1 - 1, n'_2) \\
&+ (\cos(\Lambda_{n_1, n_2} \tau) \cos(\Lambda_{n'_1, n'_2} \tau) - 1) \varrho(n_1, n_2; n'_1, n'_2) \\
&+ \Omega_{n_2-1, n'_2-1} K_{n_1, n_2-1; n'_1, n'_2-1} \varrho(n_1, n_2 - 1; n'_1, n'_2 - 1)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\delta^{(cc)} \varrho(n_1, n_2; n'_1, n'_2) &= ([1 - \lambda_{2, n_2-1}^2 J_{n_1, n_2-1}] [1 - \lambda_{2, n'_2-1}^2 J_{n'_1, n'_2-1}] - 1) \varrho(n_1, n_2; n'_1, n'_2) \\
&+ \Omega_{n_2, n'_2} K_{n_1, n_2; n'_1, n'_2} \varrho(n_1, n_2 + 1; n'_1, n'_2 + 1) \\
&+ \Omega_{n_1-1, n'_1-1} \Omega_{n_2, n'_2} J_{n_1-1, n_2; n'_1-1, n'_2}^2 \varrho(n_1 - 1, n_2 + 1; n'_1 - 1, n'_2 + 1)
\end{aligned}$$

Үүнд:

$$\begin{aligned}
\Omega_{n_1, n'_1} &= \lambda_{1, n_1} \lambda_{1, n'_1} & \Omega_{n_2, n'_2} &= \lambda_{2, n_2} \lambda_{2, n'_2} \\
J_{n_1, n_2; n'_1, n'_2} &= \frac{2 \sin(\Lambda_{n_1, n_2} \tau / 2) \sin(\Lambda_{n'_1, n'_2} \tau / 2)}{\Lambda_{n_1, n_2} \Lambda_{n'_1, n'_2}} & K_{n_1, n_2; n'_1, n'_2} &= \frac{\sin(\Lambda_{n_1, n_2} \tau) \sin(\Lambda_{n'_1, n'_2} \tau)}{\Lambda_{n_1, n_2} \Lambda_{n'_1, n'_2}}
\end{aligned}$$

Энд бяцхан тайлбар хийе. Жишээ нь $\delta^{(aa)} \varrho(n_1, n_2; n'_1, n'_2)$ гэдэг нь дандаа өдөөгдсөн төлөвтөө орж байгаа атомуудын резонаторын оронд оруулах өөрчлөлтийг тодорхойлно. Харин $\delta^{(bb)} \varrho(n_1, n_2; n'_1, n'_2)$ болон $\delta^{(cc)} \varrho(n_1, n_2; n'_1, n'_2)$ -нь резонатор луу харгалзан $|b\rangle$, $|c\rangle$ төлөвтөө орж байгаа атомуудын резонаторын оронд оруулах өөрчлөлт юм. Иймд бид дурын түвшиндээ орж байгаа атомуудын хувьд резонаторын оронд гарах өөрчлөлтийг тодорхойлоо. Одоо резонатораар дараалсан хоёр атом өнгөрөх хугацаанд орны хувирлыг бодох Лиувиллын операторыг тооцъё

$$\begin{aligned}
L \varrho(n_1, n_2; n'_1, n'_2) &= \frac{1}{2} \gamma_{m1} (n_{m1} + 1) [2 \sqrt{(n_1 + 1)(n'_1 + 1)} \varrho(n_1 + 1, n_2; n'_1 + 1, n'_2) \\
&- (n_1 + n'_1) \varrho(n_1, n_2; n'_1, n'_2)] + \\
&+ \frac{1}{2} \gamma_{m1} n_{m1} [2 \sqrt{n_1 n'_1} \varrho(n_1 - 1, n_2; n'_1 - 1, n'_2) \\
&- (n_1 + n'_1 + 2) \varrho(n_1, n_2; n'_1, n'_2)] + \\
&+ \frac{1}{2} \gamma_{m2} (n_{m2} + 1) [2 \sqrt{(n_2 + 1)(n'_2 + 1)} \varrho(n_1, n_2 + 1; n'_1, n'_2 + 1) \\
&- (n_2 + n'_2) \varrho(n_1, n_2; n'_1, n'_2)] + \\
&+ \frac{1}{2} \gamma_{m2} (n_{m2} + 1) [2 \sqrt{n_2 n'_2} \varrho(n_1, n_2 - 1; n'_1, n'_2 - 1) \\
&- (n_2 + n'_2 + 2) \varrho(n_1, n_2; n'_1, n'_2)]
\end{aligned}$$

Бид мастер тэгшитгэлийг бодоход шаардагдах бүх илэрхийллүүдээ гаргалаа. Иймд өмнөх илэрийллүүдийн хувьд мастер тэгшитгэлийг товч хэлбэрээр бичвэл

$$\begin{aligned} \dot{\varrho}(n_1, n_2; n'_1, n'_2) &= r\varrho_{aa}\delta^{(aa)}\varrho(n_1, n_2; n'_1, n'_2) + r\varrho_{bb}\delta^{(bb)}\varrho(n_1, n_2; n'_1, n'_2) \\ &+ r\varrho_{cc}\delta^{(cc)}\varrho(n_1, n_2; n'_1, n'_2) + L\varrho(n_1, n_2; n'_1, n'_2) \end{aligned} \quad (3.14)$$

Одоо өмнө олсон илэрхийллүүдээ тэгшитгэл (3.14)-д орлуулж мастер тэгшитгэлээ ерөнхийд нь бичье.

$$\begin{aligned} \dot{\varrho}(n_1, n_2) &= r\varrho_{aa}\left\{A\varrho_{n_1, n_2} + \frac{\lambda_{1, n_1}^2}{\Lambda_{n_1, n_2}^2} \sin^2(\Lambda_{n_1, n_2}\tau)\varrho_{n_1+1, n_2}\right. \\ &+ 4\frac{\lambda_{1, n_1}^2\lambda_{2, n_2-1}^2}{\Lambda_{n_1, n_2-1}^2} \sin^4\left(\frac{\Lambda_{n_1, n_2-1}}{2}\tau\right)\varrho_{n_1+1, n_2-1}\left.\right\} \\ &+ r\varrho_{bb}\left\{\frac{\lambda_{1, n_1-1}^2}{\Lambda_{n_1-1, n_2}^2} \sin^2(\Lambda_{n_1-1, n_2}\tau)\varrho_{n_1-1, n_2}\right. \\ &- \sin^2(\Lambda_{n_1, n_2}\tau)\varrho_{n_1, n_2} + \frac{\lambda_{2, n_2-1}^2}{\Lambda_{n_1, n_2-1}^2} \sin^2(\Lambda_{n_1, n_2-1}\tau)\varrho_{n_1, n_2-1}\left.\right\} \\ &+ r\varrho_{cc}\left\{\frac{\lambda_{2, n_2}^2}{\Lambda_{n_1, n_2}^2} \sin^2(\Lambda_{n_1, n_2}\tau)\varrho_{n_1, n_2+1} - B\varrho_{n_1, n_2}\right. \\ &+ 4\frac{\lambda_{1, n_1-1}^2\lambda_{2, n_2}^2}{\Lambda_{n_1-1, n_2}^4} \sin^4\left(\frac{\Lambda_{n_1-1, n_2}}{2}\tau\right)\varrho_{n_1-1, n_2+1}\left.\right\} \\ &+ \gamma_{m1}(n_{m1}+1)[(n_1+1)\varrho_{n_1+1, n_2} - n_1\varrho_{n_1, n_2}] \\ &+ \gamma_{m1}n_{m1}[n_1\varrho_{n_1-1, n_2} - (n_1+1)\varrho_{n_1, n_2}] \\ &+ \gamma_{m2}(n_{m2}+1)[(n_2+1)\varrho_{n_1, n_2+1} - n_2\varrho_{n_1, n_2}] \\ &+ \gamma_{m2}n_{m2}[n_2\varrho_{n_1, n_2-1} - (n_2+1)\varrho_{n_1, n_2}] \end{aligned}$$

Энд дараах тэмдэглэгээнүүдийг орууллаа. Үүнд:

$$\begin{aligned} A &= -4\frac{\lambda_{n_1-1}^2}{\Lambda_{n_1-1, n_2}^2} \sin^2\left(\frac{\Lambda_{n_1-1, n_2}}{2}\tau\right)\left[1 - \frac{\lambda_{1, n_1-1}^2}{\Lambda_{n_1-1, n_2}^2} \sin^2\left(\frac{\Lambda_{n_1-1, n_2}}{2}\tau\right)\right] \\ B &= -4\frac{\lambda_{2, n_2-1}^2}{\Lambda_{n_1, n_2-1}^2} \sin^2\left(\frac{\Lambda_{n_1, n_2-1}}{2}\tau\right)\left[1 - \frac{\lambda_{2, n_2-1}^2}{\Lambda_{n_1, n_2-1}^2} \sin^2\left(\frac{\Lambda_{n_1, n_2-1}}{2}\tau\right)\right] \end{aligned}$$

Энэ хүртэл гурван түвшинт атомтай харилцан үйлчилж байгаа микромазерийн хувьд мастер тэгшитгэлийг хамгийн ерөнхий тохиолдолд бодож гаргалаа.

3.2.2 Лазер

Өмнөх бодлогыг лазерийн тохиолдолд өргөтгөө. Микромазерийн тохиолдолд атомууд нь тодорхой τ хугацааны туршид резонаторын оронтой харилцан үйлчлээд гарч байсан

бол энэ тохиолдолд кавити руу орж байгаа атомууд нь амьдрах хугацааныхаа туршид тэндээ үлдэх болно. Мөн $|a\rangle, |b\rangle, |c\rangle$ түвшинүүд нь бусад түвшингүүд рүүгээ шилжилт хийх боломжтой. Харин шилжилтийн харьцаа нь гурван түвшингүүдийн хувьд хоорондоо ижил ($\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3 = \gamma$) байна гэж үзье. Атомын амьдрах хугацаа τ -ийн түгэлт $\mathcal{P}(\tau)$ нь дараах хэлбэрээр өгөгдөнө.

$$\mathcal{P}(\tau) = \gamma \exp(-\gamma\tau) \quad (3.15)$$

Скалли, Ламбын лазерийн квант онол[2] ёсоор орны нягтын матриц ϱ -ын хугацааны уламжлал нь

$$\dot{\varrho} = r \int_0^\infty \delta_\tau \varrho \mathcal{P}(\tau) d\tau + L\varrho \quad (3.16)$$

Өмнөх микромазерийн тохиолдолд бодсон $\delta^{(aa)}\varrho, \delta^{(bb)}\varrho$ болон $\delta^{(cc)}\varrho$ -г тэгшитгэл (3.16)-г ашиглан түүнийг хугацаагаар нь дундажлавал

$$\begin{aligned} \delta^{(aa)}\varrho &= -\frac{2\lambda_{1,n_1-1}^2}{\gamma^2 + \Lambda_{n_1-1,n_2}^2} \left[1 + \frac{3\lambda_{1,n_1-1}^2}{\gamma^2 + 4\Lambda_{n_1-1,n_2}^2} \right] \varrho_{n_1,n_2} + \frac{2\lambda_{1,n_1}^2}{\gamma^2 + 4\Lambda_{n_1,n_2}^2} \varrho_{n_1+1,n_2} \\ &+ \frac{12\lambda_{1,n_1}^2 \lambda_{2,n_2-1}^2}{(\gamma^2 + \Lambda_{n_1,n_2-1}^2)(\gamma^2 + 4\Lambda_{n_1,n_2-1}^2)} \varrho_{n_1+1,n_2-1} \end{aligned} \quad (3.17)$$

$$\begin{aligned} \delta^{(bb)}\varrho &= \frac{2\lambda_{1,n_1-1}^2}{\gamma^2 + 4\Lambda_{n_1-1,n_2}^2} \varrho_{n_1-1,n_2} - \frac{2\lambda_{1,n_1}^2}{\gamma^2 + 4\Lambda_{n_1,n_2}^2} \varrho_{n_1,n_2} - \frac{2\lambda_{2,n_2}^2}{\gamma^2 + 4\Lambda_{n_1,n_2}^2} \varrho_{n_1,n_2} \\ &+ \frac{2\lambda_{2,n_2-1}^2}{\gamma^2 + 4\Lambda_{n_1,n_2-1}^2} \varrho_{n_1,n_2-1} \end{aligned} \quad (3.18)$$

$$\begin{aligned} \delta^{(cc)}\varrho &= -\frac{2\lambda_{2,n_2-1}^2}{\gamma^2 + \Lambda_{n_1,n_2-1}^2} \left[1 + \frac{3\lambda_{2,n_2-1}^2}{\gamma^2 + 4\Lambda_{n_1,n_2-1}^2} \right] \varrho_{n_1,n_2} + \frac{2\lambda_{2,n_2}^2}{\gamma^2 + 4\Lambda_{n_1,n_2}^2} \varrho_{n_1,n_2+1} \\ &+ \frac{12\lambda_{1,n_1-1}^2 \lambda_{2,n_2}^2}{(\gamma^2 + \Lambda_{n_1-1,n_2}^2)(\gamma^2 + 4\Lambda_{n_1-1,n_2}^2)} \varrho_{n_1-1,n_2+1} \end{aligned} \quad (3.19)$$

өмнө үзсэн илэрхийллүүдээ ашиглан лазерийн орны хувирлыг тодорхойлох мастер

тэгшитгэлээ олбол

$$\begin{aligned}
\dot{\rho}(n_1, n_2) = & r \rho_{aa} \left\{ -\frac{2\lambda_{1,n_1-1}^2}{\gamma^2 + \Lambda_{n_1-1,n_2}^2} \left[1 + \frac{3\lambda_{1,n_1-1}^2}{\gamma^2 + 4\Lambda_{n_1-1,n_2}^2} \right] \rho_{n_1,n_2} + \frac{2\lambda_{1,n_1}^2}{\gamma^2 + 4\Lambda_{n_1,n_2}^2} \rho_{n_1+1,n_2} \right. \\
& + \left. \frac{12\lambda_{1,n_1}^2 \lambda_{2,n_2-1}^2}{(\gamma^2 + \Lambda_{n_1,n_2-1}^2)(\gamma^2 + 4\Lambda_{n_1,n_2-1}^2)} \rho_{n_1+1,n_2-1} \right\} \\
& + r \rho_{bb} \left\{ \frac{2\lambda_{1,n_1-1}^2}{\gamma^2 + 4\Lambda_{n_1-1,n_2}^2} \rho_{n_1-1,n_2} - \frac{2\lambda_{1,n_1}^2}{\gamma^2 + 4\Lambda_{n_1,n_2}^2} \rho_{n_1,n_2} - \frac{2\lambda_{2,n_2}^2}{\gamma^2 + 4\Lambda_{n_1,n_2}^2} \rho_{n_1,n_2} \right. \\
& + \left. \frac{2\lambda_{2,n_2-1}^2}{\gamma^2 + 4\Lambda_{n_1,n_2-1}^2} \rho_{n_1,n_2-1} \right\} \\
& + r \rho_{cc} \left\{ -\frac{2\lambda_{2,n_2-1}^2}{\gamma^2 + \Lambda_{n_1,n_2-1}^2} \left[1 + \frac{3\lambda_{2,n_2-1}^2}{\gamma^2 + 4\Lambda_{n_1,n_2-1}^2} \right] \rho_{n_1,n_2} + \frac{2\lambda_{2,n_2}^2}{\gamma^2 + 4\Lambda_{n_1,n_2}^2} \rho_{n_1,n_2+1} \right. \\
& + \left. \frac{12\lambda_{1,n_1-1}^2 \lambda_{2,n_2}^2}{(\gamma^2 + \Lambda_{n_1-1,n_2}^2)(\gamma^2 + 4\Lambda_{n_1-1,n_2}^2)} \rho_{n_1-1,n_2+1} \right\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
L\rho = & \gamma_{m1}(n_{m1} + 1)[(n_1 + 1)\rho_{n_1+1,n_2} - n_1\rho_{n_1,n_2}] + \gamma_{m1}n_{m1}[n_1\rho_{n_1-1,n_2} - (n_1 + 1)\rho_{n_1,n_2}] \\
& + \gamma_{m2}(n_{m2} + 1)[(n_2 + 1)\rho_{n_1,n_2+1} - n_2\rho_{n_1,n_2}] + \gamma_{m2}n_{m2}[n_2\rho_{n_1,n_2-1} - (n_2 + 1)\rho_{n_1,n_2}]
\end{aligned}$$

Энэ хүртэл бид резонаторын орны хувирлыг тодорхойлох мастер тэгшитгэлийг микромазер болон лазерийн тохиолдлуудад бодож гаргалаа. Харин одоо эдгээр мастер тэгшитгэлээ ашиглан стационар төлөвийн тохиолдлыг микромазер болон лазерийн тохиолдолд тус тусад нь авч үзье.

3.3 СТАЦИОНАР ТӨЛӨВ

Энэ хэсэгт бид микромазер болон лазерийн орны стационар төлөвийг авч үзэх болно. Эхлээд микромазерийн тохиолдлыг бодъё.

3.3.1 Микромазер

Стационар төлөвийн фотоны түгэлтийг ($P(n_1, n_2) = \rho(n_1, n_2)$) бодохын тулд эхлээд балансын тэгшитгэл бичье. Гэхдээ эхлээд хялбар тохиолдлыг авч үзье. Өөрөөр хэлбэл резонаторын орны хэлбэлзэл 1-н хувьд ($g_2 = 0, n_2 = 0$) балансын тэгшитгэлийг гаргая. Атомуудыг анх өдөөгдсөн төлөвт орж байна гэж үзвэл $\rho_{aa} = 1$, $\rho_{bb} = \rho_{cc} = 0$ болох бөгөөд энэ нөхцлийг мастер тэгшитгэлд тооцъё. Ингэвэл $r\rho_{aa}\{\dots\}$ гишүүн үлдэнэ. Энэ бүхнийг тооцоод мастер тэгшитгэлээ дахин бичье.

$$\begin{aligned}
\dot{P}(n_1, n_2) = & r \rho_{aa} \left\{ A \cdot P(n_1) + \frac{\lambda_{1,n_1}^2}{\Lambda_{n_1}^2} \sin^2(\Lambda_{n_1} \tau) \cdot P(n_1 + 1) \right\} \\
& + \gamma_{m1}(n_{m1} + 1)[(n_1 + 1)P(n_1 + 1) - n_1P(n_1)] \\
& + \gamma_{m1}n_{m1}[n_1P(n_1 - 1, n_2) - (n_1 + 1)P(n_1)]
\end{aligned}$$

Дээрх тэгшитгэлд $\varrho_{aa} = 1$ гэдгийг орлуулаад хаалтан дахь гишүүдийг r -ээр үржүүлж бичвэл

$$\begin{aligned}\dot{P}(n_1) &= rA \cdot P(n_1) + r \frac{\lambda_{1,n_1}^2}{\Lambda_{n_1}^2} \sin^2(\Lambda_{n_1}\tau) \cdot P(n_1 + 1) \\ &+ \gamma_{m1}(n_{m1} + 1)(n_1 + 1)P(n_1 + 1) - \gamma_{m1}(n_{m1} + 1)n_1P(n_1) \\ &+ \gamma_{m1}n_{m1}n_1P(n_1 - 1) - \gamma_{m1}n_{m1}(n_1 + 1)P(n_1)\end{aligned}$$

Одоо резонаторын орны хэлбэлзэл 1-н фотоны орныг нэгээр нэмэгдүүлж байгаа болон хорогдуулж байгаа гишүүдийг ялгавал

$$\dot{P}(n_1) = r \frac{\lambda_{1,n_1}^2}{\Lambda_{n_1}^2} \sin^2(\Lambda_{n_1}\tau) \cdot P(n_1 + 1) \quad ([A])$$

$$+ \gamma_{m1}(n_{m1} + 1)(n_1 + 1)P(n_1 + 1) \quad ([B])$$

$$+ \gamma_{m1}n_{m1}n_1P(n_1 - 1) \quad ([C])$$

$$- r \frac{\lambda_{1,n_1-1}^2}{\Lambda_{n_1-1}^2} \sin^2(\Lambda_{n_1-1}\tau) \cdot P(n_1) \quad ([D])$$

$$- \gamma_{m1}(n_{m1} + 1)n_1P(n_1) \quad ([E])$$

$$- \gamma_{m1}n_{m1}(n_1 + 1)P(n_1) \quad ([F])$$

Стационар тохиолдолд $P(n_1)$ хугацаанаас үл хамаарна. Иймд мастер тэгшитгэл $P(n_1)$ -ийн хугацааны уламжлал тэгтэй тэнцүү байна. Өмнөх тэгшитгэлд $\dot{P}(n_1, 0) = 0$ болохыг тооцоод тэнцүүгийн тэмдгийн хоёр талд нь ялгавал

$$r \frac{\lambda_{1,n_1}^2}{\Lambda_{n_1}^2} \sin^2(\Lambda_{n_1}\tau) P(n_1 + 1) \quad ([A])$$

$$+ \gamma_{m1}(n_{m1} + 1)(n_1 + 1)P(n_1 + 1) \quad ([B])$$

$$- \gamma_{m1}n_{m1}(n_1 + 1)P(n_1) \quad ([F])$$

$$= r \frac{\lambda_{1,n_1-1}^2}{\Lambda_{n_1-1}^2} \sin^2(\Lambda_{n_1-1}\tau) P(n_1) \quad ([D])$$

$$+ \gamma_{m1}(n_{m1} + 1)n_1P(n_1) \quad ([E])$$

$$- \gamma_{m1}n_{m1}n_1P(n_1 - 1) \quad ([C])$$

болно. Эндээс харахад ([A],[B],[F]) гишүүдийн n_1 -ийг $n_1 - 1$ -ээр сольж бичвэл ([D],[E],[C]) гишүүд гарч байна. Иймд бид дараах рекурент харьцааг гаргаж болно.

$$\left(r \frac{\lambda_{1,n_1-1}^2}{\Lambda_{n_1-1}^2} \sin^2(\Lambda_{n_1-1}\tau) + \gamma_{m1}(n_{m1} + 1)n_1 \right) P(n_1) = \gamma_{m1}n_{m1}n_1P(n_1 - 1)$$

Энд $\lambda_{1,n_1-1}^2 = g_1^2 n_1$ болохыг тооцвол

$$P(n_1) = P(0) \prod_{n_1=0}^n \frac{n_{m1}}{n_{m1} + 1} \left[1 + \frac{r}{\gamma_{m1}(n_{m1} + 1)} \frac{\sin^2(g_1\tau\sqrt{n_1})}{n_1} \right]^{-1} \quad (3.20)$$

Резонаторын орны хэлбэлзэл 1-н хувьд балансын тэгшитгэл ашиглан стационар төлөвийн фотоны түгэлтийн аналитик илэрхийллийг гаргалаа. Өмнөхийн адилаар, гэхдээ хамгийн ерөнхий тохиолдолд балансын тэгшитгэл ашиглан резонаторын орны фотоны тооны түгэлтийг гаргая.

$$P(n_1, n_2) = \frac{r \varrho_{bb} \frac{\lambda_{1,n_1-1}^2}{\Lambda_{n_1-1,n_2}^2} \sin^2(\Lambda_{n_1-1,n_2} \tau) + \gamma_{m1} n_{m1} n_1}{r \varrho_{aa} \frac{\lambda_{1,n_1-1}^2}{\Lambda_{n_1-1,n_2}^2} \sin^2(\Lambda_{n_1-1,n_2} \tau) + \gamma_{m1} (n_{m1} + 1) n_1} \cdot P(n_1 - 1, n_2) \quad (3.21)$$

$$P(n_1, n_2) = \frac{r \varrho_{bb} \frac{\lambda_{2,n_2-1}^2}{\Lambda_{n_1,n_2-1}^2} \sin^2(\Lambda_{n_1,n_2-1} \tau) + \gamma_{m2} n_{m2} n_2}{r \varrho_{cc} \frac{\lambda_{2,n_2-1}^2}{\Lambda_{n_1,n_2-1}^2} \sin^2(\Lambda_{n_1,n_2-1} \tau) + \gamma_{m2} (n_{m2} + 1) n_2} \cdot P(n_1, n_2 - 1) \quad (3.22)$$

Эхлээд атомуудыг анх өдөөгдсөн төлөвт байна гэж үзье. Өөрөөр хэлбэл $\varrho_{aa} = 1$, $\varrho_{bb} = \varrho_{cc} = 0$ байна гэж үзье. Ингэж үзээд резонаторын орны хэлбэлзэл 1 болон 2-т харгалзах фотоны тооны түгэлтийг олохын тулд (3.21), (3.22) тэгшитгэлийг тус тусад нь бодвол

$$P(n_1, n_2 = 0) = p_1(n_1) = p_1(0) \left(\frac{n_{m1}}{n_{m1} + 1} \right)^{n_1} \prod_{k=1}^{n_1} \left[1 + \frac{r}{\gamma_{m1} (n_{m1} + 1)} \cdot \frac{\sin^2(g_1 \tau \sqrt{k})}{k} \right]^{-1} \quad (3.23)$$

энэ тэгшитгэлийн хувьд нэг-атомт мазерийн стационар төлөвийн фотон тооны түгэлттэй төстэй боловч арын том хаалтанд байгаа гишүүн нь -1 зэрэгтэй байгаагаараа ялгаатай байна. Харин (3.22)-н хувьд дулааны фотоны түгэлт (1.15-г үз) гарч байна.

$$P(n_1 = 0, n_2) = p_2(n_2) = p_2(0) \left(\frac{n_{m2}}{n_{m2} + 1} \right)^{n_2} \quad (3.24)$$

Илэрхийлэл (3.22)-ийн $P(n_1, n_2)$ -ийг $P(n_1 - 1, n_2)$ болгон бичээд (3.21)-д орлуулж бичье. Ингэхдээ энд

$$g_1^2 = \frac{\lambda_{1,n_1-1}^2}{n_1}, \quad g_2^2 = \frac{\lambda_{2,n_2-1}^2}{n_2}$$

бөгөөд

$$M_1 = \frac{r \varrho_{bb} g_1^2 \frac{\sin^2(\Lambda_{n_1-1,n_2} \tau)}{\Lambda_{n_1-1,n_2}^2} + \gamma_{m1} n_{m1}}{r \varrho_{aa} g_1^2 \frac{\sin^2(\Lambda_{n_1-1,n_2} \tau)}{\Lambda_{n_1-1,n_2}^2} + \gamma_{m1} (n_{m1} + 1)}$$

$$M_2 = \frac{r \varrho_{bb} g_2^2 \frac{\sin^2(\Lambda_{n_1,n_2-1} \tau)}{\Lambda_{n_1,n_2-1}^2} + \gamma_{m2} n_{m2}}{r \varrho_{cc} g_2^2 \frac{\sin^2(\Lambda_{n_1,n_2-1} \tau)}{\Lambda_{n_1,n_2-1}^2} + \gamma_{m2} (n_{m2} + 1)}$$

гэсэн орлуулга хийвэл дараах байдлаар бичигдэнэ.

$$P(n_1, n_2) = M_1 \cdot M_2 P(n_1 - 1, n_2 - 1)$$

Энэ удаад V-төрлийн гурван түвшинт атом нь 2 хэлбэлзэлтэй резонаторын оронтой харилцан үйлчилж байх тохиолдолд стационар төлөвийн фотон тооны түгэлтийг хамгийн ерөнхий тохиолдолд бодож гаргалаа.

$$\Lambda_{n_1-1, n_2} = g\sqrt{n_1 + n_2 + 1}, \quad \Lambda_{n_1-1, n_2-1} = g\sqrt{n_1 + n_2}$$

Үүнийг эхлээд резонатор дахь хоёр хэлбэлзлийн параметрууд нь хоорондоо адилхан байна гэж үзье. Өөрөөр хэлбэл $g_1 = g_2 = g$, $\gamma_{m1}n_{m1} = \gamma_{m2}n_{m2} = \gamma n_{th}$ байна гэе. Ийм тохиолдолд ($\varrho_{aa} = \varrho_{bb} = \varrho_{cc} \neq 0$)

$$\frac{\gamma_{m1}(n_{m1} + 1)}{\varrho_{aa}} = \frac{\gamma_{m2}(n_{m2} + 1)}{\varrho_{cc}} = \frac{\gamma(n_{th} + 1)}{\varrho_{ac}} \quad (3.25)$$

$$P(n_1, n_2) = \frac{1}{\varrho_{aa}^{n_1} \cdot \varrho_{cc}^{n_2}} \prod_{k=1}^{n_1+n_2} \frac{(\gamma/r) \cdot n_{th} + \varrho_{bb} \frac{\sin^2(g\tau\sqrt{k+1})}{(k+1)}}{(\gamma/r) \cdot (n_{th} + 1) + \frac{\sin^2(g\tau\sqrt{k+1})}{(k+1)}} \quad (3.26)$$

($\varrho_{aa} \neq 0$, $\varrho_{cc} \neq 0$, $\varrho_{bb} = 0$) байхад

$$P(n_1, n_2) = \frac{((\gamma/r)n_{th})^{n_1+n_2}}{\varrho_{aa}^{n_1} \cdot \varrho_{cc}^{n_2}} \prod_{k=1}^{n_1+n_2} \frac{1}{\frac{(\gamma/r)(n_{th} + 1)}{\varrho_{ac}} + \frac{\sin^2(g\tau\sqrt{k+1})}{(k+1)}} \quad (3.27)$$

Тэгшитгэл (3.27) бидний гол үр дүн бөгөөд энэ нь стационар төлөвийн фотоны тооны түгэлтийг илэрхийлж байна. Бид энэ шийдийг ашиглан резонаторын орны статистик шинж чанарыг тодорхойлох чухал хэмжигдэхүүнүүд болох фотоны тооны түгэлт, фотон тооны түгэлтийн стандарт хазайлт зэргийг олж болно. Резонатор луу орж байгаа бүх атомууд нь үндсэн төлөвтөө байвал, өөрөөр хэлбэл $\varrho_{aa} = \varrho_{cc} = 0$, $g_1 = g_2 = g$, $\gamma_{m1}n_{m1} = \gamma_{m2}n_{m2} = \gamma n_{th}$ байх тохиолдолд фотон тооны түгэлтийн функц нь

$$P(n_1, n_2) = P(0, 0) \left(\frac{r}{\gamma_{m1} + \gamma n_{th}} \right)^{n_1} \left(\frac{r}{\gamma_{m2} + \gamma n_{th}} \right)^{n_2} \prod_{k=1}^{n_1+n_2} \left[\frac{\gamma}{r} n_{th} + \frac{\sin^2(g\tau\sqrt{k+1})}{k+1} \right] \quad (3.28)$$

бөгөөд энэ нь Фам Лэ Кин, Жорж Майэр нарын үр дүнтэй[9] сайтар тохирч байна. Нөгөөтэйгүүр $g_1 = g_2 = g$, $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma$, $n_{m1} = n_{m2} = n_{th}$ байх тохиолдолд тэгшитгэл (3.28) нэг-атомт мазерийн фотоны түгэлттэй[4][7] ижил үр дүн өгч байна.

Эхлээд $g_1 = g_2 = g$, $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma$, $n_{m1} = n_{m2} = n_{th}$, $r/\gamma = 50$ бөгөөд $n_{th} = 0.1$ байх үеийн фотоны тооны түгэлт болон түүний стандарт хазайлтыг авч үзье. Зураг 3.2-с харахад хугацаа $g\tau = 0$ -с эхлээд өсөхөд фотоны тооны түгэлт нь огцом өсөж $g\tau = 17$ орчим хамгийн

их утгандаа хүрч байна. Өөрөөр хэлбэл хугацааны энэ эгшинд резонатор луу орж байгаа бүх атомууд нь фотон цацаргаж байна. Ингээд фотоны дундаж тоо хамгийн их утгандаа хүрэх үед бараг $r/\gamma = 50$ тооны фотоныг резонаторт өгч байна гэсэн үг юм. Харин хугацаа $g\tau = 60$ орчим очиход фотоны дундаж тоо нь багассаар хамгийн бага утгандаа хүрч байна. Энэ нь өмнөх процессоос эсрэгээрээ буюу резонатор луу орж байгаа атомуудын дийлэнх хэсэг нь фотоныг шингээж байгааг илтгэж байна. Хугацаа өнгөрөхөд энэ процесс тодорхой үетэйгээр дахин давтагдаж, өөрөөр хэлбэл резонатор луу орсон атомуудын ихэнх хэсэг нь бүтэн Раби цикл хийж байна. Харилцан үйлчлэлийн хугацаа $g\tau > 160$ болох үед фотоны дундаж тоонд гарах өөрчлөлтийн далайц нь багасаж бараг 0.3-ийн орчим тогтворжиж байна.

Одоо резонаторын орны статистик шинж чанарыг тодорхойлох өөр нэг чухал хэмжигдэхүүн болох фотон тооны түгэлтийн стандарт хазайлтыг авч үзье. Зураг 3.3-т фотон тооны түгэлтийн стандарт хазайлт болон харилцан үйлчлэлийн хугацаа $g\tau$ хамаарлыг үзүүлээ. Зургаас харахад $g\tau = 155$ хүртэлх хугацааны өргөн мужид фотоны статистик нь суб-Пуассоны статистикийг үзүүлж байна. Харин $g\tau > 155$ байх тохиолдолд супер-Пуассоны статистикт шилжиж байна. Харин температур маш бага буюу өөрөөр хэлбэл дулааны фотоны тоо $n_{th} = 10^{-9}$ байх үед резонаторын орны фотоны статистикийг Зураг 3.4, 3.5-т үзүүлэв. $n_{th} = 10^{-9}$ байх үеийн фотоны тооны дундаж утга нь 2-р бүлэгт гаргасан стационар төлөвийн түгэлтийн параметрууд нь $r/\gamma = 50, n_{th} = 0, \Omega/g = 0$ тохиолдолтой ижил түгэлттэй (Зураг 2.6-г үз.) гарч байна. Фотоны тооны стандарт хазайлтын хувьд хугацааны зарим эгшингүүдэд огцом супер-Пуассоны статистик ажиглагдаж байгаа боловч хугацааны ихэнх мужуудад суб-Пуассоны статистиктай байгаа резонаторын орон дахь фотоны статистик нь суб-Пуассон байхыг илтгэж байна.

3.3.2 Лазер

Микромазерийн тохиолдолд гаргасантай адилаар балансын тэгшитгэл ашиглан лазерийн орны фотоны түгэлтийн функцийг олъё. Хэлбэлзэл 1 болон 2-т харгалзах фотоны тооны түгэлтийн хувьд дараах рекурент харьцааг олж болно. Эдгээр нь

$$\left[r\varrho_{aa} \frac{2\lambda_{1,n_1-1}^2}{\gamma^2 + 4\Lambda_{n_1-1,n_2}^2} + \gamma_{m1}(n_{m1}+1)n_1 \right] P(n_1, n_2) = \left[r\varrho_{bb} \frac{2\lambda_{1,n_1-1}^2}{\gamma^2 + 4\Lambda_{n_1-1,n_2}^2} + \gamma_{m1}n_{m1}n_1 \right] P(n_1-1, n_2)$$

$$\left[r\varrho_{cc} \frac{2\lambda_{2,n_2-1}^2}{\gamma^2 + 4\Lambda_{n_1,n_2-1}^2} + \gamma_{m2}(n_{m2}+1)n_2 \right] P(n_1, n_2) = \left[r\varrho_{bb} \frac{2\lambda_{2,n_2-1}^2}{\gamma^2 + 4\Lambda_{n_1,n_2-1}^2} + \gamma_{m2}n_{m2}n_2 \right] P(n_1, n_2-1)$$

бөгөөд хэлбэлзэл 1-ын хувьд фотоны түгэлтийн функцийг олбол

$$P(n_1, n_2) = \frac{r\varrho_{bb} \frac{2\lambda_{1,n_1-1}^2}{\gamma^2 + 4\Lambda_{n_1-1,n_2}^2} + \gamma_{m1}n_{m1}n_1}{r\varrho_{aa} \frac{2\lambda_{1,n_1-1}^2}{\gamma^2 + 4\Lambda_{n_1-1,n_2}^2} + \gamma_{m1}(n_{m1}+1)n_1} P(n_1-1, n_2) \quad (3.29)$$

болно. Үүнд бид хэлээлээл 2-т харгалзах фотоны тоог $n_2 = 0$ гэж тооцвол

$$P(n_1) = P(0) \prod_{k=0}^{n_1} \frac{r \varrho_{bb} \frac{2\lambda_{1,n_1-1}^2}{\gamma^2 + 4\Lambda_{n_1-1}^2} + \gamma_{m1} n_{m1} k}{r \varrho_{aa} \frac{2\lambda_{1,n_1-1}^2}{\gamma^2 + 4\Lambda_{n_1-1}^2} + \gamma_{m1} (n_{m1} + 1) k} \quad (3.30)$$

болно. Нөгөөтэйгүүр энд $\varrho_{bb} = 1$, $\varrho_{aa} = 0$ бөгөөд $\lambda_{1,n_1-1}^2 = g_1^2 n_1$ болохыг тооцоод

$$\mathcal{A} = \frac{2r g_1^2}{\gamma^2}, \quad \mathcal{B} = \frac{4g_1^2}{\gamma^2} \mathcal{A} \quad (3.31)$$

гэсэн орлуулгууд хийвэл

$$P(n_1) = P(0) \prod_{k=0}^{n_1} \frac{(\mathcal{A}/\gamma)}{1 + k \cdot \mathcal{B}/\mathcal{A}} \quad (3.32)$$

энэ нь стандарт лазерийн орны фотоны түгэлттэй[12] ижил үр дүн өгч байна. Харин хэлбэлээл 2-ын фотоны түгэлт нь

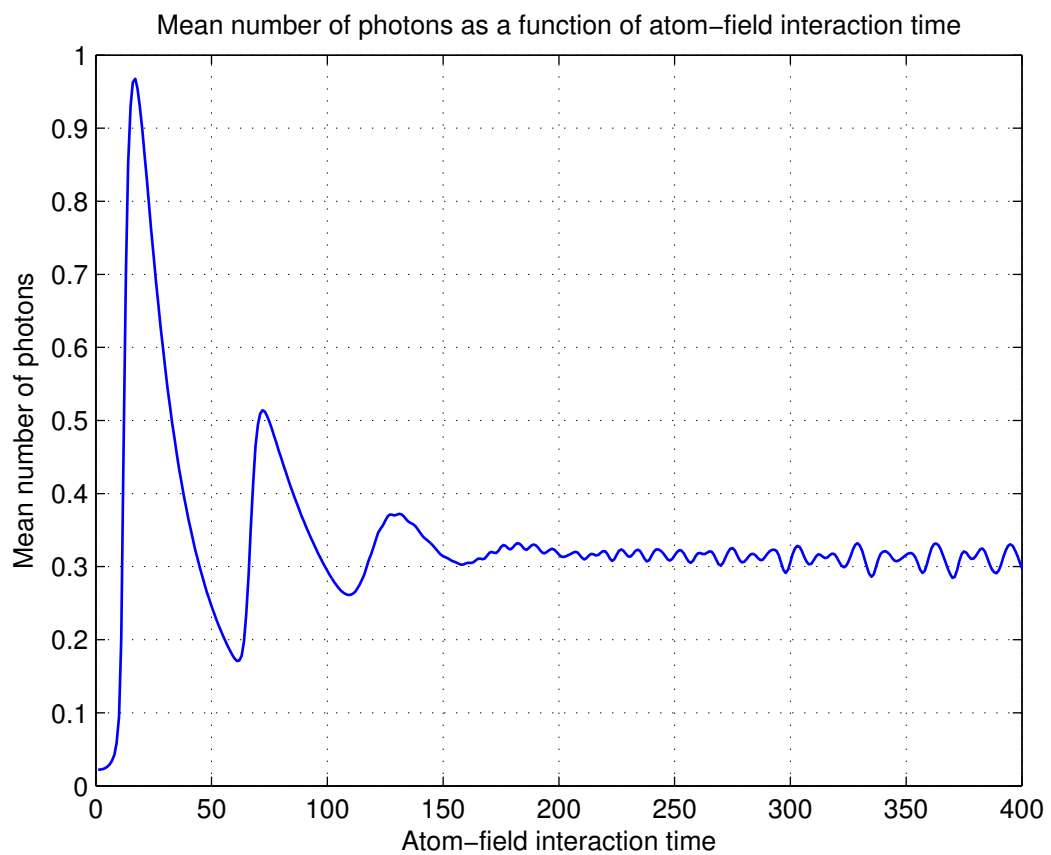
$$P(n_1, n_2) = \frac{r \varrho_{bb} \frac{2\lambda_{2,n_2-1}^2}{\gamma^2 + 4\Lambda_{n_1,n_2-1}^2} + \gamma_{m2} n_{m2} n_2}{r \varrho_{aa} \frac{2\lambda_{2,n_2-1}^2}{\gamma^2 + 4\Lambda_{n_1,n_2-1}^2} + \gamma_{m2} (n_{m2} + 1) n_2} P(n_1, n_2 - 1) \quad (3.33)$$

бөгөөд эндээс бид $P(n_1 - 1, n_2)$ -г олж бичээд 3.29-д орлуулж $g_1 = g_2 = g$, $\gamma_{m1} n_{m1} = \gamma_{m2} n_{m2} = \gamma_f n_{th}$ байна гэе. Ийм тохиолдолд ($\varrho_{aa} = \varrho_{bb} = \varrho_{cc} \neq 0$)

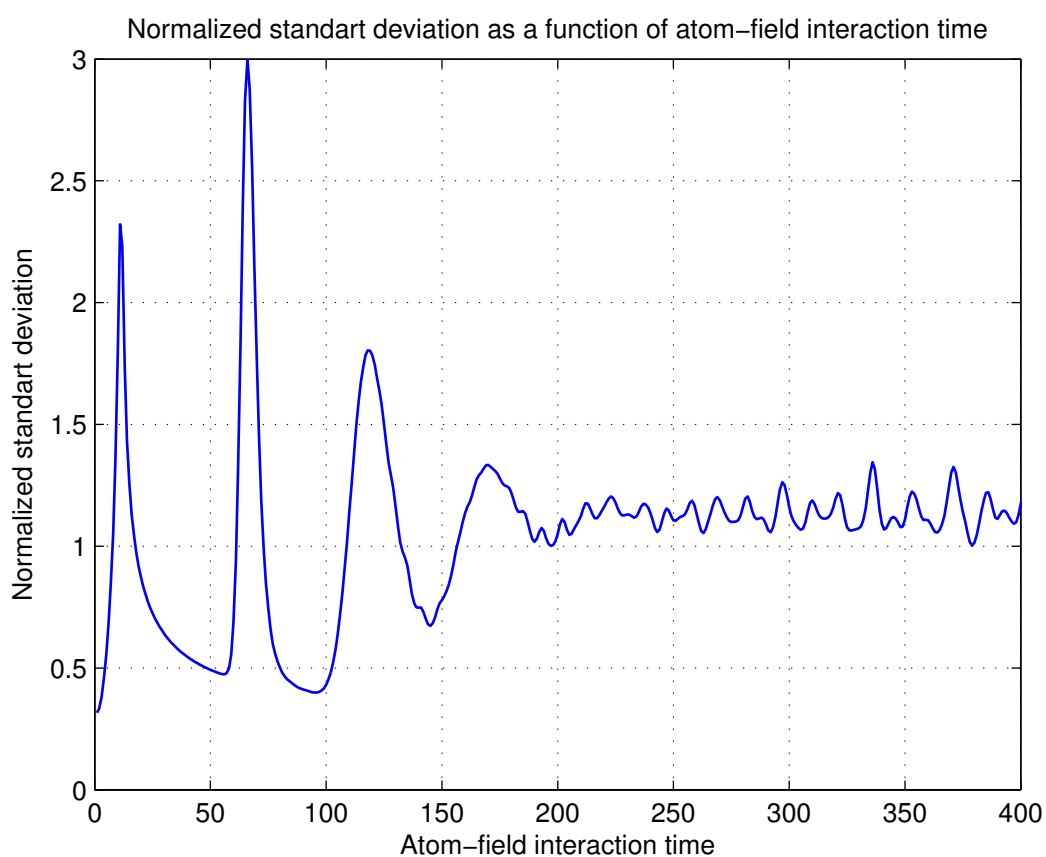
$$\frac{\gamma_{m1} (n_{m1} + 1)}{\varrho_{aa}} = \frac{\gamma_{m2} (n_{m2} + 1)}{\varrho_{cc}} = \frac{\gamma_f (n_{th} + 1)}{\varrho_{ac}} \quad (3.34)$$

$$P(n_1, n_2) = P(0, 0) \frac{1}{\varrho_{aa}^{n_1} \cdot \varrho_{cc}^{n_2}} \prod_{k=0}^{n_1+n_2} \frac{\varrho_{bb} \frac{(\mathcal{A}/\gamma_f)}{1 + k \cdot \mathcal{B}/\mathcal{A}} + n_{th}}{\frac{(\mathcal{A}/\gamma_f)}{1 + k \cdot \mathcal{B}/\mathcal{A}} + \frac{(n_{th} + 1)}{\varrho_{ac}}} \quad (3.35)$$

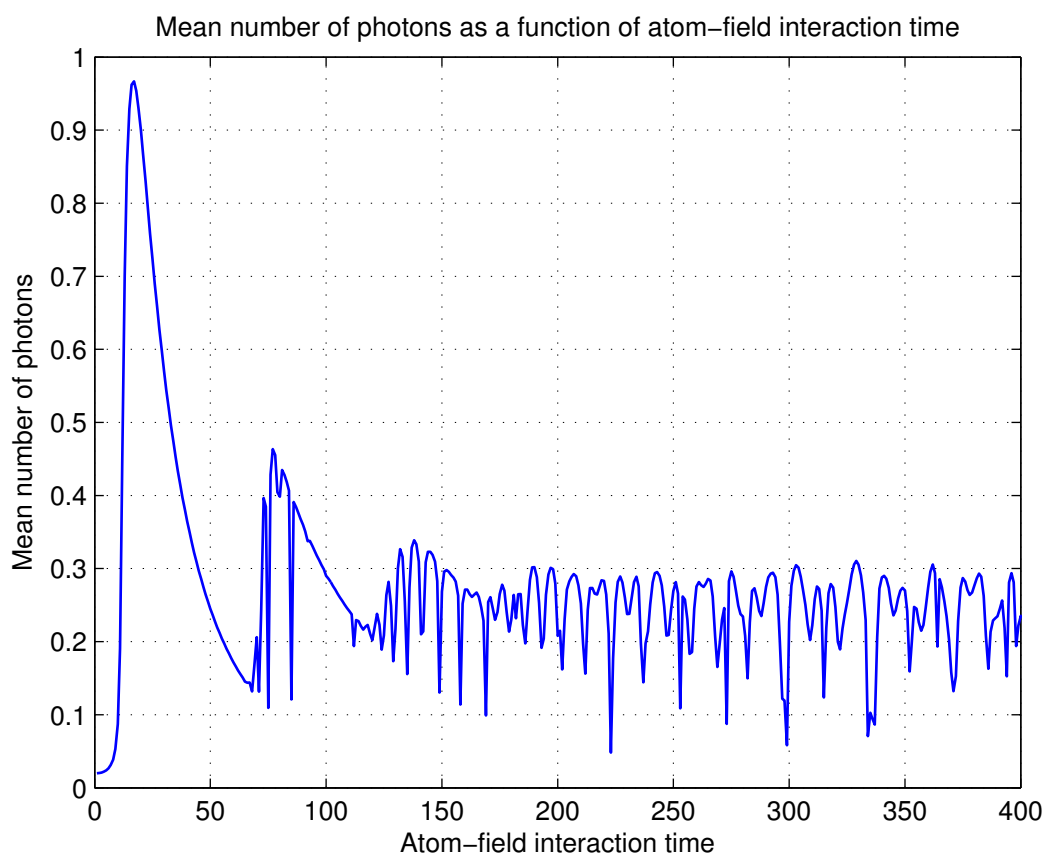
Атомын $|a\rangle$, $|b\rangle$, $|c\rangle$ түвшинүүд нь бусад бүх түвшингүүд рүүгээ шилжилт хийх боломжтой бөгөөд шилжилтийн харьцаа нь гурван түвшингүүдийн хувьд хоорондоо ижил ($\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3 = \gamma$) байх тохиолдолд кавитигийн орны фотоны түгэлтийг бодож гаргалаа. Энэ нь тухайн тохиолдолд стандарт лазерийн орны фотоны түгэлттэй[12] ижил үр дүн өгч байгаа нь бидний тооцоог бататгаж байна.



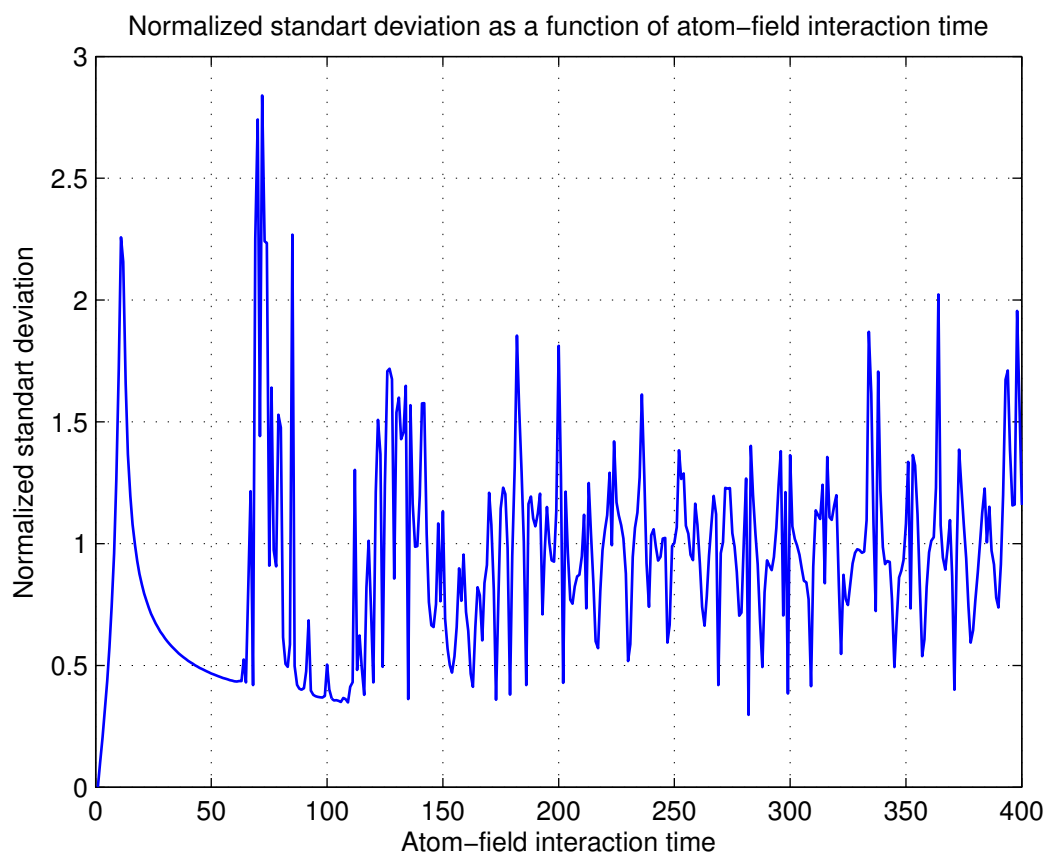
Зураг 3.2: Фотон тооны дундаж утга атом-орны харилцан үйлчлэлийн хугацаа $g\tau$ -с хамаарах хамаарал $g_1 = g_2 = g, \gamma_1 = \gamma_2 = \gamma, n_{m1} = n_{m2} = n_{th}, r/\gamma = 50$ бөгөөд $n_{th} = 0.1$ байх тохиолдолд



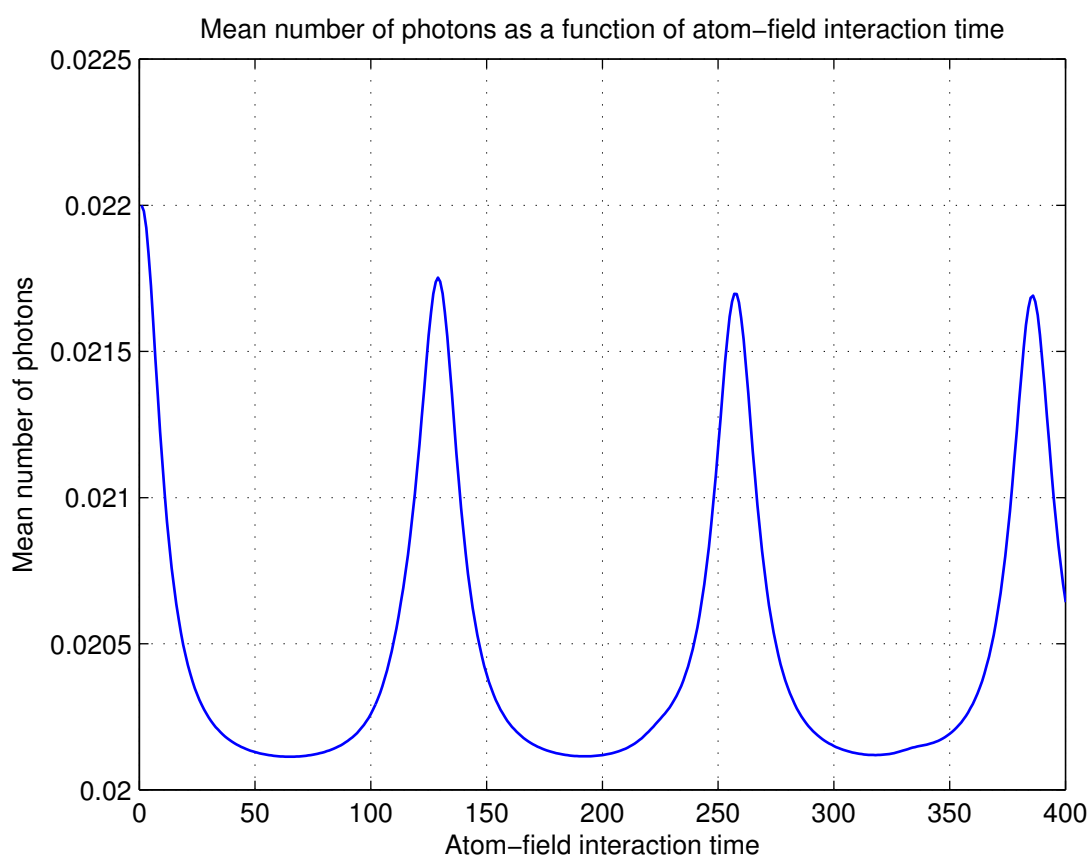
Зураг 3.3: Фотон тооны түгэлтийн стандарт хазайлт атом-орны харилцан үйлчлэлийн хугацаа $g\tau$ -с хамаарах хамаарал $g_1 = g_2 = g, \gamma_1 = \gamma_2 = \gamma, n_{m1} = n_{m2} = n_{th}, r/\gamma = 50$ бөгөөд $n_{th} = 0.1$ байх тохиолдолд



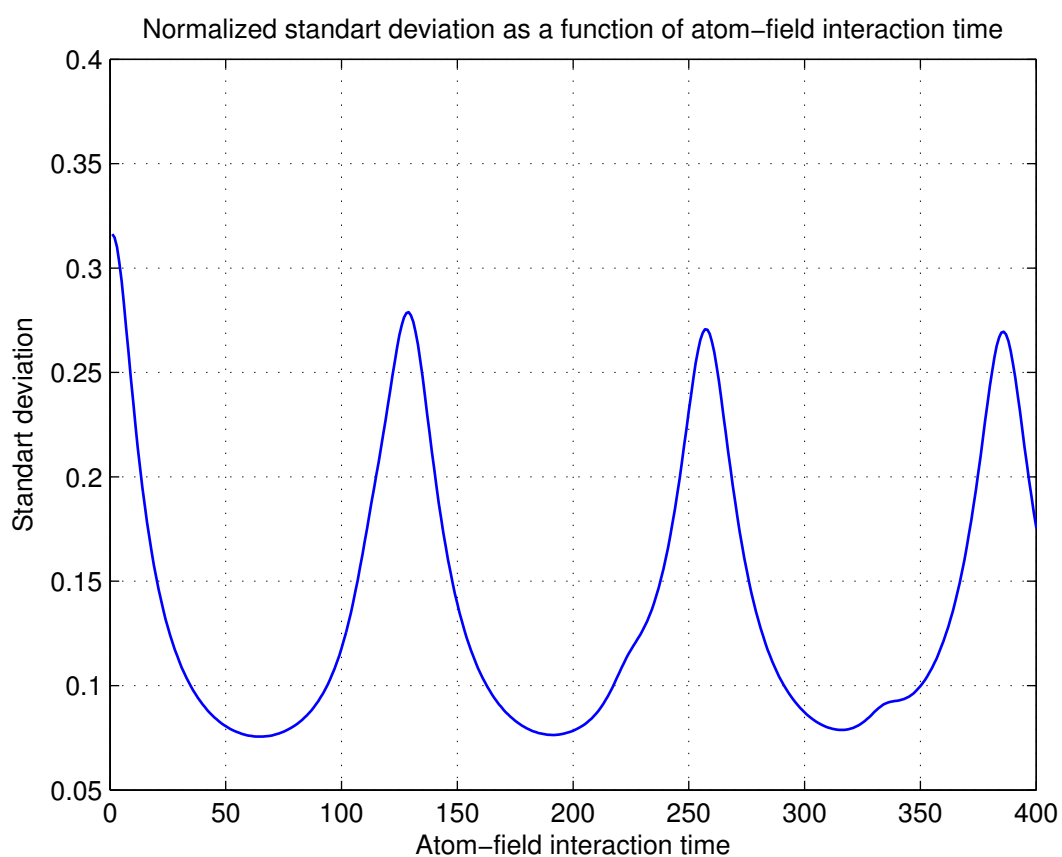
Зураг 3.4: Фотон тооны дундаж утга атом-орны харилцан үйлчлэлийн хугацаа $g\tau$ -с хамаарах хамаарал $g_1 = g_2 = g, \gamma_1 = \gamma_2 = \gamma, n_{m1} = n_{m2} = n_{th}, r/\gamma = 50$ бөгөөд $n_{th} = 10^{-9}$ байх тохиолдолд



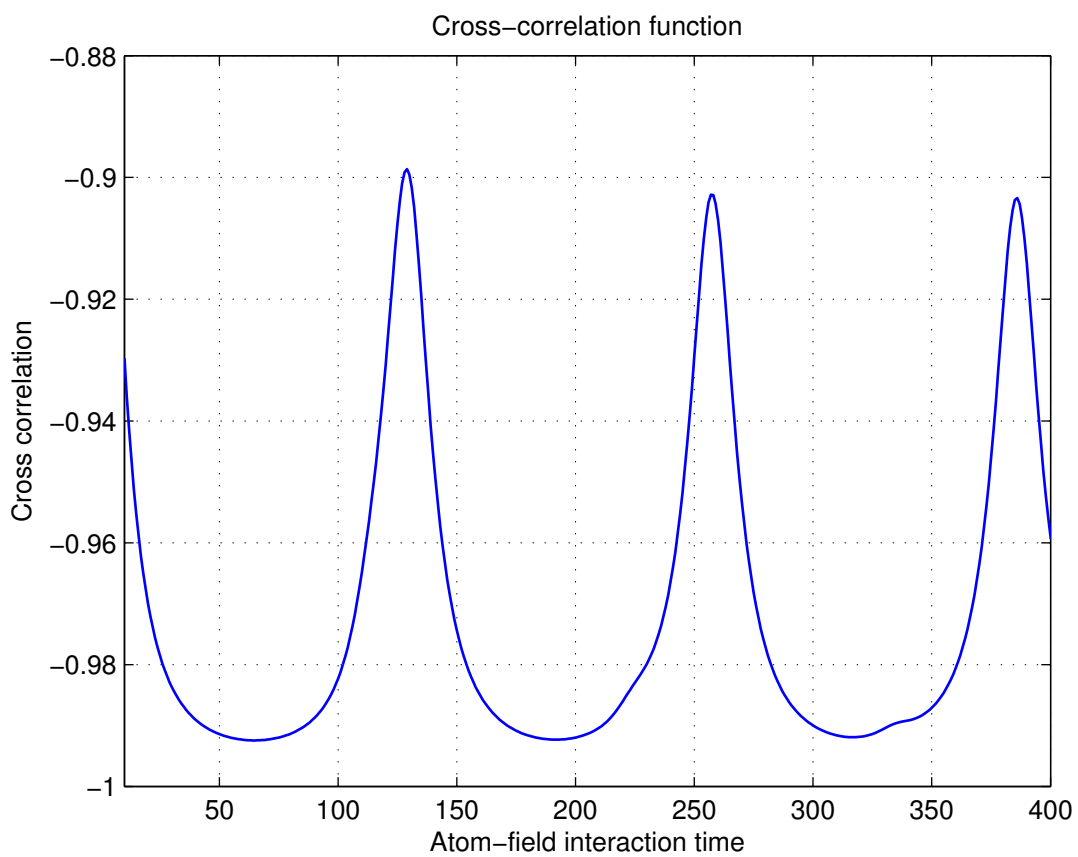
Зураг 3.5: Фотон тооны түгэлтийн стандарт хазайлт атом-орны харилцан үйлчлэлийн хугацаа $g\tau$ -с хамаарах хамаарал $g_1 = g_2 = g, \gamma_1 = \gamma_2 = \gamma, n_{m1} = n_{m2} = n_{th}, r/\gamma = 50$ бөгөөд $n_{th} = 10^{-9}$ байх тохиолдолд



Зураг 3.6: Фотон тооны дундаж утга атом-орны харилцан үйлчлэлийн хугацаа $g\tau$ -с хамаарах хамаарал $g_2 = 0, \gamma_1 = \gamma, n_{m1} = n_{th}, r/\gamma = 50$ бөгөөд $n_{th} = 0.1$ байх тохиолдолд



Зураг 3.7: Фотон тооны түгэлтийн стандарт хазайлт атом-орны харилцан үйлчлэлийн хугацаа $g\tau$ -с хамаарах хамаарал $g_2 = 0, \gamma_1 = \gamma, n_{m1} = n_{th}, r/\gamma = 50$ бөгөөд $n_{th} = 0.1$ байх тохиолдолд



Зураг 3.8: Резонаторын орны фотон тооны корреляци $g\tau$ -с хамаарах хамаарал $g_2 = 0$, $\gamma_1 = \gamma$, $n_{m1} = n_{th}$, $r/\gamma = 50$ бөгөөд $n_{th} = 0.1$ байх тохиолдолд

БҮЛЭГ 4

Дүгнэлт

Энэхүү дипломын ажлаар V -төрлийн 3 түвшинт атомтай харилцан үйлчилж байгаа резонаторын орны статистик шинж чанарыг судалж үзлээ. Бид тооцоог дараах тохиолдлуудад хийлээ. Үүнд: Хоёрдугаар бүлэгт 3 түвшинт атомууд нь резонаторын тодорхой давтамж бүхий монохромат цахилгаан соронзон оронтой харилцан үйлчилж байх тохиолдолд тооцоог хийлээ. Ингэхдээ V -төрлийн гурвант түвшинт атомуудыг гадны классик, когерент орноор жолоодоход резонаторын орны статистик шинж чанар хэрхэн өөрчлөгдөхийг авч үзлээ. Харин гуравдугаар бүлэгт V -төрлийн гурван түвшинт атомууд нь резонаторын хоёр хэлбэлзэлтэй оронтой харилцан үйлчилж байх арай өөр тохиолдлыг бодлоо. Судалгааны үр дүнгээ дараах 2 хэсгээр бичье.

Хоёрдугаар бүлэгт өмнөх нэгдүгээр бүлэгт үзсэн Жейнс-Каммингсын стандарт загварыг өргөтгөж 3 түвшинт атом резонаторын оронтой харилцан үйлчилж байх тохиолдолд тооцоог хийлээ. Тооцооны үр дүнд гадны когерент орноор жолоодогдож байгаа гурван түвшинт атомууд резонаторын оронтой харилцан үйлчилж байх тохиолдолд резонаторын орны хувирлыг тодорхойлох мастер тэгшитгэлийг бодож гаргалаа. Гадны орны когерент орны Раби давтамж Ω фотоны тооноос олон дахин их ($\Omega^2 \gg g^2(n+1)$) байх үед стационар төлөвийн фотоны түгэлтийг бодож аналитик шийдийг оллоо. Эдгээр үр дүн нь Ц.Ганцог, Ж.М.Майер, М.О.Скалли, Х.Волтер нарын гаргасан үр дүнтэй[11] сайтар тохирч байна. Олсон үр дүнгээ ашиглан резонаторын орны статистик шинж чанарыг тодорхойлох фотон тооны дундаж утга, фотоны тооны стандарт хазайлт зэргийг Зураг 2.2-2.9-д үзүүлээ. Гадны когерент орны Раби давтамж бага байхад хугацааны өргөн мужид резонаторын фотоны орны статистик нь суб-Пуассон байна. Харин гадны орны Раби давтамжийг ихэсгэхэд суб-Пуассонаас супер-Пуассоны статистик рүү шилжиж $\Omega/g = 16$ болоход фотоны орны статистик нь бүрэн супер-Пуассоны статистикт шилжиж байна.

Харин гуравдугаар бүлэгт гурван түвшинт атомууд нь резонаторын 2 хэлбэлзэлтэй оронтой харилцан үйлчилж байх тохиолдолд резонаторын орны хувирлыг тодорхойлох мастер тэгшитгэлийг бичлээ. Мастер тэгшитгэлийг олохдоо Хамильтонианы хувийн төлөвөөр анализ хийх аргыг ашиглалаа. Энэхүү мастер тэгшитгэлээ ашиглан стационар төлөвийн фотоны тооны түгэлтийг бодож аналитик хэлбэрийг гаргалаа. Бидний гаргасан үр дүн нь тухайн тохиолдолд Фам Лэ Кин, Жорж Майер[9] нарын гаргасан үр дүнтэй сайтар тохирч байгаа нь бидний тооцоог бататгаж байна. Түүнчлэн микромазерийн тохиолдолд хийсэн тооцоог лазерийн тохиолдолд өргөтгөж фотоны тооны түгэлтийн хувьд аналитик илэрхийллүүдийг гаргалаа.

Хавсралт А. MATLAB дээр бичсэн програм

```
% This program intended for the calculation of One-Atom maser or Micromaser
% Photon distribution such as Mean number of photons in the Steady State and
% normalized standart deviation of mean photon numbers.

clc; % clear screen
clear all; % clear all variables
%-----
N=400; % number of summation
nd=0.1; % thermal photon numbers
        % changing this value and you can see what happens, for.ex nd=0
nex=50; % Pump ratio
        % changing this value and you can see what happens, for.ex nex=200
k=0; % Index, to see line 22.
mean_number = zeros(1,400); % Example of Pre-allocate
stndrt_dev = zeros(1,400);
cross_corr = zeros(1,400);
%-----
for t=0:0.1:60 % atom-field interaction time
    p1=1;
    p2 = zeros(1,100);
    for i=1:N
        p1=p1*(nd/((nd+1)+(nex/(i+1))*(sin(t*sqrt((i+1)/nex))))^2));
        p2(i+1)=p1;
    end
    po=1/(sum(p2)); % Normalization condition to "Po"
    k=k+1;
    mean_number(k)=(1/nex)*sum(po.*p2.*(0:N)); % mean photon numbers
    stndrt_dev(k)=((sum(po*p2.*(0:N).^2)... % cutting too long statement
        -(sum(po*p2.*(0:N)))^2)/sum(po*p2.*(0:N)))^0.5; % Mandel Q-factor
    cross_corr(k)=(2/3)*(((sum(po*p2.*(0:N).^2))/(sum(po*p2.*(0:N)))^2)...
        -(1/sum(po*p2.*(0:N))))-1;
end
%-----
figure() % create new figure window
plot(mean_number); % plot mean photon numbers graph
xlim([0 400]);
grid on;
title('Mean number of photons as a function of atom-field interaction time')
xlabel('Atom-field interaction time')
```

```
ylabel('Mean number of photons')
print ('-depsc','-r200','Figure1.eps') % This command creates 'eps' figure.
%-----
figure() % create new figure window
plot(stdnrt_dev); % plot mean photon numbers graph
xlim([0 400]);
%ylim([0 1]);
grid on;
title('Normalized standart deviation as a function of atom-field interaction time')
xlabel('Atom-field interaction time')
ylabel('Standart deviation')
print ('-depsc','-r200','Figure2.eps') % This command creates 'eps' figure.

figure() % create new figure window
plot(cross_corr); % plot mean photon numbers graph
grid on;
xlim([10 400]);
%ylim([-1 0]);
title('Cross-correlation function')
xlabel('Atom-field interaction time')
ylabel('Cross correlation')
print ('-depsc','-r200','Figure3.eps') % This command creates 'eps' figure.
```

Номзүй

- [1] E. T. Jaynes and F. W. Cummings, Proc. IEEE 51, 89 (1963) (Cited on pages [ii](#) and [2](#).)
- [2] Scully, M.O. and Lamb, W.E., Jr., 1967, Phys.Rev., 159, 208 (Cited on page [30](#).)
- [3] F. W. Cummings, Phys. Rev. 140, A1051 (1965); J. H.Eberly, N.B.Narozhny, and J.J. Sanchez-Mondragon, Phys.Rev.Lett. 44, 1323 (1980); N.B.Narozhny, J. J.Sanchez-Mondragon, and J. H. Eberly, Phys. Rev. A 23, 236 (1981); P.L.Knight, Phys. Scr. T12, 51 (1986); G.Rempe, H. Walther, and N. Klein, Phys. Rev. Lett. 58, 353 (1987). (Cited on page [ii](#).)
- [4] P. Filipowicz, J. Javansinen, and P. Meystre, Phys. Rev.A 34, 3077 (1986); Opt. Commun.8, 327 (1986); J.Opt. Soc. Am. B 3, 906 (1986). (Cited on pages [ii](#) and [34](#).)
- [5] P. Meystre, G. Rempe, and H. Walther, Opt. Lett. 13, 1078 (1988). (Cited on page [ii](#).)
- [6] Fam Le Kien, Phys. Rev. A 44, 3282 (1991) (Cited on page [ii](#).)
- [7] L. A. Lugiato, M. O. Scully, and H. Walther, Phys. Rev.A 36, 740 (1987). (Cited on pages [ii](#) and [34](#).)
- [8] The first masing using a single-atom "micromaser" was reported by D. Meschede, H.Walther, and G. Miiller, Phys. Rev. Lett. 54, 551 (1985). For a review of that work, see F.Diedrich, J. Krause, G. Rempe, M. O.Scully, and H. Wslther, IEEE J. Quantum Electron. 24, 1314 (1988), and see G. Rempe, F. Schmidt-Kaler, and H. Walther, Phys. Rev. Lett. B4, 2783 (1990). (Cited on page [ii](#).)
- [9] Fam Le Kien, Georg M. Meyer, Marian O.Scully, Herbert Walther, and Shi- Yao Zhu, Phys.Rev.A 49, 2 (1994) (Cited on pages [ii](#), [11](#), [23](#), [34](#) and [44](#).)
- [10] Fam Le Kien, G.M.Meyer, M.O.Scully, H.Walther, Phys. Rev. A 51 (1995) 1644. (Cited on pages [ii](#), [11](#) and [23](#).)
- [11] Ts.Gantsog et al./Optics Communications 124 (1996) 579-594 (Cited on pages [ii](#), [11](#), [14](#) and [44](#).)
- [12] M.O.Scully, M.S.Zubairy, Quantum Optics (1997) chapt.6 and chapt.11 (Cited on pages [3](#) and [36](#).)
- [13] B.Tuguldur, Ts.Gantsog, Study of driven Jaynes-Cummings system. Research journal of NUM, 2011, 355(16). (Cited on page [ii](#).)
- [14] Liang Wen-Qing, Zhang Zhi-Ming and Xie Sheng-Wu, Chin. Phys. Soc Vol 12, No 12, (2003) 1009-1963 (Cited on page [ii](#).)