Πανεπιστήμιο Πατρών

Τμήμα Μηχ. Η/Υ & Πληροφορικής

Ψ Η Φ Ι Α Κ Ε Σ   Τ Η Λ Ε Π Ι Κ Ο Ι Ν Ω Ν Ι Ε Σ

Εργαστηριακές Ασκήσεις 2021-2022 : 1ο σετ

Φοιτητής: Τσιαμήτρος Κωνσταντίνος - ΑΜ 235913 – 9ο έτος

Ερώτημα 1 – Κωδικοποίηση Huffman

1. Υλοποιήθηκαν οι ζητούμενες συναρτήσεις.
   Συγκεκριμένα, αναπτύχθηκαν οι εξής συναρτήσεις:
   a. `function [c] = my_huffman_dict(symbols, probs)`
      - κατασκευάζει και επιστρέφει μια κωδικοποίηση Huffman (c) (με βάση τον αλγόριθμο του βιβλίου των Proakis/Salehi στη σελίδα 686) για τα σύμβολα (symbols) και τις πιθανότητες εμφάνισής τους (probs)

   b. `function [code, avg_len] = my_huffman_enco(tex, symbols, probs)`
      - κωδικοποιεί το κείμενο εισόδου (tex) σε Huffman κωδικοποίηση με τη βοήθεια της παραπάνω συνάρτησης. Υπολογίζει και επιστρέφει το κωδικοποιημένο κείμενο (code), καθώς και το μέσο μήκος κώδικα (avg_len).

   c. `function [sig] = my_huffman_deco(code, symbols, probs)`
      - αποκωδικοποιεί το κωδικοποιημένο κείμενο εισόδου (code) και επιστρέφει το αρχικό κείμενο (sig).

2. Εκτιμήθηκαν οι πιθανότητες των συμβόλων της πηγής A με βάση το κείμενο που δόθηκε.
   Συγκεκριμένα, αναπτύχθηκε η συνάρτηση:

   `function [letters, freqs, tex] = calculate_freqs()`
   η οποία επιστρέφει τα σύμβολα (letters), τις πιθανότητες εμφάνισης (freqs) καθώς και το κείμενο (tex – το οποίο διαβάζεται από ένα - hardcoded - αρχείο).

   Η Εντροπία της (διακριτής) πηγής (χωρίς μνήμη - DMS) υπολογίζεται ως εξής:

$$H(S) = \sum p_i * \log_2\left(\frac{1}{p_i}\right),$$

$$\text{όπου } p_i \text{ η πιθανότητα εμφάνισης του συμβόλου } i$$

   Το μέσο μήκος κώδικα υπολογίζεται ως εξής:

$$\bar{R} = \frac{1}{L}\sum l_i\,,$$

$$\text{όπου } l_i \text{ το μήκος του κωδικοποιημένου συμβόλου } i \text{ και } L \text{ ο αριθμός των συμβόλων της πηγής}$$

   Η αποδοτικότητα του κώδικα υπολογίζεται ως εξής:

$$n = \frac{H(S)}{\bar{R}}$$

   Ο λόγος αυτός είναι πάντοτε μικρότερος της μονάδας, όπου n = 1 είναι το ιδανικό βέλτιστο.

Εκτελώντας το αρχείο erwtima1_erwtisi2.m καλούνται οι παραπάνω συναρτήσεις, σειριακά, και παράγονται τα ακόλουθα μηνύματα:

Original text: while the mathematics of convex optimization has been studied…
Huffman Encoding:
0111111111111111111111011111111111110111011111111110100111011111111111111010011…
Decoded signal: while the mathematics of convex optimization has been studied…
Source Entropy: 4.1347
Average Length of code: 13.963
Code Efficiency: 0.29612

Η παραπάνω έξοδος, επιβεβαιώνει την σωστή αποκωδικοποίηση του κειμένου. Επίσης, υπολογίστηκαν η Εντροπία της πηγής, το μέσο μήκος κώδικα καθώς και η αποδοτικότητα του κώδικα.

Παρατηρήσεις:

- μια βελτίωση στον χρόνο εκτέλεσης της αποκωδικοποίησης του κειμένου θα ήταν να αξιοποιηθεί κάποιο suffix tree, όμως καθαρά για λόγους rapid development αποσιωπήθηκε, δεδομένου ότι οι διαδικασίες κωδικοποίησης-αποκωδικοποίησης απαιτούν χρόνο μικρότερο του ενός λεπτού
- οι έξοδοι αποσιωπήθηκαν λόγω του μεγάλου μήκους τους

3. Τροποποιήθηκε η συνάρτηση
```
function [letters, freqs, tex, counts] = calculate_freqs(f)
```
ώστε να δέχεται ένα Boolean όρισμα, και αν είναι True, τότε φορτώνει τις πιθανότητες εμφάνισης από το αρχείο frequencies.txt αντί να τις υπολογίζει με βάση το κείμενο.

Τρέχοντας το αρχείο erwtima1_erwtisi3.m παράγεται η παρακάτω έξοδος:

Original text: while the mathematics of convex optimization has been studied…
Huffman Encoding:
011111111111111111111110111111011111110111111111110111111111111111111111111
1111110111111111111111111011111101111111111111111111111111111…
Decoded signal: while the mathematics of convex optimization has been studied…
Source Entropy: 4.1679
Average Length of code: 13.963
Code Efficiency: 0.2985

Παρατηρώ, ότι αυξήθηκε λίγο η αποδοτικότητα του κώδικα, λόγω της αύξησης του λόγου της εντροπίας προς το μέσο μήκος κώδικα (αυξήθηκαν και οι δύο ποσότητες, όπως και ο λόγος τους συνεπώς, η εντροπία της πηγής αυξήθηκε πιο πολύ – σχετικά μιλώντας πάντα – από το μέσο μήκος του κώδικα, με βάση τις νέες πιθανότητες εμφάνισης των συμβόλων).

4. Θεωρώντας ότι τα σύμβολα της πηγής είναι ανεξάρτητα μεταξύ τους ανά δύο, τότε:

$$P(Si|Sk) = P(Si) * P(Sk) \ για\ κάθε\ i, k$$

Συνεπώς, κατασκευάζουμε τον δυσδιάστατο πίνακα μεγέθους N (στο παράδειγμα για N=3 για λόγους χώρου):

	S0	S1	S2
S0	P(S0)*P(S0)	P(S0)*P(S1)	P(S2)*P(S2)
S1	P(S0)*P(S1)	P(S1)*P(S1)	P(S1)*P(S2)
S2	P(S0)*P(S2)	P(S1)*P(S2)	P(S2)*P(S2)

Ο παραπάνω πίνακας θα περιέχει τις πιθανότητες εμφάνισης των συμβόλων ανά δύο. Δηλαδή τις πιθανότητες εμφάνισης των συμβόλων μιας $2^{ης}$ τάξης επέκτασης πηγής.

Οι μετρικές υπολογίζονται με τον ίδιο τρόπο, μόνο που τώρα, έχουμε δυάδες συμβόλων αντί για μεμονωμένα σύμβολα.

Εκτελώντας το αρχείο erwtima1_erwtisi4.m παράγεται η παρακάτω έξοδος:

Source Entropy: 8.3383
Average Length of code: 364.9986
Code Efficiency: 0.022845

Ερώτημα 2 – Κωδικοποίηση PCM

Για λόγους πίεσης χρόνου και απλότητας του κώδικα θεωρήθηκε ότι η είσοδος x $\in$ R και όχι R^2, όπως δηλώθηκε στην εκφώνηση.

- Μη ομοιόμορφος βαθμωτός κβαντιστής

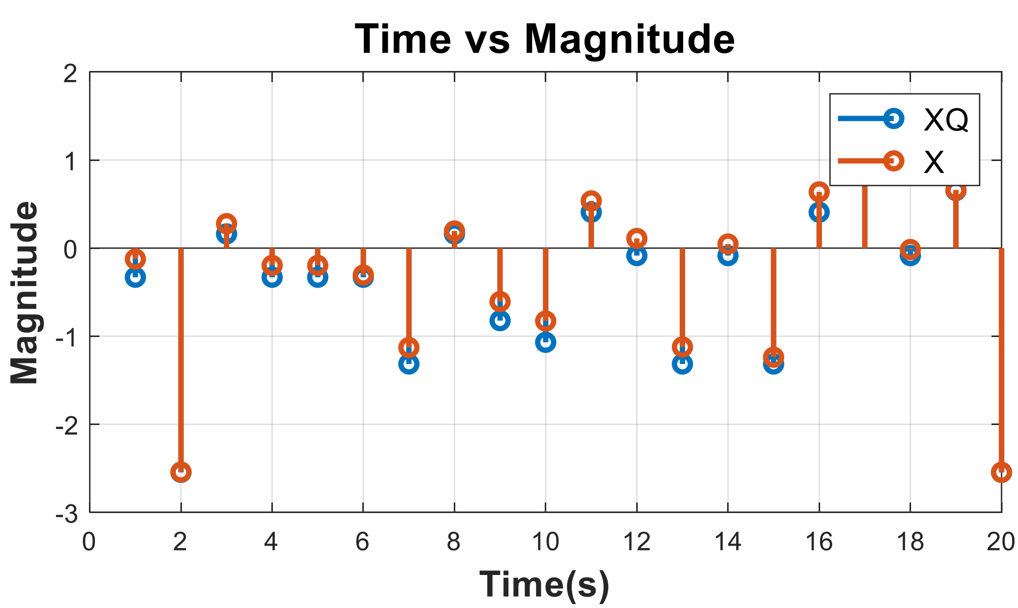
  Υλοποιήθηκε ο αλγόριθμος Lloyd-Max (η κλήση των υπεύθυνων συναρτήσεων γίνεται με τη βοήθεια του αρχείου erwtima1_erwtisi1 που υπάρχει στον φάκελο ask2)

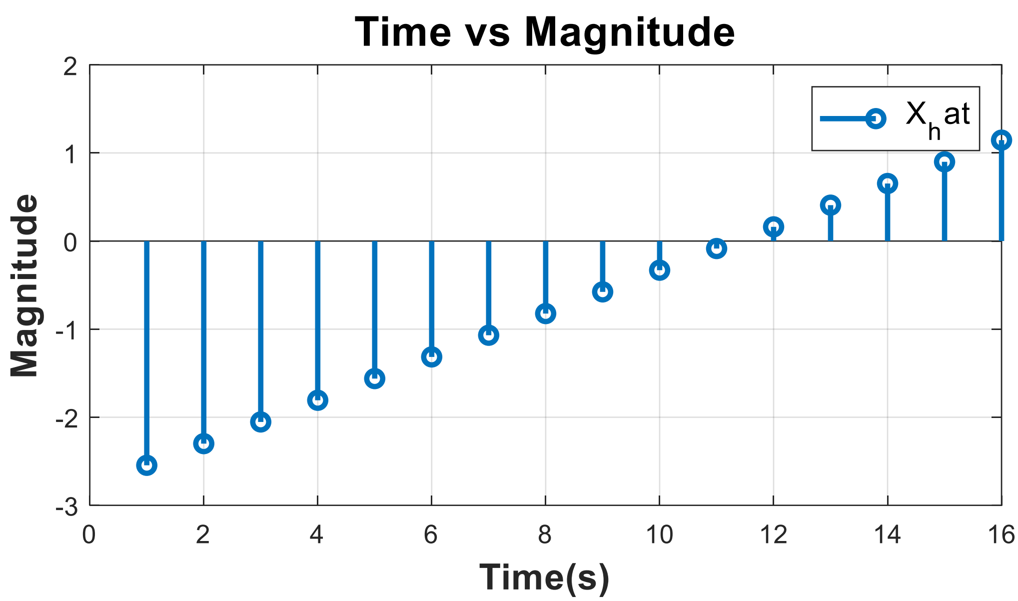
```
function [xq, MSE, SNR, D] = Lloyd_Max(x, N, min_value, max_value, tol)
```

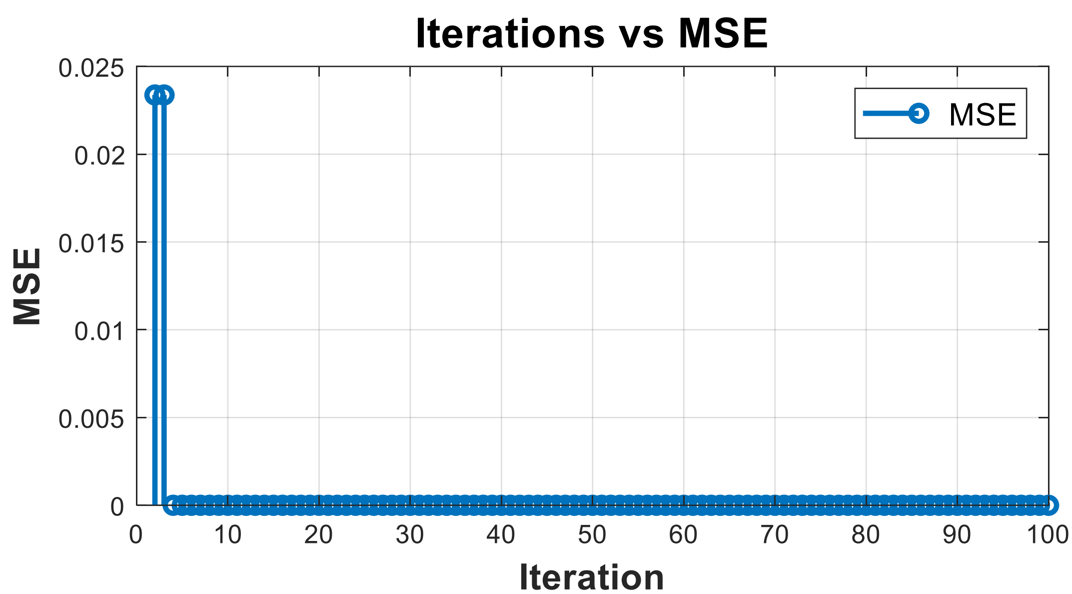
Η συνάρτηση αυτή έχει τη ζητούμενη μορφή της εκφώνησης, με μια διαφορά. Αντί να επιστρέφει τα centers σε ένα 2xN μητρώο, επιστρέφει δύο διανύσματα, xs και x_hats όπου το διάνυσμα xs περιέχει τις τιμές του x άξονα και το x_hats περιέχει τις τιμές του y άξονα των centers.

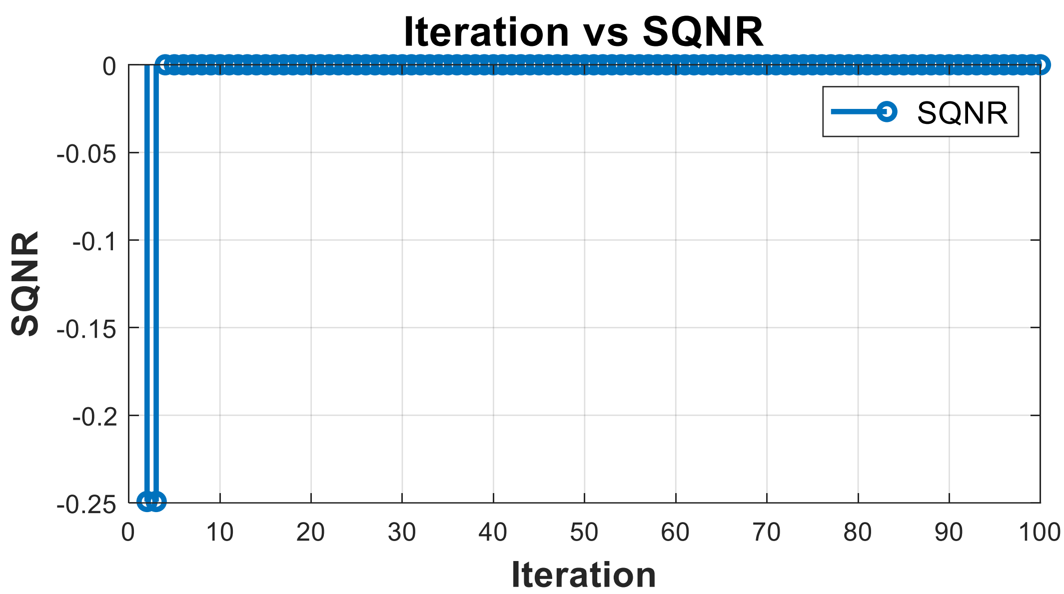
2. `function [xq, D] = helper_func(x, a_i, x_hat)`
   Λόγω της επαναληπτικής φύσεως του αλγορίθμου, υλοποιήθηκε αυτή η συνάρτηση, η οποία εκτελεί τους κατάλληλους υπολογισμούς για τον αλγόριθμο Lloyd-Max, σύμφωνα με τις οδηγίες του βιβλίου (Proakis/Salehi Κεφ. 7) και της εκφώνησης
3. `function [] = my_plot (x, xq, x_hat, MSE, SNR)`
   Η συνάρτηση αυτή, κάνει plot τα input arguments με κατάλληλο τρόπο (οπτικοποίηση)
4. `function [MSE, SQNR] = metrics(x, xq)`
   Η συνάρτηση αυτή υπολογίζει τις μετρικές MSE & SQNR και τις επιστρέφει στο κύριο πρόγραμμα.
5. `function [xq, x_hat, D] = helper_func2(x, a_i, min_value, max_value)`
   Η συνάρτηση αυτή εκτελεί τον επαναληπτικό αλγόριθμο Lloyd-Max και επιστρέφει τα αποτελέσματα στο κύριο πρόγραμμα

Για rng(2) οι παραπάνω συναρτήσεις παράγουν την παρακάτω έξοδο:




Time vs Magnitude
X_{h}at
Magnitude
Time(s)
2
1
0
-1
-2
-3
0
2
4
6
8
10
12
14
16

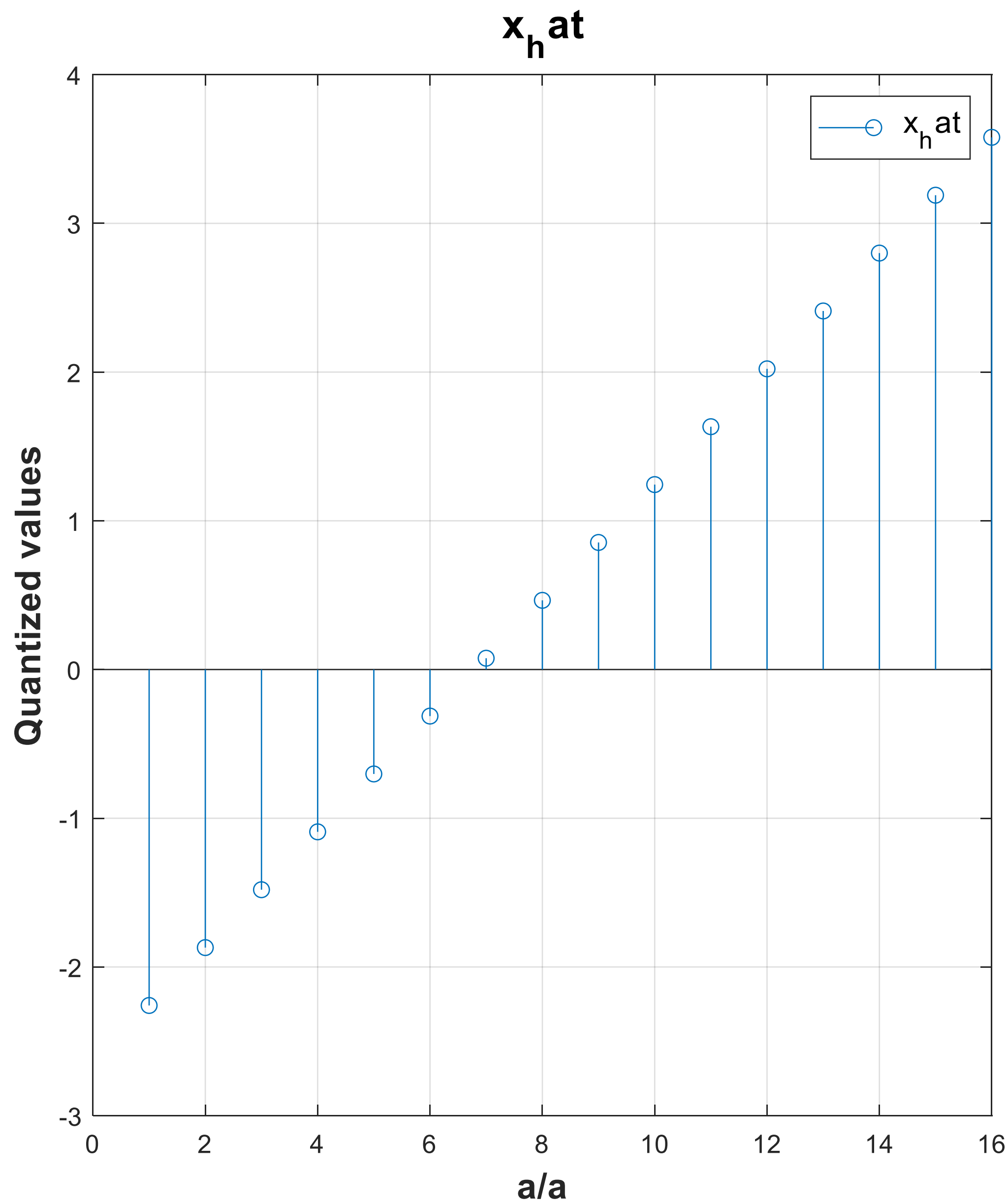

Iterations vs MSE
MSE
MSE
Iteration
0.025
0.02
0.015
0.01
0.005
0
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100



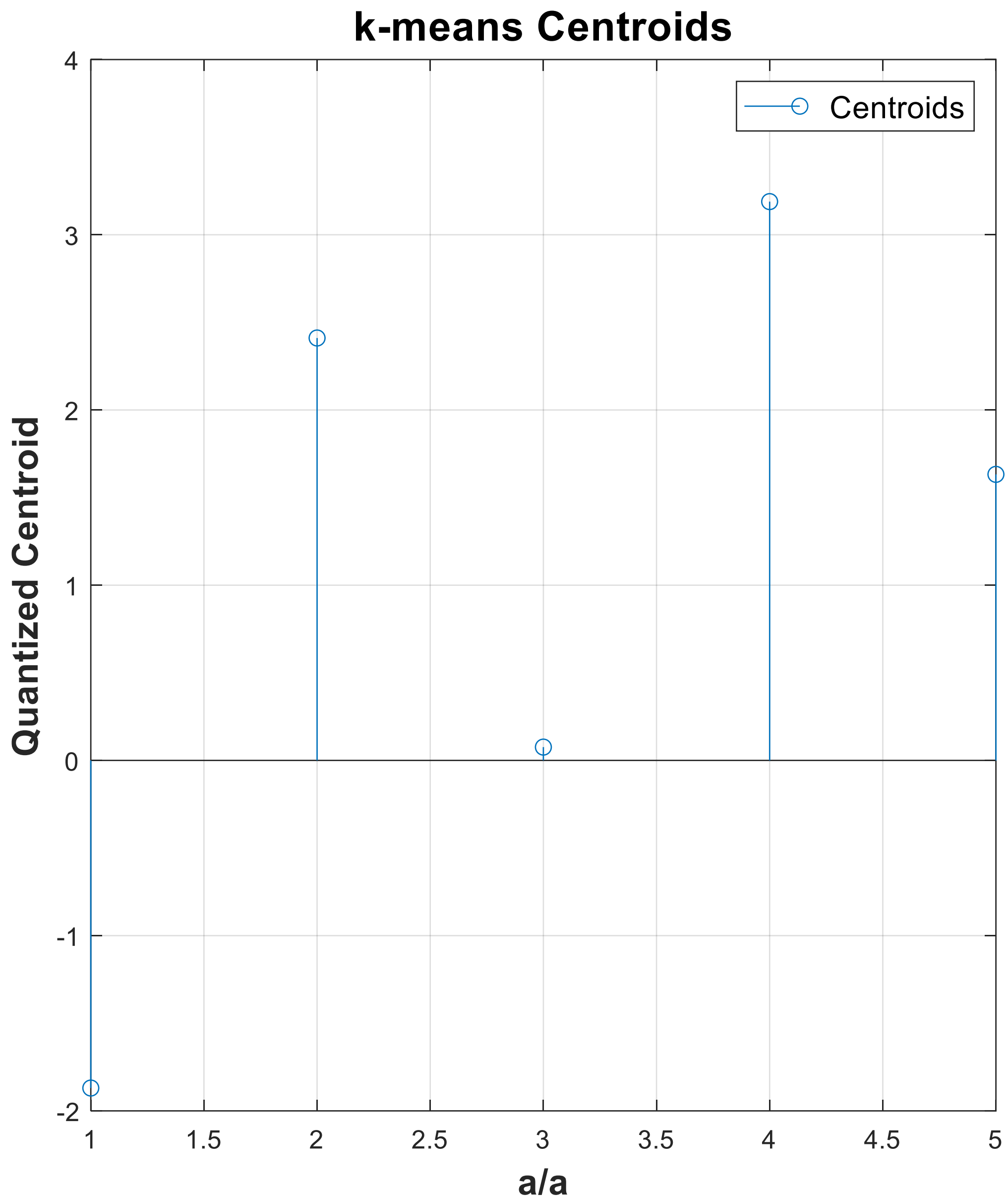
- Μη ομοιόμορφος διανυσματικός κβαντιστής

  Αρχείο k_means_testbench.m:

  Αρχικά, δημιουργήθηκαν κάποιες υλοποιήσεις της τυχαίας διαδικασίας της εκφώνησης (Πηγή Α). Με τη βοήθεια της built-in function της MATLAB για τον αλγόριθμο K-means, δημιουργήθηκαν τα κέντρα των clusters. Έγινε κβαντισμός των κέντρων αυτών με βάση τις τιμές x_hat. Η εκτέλεση του αρχείου αυτού παράγει τη εξής έξοδο (rng(0, ‘twister’)):



x_hat
4
3
2
1
0
-1
-2
-3
Quantized values
0
2
4
6
8
10
12
14
16
a/a



Επίσης, το αρχείο αυτό παράγει την εξής έξοδο στο console του MATLAB (υπολογισμός μετρικών):

MSE =   0.5080
SQNR = 0.7498

- Συγκρίσεις
  - 1. Πηγή A
    a. Παρατηρώ ότι ο k-means επιστρέφει SQNR = 0.7498 ενώ ο μη ομοιόμορφος βαθμωτός κβαντιστής επιστρέφει SQNR = -0.2492.
    Από τον τύπο υπολογισμού του SQNR (βιβλίο Proakis/Salehi σελ.339):

$$SQNR = \frac{\sigma^2}{D} \Rightarrow D = \frac{\sigma^2}{SQNR}$$

Γνωρίζω ότι η πηγή είναι μια N(0, 1) πηγή, άρα

$$D = \frac{1}{SQNR}$$

Υπολογίζω το D για τους δύο κβαντιστές ως εξής:

Για τον βαθμωτό κβαντιστή:

$$D = \frac{1}{-0.2492} \simeq -4.013$$

Για τον K-means:

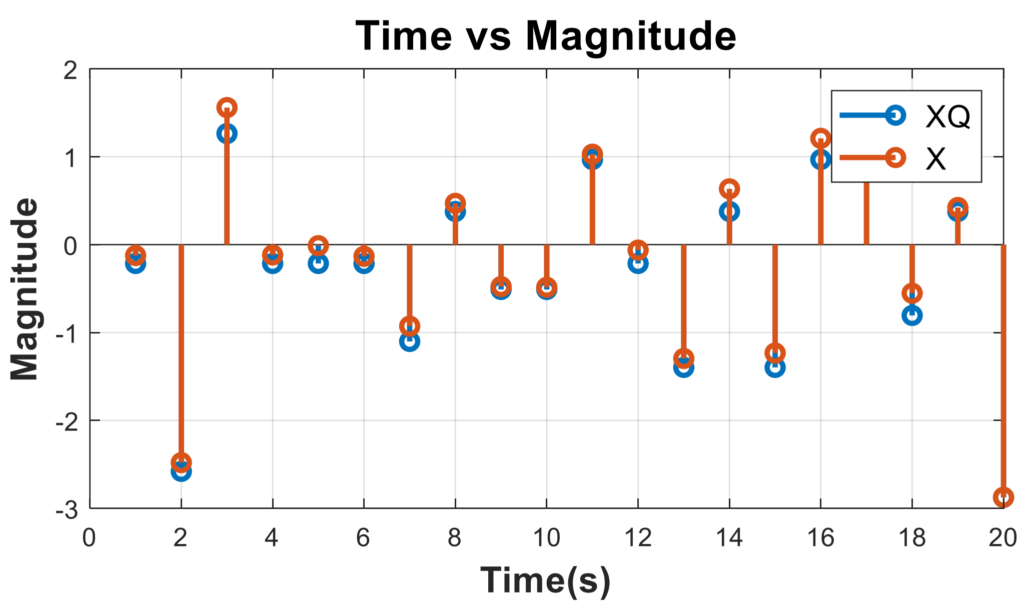
$$D = \frac{1}{0.7498} \simeq 1.334$$

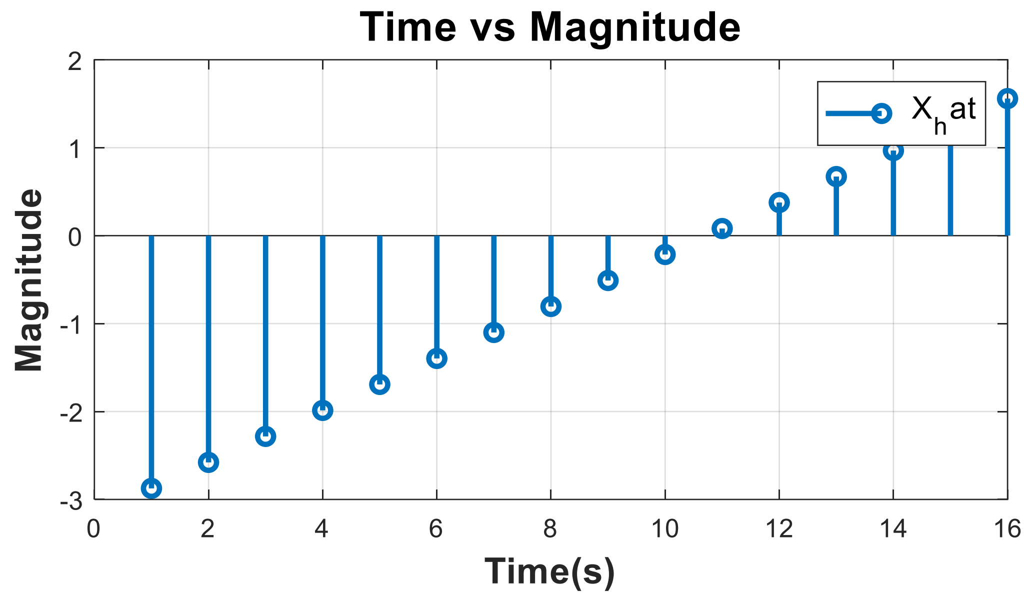
b. Συγκρίνοντας τα αποτελέσματα της μετρικής MSE για τους δύο κβαντιστές, παρατηρώ ότι ο k-means επιστρέφει MSE = 0.5080 ενώ ο μη ομοιόμορφος κβαντιστής επιστρέφει MSE = 0.02337. Συνεπώς ο μη ομοιόμορφος κβαντιστής φαίνεται να αποδίδει καλύτερα στην συγκεκριμένη υλοποίηση του προβλήματος.

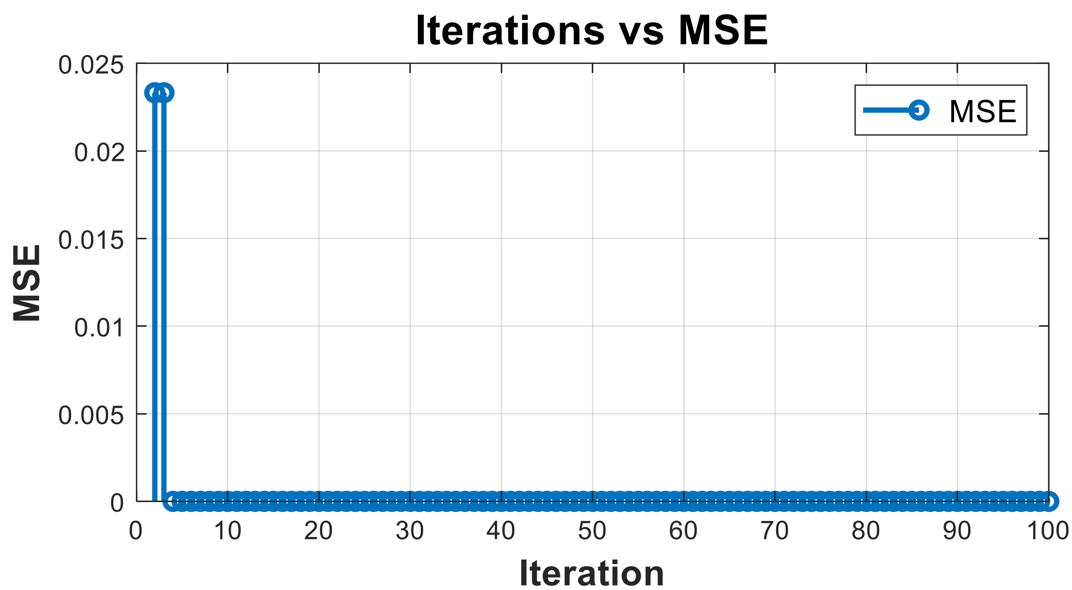
- 2. Πηγή B

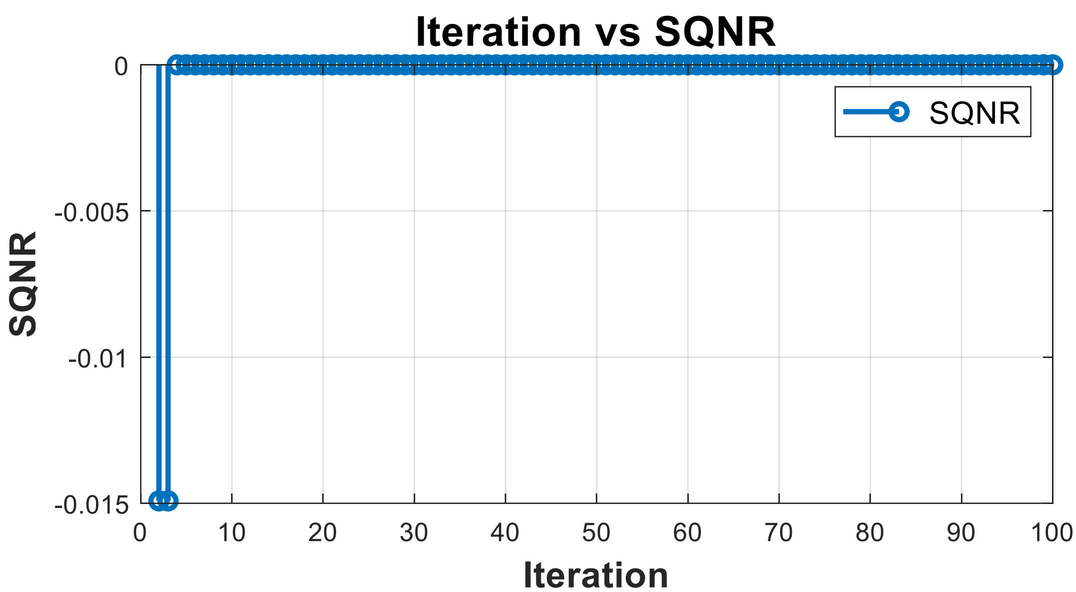
  a. Αρχείο erwtima2.m:

  Το αρχείο αυτό διαφέρει από το ερώτημα 1 μόνο στο ότι το σήμα εισόδου είναι μια autoregressive διαδικασία AR(L). Υλοποιήσεις της διαδικασίας αυτής, παράγονται με τον προτεινόμενο τρόπο της εκφώνησης. Ύστερα, εκτελείται ο αλγόριθμος Lloyd-Max. Τα αποτελέσματα που παράγονται είναι τα εξής:




Time vs Magnitude
Magnitude
Time(s)
X_hat
2
1
0
-1
-2
-3
0
2
4
6
8
10
12
14
16


Iterations vs MSE
MSE
Iteration
MSE
0.025
0.02
0.015
0.01
0.005
0
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100



b. Για τον βαθμωτό κβαντιστή παρατηρούμε SQNR = -0.0149, ενώ για τον διανυσματικό κβαντιστή παρατηρούμε SQNR = 1.7362

c. Για τον βαθμωτό κβαντιστή παρατηρούμε MSE = 0.0233, ενώ για τον διανυσματικό κβαντιστή παρατηρούμε MSE = 0.7314.
Συνεπώς, ο βαθμωτός κβαντιστής φαίνεται να είναι πιο αποδοτικός με βάση το MSE στις συγκεκριμένες υλοποιήσεις.

Ερώτημα 3 – Μελέτη Απόδοσης Ομόδυνου Ζωνοπερατού Συστήματος M-*FSK*

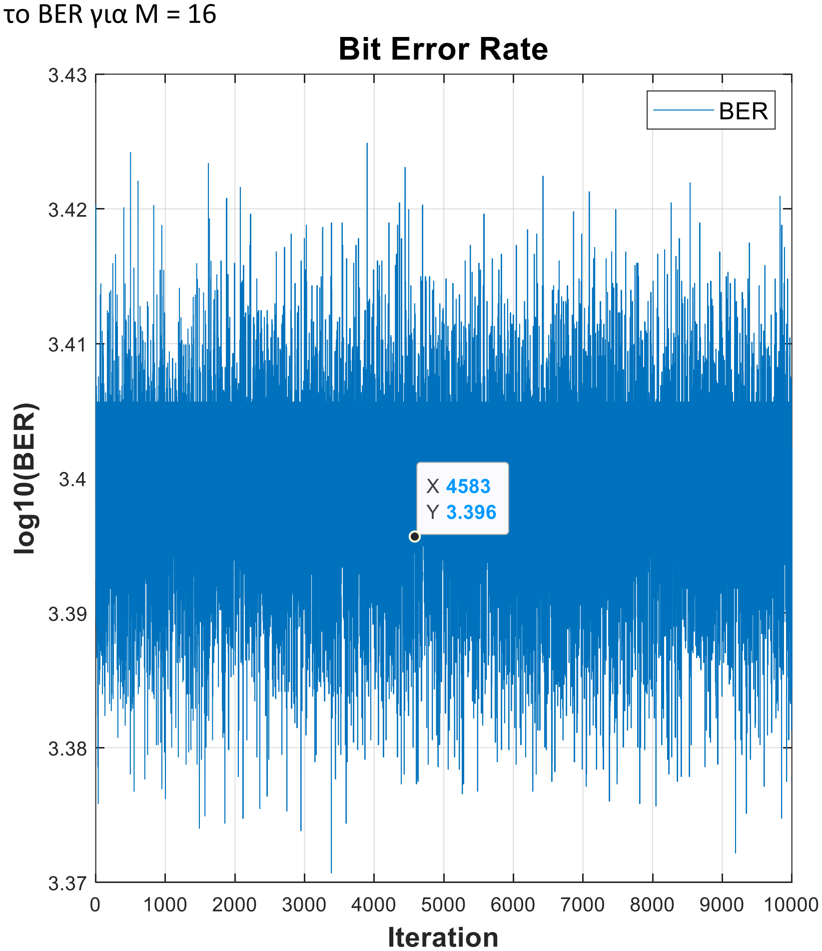
1. Με βάση τις υποδείξεις της εκφώνησης υλοποιήθηκε το σύστημα M-PAM. Θα αναλύσω μόνο τα βασικά στοιχεία της υλοποίησης, καθώς ο αλγόριθμος έχει περιγραφεί σαφώς από την εκφώνηση.

   Αρχείο erwtima3.m:
   Από αυτό το αρχείο (είναι το testbench) καλούνται οι εξής συναρτήσεις:
   a. Η συνάρτηση M_FSK.
      Σε αυτή την συνάρτηση, γίνονται όλες οι διαδικασίες όπως έχουν περιγραφεί από την εκφώνηση. Δηλαδή, σε αυτή, αρχικοποιούνται οι απαραίτητες σταθερές συχνότητας, και αριθμού Bit, ορίζονται οι συναρτήσεις του τετραγωνικού παλμού και της φέρουσας, προστίθεται ο AWGN λόγω του καναλιού στο αρχικό σήμα, γίνεται αποδιαμόρφωση και τέλος αποκωδικοποίηση του σήματος που «περνάει» από το κανάλι.

b. Η συνάρτηση bit_error_rate:
   Σε αυτή τη συνάρτηση, υπολογίζεται η τιμή του BER ανάμεσα στα σήματα (αρχικής) εισόδου και (τελικής) εξόδου, η οποία και επιστρέφεται στο κύριο πρόγραμμα.
c. Η συνάρτηση symbol_error_rate:
   Σε αυτή τη συνάρτηση, υπολογίζεται η τιμή του SER ανάμεσα στα σήματα (αρχικής) εισόδου και (τελικής) εξόδου, η οποία και επιστρέφεται στο κύριο πρόγραμμα.

2. Το σύστημα διαμόρφωσης M-FSK, κωδικοποιεί (αντιστοιχίζει) κάθε ένα σύμβολο της πηγής, σε ένα συνημιτονικό σήμα συγκεκριμένης συχνότητας (διαφορετική για κάθε σύμβολο).
   Η κωδικοποίηση Gray αντιστοιχίζει ένα σύμβολο σε μια δυαδική αναπαράσταση και κάθε δυάδα διαδοχικών συμβόλων διαφέρει στην τιμή ενός bit.
   Συνεπώς, αυτό που πετυχαίνει ο κώδικας Gray το πετυχαίνει και το σύστημα διαμόρφωσης M-FSK άρα μάλλον δεν έχει νόημα να χρησιμοποιήσουμε κωδικοποίηση Gray σε ένα τέτοιο σύστημα.

3. Παραθέτω το BER για M = 16



4. Παραθέτω το SER για M = 16