

PROPAGACIÓN DE LA LUZ Y RADIOMETRÍA



Erick Barrios Barocio; Arnaldo Hernández Cardona; Roxette Ramírez Arvidez.
Óptica (v.2024)

Algo fundamental al momento de estudiar la luz, es conocer la forma en que se propaga por el espacio y su efecto en las mediciones de intensidad. Medir la intensidad de la luz es fundamental para la óptica y su aplicación al desarrollo tecnológico. Uno de los principios que describe tal comportamiento es el conocido como ley del inverso al cuadrado, que se encuentra, bajo ciertas condiciones, en situaciones cotidianas.

Contenido

1	OBJETIVO.....	1
1.1	Material.....	1
2	EL ESPECTRO ELECTROMAGNÉTICO.....	1
3	LA RADIOMETRÍA.....	2
3.1	Ambiente de una medición radiométrica.....	3
3.2	Definiciones geométricas básicas.....	3
3.3	Cantidades radiométricas.....	4
4	ESTUDIO DE CASOS EXTREMOS.....	5
4.1	Ley del Inverso al cuadrado (Fuente puntual).....	6
4.2	Irradiancia de un haz colimado.....	7
5	REFERENCIAS.....	8

1 OBJETIVO.

Determinar si el comportamiento de propagación de la luz de dos fuentes de luz comunes se ajusta a alguno de los modelos descritos en este texto.

1.1 MATERIAL.

Fuente LED puntual. Diodo láser. Riel óptico con escala. Radiómetro. Vernier.

2 EL ESPECTRO ELECTROMAGNÉTICO.

La teoría electromagnética, nos dice que la luz es una onda con una cierta frecuencia, que viaja en el espacio vacío a una velocidad de $c = 2.998 \times 10^8 \text{ m/s}$. Estas ondas, producidas por distribuciones de carga que se aceleran, portan energía y pueden ejercer fuerzas sobre otras cargas eléctricas en su camino; de esta forma, nuestros ojos, o algún instrumento sensible a la luz, pueden detectarla.

Una onda electromagnética puede ser *monocromática* (caracterizada por una sola frecuencia o “color”) o *poli-cromática* (conjunto de varios colores), ésta última representada por una distribución de frecuencias con cierta intensidad denominada *espectro* electromagnético o de radiación (Figura 1) ^[1]. En general, el espectro se divide por regiones con nombres particulares (Figura 2):

- **Radiación Gama.** Longitudes de onda $< 10^{-11} \text{ m}$. Peligrosas para el ser humano ya que provocan cáncer.
Fuentes comunes: decaimiento radiactivo y reacciones nucleares.

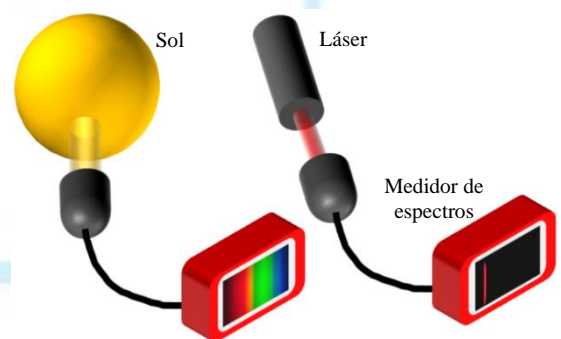


Figura 1. La luz solar tiene un espectro poli-cromático, mientras que un láser es monocromático.

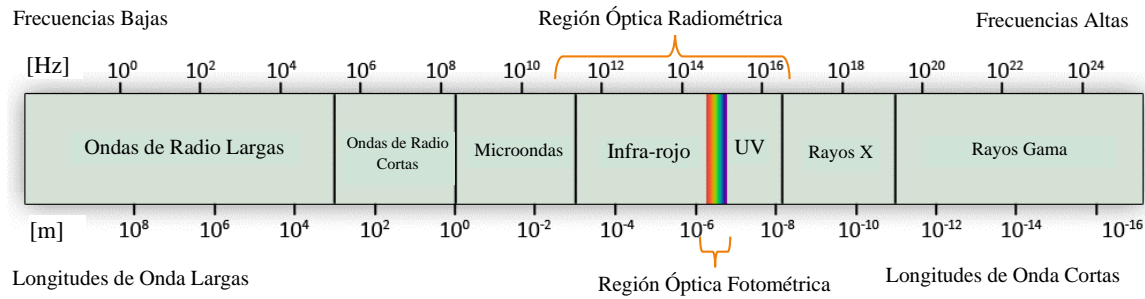


Figura 2. El espectro electromagnético y región radiométrica.

- **Radiación X.** De 10nm a 10^{-11}m . Peligrosas en altas dosis ya que provoca cáncer. *Fuentes comunes:* electrones energéticos chocando con un objeto de metal.
- **Ultravioleta (UV).** De 380nm a 10nm . Tres categorías: UV-A de $380 - 315\text{nm}$, UV-B de $351 - 280\text{nm}$ y UV-C de $208 - 10\text{nm}$. Perjudiciales para la piel y ojos. La capa de ozono absorbe 99% de la radiación UV proveniente del sol. *Fuentes comunes:* el sol, lámparas de vapor de mercurio.
- **Visible.** De 770nm a 380nm . *Características:* espectro de colores diferenciable por el ojo.
- **Radiación Infrarroja (IR).** De 770nm a 1mm . Tecnología de visión infrarroja, calentadores. *Fuentes comunes:* objetos en equilibrio térmico (radiación de calor).
- **Micro-ondas.** De 1mm a 30cm . *Fuentes comunes:* dispositivos electrónicos y de comunicación como hornos de microondas, radares y antenas.
- **Ondas de radio.** De metros hasta miles de kilómetros. Emisión de radio AM ($540 - 1600\text{kHz}$) y FM ($88 - 108\text{MHz}$) y televisión. *Fuentes comunes:* antenas.

3 LA RADIOMETRÍA.

Existen varias formas de estudiar los espectros electromagnéticos (dispersión, difracción, interferencia); sin embargo, todas estas formas dependen de algo fundamental: medir la intensidad del campo electromagnético. La **Radiometría** es la rama de la física que se enfoca en medir dicha intensidad, en particular la comprendida entre los rangos de frecuencias de $3 \times 10^{11}\text{Hz}$ y $3 \times 10^{16}\text{Hz}$ (longitudes de onda desde 10nm a $1000\mu\text{m}$), y cuya unidad fundamental es energía por unidad de tiempo $[W]$.

Existe otra rama de estudio paralela a la radiometría denominada **Fotometría**, la cual se enfoca en la radiación electromagnética detectable por el ojo humano (restringida a las longitudes de onda de $\sim 360\text{nm}$ a $\sim 830\text{nm}$), considerando la función de respuesta espectral del ojo (sensibilidad a los colores). La unidad fundamental de la fotometría es el Lumen (lm).

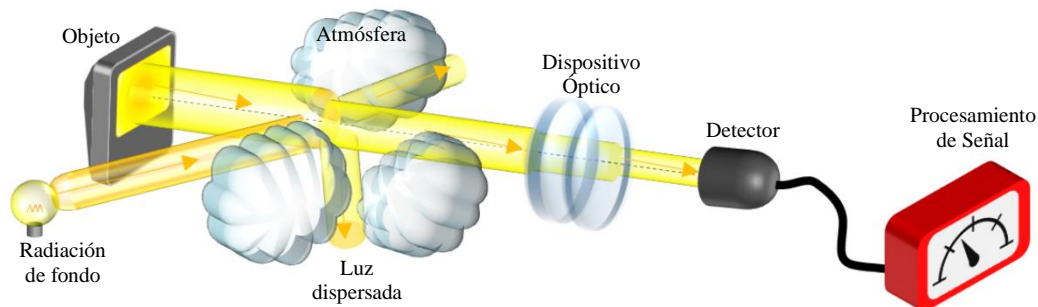


Figura 3. Configuración experimental de una medición radiométrica de un objeto activo.

La existencia de estas dos ramas de estudio paralelas genera confusión en el uso de las unidades al momento de realizar experimentos, aun cuando ambas miden energía. En nuestro caso utilizaremos *unidades radiométricas* ya que sus unidades son más generales y donde solamente es necesario tomar en cuenta la función de respuesta del instrumento de medición, sin incluir la del ojo.

3.1 AMBIENTE DE UNA MEDICIÓN RADIOMÉTRICA.

En una medición radiométrica es común la presencia de elementos que modifican la forma en que se propaga la radiación (Figura 3). A fin de realizar una medición correcta, es necesario estar al tanto de tales elementos con el propósito de identificarlos y poder tomarlos en cuenta adecuadamente [1, 2]:

- **Objeto.** Genera la luz que queremos medir. Puede ser *activo* (emite radiación) o *pasivo* (refleja radiación proveniente de un objeto activo diferente).
- **Radiación de fondo.** No se origina en el objeto y no deseamos medirla, pero se encuentra en el campo de medición del instrumento.
- **Atmósfera.** Medio en el que se encuentra el objeto, puede absorber y/o dispersar la luz, afectando la medición.
- **Dispositivo óptico.** Es un sistema que puede modificar la trayectoria o magnitud de la radiación. Puede estar compuesto de lentes, prismas, polarizadores, etc.
- **Detector.** Dispositivo al que llega la radiación. Convierte la radiación óptica en otra forma de energía o señal fácil de procesar (por ejemplo, voltaje).
- **Procesamiento de señal.** Es la etapa de análisis y tratamiento de la señal generada por el detector.

3.2 DEFINICIONES GEOMÉTRICAS BÁSICAS.

Para poder llevar a cabo una medición de radiación son necesarios los siguientes conceptos geométricos.

- **Rayo de luz.** Representación vectorial idealizada de la dirección de propagación de la energía de una onda electromagnética (luz), generalmente es dada por el vector de onda.
- **Frente de Onda.** Superficie imaginaria localmente perpendicular a los rayos de luz (Figura 4a). Hay dos casos extremos: si un conjunto de rayos se propaga de forma paralela entre ellos, todos serán perpendiculares a un frente de onda plano; si los rayos se propagan de forma que parecieran divergir de un punto (*fuentes puntuales*), la única superficie perpendicular sería un frente de onda esférico.
- **Haz de Luz.** Está definido como un conjunto de rayos que viajan en una cierta dirección y con cierta divergencia, están distribuidos dentro de un par de áreas inicial (A_1) y final (A_2), por las cuales fluye una densidad de energía (Figura 4b). En el caso de frentes de onda planos, las áreas tendrán el mismo tamaño, es decir el haz de luz tendrá una sección transversal constante en toda su trayectoria ($A_1 = A_2$), lo cual se denomina *haz colimado*. En el límite donde $A_1 = A_2 \rightarrow 0$, se obtiene un rayo de luz.

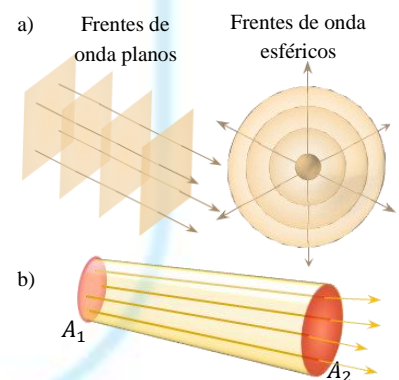


Figura 4. a) Tipos de frente de onda; b) Haz de luz.

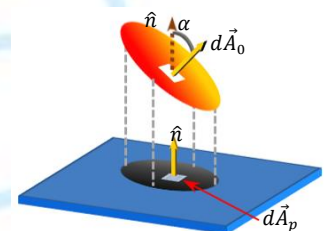


Figura 5. Área proyectada.

- **Área proyectada.** Es la proyección (área sombreada $d\vec{A}_p$ en la Figura 5) de una superficie (con cualquier geometría y dirección $d\vec{A}_0$), sobre otra superficie con normal \hat{n} . Ambas superficies están definidas por sus normales. En su forma diferencial:

$$dA_p = \cos \alpha |d\vec{A}_0| \quad (1)$$

- **Ángulo sólido.** Puede ser interpretado como el campo de visión angular subtendido por algún objeto visto desde el origen de coordenadas. Imaginemos que un objeto plano de área dA_0 (de forma arbitraria) se encuentra a una distancia r del origen (Figura 6), de igual forma, imaginemos una esfera centrada en el origen con radio r ; el objeto dA_0 tendrá una cierta área proyectada dA_1 sobre la esfera, esta área proyectada será el área efectiva que nosotros observaríamos desde el origen, y por consiguiente cubre un cierto tamaño angular de nuestro campo de visión, si el objeto se aleja, este tamaño disminuye. La forma geométrica de cuantificar este tamaño angular es con el ángulo sólido, el cual se puede calcular de dos formas: la primera como la razón entre el elemento de área dA_1 y el cuadrado del radio r ; y la segunda como el producto de las dos longitudes angulares subtendidas por el objeto en coordenadas esféricas. Así, el elemento de ángulo sólido ($d\omega$) subtendido por la proyección de dA_0 es:

$$d\omega_1 = \frac{dA_1}{r^2} (1[sr]) = \sin \theta d\theta d\phi \quad (2)$$

Justo cuando el radio de la esfera es igual en magnitud al área proyectada ($|dA_1| = |r^2|$), se tiene un ángulo sólido con valor unitario, lo cual se define como **Estereorradián** [sr].

3.3 CANTIDADES RADIOMÉTRICAS.

Una vez que ya contamos con los conceptos geométricos básicos procedemos a conocer las cantidades utilizadas en radiometría [1,2,3]. Existen cuatro cantidades fundamentales derivadas de la medición de la **Energía radiante** Q [J]:

- **Flujo de radiación** Φ [W]. Es la tasa de flujo de la energía (proveniente de todas direcciones) en un punto en el espacio (x, y, z) por unidad de tiempo $\Phi = dQ/dt$.
- **Irradiancia** I [W/m²]. Es la densidad de flujo de radiación (desde todas direcciones) por unidad de área que incide, cruza o emerge de una superficie

$$I = \frac{d\Phi}{ds_0}, \quad (3)$$

donde ds_0 es un elemento de área en la superficie de estudio A . Es común escoger el sistema de referencia coincidente con el plano que contiene a la superficie de estudio, y su origen con el punto de medición (Figura 7). En general, I es una función de la posición sobre la superficie bajo estudio; sin embargo, si el flujo es homogéneo, la información de la posición se puede omitir y definir a I en términos del flujo y área totales.

- **Intensidad radiante** E [W/sr]. Este concepto es similar al de irradiancia, pero en lugar de definirse en un área, se define en un ángulo sólido

$$E = \frac{d\Phi}{d\omega}, \quad (4)$$

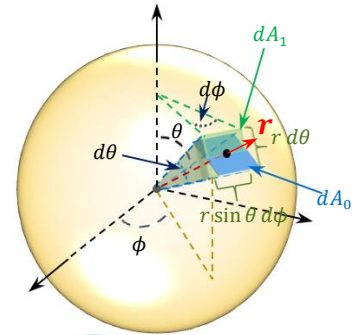


Figura 6. Ángulo sólido.

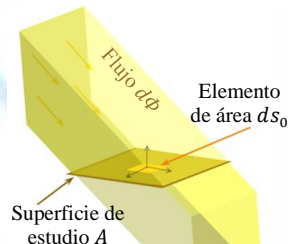


Figura 7. Irradiancia (I) en una superficie.

donde $d\omega$ es el elemento de ángulo sólido. Es decir, es la densidad de flujo por unidad de ángulo sólido que incide, cruza o emerge de un punto en el espacio y se propaga dentro del ángulo sólido (Figura 8). Este concepto es particularmente útil para casos en los que el flujo presenta cierto grado de divergencia, ya que esta divergencia define un ángulo sólido, por ejemplo, *fuentes pseudo-puntuales*. A esta cantidad se le puede asociar una dirección angular debido a que el ángulo sólido se define a partir del punto de emisión hacia la posición del área de medición subtendida, es decir hacia los ángulos (θ, ϕ) .

- **Radiancia** $L [W/(m^2 sr)]$. Es la combinación de los conceptos de irradiancia e intensidad radiante, es decir, es la densidad de flujo por unidad de ángulo sólido y por unidad de área proyectada que incide, cruza o emerge en una dirección angular específica desde un elemento de área particular (ds_0) en una cierta superficie A (Figura 9)

$$L = \frac{d^2\Phi}{d\omega ds} = \frac{d^2\Phi}{d\omega ds_0 \cos \theta}, \quad (5)$$

en este caso $ds = ds_0 \cos \theta$ es la proyección del elemento de área ds_0 (que se encuentra sobre la superficie de estudio) en la dirección del ángulo sólido $d\omega$ en el cual queremos calcular la radiancia. Hay que notar que el área que define a $d\omega$ es ds , siendo θ el ángulo entre la dirección del ángulo sólido (dirección de propagación) y la normal de la superficie de estudio. Así, la radiancia es una función tanto de la posición en la superficie (x, y) como de la dirección del ángulo sólido (θ, ϕ) y, si se conoce su función específica, se puede encontrar Φ integrando:

$$\begin{aligned} \Phi &= \int_A \int_{\Omega} L(x, y, \theta, \phi) \cos \theta d\omega ds_0 \\ &= \int_{x_1}^{x_2} \int_{y_1}^{y_2} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \int_{\phi_1}^{\phi_1} L(x, y, \theta, \phi) \cos \theta \sin \theta d\theta d\phi dx dy, \end{aligned} \quad (6)$$

donde Ω es el ángulo sólido total, que puede estar definido por el área de detección del instrumento de medición de flujo.

4 ESTUDIO DE CASOS EXTREMOS.

Para asimilar los conceptos anteriores, estudiaremos de forma práctica cuál de los dos modelos extremos de la propagación de la luz (haz colimado o fuente puntual) describe mejor la luz generada por una cierta fuente.

Lo que es de nuestro interés es conocer cómo cambia la irradiancia conforme nos alejamos de la fuente. La razón por la que nos concentramos en la irradiancia es debido a que es lo que la mayoría de los instrumentos miden directamente. Así, tenemos que implementar un sistema experimental que permita analizar las variables *Irradiancia* (I) vs *distancia a la fuente* (d). Dicho sistema debe contar con un radiómetro (medidor de irradiancia) montado en un riel que permita su

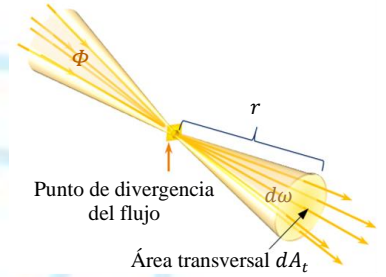


Figura 8. Intensidad Radiante (E), dA_t es el área transversal que define el ángulo sólido.

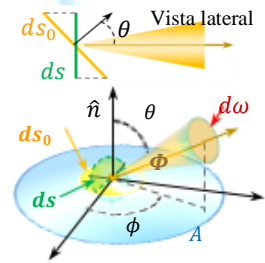


Figura 9. Radiancia en un elemento de área ds_0 en una dirección (θ, ϕ) .

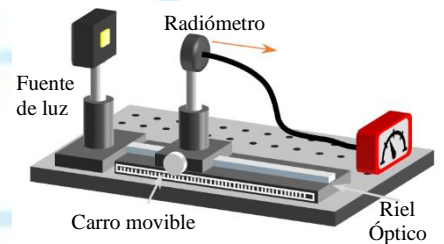


Figura 10. Montaje experimental para estudiar la Irradiancia de una fuente de luz.

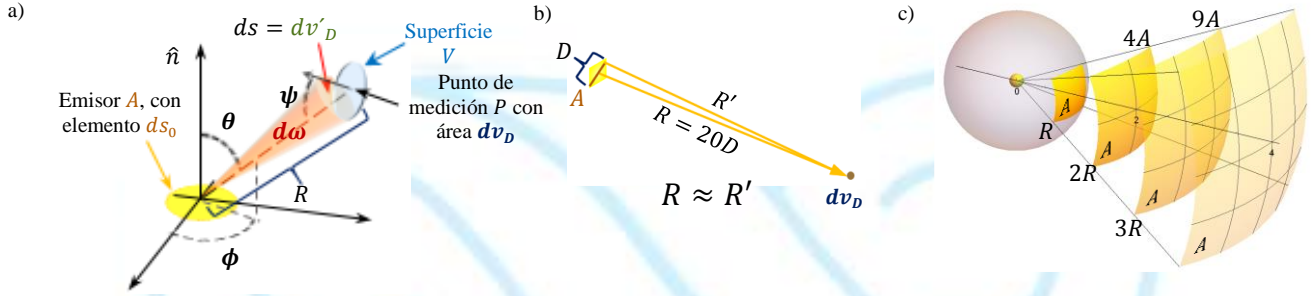


Figura 11. a) Geometría del problema de la Ley del Inverso al cuadrado. b) Aproximación de fuente puntual. c) Irradiancia de una fuente puntual isotrópica en un sector de una esfera.

movimiento (en una sola dirección) y medición de su distancia a la fuente (Figura 10). Como es de esperar, la fuente se debe colocar en el origen del riel.

Es recomendable realizar el experimento en un lugar con luz ambiental nula, sin embargo, es posible realizarlo con luz ambiente, siempre y cuando ésta se cuantifique y mantenga constante durante el experimento.

4.1 LEY DEL INVERSO AL CUADRADO (FUENTE PUNTUAL).

De la geometría de la Figura 11a y la definición de flujo (ecuación 6), podemos calcular el flujo Φ que llega a un elemento diferencial de área dv_D en la superficie V de un radiómetro a partir de la radiancia emitida por una superficie A . Cada elemento de área del emisor (ds_0) radia como fuente puntual, pero solamente una parte de esta radiación llega al detector; dicha porción fluye a través del ángulo sólido ($d\omega$) generado por la proyección del elemento de área dv_D del detector en la dirección de la fuente (dv'_D), de forma que, utilizando la definición de ángulo sólido:

$$d\omega = \frac{dv'_D}{R^2} (1[\text{sr}]) = \frac{dv_D \cos \psi}{R^2} (1[\text{sr}])$$

Por lo que en la ecuación 6:

$$\Phi = \int_A \int_V L(x, y, \theta, \phi) \frac{\cos \theta \cos \psi}{R^2} (1[\text{sr}]) dv_D ds_0,$$

derivando respecto del elemento diferencial de la superficie del radiómetro (dv_D):

$$\frac{d\Phi}{dv_D} = I_D = \int_A L(x, y, \theta, \phi) \frac{\cos \theta \cos \psi}{R^2} (1[\text{sr}]) ds_0$$

Para propósitos de comprobar esto con nuestro arreglo experimental, se pueden hacer simplificaciones extra:

- I. Sí colocamos el radiómetro (V) a una distancia R mayor que 20 veces el diámetro de la fuente (D , asumiendo que tiene forma circular, o la diagonal en caso de ser cuadrada), la diferencia en R entre la orilla de la fuente y su centro será menor al 0.13% (Figura 11b). Esto hace que cualquier posible variación de los términos $\cos \theta$, $\cos \psi$ y R^2 sea despreciable en el rango de integración de ds_0 y puedan ser tomados como constantes, a lo cual se denomina *aproximación de fuente puntual*.

Una fuente se puede aproximar como puntual si su dimensión más grande es menor a $R/20$.

- II. La aproximación de fuente puntual también permite asumir que la fuente tiene una radiancia constante sobre su superficie e independiente de la dirección: $L(x, y, \theta, \phi) = L_0$.
- III. El sistema se simplifica considerablemente si la superficie de incidencia V (apertura del radiómetro) y la superficie de la fuente se colocan de frente apuntando una hacia otra ($\psi = \theta = 0$).

Bajo estas condiciones, la ecuación de la irradiancia se convierte en:

$$I_D = \frac{K}{R^2} \quad (7)$$

donde $K = L_0 A(1[sr])$. Esta ecuación es denominada *Ley del Inverso al Cuadrado de la Irradiancia*, la cual solo se aplica cuando se trata de fuentes que se pueden aproximar como puntuales. En caso de tener radiación de fondo, se deberá sumar como una constante extra.

La irradiancia de una fuente puntual isotrópica varía inversamente con el cuadrado de la distancia a la fuente.

Esto es lo opuesto a una fuente colimada. *Una fuente puntual emite luz de forma homogénea en todas direcciones.*

Una forma alternativa de deducir este comportamiento es imaginando que la fuente puntual está dentro de una esfera de radio unitario y tomando una cierta sección del área de la superficie de la esfera (A_{sec}). Dentro del ángulo sólido producido por esta área el flujo será homogéneo (Φ_{sec}) y será una fracción del flujo total emitido por la fuente hacia todas direcciones (Figura 11c). Así, de la definición dada por la ecuación 2, el ángulo sólido será $\omega = A_{sec}/(1m^2)$; si ahora, se incrementa el radio de la esfera imaginaria a un valor R , pero manteniendo el valor del ángulo sólido, será necesario incrementar también el área de la sección de la esfera tomada (A'_{sec}), es decir:

$$\omega = \frac{A'_{sec}}{(R)^2} = \frac{A_{sec}}{1m^2} \Rightarrow A'_{sec} = \left(\frac{R}{1m}\right)^2 A_{sec}$$

Es decir, el área de la sección crecerá proporcionalmente a un factor cuadrático (dado básicamente por el radio de la esfera). Debido a que el ángulo sólido permanece igual, el flujo dentro de él también deberá mantenerse, simplemente se dispersará en un área mayor. Así, si la irradiancia en el área transversal de la esfera unitaria es $I_0 = \Phi_{sec}/A_{sec}$, entonces se encontrará que, en la esfera de radio R :

$$I = \frac{\Phi_{sec}}{A'_{sec}} = \frac{I_0 A_{sec}}{\left(\frac{R}{1m}\right)^2 A_{sec}} = \frac{I_0}{R^2} [m^2] \quad (8)$$

Es decir, el flujo en la segunda sección esférica (de radio mayor) decrece por un factor del radio de la esfera al cuadrado.

4.2 IRRADIANCIA DE UN HAZ COLIMADO.

El concepto de radiancia (ecuación 5) asume que todo haz de luz tiene cierta divergencia, lo cual mantiene a L finita; sin embargo, un caso especial, en el que la ecuación 5 debe ser modificada, es el de un haz colimado, donde $d\omega \rightarrow 0$ (no hay divergencia) ya que implicaría que $L \rightarrow \infty$. En esta situación, es común ^[2] introducir a la radiancia una función delta de Dirac angular (θ, ϕ) y con un cierto valor L_0 (además de aplicar las aproximaciones II y III de la fuente puntual), es decir: $L = L_0 \delta(\theta, \phi)$ y $\theta = 0$, donde L_0 tiene unidades de $[W/(m^2 sr)]$. En este caso particular, el flujo se obtiene mediante la integral:

$$\Phi = \int_A \int_{\Omega} L_0 \delta(\theta, \phi) d\omega ds = \int_A L_0 (1 [sr]) ds = AL_0 (1 [sr]) \quad (9)$$

donde A es el área transversal de la fuente que produce el haz colimado. Este resultado nos indica que el flujo de radiación en un haz colimado es constante a lo largo de su trayectoria. Por otro lado, de la definición de irradiancia, si nuestro radiómetro tiene un área de detección tal que es igual al área transversal del haz, se puede encontrar que:

$$\frac{d\Phi}{ds} = L_0(1 [sr]) \Rightarrow I = L_0(1 [sr]) \quad (10)$$

Para haces de luz colimados, la irradiancia es constante a lo largo de su trayectoria.

Visualmente, de la Figura 4b, el haz colimado tiene un flujo Φ que atraviesa la superficie transversal A_1 , dando una irradiancia I_0 . A una distancia d posterior, y dado que los rayos que componen el haz son paralelos, el área transversal del haz seguirá siendo A_1 y el flujo será el mismo, por lo que la irradiancia será la misma.

Como observación, si el área del radiómetro es mayor al área transversal del haz (Figura 12), la integración para obtener la irradiancia será en toda el área del radiómetro (A_R); sin embargo, dado que solo hay flujo en el área A_1 , la región de área ($A_R - A_1$) no contribuirá a la integración, ya que ahí el flujo vale cero, por lo que la diferencia de áreas no afectará en absoluto el comportamiento de la irradiancia con respecto a la distancia. De forma similar, si el área del radiómetro es menor al área transversal del haz, la integración solo será en A_R , produciendo un valor de irradiancia menor al que sale de la fuente; sin embargo, el comportamiento colimado del haz hará que el flujo en esta área sea constante, es decir, la irradiancia también será constante.

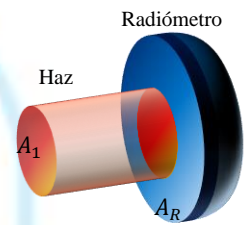


Figura 12. Medición de la Irradiancia de un haz colimado.

Como comentarios finales, las fuentes puntuales o colimadas son idealizaciones de los casos extremos de la propagación de la luz. En la práctica, cualquier fuente de luz tiene un comportamiento intermedio entre estos extremos, y dependiendo de cómo este construida, podrá aproximarse más a un tipo o a otro.

5 REFERENCIAS.

- [1] James M. Palmer, Barbara G. Grant. *The Art of Radiometry*, SPIE Press. 2010.
- [2] McCluney, William R. *Introduction to Radiometry and Photometry*, Artech House. 1994
- [3] Frank L. Pedrotti, Leno M. Pedrotti, Leno S. Pedrotti. *Introduction to Optics*, Cambridge University Press, 2018, 3ªed.
- [4] Gronner, Alfred D. *Análisis de circuitos transistorizados*, Fondo Educativo Interamericano. 1974
- [5] Thomas L. Floyd. *Electronics fundamentals: circuits, devices and applications*. Pearson. 8ª ed. 2004.