

# LENTES



Erick Barrios Barocio; Arnaldo Hernández Cardona; Roxette Ramírez Arvidez.  
Óptica (v.2024)

La aplicación más conocida de la refracción se encuentra en la construcción de lentes y, al igual que con los espejos, su funcionamiento depende de su geometría; sin embargo, también juega un papel importante el material del que están construidas estas lentes, ya que el índice de refracción modificará la forma en que desvían los rayos de luz. Las lentes son indispensables en sistemas ópticos como telescopios, microscopios, proyectores, cámaras, etc., por lo que es importante conocer cómo funcionan, y los distintos métodos para su caracterización.

## Contenido

1	OBJETIVO.....	1
1.1	Material.....	1
2	EL PRINCIPIO DE FERMAT Y LAS LENTES.....	1
3	REFRACCIÓN EN UNA SUPERFICIE ESFÉRICA.....	3
4	LENTES DELGADAS.....	5
5	DIAGRAMAS DE RAYOS.....	6
6	MÉTODOS DE CARACTERIZACIÓN.....	7
6.1	Objeto al Infinito.....	7
6.2	método Gráfico.....	7
6.3	Desplazamiento de Imagen (para Lentes Divergentes).....	7
6.4	Método de Bessel.....	8
6.5	Bessel en Lentes Negativas.....	9
7	POTENCIA ÓPTICA.....	10
8	REFERENCIAS.....	11

Una lente es un dispositivo óptico translúcido que modifica la trayectoria de los rayos de luz mediante su geometría y la refracción; su funcionamiento se puede ver como una combinación de los principios de un prisma y un espejo. Las lentes pueden ser utilizadas para producir imágenes; sin embargo, al igual que los espejos, tienen imperfecciones debido a su superficie esférica (*aberración esférica*) y al efecto de dispersión que ocurre para distintos colores (*aberración cromática*).

Existen dos tipos de lentes: las que hacen que los rayos converjan hacia un punto (llamadas *convergentes* o *positivas*); y las que hacen que los rayos diverjan como si emanaran de un punto (llamadas *divergentes* o *negativas*). A continuación, se describirá de forma básica su funcionamiento y caracterización.

### 1 OBJETIVO.

Practicar los distintos métodos para encontrar distancias focales de lentes y su índice de refracción.

#### 1.1 MATERIAL.

Lentes convergentes y divergentes; Objeto luminoso; Pantalla; Esferómetro; Flexómetro; Regla o vernier.

### 2 EL PRINCIPIO DE FERMAT Y LAS LENTES.

El principio de Fermat puede darnos una idea de cómo usar materiales refractores o reflectores para poder cambiar la trayectoria de los rayos de luz de forma que sigan caminos particulares y lleguen a puntos específicos, o, dicho de otra forma, para que formen imágenes. Supongamos que tenemos una fuente puntual en A que emite rayos de forma radial. En este caso los frentes de onda representan posiciones *isócronas* (a los que los rayos llegan al mismo tiempo), y se expanden de forma uniforme conforme transcurre el tiempo (Figura 1). Frente a la fuente hay un sistema óptico que

puede constar de superficies reflejantes y/o de refracción y queremos que el sistema colecte la luz que llega a él y la redirija hacia un solo punto  $B$  denominado *imagen*.

Dado que queremos que los rayos lleguen a un solo punto, por el principio de reversibilidad, estos también deben formar frentes de onda esféricos que se contraigan conforme los rayos avanzan, implicando que los rayos que salen del sistema óptico lleguen de forma simultánea a  $B$ . Para que esto sea posible, el sistema óptico debe modificar la longitud de camino óptico de los rayos que lo atraviesan de forma que compense e iguale todas las trayectorias posibles, es decir, que presenten el mismo tiempo de recorrido desde  $A$  hasta  $B$  (hacerlas *isócronas*).

En la Figura 1 se puede ver que, si el sistema (o material) óptico no estuviera presente, la línea recta  $ACC'B$  es la trayectoria con menor tiempo. ¿Cómo podemos hacer que las otras trayectorias (por ejemplo, la que pasa por  $D$  y  $D'$ ) también llegue a  $B$  en el mismo tiempo? La respuesta está relacionada con la geometría del sistema óptico y el principio de Fermat<sup>[1]</sup>.

El sistema óptico debe hacer que todas las trayectorias de  $A$  a  $B$ , que pasan por él, tengan el mismo tiempo de recorrido. En la Figura 1 se puede observar que al colocar el sistema (el cual es inicialmente cuadrado), la trayectoria  $ACC'B$  seguirá siendo la trayectoria más rápida hacia  $B$ , por lo que el problema se torna en darle una geometría apropiada al sistema tal que el segmento  $CC'$  presente una mayor longitud de camino óptico (retrase temporalmente la luz) respecto a otras trayectorias, por ejemplo la  $ADD'B$ , produciendo que un rayo que viaje por dicha trayectoria alcance a un rayo que vaya por  $CC'$  y lleguen al mismo tiempo a  $B$ .

Ahora, si colocamos un material translucido (donde la velocidad de la luz es menor que en el aire) cuyo grosor sea mayor por su parte central y se adelgace conforme nos alejamos del centro (Figura 2), las longitudes de camino óptico se compensarían dado que la trayectoria  $ACC'B$  presentaría una mayor distancia dentro del material, recorriendo un mayor camino óptico que las otras trayectorias, las cuales recorren menor distancia de material; de esta forma, se podría hacer que las trayectorias tuvieran el mismo tiempo de recorrido.

Además, la dirección de los rayos se puede cambiar usando refracción y ajustando la normal de la superficie de forma que el ángulo de incidencia del rayo que entra al material haga que los rayos dentro de éste sean paralelos al rayo central ( $CC'$ ) dentro del material y que cuando salgan de éste, se dirija hacia el punto  $B$ , creando una imagen de la fuente en  $A$ .

Al realizar un análisis de la superficie generada al tomar en consideración las condiciones anteriores, se encuentra que las superficies que forman imágenes de la forma mencionada son las denominadas *superficies cartesianas*, que son superficies de secciones cónicas (esferas, paraboloides, elipsoides e hiperboloides), y debido a eso son las que se utilizan en la construcción de espejos y lentes cuyo propósito sea crear imágenes.

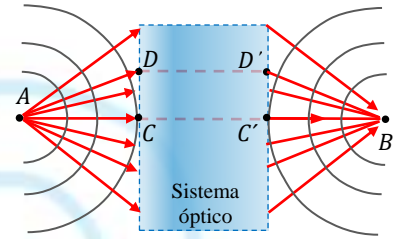


Figura 1. Trayectorias en un sistema óptico y la formación de imágenes.

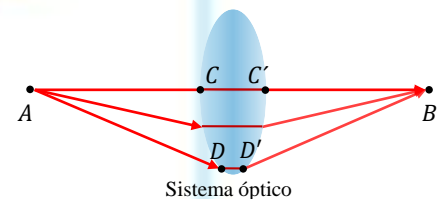


Figura 2. Trayectorias compensadas en tiempo en un sistema óptico.

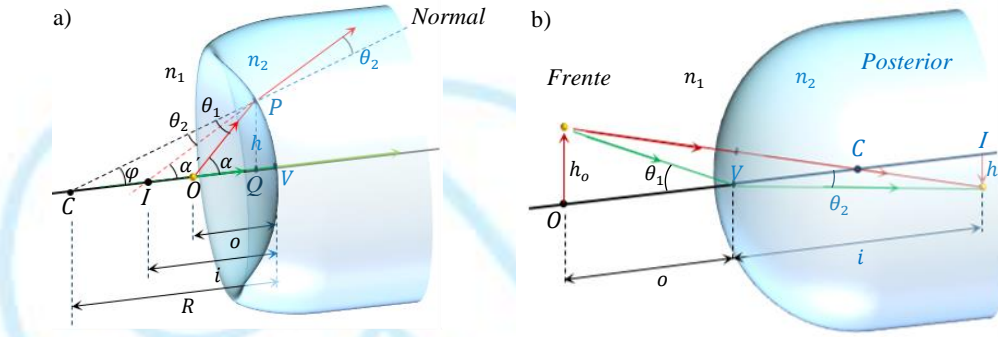


Figura 3. a) Refracción en una superficie esférica donde  $n_2 > n_1$ . b) Magnificación lateral en una superficie refractora esférica convexa.

### 3 REFRACCIÓN EN UNA SUPERFICIE ESFÉRICA.

Supongamos que tenemos una superficie esférica cóncava, con un cierto radio de curvatura ( $R$ ), hecha de un material translucido y en la cual inciden dos rayos de luz que emanan de un objeto puntual  $O$  (Figura 3a). Un rayo que viaje sobre el eje de la superficie incidirá de forma normal a ésta en su vértice (rayo verde) de forma que no sufrirá desviación de dirección, mientras que otro rayo (rojo) incide en  $P$  y se refracta de acuerdo a la ley de Snell.

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

Desde dentro del material, los dos rayos refractados parecen provenir de la intersección de sus extensiones, que es el punto donde se encuentra la imagen  $I$  (denominada *virtual* ya que la luz no pasa por dicho punto). Por otro lado, en el  $\triangle CPO$ , el ángulo exterior es  $\alpha = \theta_1 + \varphi$ , mientras que en el  $\triangle CPI$ ,  $\alpha' = \theta_2 + \varphi$ . Trabajando en la aproximación paraxial (Gaussiana o de ángulo pequeño), donde se asumirá que la distancia  $\overline{QV}$  es despreciable, y sustituyendo en la ley de Snell:

$$n_1(\alpha - \varphi) = n_2(\alpha' - \varphi)$$

Utilizando las definiciones de los distintos ángulos ( $\alpha \approx \tan \alpha = h/o$  ;  $\alpha' \approx h/i$  ;  $\varphi \approx h/R$ ):

$$n_1 \left( \frac{h}{o} - \frac{h}{R} \right) = n_2 \left( \frac{h}{i} - \frac{h}{R} \right) \Rightarrow \frac{n_1}{o} - \frac{n_2}{i} = \frac{n_1 - n_2}{R}$$

De acuerdo con la convención de signos mostrada en la Tabla 1 <sup>[2, 3]</sup>, esta última ecuación toma la forma:

$$\frac{n_1}{o} + \frac{n_2}{i} = \frac{n_2 - n_1}{R}, \quad (1)$$

la cual también es válida para superficies convexas. Asumiendo que el medio translucido al que entra la luz es infinito hacia la derecha, cuando el radio de curvatura  $R \rightarrow \infty$ , la superficie se torna plana y en tal caso la ecuación 1 se reduce a:

$$i = - \left( \frac{n_2}{n_1} \right) o,$$

Tabla 1. Convención de signos para superficies refractoras.					
$o(+)$	Objeto frente a la superficie	Objeto real	$f(+)$	Rayos refractados convergen	
$o(-)$	Objeto posterior a la superficie	Objeto virtual	$f(-)$	Rayos refractados divergen	
$i(+)$	Imagen posterior a la superficie	Imagen real	$R(+)$	Centro de curvatura posterior a la superficie	
$i(-)$	Imagen frente a la superficie	Imagen virtual	$R(-)$	Centro de curvatura frente a la superficie	
<b>Magnif.</b>	$M > 0$ , imagen derecha		$M < 0$ , imagen invertida		



la cual es la fórmula de profundidad aparente. En cuanto a la magnificación lateral, usando la Figura 3b, aplicando la ley de Snell en el vértice ( $V$ ), utilizando la aproximación de ángulo pequeño  $n_1\theta_1 = n_2\theta_2$  y las tangentes de los ángulos, se encuentra que <sup>[3]</sup>

$$n_1 \left( \frac{h_o}{o} \right) = n_2 \left( \frac{h_i}{i} \right) \Rightarrow M = \frac{h_i}{h_o} = - \frac{n_1 i}{n_2 o} \quad (2)$$

Donde el signo negativo se introdujo debido a que la imagen está invertida, siendo que  $i$  y  $o$  son positivos.

**Ejemplo.** En la Figura 4a, un objeto real está en aire a 30cm de una superficie esférica convexa, con radio de curvatura de 5cm. A la derecha de la interface hay agua ( $n_2 = 1.33$ ).

(I) Encontrar la distancia de la imagen desde el vértice y su magnificación lateral.

Utilizando la ecuación 1, encontramos la distancia  $i$  de la imagen

$$\frac{1}{30\text{cm}} + \frac{1.33}{i} = \frac{1.33 - 1}{5\text{cm}} \rightarrow i = 40.7\text{cm}$$

La imagen es real a la derecha de la interface. Para la magnificación utilizamos la ecuación 2

$$M_1 = - \frac{1(40.7\text{cm})}{1.33(30\text{cm})} = -1$$

En esta situación, se asumió que el medio a la derecha de la superficie se extiende infinitamente, por lo que la imagen está dentro del mismo.

(II) Si el segundo medio solamente tiene 10cm de espesor, con su segunda superficie cóncava (vista desde la izquierda) con radio de curvatura de 5cm (es decir,  $R_2 = -5\text{cm}$ ), formando una **lente gruesa** (Figura 4b), encontrar la posición de la imagen y magnificación de la lente.

La refracción en la primera superficie no se verá afectada por la adición de la segunda, por lo que los rayos dentro de la lente se siguen dirigiendo a la imagen en  $I_1$ . Sin embargo, cuando estos rayos llegan a la segunda superficie se refractan nuevamente produciendo una nueva imagen en  $I_2$ . Dado que la convergencia de los rayos que llegan a la segunda superficie depende de la posición de la primera imagen ( $I_1$ ), dicha imagen será tomada como el objeto de la segunda superficie ( $O_2$ ). Como se puede observar de la figura, y utilizando la convención de signos de la Tabla 1, debido a que  $O_2$  está posterior a la segunda superficie, su distancia será negativa siendo un objeto virtual. Así, usando la ecuación 1 en la segunda superficie tenemos

$$\frac{1.33}{-30.7\text{cm}} + \frac{1}{i_2} = \frac{1 - 1.33}{-5\text{cm}} \rightarrow i_2 = 9.15\text{cm}$$

Y la magnificación será

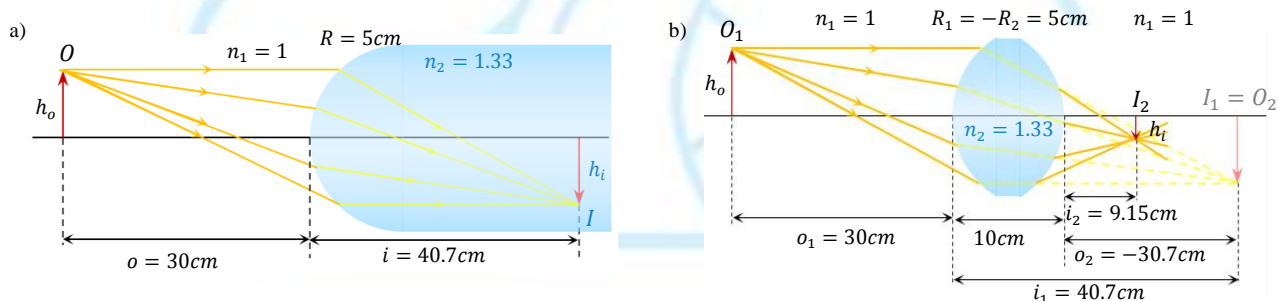


Figura 4. a) Refracción en una superficie cóncava. b) Imagen de una lente gruesa.

$$M_2 = -\frac{1.33(9.15\text{cm})}{1(-30.7\text{cm})} \approx 0.4$$

Es decir, la segunda imagen es 0.4 veces el tamaño del objeto virtual  $O_2$ , y como es positivo tiene la misma orientación. En relación al objeto original  $O_1$ , la imagen final  $I_2$  está invertida ya que la magnificación lateral total es  $M = M_1 M_2 = -1 * 0.4 = -0.4$ .

En general, cuando hay una serie de superficies refractoras, la imagen final se obtiene calculando las posiciones de los objetos, imágenes y magnificaciones producidas por cada superficie refractora en el orden en que las cruza la luz (en el ejemplo de izquierda a derecha). Es decir, la imagen  $I_n$  producida por la  $n$ -ésima superficie será el objeto de la superficie  $(n + 1)$ , y así sucesivamente.

#### 4 LENTES DELGADAS.

Una lente delgada consta de dos superficies esféricas refractoras muy cercanas, como en la Figura 4b, pero en la que el grosor es despreciable comparado con la distancia al objeto y la imagen, lo cual está justificado en la mayoría de las aplicaciones prácticas. De esta forma, en la primera superficie con radio  $R_1$

$$\frac{n_1}{o_1} + \frac{n_2}{i_1} = \frac{n_2 - n_1}{R_1} \quad (3)$$

Mientras que en la segunda superficie

$$\frac{n_2}{o_2} + \frac{n_1}{i_2} = \frac{n_1 - n_2}{R_2} \quad (4)$$

Donde se asume que la lente está sumergida en un medio con índice  $n_1$ . En general, la distancia de la segunda superficie a la imagen generada por la primera (el objeto de la segunda) es  $o_2 = t - i_1$ , donde  $t$  es el grosor de la lente; sin embargo, al poder despreciar el grosor, resulta que:  $o_2 \approx -i_1$ . Sustituyendo esto en la ecuación 4, y sumándola con la 3, se obtiene:

$$\frac{n_1}{o_1} + \frac{n_1}{i_2} = (n_2 - n_1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad (5)$$

En esta ecuación,  $o_1$  es la distancia original al objeto, mientras que  $i_2$  es la distancia a la imagen final. Es decir, esta ecuación sólo toma el objeto inicial y la imagen final producida por la lente, por lo que sus sub-índices pueden ser omitidos:

$$\frac{1}{o} + \frac{1}{i} = \frac{(n_2 - n_1)}{n_1} \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad (6)$$

Dicha expresión constituye la *Ecuación de Lente Delgada* <sup>[1, 2]</sup>. Recordando lo visto en los espejos, el lado izquierdo de la ecuación es la longitud focal efectiva de la lente delgada ( $f$ ), donde se genera la imagen cuando el objeto está en el infinito, por lo que:

$$\frac{1}{f} = \frac{(n_2 - n_1)}{n_1} \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad (7)$$

Esta ecuación alternativa es conocida como *Ecuación del Constructor de Lentes*, ya que utiliza la información de los radios de curvatura de las superficies y del índice de refracción del material para diseñar y construir una lente, y donde, por lo general,  $n_1 = 1$ . Las ecuaciones 6 y 7 se pueden combinar de forma que, en términos de la longitud focal:

$$\frac{1}{o} + \frac{1}{i} = \frac{1}{f} \quad (8)$$

## 5 DIAGRAMAS DE RAYOS.

De forma similar al caso de espejos, se pueden construir diagramas de rayos para encontrar el lugar donde las lentes (convergentes o divergentes) generan las imágenes (reales o virtuales). Debido a la simetría de una lente delgada y al principio de reversibilidad, hay dos focos (frontal y posterior) cuyos valores son iguales al foco efectivo de la lente ( $f$ ).

En diagramas de rayos, se utilizan tres rayos que salen del objeto y se refractan en la lente de la siguiente forma:

- **Rayo 1.** Sale del objeto de forma paralela al eje óptico (como si viniera de infinito). Cuando se refracta en una lente convergente, pasa por su foco posterior (Figura 5a). En caso de ser una lente divergente, el rayo se refracta de manera que parece provenir del foco frontal (Figura 5b).
- **Rayo 2.** Para lentes convergentes, pasa por el foco frontal de la lente, al refractarse emerge de forma paralela al eje óptico (Figura 5a). En el caso de una lente divergente, el rayo se dirige al foco posterior, y cuando se refracta emerge de forma paralela al eje óptico (Figura 5b).
- **Rayo 3.** El rayo sale del objeto y pasa por el centro de cualquier lente sin sufrir refracción (Figura 5d). La razón de este comportamiento se debe a que la lente es delgada y, bajo aproximación paraxial, las tangentes a la superficie en los puntos  $A$  y  $B$  (y los segmentos  $\overline{AC_1}$  y  $\overline{BC_2}$ ) serán paralelas. Por la simetría de la lente alrededor de su centro  $O$ , el rayo atravesará la lente como si fuera una placa de caras paralelas y simplemente se desplazará lateralmente, y como el grosor de la lente (placa) es despreciable, el desplazamiento lateral también lo será [2].

El punto donde los rayos refractados (o donde las extensiones de los rayos refractados) se cruzan será el punto donde se forme la imagen. Como se puede ver en la Figura 5c, las lentes convergentes producen *imágenes virtuales* cuando el objeto se encuentra entre la lente y su foco, de lo contrario la *imagen* será *real*; las lentes divergente siempre generan imágenes virtuales.

De los diagramas en la Figura 5, es posible observar que los ángulos subtendidos por el objeto y la imagen respecto del centro de la lente son iguales (correspondientes al rayo 3), por lo que

$$\frac{h_o}{o} = \frac{h_i}{i} \quad (9)$$

Así, tomando en cuenta la convención de signos, se obtiene la ecuación de *magnificación lateral para una lente delgada*:

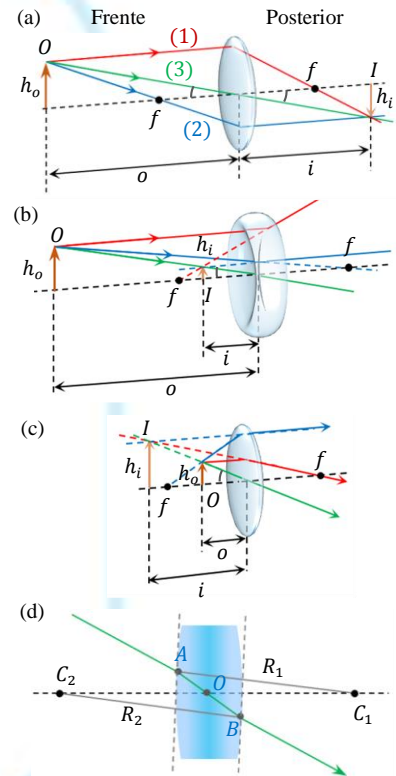


Figura 5. Diagramas de rayos de lentes: a) convergente, imagen real; b) divergente, imagen virtual; c) convergente, imagen virtual. d) Rayo central en una lente delgada.

$$M = \frac{h_i}{h_o} = -\frac{i}{o} \quad (10)$$

## 6 MÉTODOS DE CARACTERIZACIÓN.

Las ecuaciones 7 y 8 son las que caracterizan el funcionamiento de las lentes. De esas ecuaciones, podemos ver que las características más relevantes de las lentes son su distancia focal (*foco efectivo*), sus radios de curvatura y su índice de refracción, por lo que los principales métodos de caracterización se centran en obtener estas cantidades, en particular en el foco. A continuación, se aborda cada uno.

### 6.1 OBJETO AL INFINITO.

De la ecuación 8, observamos que si el objeto está muy lejos (tiende al “infinito”) de la lente, el término  $1/o$  tenderá a cero, por lo que  $i \approx f$ . El posible inconveniente de esta situación es que el tamaño de la imagen será reducido, ya que la magnificación tiende a cero y será un poco difícil identificar si está bien enfocada (es nítida).

Este método es el más usado, ya que solo requiere de la lente y una pantalla para proyectar la imagen. (Figura 6).

### 6.2 MÉTODO GRÁFICO.

Este método utiliza la ecuación 8 de la misma forma que en un espejo esférico, es decir, colocando un objeto luminoso a una cierta distancia de la lente, se busca y mide la posición de la imagen generada en una pantalla. Con la pareja ( $o, i$ ) podemos calcular el foco de la lente. Para mayor precisión es recomendable hacer estadística con varias parejas de posiciones objeto-imagen (Figura 7).

Con este mismo arreglo es posible comprobar la ecuación 10 simplemente midiendo los tamaños del objeto y su imagen con un instrumento de precisión (como un vernier), y calcular la magnificación del sistema.

### 6.3 DESPLAZAMIENTO DE IMAGEN (PARA LENTES DIVERGENTES).

Utilizando de forma consecutiva las ecuaciones 8 y 10, en un sistema óptico que conste de una lente positiva (con características conocidas) y una lente negativa, es posible encontrar las características de esta última. De acuerdo a la ecuación 8, si colocamos un objeto luminoso a una cierta distancia ( $o_1$ ) de una lente convergente con foco  $f_1$ , encontraremos que genera una imagen real en una pantalla a una distancia  $i_1$ . Si insertamos una lente divergente entre la posición  $i_1$  y la lente convergente, la imagen proyectada perderá su enfoque, ya que la lente divergente hará que los rayos de luz diverjan y se enfoquen en un punto más alejado de la lente convergente (Figura 8).

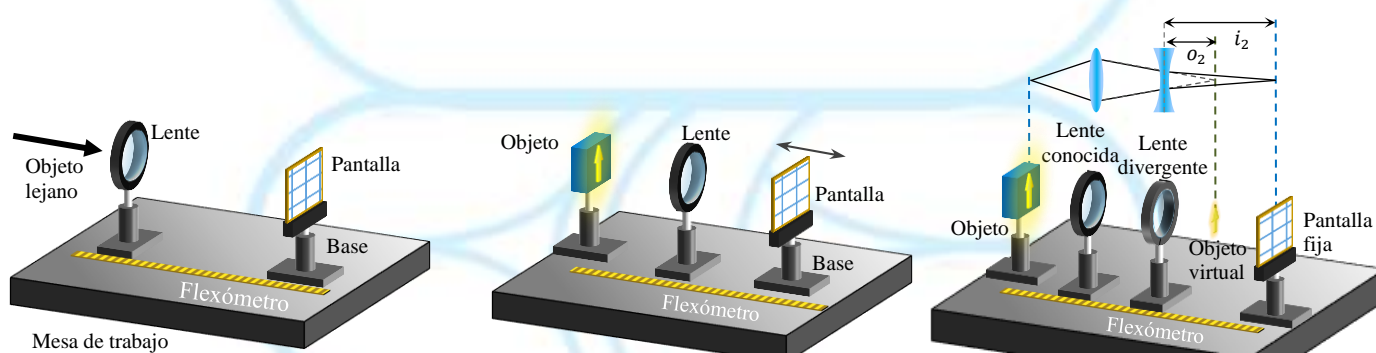


Figura 6. Arreglo experimental para el método de objeto al infinito

Figura 7. Arreglo experimental para el método gráfico.

Figura 8. Arreglo experimental para el método de desplazamiento de imagen.



En esta situación, la imagen original en  $i_1$  se tornará el objeto virtual que “observa” la lente divergente y, midiendo la distancia entre las posiciones de la lente divergente y la imagen original, tendremos la distancia del objeto virtual  $o_2$  a la lente divergente. Desplazando la pantalla la pantalla se podrá encontrar la posición a la que se desplazó el punto de enfoque de la imagen, y midiendo la diferencia entre la posición de la lente divergente y la nueva posición de la imagen tendremos la distancia  $i_2$ .

Finalmente, utilizando de nuevo la ecuación 8 y la convención de signos, con los datos  $i_2$  e  $o_2$ , se podrá encontrar el foco de la lente divergente. Para comprobar las magnificaciones, se utiliza la ecuación 10 de forma consecutiva (primero para la lente convergente y luego para la divergente) para obtener las magnificaciones en cada etapa del sistema óptico.

#### 6.4 MÉTODO DE BESSEL.

Una formulación alternativa para encontrar el foco de una lente, y una de las más utilizadas, es la de Bessel <sup>[3]</sup>. Para obtener esta fórmula, suponemos que un objeto y una pantalla están colocados a una distancia de separación fija  $b$  (Figura 9a), y la lente convergente cuya distancia focal se busca medir se colocará entre estas. Si desplazamos la lente desde cerca del objeto hasta la pantalla, se encontrará que una imagen real se enfoca en la pantalla en dos posiciones específicas (*posiciones conjugadas*) de la lente; siendo una configuración  $(o_1, i_1)$  reflejo de la otra  $(o_2, i_2)$  respecto del centro de simetría del sistema. Este fenómeno tiene explicación en el hecho de que, si cambiamos los papeles de objeto y pantalla, por reversibilidad de los rayos, ahora la imagen se debe enfocar donde estaba antes el objeto.

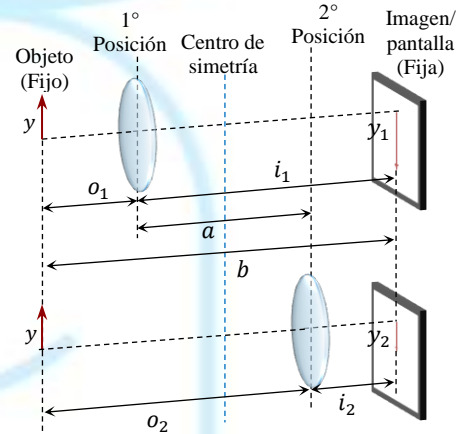


Figura 9. Posiciones conjugadas en el método de Bessel.

Definiendo  $a$  como la separación entre las dos posiciones de la lente, por la simetría del sistema y utilizando la ecuación 8 en cada posición de la lente, se obtiene el siguiente conjunto de relaciones:

$$b = o_1 + i_1 = o_2 + i_2 ; a = o_2 - o_1 = i_1 - i_2 ;$$

$$o_1 = i_2 \text{ y } o_2 = i_1$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{i_1} + \frac{1}{o_1} = \frac{1}{i_2} + \frac{1}{o_2}$$

Utilizando estas relaciones se encuentra que:

$$b - a = o_1 + i_1 - (i_1 - i_2) = o_1 + i_2 = 2o_1$$

$$b + a = o_1 + i_1 + (i_1 - i_2) = 2i_1$$

Y sustituyendo en la ecuación del foco:  $\frac{1}{i_1} + \frac{1}{o_1} = \frac{1}{f} = \frac{2}{b-a} + \frac{2}{b+a}$ , por lo que finalmente:

$$f = \frac{b^2 - a^2}{4b} \quad (11)$$

Así, experimentalmente solo hay que conocer las distancias  $a$  y  $b$  para encontrar el foco a partir de las dos posiciones donde la lente convergente genera una imagen y la separación fuente-pantalla (Figura 10). Sin embargo, hay una condición para que el método sea aplicable, y es determinada por las relaciones anteriores

$$\frac{1}{i_1} = \frac{1}{f} - \frac{1}{o_1} = \frac{1}{f} - \frac{1}{b - i_1} \Rightarrow f(b - i_1) = i_1(b - i_1 - f)$$

$$\Rightarrow i_1^2 - i_1 b + f b = 0$$

Resolviendo esta ecuación para  $i$ :

$$i_1 = \frac{b \pm \sqrt{b^2 - 4fb}}{2}$$

De las soluciones para  $i_1$ , se debe tomar la que sea positiva y menor que  $b$  (la imagen debe caer entre la pantalla y el objeto) para que la solución sea real, por lo que el argumento de la raíz debe ser  $b^2 - 4fb \geq 0$ , de modo que *la mayor longitud focal que puede ser medida para una cierta  $b$  debe ser tal que  $f \leq b/4$ .*

### 6.5 BESSEL EN LENTES NEGATIVAS.

El método de Bessel también se puede usar para la medición de tamaños y posiciones de imágenes virtuales generadas por lentes divergentes y la caracterización de estas. Por ejemplo, si reemplazamos el objeto de la Figura 10 por la imagen virtual creada por algún sistema de lentes o por una lente divergente, y aplicamos el método con una lente de distancia focal conocida (se recomienda una distancia focal grande), se puede encontrar el valor de  $a$ , y resolviendo la ecuación 11 para  $b$ , se puede encontrar la posición de la imagen virtual respecto de la pantalla (Figura 11). Una vez conocida la posición de la imagen virtual que genera la lente divergente y la posición de esta lente, es posible calcular la distancia entre ellas ( $i$ ). Finalmente, midiendo la distancia entre el objeto real que observa la lente divergente y la posición de la lente ( $o$ ), es posible encontrar el foco de la lente divergente aplicando la ecuación 8.

El tamaño de la imagen virtual ( $y$ ) puede ser calculado a partir de los tamaños ( $y_1$  y  $y_2$ ) de las dos imágenes reales producidas en las dos posiciones de la lente con foco conocido. Dado que las posiciones conjugadas son inversas, se puede encontrar que las magnificaciones de cada caso ( $M_1$  y  $M_2$ ) son recíprocas, es decir:

$$M_1 M_2 = \frac{y_1 y_2}{y y} = \frac{i_1 i_2}{o_1 o_2} = 1$$

Por lo tanto, el tamaño de la imagen virtual ( $y$ ) es:

$$y = \sqrt{y_1 y_2} \quad (12)$$

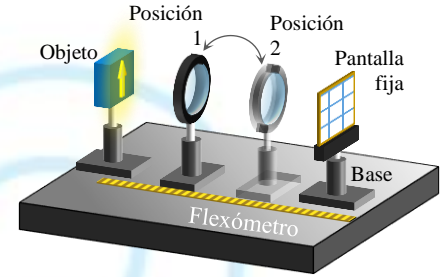


Figura 10. Arreglo experimental para aplicar el método de Bessel.

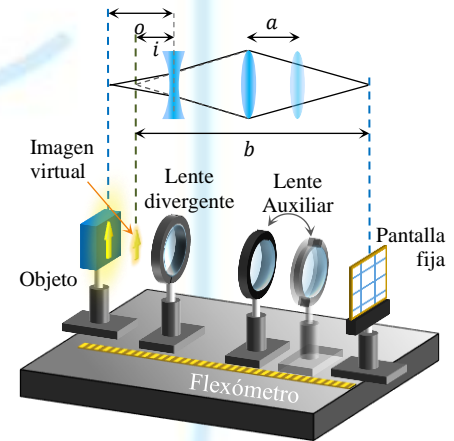


Figura 11. Arreglo experimental para aplicar el método de Bessel a lentes divergentes.

## 7 POTENCIA ÓPTICA.

Regresando a la ecuación del constructor de lentes (7), conociendo los radios de curvatura de las superficies de la lente y suponiendo que está rodeada de aire ( $n_1 = 1$ ), es posible encontrar la distancia focal de la lente si también se conoce su índice de refracción ( $n$ ); o, si se conoce el foco de la lente, se puede encontrar el índice de refracción de la lente.

En cuanto a la distancia focal efectiva, esta depende de los radios de curvatura de las dos superficies refractoras de la lente, los cuales, de acuerdo a la convención de signos, en lentes divergentes (cóncavas por ambos lados) tienen signo negativo para el radio de curvatura frontal ( $R_1$ ) y positivo para el radio posterior ( $R_2$ ); así, la ecuación 7 predice distancias focales negativas; por otro lado, en lentes convergentes (convexas por ambos lados),  $R_1$  es positivo y  $R_2$  es negativo, por lo que la distancia focal es positiva. En una superficie plana el radio de curvatura es infinito y, por lo tanto, no contribuirá en la determinación de la longitud focal. De esto, la ecuación 7 puede ser dividida en dos componentes, la primera superficie refractora ( $R_1$ ) y la segunda ( $R_2$ ):

$$\mathcal{D}_{Izq} = \frac{(n-1)}{R_1} \quad y \quad \mathcal{D}_{Der} = -\frac{(n-1)}{R_2}$$

Estas cantidades cuantifican la capacidad de cada superficie para hacer converger (si son positivas) o hacer divergir (si son negativas) rayos de luz, y por lo mismo son denominadas **Potencia Óptica** de la superficie; por convención, se manejan con unidades de **Dioptrías** ( $\mathcal{D}$ ) [ $m^{-1}$ ].

De este modo, la suma de las potencias ópticas de las dos superficies de refracción en una lente, genera la **potencia óptica efectiva** de la lente completa:

$$\frac{1}{f} = \mathcal{D} = (n-1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad (13)$$

La cual, para lentes convergentes será positiva, mientras que para lentes divergentes será negativa. Por ejemplo, una lente convergente con  $f = 1m$ , tiene una potencia de 1 dioptría ( $1 \mathcal{D} = 1m^{-1}$ ); una lente divergente con  $f = -0.2m$  tendrá una potencia de  $-5\mathcal{D}$ ; y un vidrio plano tendrá cero dioptrías. Ejemplos de la forma en que se suman dioptrías se muestran en la Figura 12.

La potencia óptica es más versátil de utilizar ya que, en un sistema de varias lentes muy juntas, la potencia total es simplemente la suma de las potencias ópticas individuales, y a partir de esta suma se puede deducir el foco equivalente del sistema.

Existe un instrumento especializado en la medición de la potencia óptica denominado **medidor de dioptrías** (también llamado **reloj de lentes**, Figura 13), el cual es un esferómetro calibrado para incluir la información del índice de refracción. El medidor se sostiene contra la superficie del lente de forma perpendicular con sus dos patas fijas tocando

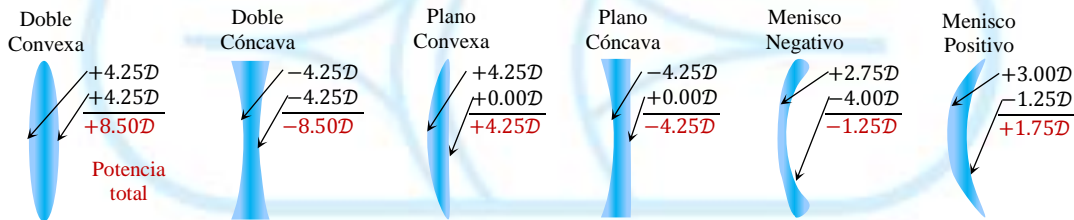


Figura 12. Ejemplos de valores de potencias ópticas totales (suma de las potencias de cada cara) para distintos tipos de lentes.

el vidrio, y asumiendo que la superficie de la lente es esférica, la distancia que se comprime la pata central determina el radio de curvatura de la superficie. Los medidores de dioptrías comunes están calibrados para cristal tipo *Crown*, cuyo índice es de 1.525, y dan la medición directamente en dioptrías.

Sin embargo, no todas las lentes son de cristal tipo *Crown*, por lo que es necesario conocer su índice de refracción, y la ecuación 13 también permite esto. Para esto, utilizando uno de los métodos para conocer el foco de una lente mencionados en la sección anterior, se encuentra la distancia focal de la lente; posteriormente, utilizando un esferómetro, se miden los radios de curvatura de ambos lados de la lente, y con dicha información se puede calcular el valor del índice de refracción de la lente usando la ecuación 13.

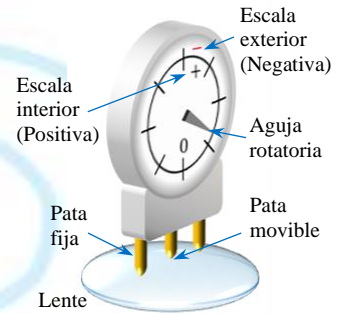


Figura 13. Uso de un medidor de dioptrías.

## 8 REFERENCIAS.

- [1] R. Feynman, R. B. Leighton, M. Sands. *The Feynman Lectures on Physics*. Basic Books, 2011.
- [2] E. Hecht. *Óptica*. 3° edición, Addison Wesley. 2000.
- [3] Frank L. Pedrotti, Leno M. Pedrotti, Leno S. Pedrotti. *Introduction to Optics*, Cambridge University Press, 2018, 3°ed.