

MEDICIÓN DEL ÍNDICE DE REFRACCIÓN



Erick Barrios Barocio; Arnaldo Hernández Cardona; Roxette Ramírez Arvidez.
Óptica (v.2024)

Las diferentes velocidades que puede tener la luz en diferentes medios translucidos es consecuencia de la propiedad óptica del índice de refracción. Esta propiedad es muy importante para la caracterización de materiales translucidos, y da lugar a gran cantidad de fenómenos de refracción, espejismos, el arcoíris, entre otros. De igual forma, existen diferentes métodos para medir el valor de dicha propiedad.

Contenido

1	OBJETIVO.....	1
1.1	Material.....	1
2	ÍNDICE DE REFRACCIÓN.....	1
3	MÉTODOS DE MEDICIÓN DE ÍNDICES DE REFRACCIÓN.....	2
3.1	Reflexión Total Interna.....	2
3.2	Método de Pfund.....	2
3.3	Método de Profundidad Aparente.....	3
3.4	Método de Placa Plano Paralela.....	4
3.5	Método del Prisma.....	5
4	REFERENCIAS.....	6

1 OBJETIVO.

Practicar los métodos para encontrar el índice de refracción de ciertos materiales. En la referencia ^[3] se pueden encontrar los valores reportados de índices de refracción.

1.1 MATERIAL.

Láser. Placa de acrílico (PMMA) rectangular. Microscopio móvil con escala. Semi-círculo de acrílico. Goniómetro. Pantalla. Soporte Universal. Nuez. Vernier. Prisma equilátero. Recipiente rectangular de vidrio. Papel sanitario.

2 ÍNDICE DE REFRACCIÓN.

Cuando un haz de luz incide en la frontera entre dos medios, una parte se transmite y otra se refleja (Figura 1). El rayo transmitido experimentará un cambio en su velocidad y dirección de propagación debido a que el medio al que entra tiene propiedades ópticas distintas al original ^[1, 2]. Este cambio es descrito por la *Ley de Snell*:

“El cociente entre los senos de los ángulos de incidencia y de refracción es igual al cociente de los índices de refracción del medio refractor (T) y el medio de incidencia (I).”

$$n_I \sin \theta_I = n_T \sin \theta_T \quad (1)$$

Donde la propiedad de *Índice de Refracción* se define como:

$$n = \frac{c}{v}, \quad (2)$$

con c la velocidad de la luz en el vacío y v la velocidad de la luz en el medio; n_I y n_T son los índices de refracción de los medios incidente y refractor respectivamente, θ_I es el ángulo de incidencia respecto de la normal a la interface por el lado incidente, y θ_T el ángulo de refracción respecto de la normal a la interface por el lado del medio refractor. El rayo incidente cambiará de dirección (se *refractará*) en el punto de incidencia (donde la velocidad cambia).

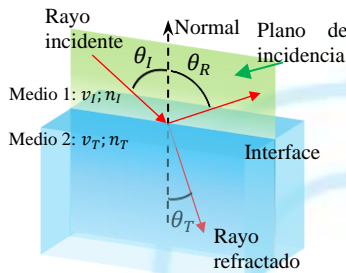


Figura 1. Refracción de un rayo que entra a un medio con índice de refracción distinto.

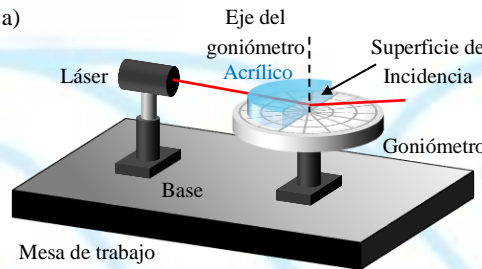
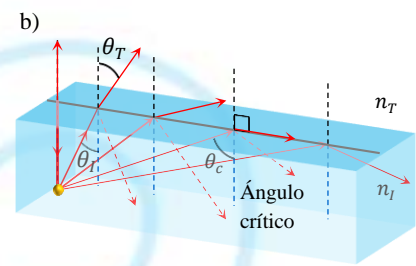


Figura 2. a) Arreglo para reflexión total interna. b) Reflexión total interna.



A partir de la ecuación 1 y de la geometría específica de distintas superficies de refracción, es posible calcular el índice de refracción de materiales. A continuación, se presentan los métodos más utilizados para medir índices de refracción.

3 METODOS DE MEDICIÓN DE ÍNDICES DE REFRACCIÓN.

3.1 REFLEXIÓN TOTAL INTERNA.

Imaginemos la situación en la que tenemos un semicírculo de algún material translucido, y en él hacemos incidir un haz láser de forma que entre por su cara circular y llegue al centro del círculo (Figura 2a). La única forma de asegurar que esto ocurra es haciendo que el haz incida de forma normal a la superficie circular, de esta forma no habrá refracción en esta cara y el haz viajará por un radio del círculo. Así, cuando el haz llegue al centro de la cara plana del semicírculo, dependiendo del ángulo al que llegue, habrá refracción, y observaremos que el ángulo de refracción (o de salida medido respecto de la normal de la cara plano) será mayor que el ángulo de incidencia, es decir, el haz refractado estará más alejado de la normal que el incidente.

Este fenómeno se presenta cuando el índice de refracción del medio incidente es mayor al índice de refracción del medio al que se transmite el haz ($n_i > n_T$). Lo interesante es que, si incrementamos paulatinamente el ángulo de incidencia, el ángulo de refracción llegará a un valor de 90° antes que el de incidencia; es decir, cuando $\theta_T = 90^\circ$, el ángulo de incidencia tendrá un valor $\theta_c < 90^\circ$, llamado **ángulo crítico**. Esto es debido a que, como $n_i/n_T > 1$, en la Ley de Snell se encuentra que $\text{sen}\theta_i < \text{sen}\theta_T$ o $\theta_i < \theta_T$ (Figura 2b). En otras palabras, cuando el haz incidente llega al ángulo crítico, el rayo refractado se moverá paralelamente a la interfaz entre los medios. Así, en la ley de Snell, el ángulo crítico se dará cuando:

$$\theta_c = \arcsen\left(\frac{n_T}{n_i}\right) \quad (3)$$

En consecuencia, para ángulos de incidencia $\theta_i \geq \theta_c$ el haz incidente dejará de cruzar la interfaz hacia el segundo medio y se **reflejará totalmente** (regresará al medio incidente) ^[1, 2]. Como se puede observar en la ecuación 3, a través de la medición de θ_c (lo cual se puede hacer con un goniómetro) y conociendo uno de los índices de refracción (por lo común el medio externo es aire y se aproxima como $n_{\text{aire}} \approx 1$) es posible calcular el índice del material del semicírculo.

3.2 MÉTODO DE PFUND.

Partiendo del fenómeno de reflexión total interna, ahora consideremos otro escenario. Supongamos que tenemos una placa rectangular de un material translucido, de con índice de refracción n_p , a la cual llega un haz láser por su parte superior (Figura 3a) de forma normal. Una característica de la placa es que su superficie superior (a la que llega el haz)

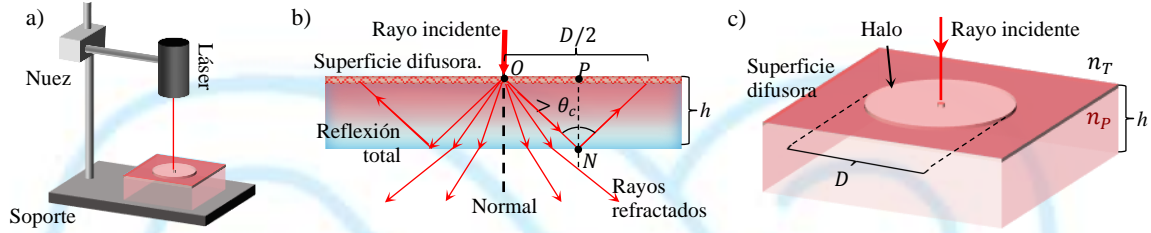


Figura 3. a) Montaje para Pfund, b) Geometría del fenómeno (corte transversal). c) Efecto Pfund.

es áspera y difumina la luz. Así, cuando el haz incide sobre la superficie difusora, el punto de incidencia actuará como una nueva fuente de luz puntual dentro del material (Figura 3b), produciendo rayos en todas direcciones dentro de la placa. Cuando estos rayos alcanzan la superficie inferior de la placa, experimentan nuevamente refracción al salir de la placa (regresan al medio inicial, aunque una porción de la luz se refleja de regreso a la superficie difusora). Como se puede observar en el diagrama, dado que el medio externo tiene un menor índice de refracción, habrá rayos cuyos ángulos de incidencia sean mayores al ángulo crítico (θ_c), y la reflexión ocurrirá de forma total, es decir, no habrá rayo refractado transmitido en la interface posterior para dichos rayos y toda la luz regresará a la superficie difusora. Debido a la simetría radial respecto del punto de incidencia, en la superficie difusora se observará un halo circular con centro en el punto de incidencia (Figura 3c), este efecto es denominado *efecto Pfund*.

De la geometría de la Figura 3b, la ley de reflexión, el diámetro del halo (D) y el espesor de la placa (h), se puede ver que en el triángulo $\triangle OPN$

$$\sin \theta_c = \frac{D/4}{\sqrt{\left(\frac{D}{4}\right)^2 + h^2}}$$

Utilizando esta relación en la ley de Snell y en el punto N donde ocurre el ángulo crítico, $\theta_T = 90^\circ$ y $n_P \sin \theta_c = n_T$, con lo que se llega a:

$$n_P = n_T \frac{\sqrt{D^2 + 16h^2}}{D} \quad (4)$$

Donde n_T es el índice de refracción del medio donde está inmersa la placa, que por lo general es aire ($n_{aire} \approx 1$). Si la superficie difusora se encontrara en la cara posterior de la placa, de forma que el haz primero atraviesa la placa y luego llega a la superficie difusora, los rayos que se reflejan en la segunda superficie serán los que produzcan el fenómeno una vez que alcanzan la superficie superior, aun así, el desarrollo geométrico seguiría siendo el mismo y puede ser utilizado para realizar la prueba con líquidos.

En caso de que la placa de material translucido no tenga una de sus superficies rugosa (difusora), sobre la placa se puede colocar papel sanitario húmedo de forma que se adhiera a la superficie (evitando que presente burbujas de aire).

3.3 MÉTODO DE PROFUNDIDAD APARENTE.

Ahora imaginemos que colocamos una fuente de luz u objeto puntual debajo de una placa rectangular de material translucido y la observamos desde arriba (de forma normal a la superficie superior de la palca), ya sea de forma directa con el ojo o a través a algún instrumento, como por ejemplo un microscopio móvil (microscopio que cuenta con un sistema de enfoque de desplazamiento de tubo, donde se mueve todo el microscopio y no solamente el ocular, y que además este graduado, Figura 4a). Al observar la fuente notaremos que su distancia aparente (o de enfoque) cambia respecto de la situación en que la placa no está sobre la fuente, es decir, la profundidad observada (aparente) será distinta

Para entender porque ocurre esto, tomemos dos rayos de luz de la fuente que salen hacia la superficie superior de la placa, uno que llega de forma normal a su superficie y otro que llega a un ángulo muy pequeño (θ_I) respecto de la normal (Figura 4b) de forma que ambos entren en el microscopio. Dado que el ángulo de incidencia es pequeño, podemos usar la ley de Snell con la *aproximación paraxial*

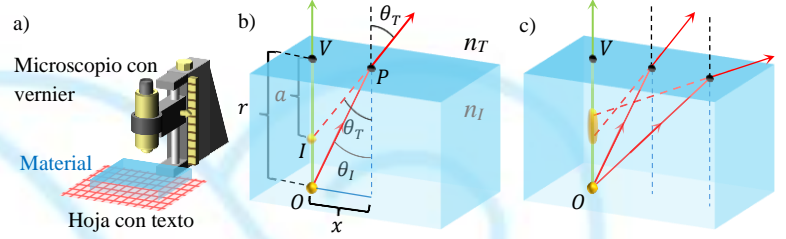


Figura 4. a) Montaje para profundidad aparente. b) Geometría de la profundidad aparente. c) Aberraciones para ángulos grandes.

$$n_I \sin \theta_I = n_T \sin \theta_T \rightarrow n_I \theta_I = n_T \theta_T$$

El rayo que sale del objeto puntual (a una profundidad r de la superficie) y llega a la superficie de forma normal, no sufre refracción (rayo verde); sin embargo, el rayo que llega a la superficie con el ángulo de incidencia pequeño se refractará de forma que su extensión intersectará al rayo normal en un punto distinto a la posición del objeto (a una profundidad a), es decir, producirá una imagen virtual a una profundidad menor. Así, dado que los triángulos $\triangle OVP$ y $\triangle IVP$ son congruentes en sus bases y bajo la aproximación de ángulo pequeño: $\theta_I \approx x/r$ y $\theta_T \approx x/a$, sustituyendo en la ley de Snell, se tiene que:

$$n_I \approx \frac{r}{a} n_T \quad (5)$$

En donde n_I es el índice de refracción de la placa, r es la profundidad real, a es la profundidad aparente y n_T es el índice de refracción del medio donde está el observador.

En la práctica, para determinar las distancias r y a con ayuda del microscopio, primero es necesario encontrar la posición relativa (respecto del microscopio) de la superficie superior de la placa (p_0). Para esto, se coloca un objeto muy delgado (por ejemplo, una hoja de papel con un texto) sobre la placa y se enfoca desplazando verticalmente el microscopio hasta que el objeto se vea nítido. Una vez definida esta posición, se observa y enfoca el objeto (que puede ser la misma hoja de papel) a través de la placa, lo cual implica observar el objeto a su profundidad aparente y mover la posición del microscopio; esta segunda posición será la posición aparente del objeto (p_1), por lo que $a = |p_0 - p_1|$. Finalmente, si quitamos la placa y observamos directamente el objeto, nuevamente tendremos que mover el microscopio para enfocar la posición real del objeto (p_2), con lo que $r = |p_0 - p_2|$, esta última medición implica medir el grosor de la placa con el microscopio.

Dos razones prácticas por las que se deben utilizar rayos paraxiales son: para que nuestro sistema de observación (el microscopio) reciba tanto el rayo normal como el refractado, y para evitar que las extensiones de dos rayos refractados a ángulos grandes se intercepten en puntos distintos, produciendo una imagen aberrada (Figura 4c).

3.4 MÉTODO DE PLACA PLANO PARALELA.

Continuando con la placa rectangular de material translucido, ¿qué ocurre si el haz laser no incide de forma normal a su superficie? Como ya podemos esperar, el haz incidente se refractará tanto en la primera interface como en la segunda. Si a ambos lados de las caras de la placa el material es el mismo (por ejemplo, aire), el orden de índices de refracción por los que cruzará el rayo es $n_I \rightarrow n_P \rightarrow n_I$, habiendo una simetría en el orden de los materiales. Aplicando el principio de reversibilidad, el orden de medios será el mismo ($n_I \leftarrow n_P \leftarrow n_I$), por lo que necesariamente el ángulo de incidencia θ_I en la primera interface (cuando se va de $n_I \rightarrow n_P$) debe ser igual al ángulo de refracción en la segunda interface (cuando se va de $n_P \rightarrow n_I$). En consecuencia, el rayo que sale de la placa será paralelo al incidente, pero estará desplazado

lateralmente de su trayectoria original (Figura 5a), la magnitud del desplazamiento lateral (X) dependerá del ángulo de incidencia θ_I , del ancho (D) de la placa y de su índice de refracción n_P .

El arreglo tiene una amplia geometría, y de la ley de Snell en la interface de entrada se encuentran las siguientes relaciones trigonométricas:

$$A \sin \theta_I = \sin \theta_T ; \sin \theta_T = \frac{\sqrt{h^2 - D^2}}{h} ; \sin(\theta_I - \theta_T) = \frac{X}{h} ; \cos \theta_T = \frac{D}{h}$$

Donde $A = \frac{n_I}{n_P}$, y h es la distancia que recorre el rayo dentro de la placa. Las primeras dos relaciones generan una expresión para h en términos de D , A y θ_I ; mientras el desarrollo de la tercera junto con las otras da una de A en términos de D , h , X y θ_I :

$$h^2 = \frac{D^2}{1 - A^2 \sin^2 \theta_I} ; A^2 = \frac{1}{h^2} \left(\frac{D \sin \theta_I - X}{\sin \theta_I \cos \theta_I} \right)^2$$

Manipulando algebraicamente estas dos relaciones es posible obtener una expresión para el índice de refracción de la placa n_P en términos del índice de refracción externo n_I , de θ_I , D y X :

$$n_P = n_I \left(\sin^2 \theta_I + \left(\frac{D \sin \theta_I \cos \theta_I}{D \sin \theta_I - X} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (6)$$

Las variables experimentales en esta ecuación son el ángulo de incidencia (θ_I) y el desplazamiento lateral del haz (X), asumiendo que se conoce el ancho de la placa (D). La mejor forma de comprobar la ecuación 6 es haciendo uso de un goniómetro (Figura 5b). La cara de incidencia de la placa se coloca de forma que contenga al eje del goniómetro y de forma que en este punto incida el haz láser; inicialmente, es importante colocar la cara de la placa sobre la línea de 90° del goniómetro para asegurar que el láser llegue a ella de forma normal por la línea de 0° . En la situación inicial, si la alineación es correcta, el haz atravesará la placa sin refractarse y saldrá de la placa sobre la línea de 180° del goniómetro sin que haya desplazamiento lateral del haz. Ahora, si giramos la mesa del goniómetro de forma que el haz cambie su ángulo de incidencia, observaremos un desplazamiento lateral del haz de salida (X) respecto de la posición inicial. Con varios datos a distintos ángulos podremos obtener un valor promedio del índice de refracción de la placa.

Este método puede ser utilizado para medir el índice de refracción de líquidos si se tiene un recipiente rectangular con paredes de vidrio muy delgadas (de forma que no produzcan un desplazamiento considerable).

3.5 MÉTODO DEL PRISMA.

Partiendo del método de la placa plano paralela, ahora la pregunta es, que ocurre cuando el material translucido tiene otra forma, por ejemplo, la de un prisma equilátero (Figura 6a). En este caso, el proceso de estudio es el mismo que con la placa rectangular, es decir, se estudia como son las refracciones y desviaciones del haz (respecto del haz original) en cada una de las caras del prisma.

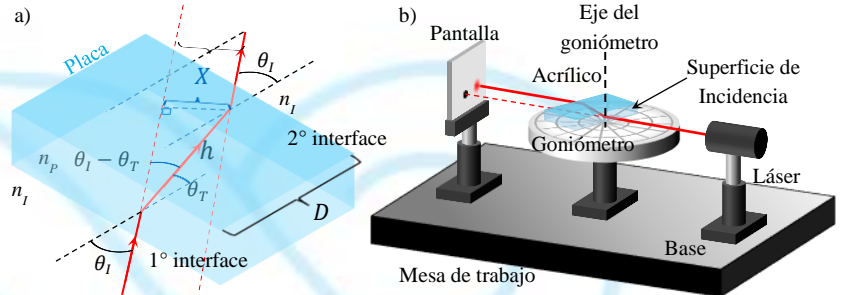


Figura 5. a) Desviación en una placa de caras paralelas. b) Arreglo experimental para Placa plano paralela.

Cuando el haz de un láser (monocromático) pasa a través del prisma triangular, el haz se refracta dos veces. La primera refracción ocurre cuando pasa del aire al interior del prisma y la segunda cuando pasa del prisma al aire (Figura 6a). Esto provoca que el rayo se desvíe un cierto ángulo (δ) total de la dirección original del rayo incidente. La desviación depende del ángulo de incidencia respecto de la normal de la cara del prisma (θ_I), del índice de refracción del prisma n_p y del ángulo α formado por las caras de incidencia y salida del prisma.

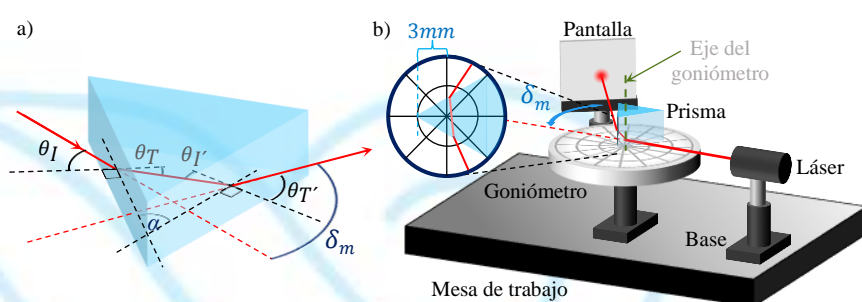


Figura 6. a) Rayo a través de un prisma. b) Arreglo experimental para el prisma.

En particular existe un *ángulo de desviación mínima* (δ_m) que sucede aproximadamente cuando el ángulo de incidencia es igual al ángulo de salida ($\theta_I = \theta_T$). Bajo esta condición se puede calcular el índice de refracción del prisma en términos de los ángulos δ_m y α ^[1, 2]

$$n = \frac{\sin \left[\frac{\delta_m + \alpha}{2} \right]}{\sin \frac{\alpha}{2}} \quad (7)$$

La importancia de esta ecuación para aplicaciones experimentales requiere de una deducción detallada, la cual se abordará en el tema de “Dispersión y Espectroscopia”.

Al igual que con la placa rectangular, para comprobar experimentalmente la ecuación 7, se utiliza un arreglo con goniómetro. El haz se debe alinear de forma que pase por el eje del goniómetro y el prisma se coloca de forma que su ápice este desplazado un par de milímetros del eje del goniómetro (Figura 6b). Cuando el haz incide en el prisma, es necesario identificar el rayo refractado (hay que tener cuidado en no tomar un rayo proveniente de alguna reflexión interna) por la cara opuesta; al girar el goniómetro (y el prisma) se debe buscar la posición en la cual la desviación es la menor, es decir, el ángulo δ es mínimo. En la práctica, este punto se encuentra cuando, al estar girando el goniómetro, la dirección de movimiento aparente del rayo refractado se invierte. Finalmente, es muy importante mencionar que la ecuación 7 da a conocer el índice de refracción del prisma a la longitud de onda del láser.

4 REFERENCIAS.

- [1] Frank L. Pedrotti, Leno M. Pedrotti, Leno S. Pedrotti. “*Introduction to Optics*”, Cambridge University Press, 2018, 3°ed.
- [2] E. Hecht. *Óptica*. 3° edición, Addison Wesley. 2000.
- [3] Mikhail Polyanskiy. *Refractive index database*. <http://refractiveindex.info/> 2008-2020.