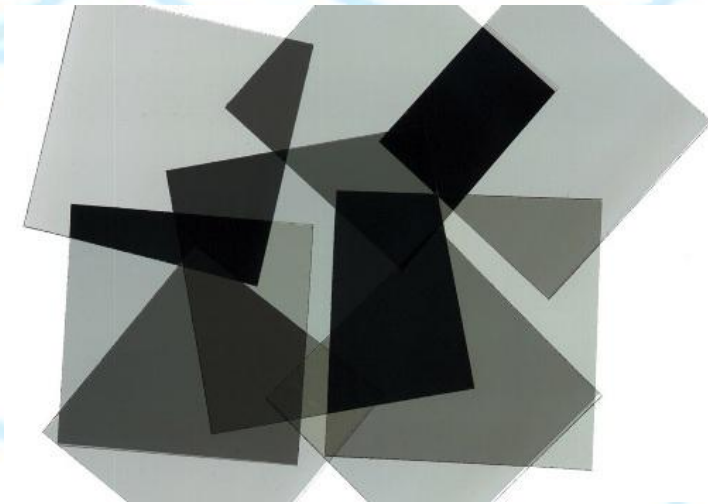


Polarización



Erick Barrios Barocio; Arnaldo Hernández Cardona; Roxette Ramírez Arvidez.
Óptica (v.2024)

La polarización es consecuencia del modelo ondulatorio de la luz y es uno de los fenómenos físicos con gran cantidad de aplicaciones prácticas en la vida diaria; desde filtros para cámaras fotográficas, pasando por pantallas de calculadoras, pantallas de TV y PC, hasta sistemas de proyección en 3D. El estudio y comprensión del concepto de polarización no solo permite entender el funcionamiento de estos aparatos, sino también de cualquier fenómeno que involucre ondas.

Contenido

| | | |
|-----|--|----|
| 1 | OBJETIVO..... | 1 |
| 1.1 | Material..... | 1 |
| 2 | LA LUZ COMO UNA ONDA ELECTROMAGNÉTICA..... | 1 |
| 3 | POLARIZACIÓN..... | 3 |
| 3.1 | Polarización lineal..... | 4 |
| 3.2 | Polarización circular..... | 5 |
| 4 | PRODUCCIÓN DE LUZ POLARIZADA..... | 6 |
| 4.1 | Radiación dipolar (modelo simple)..... | 6 |
| 4.2 | Luz no polarizada..... | 7 |
| 4.3 | Polarización por Esparcimiento..... | 7 |
| 4.4 | Polarización por Dicroísmo..... | 8 |
| 4.5 | Polarización por reflexión..... | 10 |
| 5 | REFERENCIAS..... | 12 |

1 OBJETIVO.

Analizar la polarización de la luz en distintas situaciones. Caracterizar un Polarizador.

1.1 MATERIAL.

Diodo Láser. 2 Polarizadores. Reflector LED. Radiómetro. Recipiente para agua.

2 LA LUZ COMO UNA ONDA ELECTROMAGNÉTICA.

En los años 1860's, el físico y matemático James Clerk Maxwell formuló un conjunto de ecuaciones que describen los campos eléctrico y magnético, ya sea en el vacío o en un material dieléctrico sin cargas ni corrientes libres ^[1]

$$\nabla \cdot \vec{E} = 0 ; \nabla \cdot \vec{B} = 0 ; \nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} ; \nabla \times \vec{B} = \epsilon\mu \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

Donde ϵ es la permitividad eléctrica del material y μ su permeabilidad (en el vacío se usan ϵ_0 y μ_0). Este conjunto de expresiones se puede condensar en dos ecuaciones vectoriales concisas ^[1, 2]:

$$\nabla^2 \vec{E} = \epsilon\mu \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} ; \nabla^2 \vec{B} = \epsilon\mu \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2}$$

Donde ∇^2 es el operador Laplaciano y cada componente tienen la forma de una ecuación de onda:

$$\nabla^2 \psi = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}$$

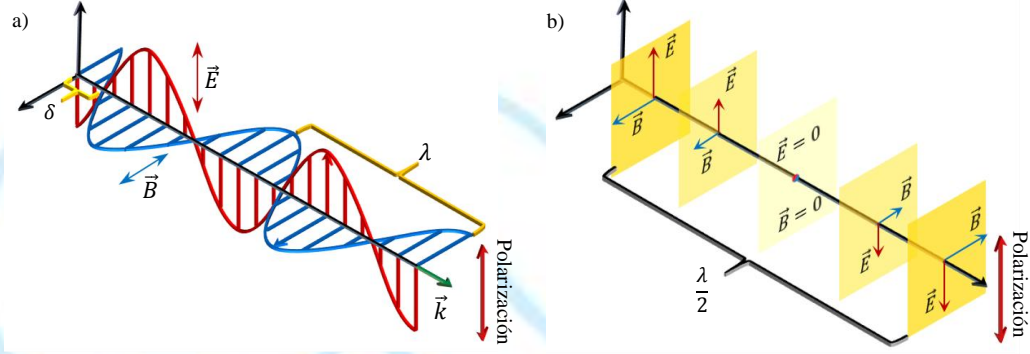


Figura 1. a) Representación de una onda electromagnética. Los campos E y B son ortogonales y progresan en la dirección \vec{k} . El desfase δ es el desplazamiento de la función seno respecto del origen. La polarización de la onda es la dirección de oscilación del campo eléctrico. b) Frentes de onda planos a distintas posiciones. Se muestran las amplitudes de los campos correspondientes a cada plano. Ambos campos están en fase y el vector de polarización es paralelo al frente de onda.

En consecuencia, tanto el campo eléctrico como el campo magnético se comportan como una onda y viajan en el medio con una velocidad de $v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}}$. En 1856 ya se conocía experimentalmente que en el espacio libre (vacío) $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} C^2/(N \cdot m^2)$ y $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} N/A^2$; con lo que se calculó que $v \approx 2.998 \times 10^8 m/s = c$, lo cual concordaba con los resultados experimentales para la velocidad de la luz obtenidos por Fizeau en 1849. Así, Maxwell concluyó que la luz era una onda electromagnética.

Las soluciones a las ecuaciones de onda son funciones armónicas del tipo

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 \sin(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t + \delta) = \text{Im} \left\{ \vec{E}_0 e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t + \delta)} \right\} \quad (1)$$

Donde \vec{E}_0 es la amplitud del campo, \vec{k} es el vector de onda (relacionada con la longitud de onda como $|\vec{k}| = 2\pi/\lambda$), \vec{r} es el punto en el espacio donde se mide el campo, ω la frecuencia angular de la onda y δ un desfase respecto de una referencia (por lo general el origen de coordenadas), Figura 1a. En caso de trabajar con la forma compleja, es necesario tomar la parte imaginaria de la ecuación 1 [2,3], lo mismo para el campo magnético. Soluciones como la ecuación 1, son conocidas como ondas planas ya que, cuando el tiempo en el argumento de la función seno (o del exponencial) se fija en algún valor, el término $\vec{k} \cdot \vec{r}$ es constante sobre superficies planas (Figura 1b). Para propósitos de este texto será suficiente trabajar con ondas planas; sin embargo, existen otros tipos de ondas (esféricas, cilíndricas, Bessel, etc.) que también son soluciones a la ecuación de onda [1, 3].

Otra característica de la ecuación 1 es que, a través de las ecuaciones de Maxwell, produce que los campos \vec{E} y \vec{B} sean ortogonales entre ellos y ortogonales al vector \vec{k} , por lo que forman un sistema coordenado ortogonal, en el que \vec{k} indica la dirección de propagación de la onda (Figura 1b). Esto se define como una *onda transversal* ya que las oscilaciones de los campos son perpendiculares a la dirección de propagación. Es costumbre colocar el sistema de referencia de forma que el vector \vec{k} coincida con el eje z , el campo \vec{E} con el eje x y el campo \vec{B} con el eje y . Sin embargo, es importante señalar que existen casos donde las ondas no son transversales en ciertos medios materiales.

Finalmente, también se encuentra que las magnitudes de las amplitudes de los campos se relacionan como $|\vec{E}_0| = E_0 = c|\vec{B}_0| = cB_0$; por lo que si conocemos la magnitud de un campo sabremos qué ocurre con la magnitud del otro. Esto posibilita representar una onda electromagnética mediante un solo campo, siendo común utilizar la componente eléctrica, y la dirección de oscilación del campo eléctrico de la onda será lo que denominaremos como *polarización*.

3 POLARIZACIÓN.

Dado que la dirección de oscilación del campo eléctrico es suficiente para definir la polarización de una onda electromagnética (luz), en adelante solo trabajaremos con dicho campo.

En la práctica, podemos hacer que el eje z de nuestro sistema de referencia coincida con la dirección del vector de onda ya que es la dirección del haz de luz; sin embargo, es difícil saber la dirección de oscilación del campo de forma que podamos hacer que coincida con nuestro eje x . En consecuencia, lo más conveniente es descomponer el vector de campo eléctrico en las componentes x y y de nuestro sistema de coordenado, por lo que la polarización se representará como un vector

$$\vec{E}_0 = \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_{0x} e^{i(kz - \omega t + \delta_x)} \\ E_{0y} e^{i(kz - \omega t + \delta_y)} \end{pmatrix} \quad (2)$$

Donde \vec{E}_0 es el campo eléctrico total, δ_x y δ_y son las fases de cada componente x y y , respectivamente, y E_{0x} y E_{0y} sus amplitudes, las cuales cumplen que $E_0 = \sqrt{E_{0x}^2 + E_{0y}^2}$ (Figura 2).

Para analizar la polarización de la onda, el observador se coloca frente a la onda sobre el eje z en una posición fija, como si la onda llegara a él. En dicha posición, se coloca un plano perpendicular al eje z (denominado *plano de observación*), en el cual se estudiará el vector de polarización del campo eléctrico (Figura 2a).

Por convención es común tomar la fase en x como referencia ($\delta_x = 0$) y acumular la diferencia de fase total en la componente y ($\delta_y = \delta$), con lo que

$$\vec{E}_0 = \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_{0x} \\ E_{0y} e^{i\delta} \end{pmatrix} e^{i(kz - \omega t)} \quad (3)$$

Estas ecuaciones parametrizan una curva trazada por el vector de campo eléctrico \vec{E}_0 . Desarrollando cada componente, se obtiene el siguiente par de ecuaciones

$$\frac{E_x}{E_{0x}} = \sin(kz - \omega t) ; \quad \frac{E_y}{E_{0y}} = \sin(kz - \omega t) \cos \delta + \cos(kz - \omega t) \sin \delta$$

Sustituyendo la primera en la segunda y utilizando relaciones trigonométricas se encuentra que

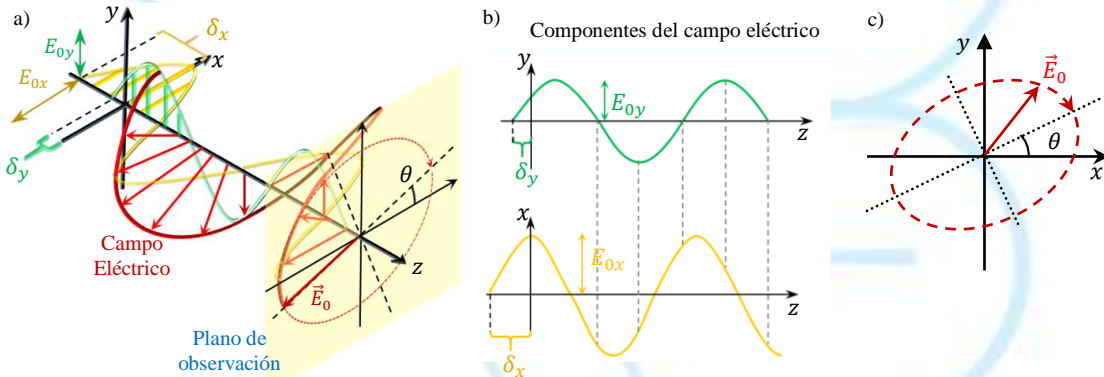


Figura 2. a) Componentes de un campo eléctrico general que viaja en dirección z hacia el observador donde está el plano de observación (perpendicular a \vec{k}). b) Proyecciones de las componentes de la onda en los planos xz y yz . c) Visto en el plano de observación, conforme la onda progresa en el tiempo, el vector de polarización \vec{E}_0 gira describiendo una trayectoria elíptica con su eje mayor rotado a un ángulo θ .

$$\frac{E_y}{E_{0y}} - \frac{E_x}{E_{0x}} \cos \delta = \sqrt{1 - \left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)^2} \sin \delta$$

Desarrollando y agrupando términos se llega a

$$\left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)^2 - 2 \frac{E_y E_x}{E_{0y} E_{0x}} \cos \delta = \sin^2 \delta$$

La cual es la ecuación general de una elipse rotada y centrada en el origen ^[4] (Figura 2c)

$$\alpha E_x^2 + \beta E_x E_y + \gamma E_y^2 + \epsilon = 0$$

Y donde el ángulo de rotación (θ) del eje mayor de la elipse está dado por

$$\tan(2\theta) = \left(\frac{\beta}{\alpha - \gamma}\right) = \frac{2E_{0x}E_{0y} \cos \delta}{E_{0x}^2 - E_{0y}^2} \quad (4)$$

Esto significa que, dependiendo de los valores de E_{0x} , E_{0y} y de δ , la forma más general de la polarización es elíptica, es decir, la curva que describe la punta del vector de campo eléctrico conforme evoluciona vista en el plano de observación es una elipse.

Si $\delta < 0$, la componente y del campo estará adelantada a la componente x (Figura 2a y b), produciendo que (visto en el plano de observación) el vector \vec{E}_0 gire hacia la derecha o en sentido de las manecillas del reloj (*polarización elíptica derecha, PED*). Por otro lado, si $\delta > 0$, la componente x del campo estará adelantada a la componente y , produciendo que el vector \vec{E}_0 gire hacia la izquierda o en sentido contrario a las manecillas del reloj (*polarización elíptica izquierda, PEI*).

Como el término $e^{i(kz - \omega t)}$ en la ecuación 3 es común a ambas componentes, e indica la rapidez de giro y periodicidad de repetición del vector de polarización, podemos omitirlo sin perder información de la dirección de polarización. Utilizando la relación de Euler para números complejos, es posible escribir ambas polarizaciones como:

$$\vec{E}_0 = \begin{pmatrix} A \\ B - iC \end{pmatrix} \text{ [PED] ; } \vec{E}_0 = \begin{pmatrix} A \\ B + iC \end{pmatrix} \text{ [PEI]} \quad (5)$$

Donde $A = E_{0x}$, $B = E_{0y} \cos \delta$ y $C = E_{0y} \sin \delta$. Casos límite de la *luz polarizada elípticamente* son la *polarización lineal* y la *polarización circular*.

3.1 POLARIZACIÓN LINEAL.

En este caso $\delta = \pm m\pi$ con $m = \{0, 1, 2, \dots\}$. Si m es par, las dos componentes estarán en fase, y los máximos y mínimos de ambas coincidirán (Figura 3a y b); si m es impar, la componente y estará desfasada por media longitud de onda de la componente x , por lo que los máximos de y coincidirán con los mínimos de x . Dado que $e^{im\pi} = (-1)^m$ el vector de polarización se puede escribir como

$$\vec{E}_0 = \begin{bmatrix} E_{0x} \\ \pm E_{0y} \end{bmatrix}$$

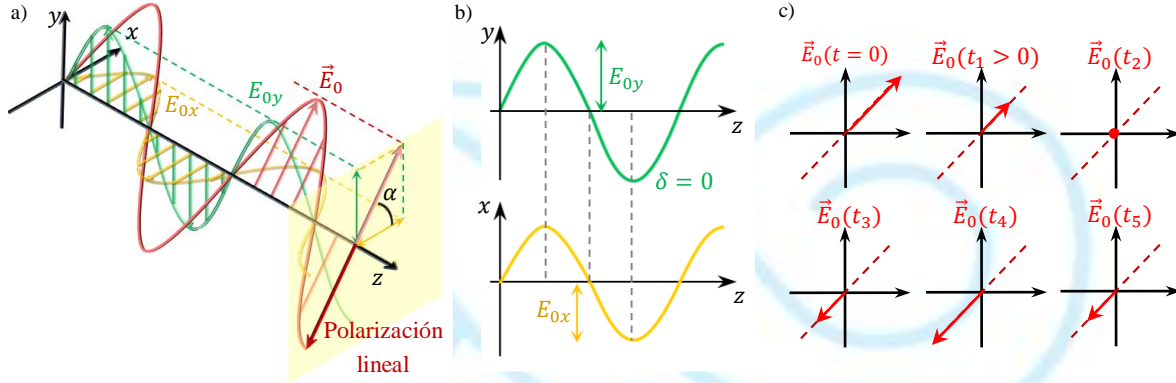


Figura 3. a) Componentes del campo para polarización lineal. b) Proyecciones de las componentes ($\delta = 0$ y $E_{0x} \neq E_{0y}$), generando una polarización un ángulo α ; si $\delta = \pm\pi$, la componente en y esta invertida. c) Vector de campo eléctrico en a distintos tiempos.

Si $E_{0x} = 0$ se tendrá *polarización lineal vertical (PLV)*; pero si $E_{0y} = 0$, se tendrá *polarización lineal horizontal (PLH)*. En general, variando la amplitud de las componentes E_{0x} y E_{0y} , es posible cambiar el ángulo α de *polarización lineal (PL)*. Por ejemplo, para $\delta = 0$, de la geometría de la Figura 3a, vemos que $E_{0x} = E_0 \cos \alpha$ y $E_{0y} = E_0 \sin \alpha$, por lo que

$$PL = E_0 \begin{bmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha \end{bmatrix} \quad (6)$$

Si se conocen las amplitudes de las componentes, entonces

$$\alpha = \text{atan} \left(\frac{E_{0y}}{E_{0x}} \right) \quad (7)$$

En cualquier caso, el campo eléctrico oscilará sobre una línea (Figura 3c).

3.2 POLARIZACIÓN CIRCULAR.

En el caso en que las amplitudes de las componentes sean iguales $E_{0x} = E_{0y} = E_0/\sqrt{2}$ y $\delta = \pm(1/2 + m)\pi$, con $m = 0, 1, 2, \dots$, la componente en x estará desfasada de la componente y , por un cuarto de longitud de onda (Figura 4a). Dado que $e^{(\frac{1}{2}+m)\pi} = (-1)^m i$, el vector de polarización se puede escribir como

$$\vec{E}_0 = \frac{E_0}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ \pm i \end{bmatrix} \quad (8)$$

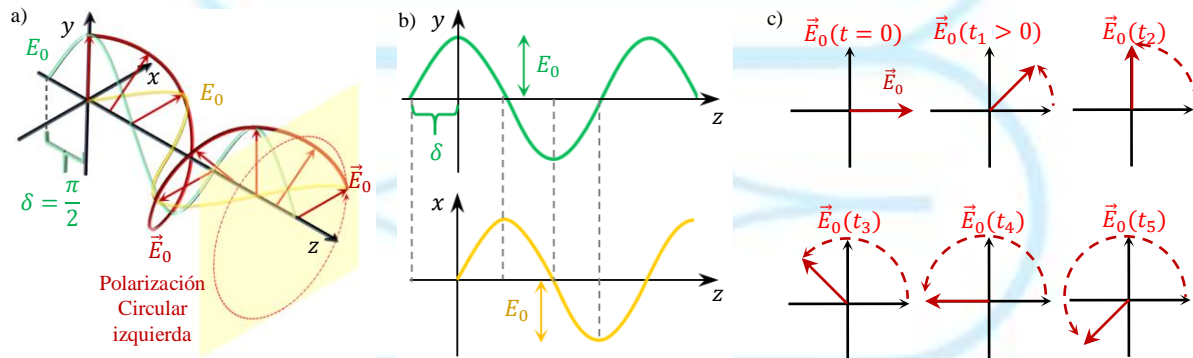


Figura 4. a) Vector de campo de una onda con polarización circular izquierda vista de frente. b) Proyecciones de las componentes de la onda con PCI. c) Vector de campo a distintos tiempos consecutivos.

El factor $1/\sqrt{2}$ se introdujo para hacer que la magnitud del vector fuera la del campo total E_0 . Si el desfase es tal que la componente y del vector de polarización es $-i$, éste describirá una trayectoria circular girando hacia la derecha o en sentido de las manecillas del reloj, *polarización circular derecha (PCD)*. Si el desfase es tal que la componente y del vector de polarización es i , éste seguirá una trayectoria circular girando hacia la izquierda o contra las manecillas del reloj (Figura 4a), *polarización circular izquierda (PCI)*.

Para δ 's múltiplos de $\pi/2$ (o retraso de la componente y por múltiplos $\lambda/4$), cuando la componente x es máxima positiva, la componente y es cero; posteriormente, cuando la componente x es cero, la componente y es máxima positiva; cuando la componente x es negativa, la componente y es cero nuevamente, y así sucesivamente (Figura 4c).

4 PRODUCCIÓN DE LUZ POLARIZADA.

Dado que la luz puede asociarse con una onda electromagnética, podemos explicar su generación con ayuda de un modelo simple de cargas en movimiento, el cual también explica su polarización.

4.1 RADIACIÓN DIPOLAR (MODELO SIMPLE).

En este modelo los átomos o moléculas se representan como un *dipolo eléctrico*, donde la nube de electrones es representada por una carga puntual negativa, la cual está ligada al núcleo (carga puntual positiva). La carga positiva está fija en el origen del sistema de referencia y , mientras el átomo esté en su estado de mínima energía, la posición de la carga negativa también estará fija y centrada en el origen (Figura 5a).

Si el átomo absorbe energía, la carga negativa se desplazará del origen y producirá un campo eléctrico alrededor del átomo en dirección de la carga negativa, además sentirá una fuerza de atracción por parte de la carga positiva. Debido a esto, la carga negativa se acelerará hacia la carga positiva y comenzará a oscilar alrededor de ella de forma armónica (Figura 5b), hasta disipar la energía. Dado que el campo eléctrico generado por este dipolo oscilante también es armónico, podemos decir que representa a la luz emitida por el átomo.

Para un observador posicionado en una dirección perpendicular a la dirección de oscilación del dipolo, la magnitud del campo eléctrico será máxima ya que verá la máxima amplitud de oscilación; sin embargo, si el observador se encuentra en la misma línea de oscilación del dipolo, éste no observará campo alguno ya que desde esa perspectiva las cargas siguen superpuestas y no oscilan (Figura 5c); en alguna posición intermedia entre estos dos extremos la magnitud

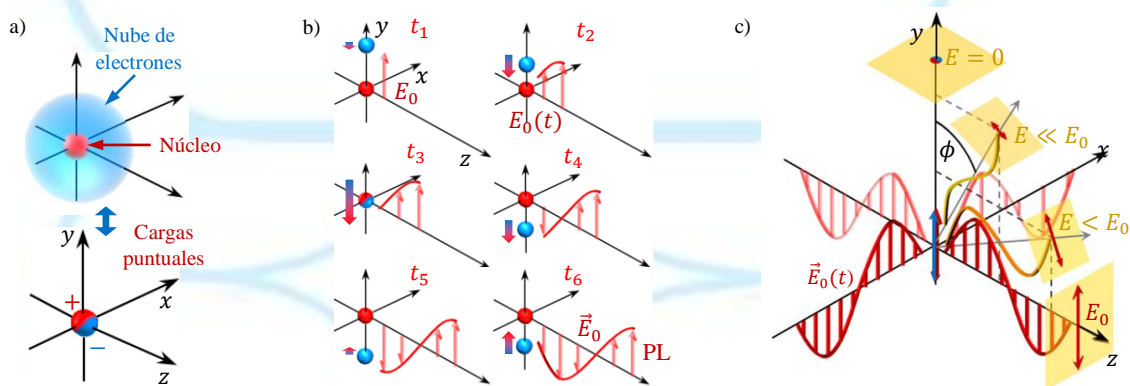


Figura 5. a) Representación de un átomo en su estado base (arriba) como un dipolo eléctrico (abajo). b) Generación de luz por un dipolo oscilante a distintos tiempos (amplitud máxima E_0). c) La emisión del dipolo es simétrica en el plano xz ; sin embargo, para direcciones de emisión fuera de ese plano (ángulos $\phi < 90^\circ$), la amplitud del campo emitido disminuye hasta $E(\phi = 90^\circ) = 0$. Esto es debido a que la proyección de la amplitud de oscilación respecto del ángulo de observación disminuye como el $\sin\phi$.

del campo será intermedia; así, la dirección y perspectiva de oscilación del dipolo definen la dirección y magnitud de la polarización de la luz.

4.2 LUZ NO POLARIZADA.

La luz natural, como la del sol, es producida por una cantidad enorme de dipolos los cuales, al formar parte de un gas, están orientados de manera aleatoria. Esto produce que emitan ondas electromagnéticas con polarización en todas direcciones posibles. Al analizar la luz proveniente de este tipo de fuentes, ésta será la superposición de las ondas provenientes de todos los dipolos, por lo que no tendrá una polarización definida (Figura 6); esto mismo ocurre en lámparas de gas e incandescentes. En estas últimas, a pesar de ser sólidos, su estructura atómica permite que los electrones libres y ligados puedan oscilar (hasta cierto grado) en cualquier dirección.

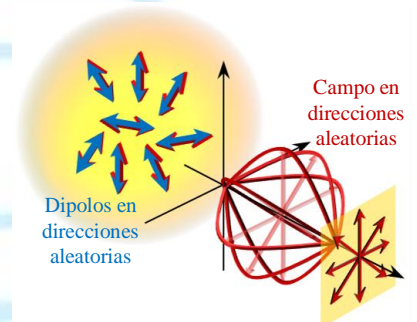


Figura 6. Representación de luz *No polarizada* emitida por dipolos en un gas.

4.3 POLARIZACIÓN POR ESPARCIMIENTO.

Este modelo predice que un dipolo puede absorber parte de la energía de una onda incidente y reemitirla en otra dirección. Consideremos un dipolo en la presencia de un campo incidente polarizado el cual puede ceder parte de su energía al dipolo haciendo que su carga negativa comience a oscilar a la misma frecuencia y con la misma dirección. Dado que ahora el dipolo está oscilando, éste emitirá una onda polarizada que viajará en direcciones diferentes a la del campo incidente (Figura 7a). Este cambio aparente de dirección de la onda debido a los dipolos es denominado *esparcimiento*.

La respuesta de la carga negativa al campo externo depende de la frecuencia de resonancia del dipolo, la cual depende a su vez del tamaño y composición del átomo o molécula. El esparcimiento es más eficiente cuando el tamaño del dipolo es menor a la longitud de onda del campo externo, en cuyo caso se habla de *esparcimiento Rayleigh* [2, 3].

Dado que la luz incidente es transversal, las oscilaciones de los campos que la componen estarán limitadas a un plano perpendicular a la dirección del rayo, por lo que, si un rayo de luz no polarizado incide en el dipolo, éste oscilará en múltiples direcciones, pero

acotadas a un plano. Visto de frente (sobre la dirección del rayo de luz), la luz esparcida por el dipolo seguirá siendo no polarizada ya que se observarán todas las direcciones de oscilación sobre el plano; sin embargo, si el observador está a 90° de la dirección del rayo, observará el plano de oscilación de canto, por lo que la dirección de oscilación del dipolo será sobre una línea y en consecuencia la luz emitida en esta dirección estará linealmente polarizada (Figura 7b). En direcciones intermedias entre 0° y 90° , la luz estará *parcialmente polarizada*.

Este fenómeno se puede observar en el cielo, si es examinado con un polarizador (cuyo funcionamiento será explicado más adelante). En regiones alrededor del Sol y a 180° de él la luz esparcida por la atmósfera está no-polarizada. Sin embargo, a 90° del Sol estará altamente polarizada, por lo que esta región, al ser observada a través de un polarizador, se observará más oscura que otras regiones del cielo.

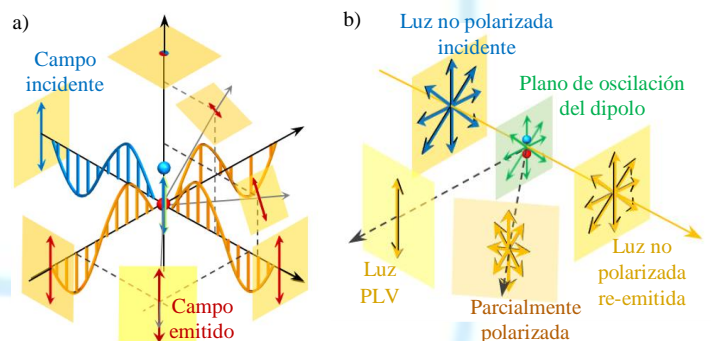


Figura 7. a) Campo polarizado incidiendo en un dipolo, la re-emisión del dipolo también está polarizada. b) Polarización por esparcimiento. En dirección perpendicular al rayo, la oscilación del dipolo está confinada a una línea (PL).

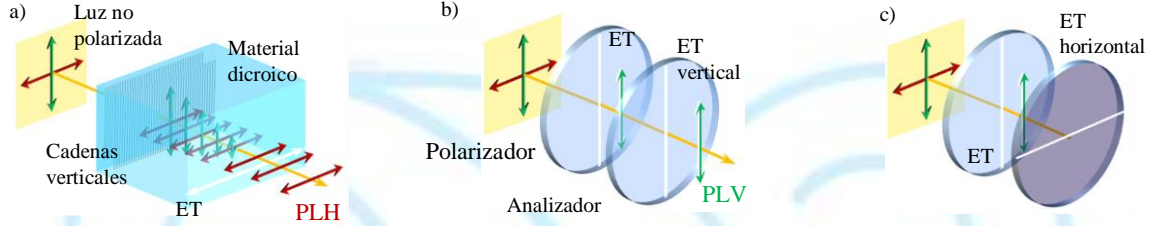


Figura 8. a) Polarización por dicroísmo. La componente del campo paralela a la cadena de moléculas es absorbida por el material, la perpendicular no. b) Polarizadores con ET's paralelos, la componente del campo paralela a los ET's cruza los polarizadores. c) Polarizadores con ET's perpendiculares, la luz polarizada del primer polarizador es totalmente absorbida por el segundo.

4.4 POLARIZACIÓN POR DICROISMO.

En el contexto de polarización, un *material dicroico* es aquel en el que rayos de luz con diferentes polarizaciones sufren diferente grado de absorción como, por ejemplo, la turmalina y el sulfato de yodo-quinina (herapathita), aunque el más común y utilizado actualmente es el *filtro polaroid H* (alcohol poli-vinílico (PVA) con dopante de yodo), el cual se produce calentando una hoja de PVA y estirándola en una cierta dirección, lo que produce que sus moléculas se alineen en esa dirección (formando cadenas); posteriormente se agrega el yodo que provee electrones de valencia, los cuales pueden moverse a lo largo de la cadena (aunque con cierta resistencia). Cuando una onda con polarización paralela a las cadenas incide en el polaroid, los electrones funcionan como dipolos y comienzan a oscilar a lo largo de la cadena; sin embargo, por propiedades del material, la radiación que emiten está retrasada media longitud de onda de la incidente, por lo que hay interferencia destructiva entre ambas ondas, disminuyendo considerablemente su amplitud (Figura 8a), además, la resistencia en la estructura absorbe y disipa la energía de la onda mientras cruza el material; en la práctica, ésta atenuación no es muy eficiente para luz en la región violeta del espectro. Por otro lado, si la polarización de la onda incidente es perpendicular a las cadenas, no es absorbida ya que los electrones no pueden oscilar en esa dirección. Esta dirección perpendicular a las cadenas de moléculas es denominada *eje de transmisión (ET)*, ya que en dicha dirección la polarización no es absorbida. En adelante, denominaremos al filtro polaroid simplemente como *polarizador*.

El dicroísmo es usualmente mostrado usando un *polarizador* y un *analizador* (el cual también es un polarizador). Si se colocan en serie con sus ET's paralelos, entonces la luz polarizada linealmente por el primero pasará sin ser absorbida por el segundo (Figura 8b); si los ET's se colocan perpendicularmente, la luz polarizada del primero será absorbida por el segundo (Figura 8c).

En general, un polarizador proyecta el vector de polarización de la luz sobre su ET, operación que se puede representar con una matriz de 2×2 . Para encontrar su expresión, consideremos un vector de PL a un ángulo θ (ecuación 6) que incide en un polarizador con su ET también al ángulo θ ; como la polarización de entrada es paralela al ET del polarizador, la polarización de salida deberá ser igual:

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{bmatrix}$$

Pero si la polarización de entrada es ortogonal al ET, la luz será absorbida:

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \left(\theta + \frac{\pi}{2} \right) \\ \sin \left(\theta + \frac{\pi}{2} \right) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\sin \theta \\ \cos \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Resolviendo este sistema de cuatro ecuaciones con cuatro incógnitas (a, b, c, d), se obtiene la expresión matricial de un polarizador con ET a un ángulo θ (medido respecto de la horizontal):

$$MPol = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin \theta \cos \theta \\ \sin \theta \cos \theta & \sin^2 \theta \end{bmatrix} \quad (9)$$

Ahora, tenemos la siguiente pregunta: ¿qué ocurre si luz con una cierta polarización incide en un polarizador?, y para resolver esto se aplica la ecuación 6 vistas en la sección 2. Por ejemplo, si luz PL a un ángulo β incide en un analizador con su ET a un ángulo θ , a la salida se tendrá:

$$\begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin \theta \cos \theta \\ \sin \theta \cos \theta & \sin^2 \theta \end{bmatrix} \left(E_0 \begin{bmatrix} \cos \beta \\ \sin \beta \end{bmatrix} \right) = E_0 \cos(\theta - \beta) \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{bmatrix}$$

La cual es luz PL con el ángulo θ del analizador (Figura 9a) pero con una amplitud disminuida por un factor $\cos(\theta - \beta)$.

En la práctica, los instrumentos de medición de luz registran *la intensidad de la onda* electromagnética (I , la irradiancia), la cual es proporcional al cuadrado de la amplitud del campo ($I = \frac{c\epsilon_0}{2} |\vec{E}|^2$); por lo que, en el ejemplo de la luz PL, la intensidad de luz que sale del analizador es:

$$I = I_0 \cos^2(\theta - \beta) \quad (10)$$

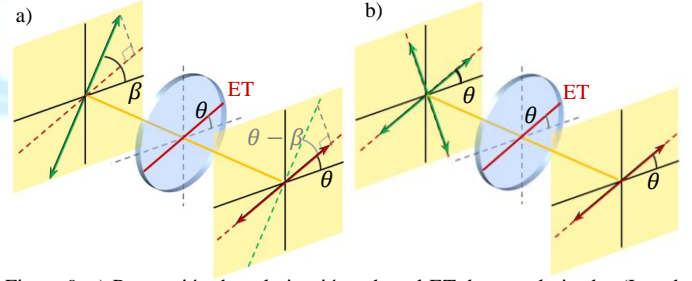


Figura 9. a) Proyección de polarización sobre el ET de un polarizador (Ley de Malus). b) Luz no polarizada incidiendo en un polarizador. La descomposición de la luz no polarizada se hace respecto al ET del polarizador.

La intensidad transmitida por un analizador, en el que incide luz PL, varía como el cuadrado del coseno del ángulo entre la polarización incidente y su ET.

Donde $I_0 = \frac{c\epsilon_0}{2} |E_0|^2$. Esta ecuación constituye la *Ley de Malus*, en honor al físico francés Etienne Louis Malus, quien contribuyó al estudio de la polarización. Dicha ley se puede comprobar fácilmente con un par polarizador-analizador. Conforme ET del analizador se rota desde 0 a 90° respecto del ET del polarizador, la cantidad de luz transmitida decrece de un máximo a cero.

¿Qué ocurre cuando luz no polarizada incide en un polarizador con su ET a un ángulo θ ? La respuesta se encuentra en el hecho de que la luz no polarizada está compuesta por una infinidad de vectores de polarización en distintas direcciones. Todos estos vectores se pueden descomponer en un sistema de dos direcciones ortogonales, una de las cuales es la dirección del ET del polarizador θ :

$$NoPol = E_0 \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{bmatrix} + E_0 \begin{bmatrix} \sin \theta \\ -\cos \theta \end{bmatrix}$$

Así, a la salida del polarizador se tendrá:

$$\{MPol\} \cdot \{NoPol\} = E_0 \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{bmatrix}$$

La componente que tiene un ángulo θ (paralela al ET) cruzará el polarizador, y saldrá como PL a un ángulo de oscilación θ (Figura 9b).

Así, un polarizador es un elemento óptico que permite conocer el comportamiento del campo eléctrico de alguna fuente de luz. Para esto simplemente se necesita colocar un polarizador entre la fuente y el radiómetro (Figura 10) y analizar el comportamiento de la irradiancia con respecto al ángulo del eje de transmisión del polarizador. Si la luz tiene PL, la irradiancia seguirá la ley de Malus, si es no polarizada, la irradiancia será constante; si el comportamiento es intermedio se podrá decir que es parcialmente polarizada. Sin embargo, para tener consistencia en los resultados, es muy importante asegurar que la fuente de luz genere una irradiancia constante.

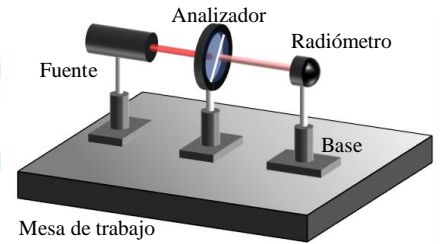


Figura 10. Arreglo experimental para la determinación de la polarización de una fuente.

En la práctica, a pesar de que el ET del polarizador sea ortogonal a la polarización de entrada, la intensidad de salida no es cero, por lo que se tiene una *intensidad de fuga* (B). También, cuando el ET del polarizador es paralelo a la polarización de entrada, la intensidad de salida será menor que la de entrada (debido a otro tipo de absorciones en el material); esto se cuantifica mediante un *coeficiente de atenuación* del polarizador (A) entre 0 y 1. En este modelo práctico, la ley de Malus toma la forma:

$$I = A(I_0 \cos^2(\theta - \beta)) + B \quad (11)$$

Con esta fórmula es posible caracterizar un polarizador, siempre y cuando la luz incidente sea PL. Para esto, se puede utilizar una configuración de dos polarizadores (Figura 11), en la cual, el primer polarizador creará luz PL a un cierto ángulo β y con una cierta intensidad I_0 (la cual se tiene que cuantificar con el radiómetro como intensidad inicial o de normalización) a partir de cualquier fuente de luz (por ejemplo, un láser); el segundo polarizador, denominado analizador, y el cual queremos caracterizar, recibirá la luz del primero, y analizando su irradiancia de salida respecto de su ángulo de transmisión mediante una gráfica linelizada y normalizada, se podrán encontrar los coeficientes A y B de la ecuación 11, e incluso el ángulo β del primer polarizador.

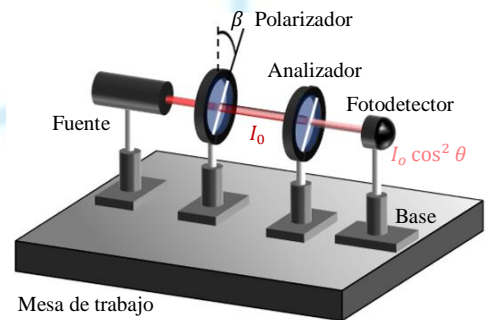


Figura 11. Arreglo experimental para la comprobación de la Ley de Malus.

4.5 POLARIZACIÓN POR REFLEXIÓN.

La luz que se refleja de forma especular en una superficie también puede polarizarse parcialmente. Para entender este fenómeno es necesario combinar las leyes de reflexión y refracción con el modelo dipolar. Supongamos que un rayo no polarizado incide en una superficie dieléctrica plana; dado que la luz no polarizada se puede descomponer como combinación de dos polarizaciones lineales ortogonales ^[3] y que los rayos incidente, reflejado y refractado están en el plano de incidencia (PIn), solo analizaremos las componentes de polarización paralela y ortogonal al PIn. Además, se asumirá que la superposición de las ondas electromagnéticas emitidas por los dipolos de la superficie es tal que solamente generan los rayos de luz en las direcciones de reflexión y refracción ^[3].

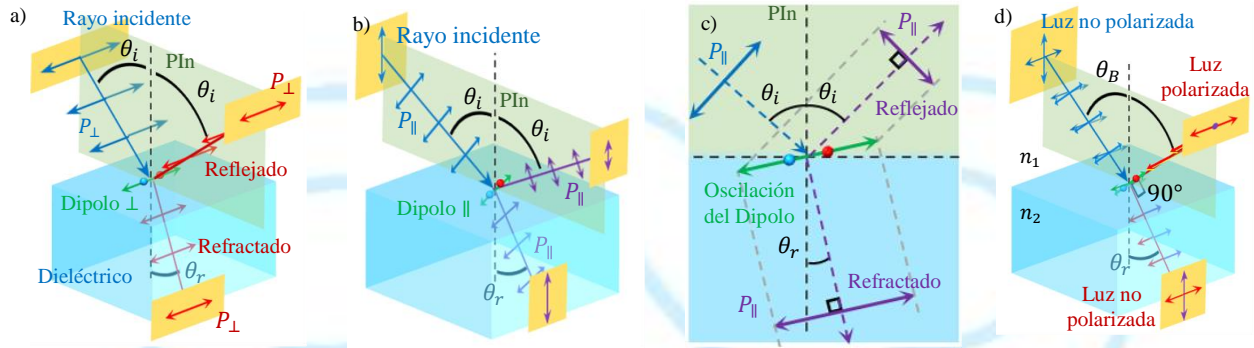


Figura 12. a) Reflexión de un rayo incidente con polarización perpendicular al PIn. b) Reflexión de un rayo con polarización paralela al PIn. La polarización de los rayos reflejado y refractado es paralela al PIn. c) Descomposición de la oscilación del dipolo (oscilando de forma paralela al PIn) en la dirección del rayo reflejado y transversal al refractado. La amplitud de la onda reflejada es menor que la refractada. d) Luz no polarizada incidiendo al ángulo de Brewster produciendo que el rayo reflejado este polarizado perpendicularmente al PIn.

Consideremos primero la componente de polarización perpendicular (P_{\perp}) al PIn. Luz con esta polarización, incidente en los dipolos del dieléctrico, produce que también estos oscilen de forma perpendicular y emitan luz con polarización perpendicular (Figura 12a), por lo que la polarización de los rayos reflejado y refractado también será perpendicular al PIn.

Para la polarización paralela (P_{\parallel}) al PIn la situación es un poco más compleja. Por ley de Snell, la dirección del rayo incidente cambia cuando este entra en el dieléctrico y, dado que el campo de este rayo debe ser transversal, la oscilación de los dipolos (los cuales se encuentran en el dieléctrico) también deberá ser transversal al rayo refractado; es decir, a pesar de que la oscilación de los dipolos sigue siendo paralela al PIn, dicha dirección de oscilación no es igual a la del campo incidente. Por otro lado, esta dirección de oscilación en el medio presenta una proyección sobre la dirección del rayo reflejado, sin embargo, dicha componente tendrá una amplitud menor (Figuras 12b y c). En el caso en que la dirección de oscilación del dipolo sea igual a la dirección del rayo reflejado, será como observar la oscilación del dipolo desde una perspectiva en la que su amplitud es nula (desde arriba según la Figura 5c), por lo que en esta situación el rayo reflejado con polarización paralela al PIn no existirá; tal situación se presenta cuando los rayos reflejado y refractado son ortogonales entre ellos.

Con ayuda de la ley de Snell y conociendo los índices de refracción de los medios involucrados, es posible deducir el ángulo de incidencia donde ocurre este fenómeno de polarización (θ_B).

$$n_1 \sin \theta_B = n_2 \sin \theta_r$$

De la Figura 12d vemos que $90^\circ - \theta_B = \theta_r$, por lo que $\sin \theta_r = \cos \theta_B$ y

$$\theta_B = \tan^{-1} \left(\frac{n_2}{n_1} \right) \quad (12)$$

Conocido como **ángulo de Brewster**. Así, cuando luz no polarizada incide en una superficie dieléctrica al ángulo de Brewster, la luz reflejada solamente contará con polarización perpendicular al plano de incidencia (Figura 12d).

Este fenómeno se puede comprobar observando el reflejo de alguna fuente de luz en una superficie como agua a través de un polarizador (Figura 13). En particular, si la fuente de luz es *NoPol*, la luz reflejada tendrá PL si se observa al ángulo de Brewster. Es decir, observando el reflejo de la fuente en la superficie del agua, habrá una posición (angular) donde el reflejo de la fuente desaparecerá si el eje del polarizador es perpendicular a la superficie del agua. Este método es útil para deducir índices de refracción.

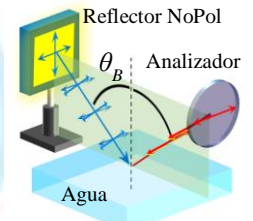


Figura 13. Polarización por reflexión.

5 REFERENCIAS.

- [1] D. J. Griffiths. *Introduction to Electrodynamics*. 3° edición. Prentice Hall. 1999.
- [2] E. Hecht. *Óptica*. 3° edición, Addison Wesley. 2000.
- [3] Frank L. Pedrotti, Leno M. Pedrotti, Leno S. Pedrotti. *Introduction to Optics*, Cambridge University Press, 2018, 3°ed.
- [4] C. H. Lehmann. *Geometría analítica*. Limusa. 1981

