

Rejillas de Difracción



Erick Barrios Barocio; Roxette Ramírez Arvidez.
Laboratorio de Óptica, v.2023

La Interferencia y Difracción producidas por múltiples rendijas genera patrones de interferencia con diferentes características geométricas para diferentes longitudes de onda. Esto puede ser utilizado para separar en distintas direcciones las distintas longitudes de ondas que componen una cierta fuente de luz, lo cual constituye una forma alternativa para realizar espectroscopía, y la cual es de mejor calidad y hasta cierto punto más accesible.

Contenido

1	Los Fasores.	2
2	La Rejilla de difracción.	4
2.1	ESPECTROSCOPÍA CON REJILLA DE DIFRACCIÓN.	5
3	Practica.	5
3.1	OBJETIVO.	5
3.2	MATERIAL.	5
4	Referencias.	5

1 LOS FASORES.

Consideremos una onda senoidal cuya componente de campo eléctrico esté dada por ^[1]:

$$E_1 = E_0 \sin \omega t$$

Donde E_0 es la amplitud de onda y ω es la frecuencia angular. Esta onda puede representarse de manera gráfica mediante un *fasor* de magnitud E_0 como en la Figura 1a. El fasor forma un ángulo ωt el eje horizontal. Su proyección en el eje y representa E_1 . En consecuencia, cuando el fasor gira, su proyección (intensidad) oscila. Hora, consideremos una segunda onda (Figura 1b):

$$E_2 = E_0 \sin (\omega t + \phi)$$

La onda resultante, suma de E_1 y E_2 , puede representarse de manera gráfica dibujando sus fasores como en la Figura 1c, siendo el fasor resultante (E_R) es la suma vectorial de los dos fasores. En el caso que nos interesa (ondas a un tiempo fijo) es conveniente dibujar los fasores en $t = 0$ (Figura 1d); a partir de la geometría de los triángulos involucrados:

$$\cos \alpha = \frac{E_R/2}{E_0}$$

Lo cual produce:

$$E_R = 2E_0 \cos \alpha = 2E_0 \cos \left(\frac{\phi}{2} \right)$$

En consecuencia, la proyección del fasor resultante a cualquier tiempo es:

$$E_p = E_R \sin \left(\omega t + \frac{\phi}{2} \right) = 2E_0 \cos \left(\frac{\phi}{2} \right) \sin \left(\omega t + \frac{\phi}{2} \right)$$

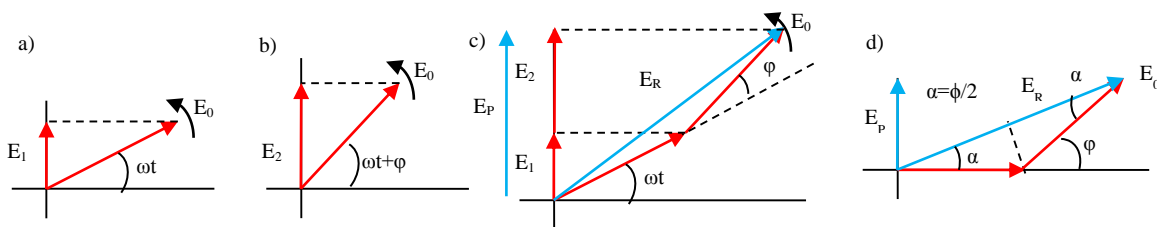
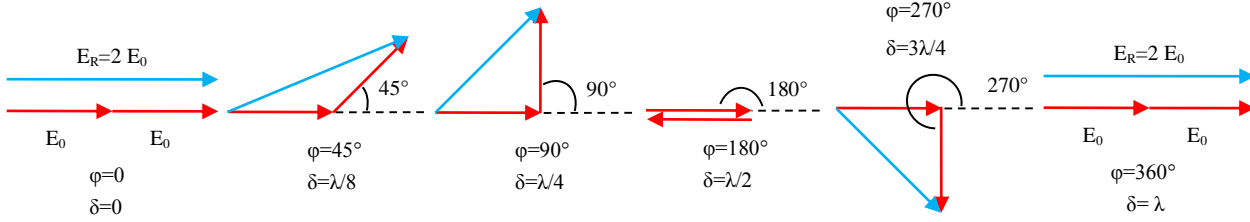
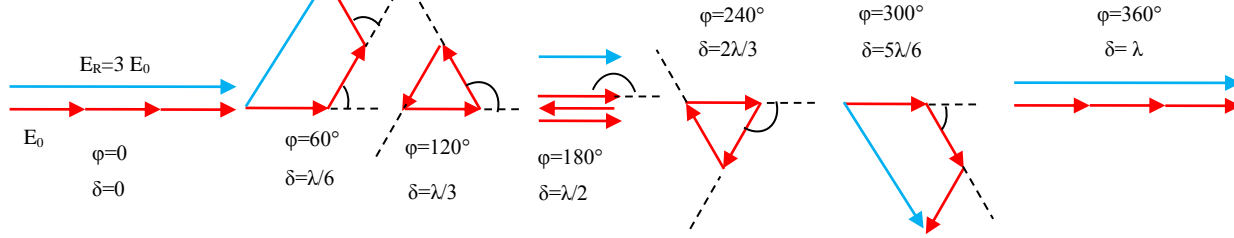


Figura 1. Representación y adición de ondas en diagramas de fasores. a) Fasor E_1 . b) Fasor E_2 . c) Suma. d) Suma al tiempo $t = 0$.


 Figura 2. Comportamiento de dos fasores a $t = 0$, cuando se varía la fase entre ellos.

 Figura 3. Comportamiento de tres fasores a $t = 0$, cuando se varía la fase entre ellos.

Como la intensidad es: $I \propto E_p^2$ y la mayoría de los instrumentos detectores de luz miden la intensidad promedio en el tiempo ($\langle \sin^2(\omega t + \frac{\phi}{2}) \rangle = \frac{1}{2}$):

$$I = I_{max} \cos^2\left(\frac{\phi}{2}\right) = I_{max} \cos^2\left(\frac{\pi d \sin\theta}{\lambda}\right) \quad (1)$$

Aunque el análisis trigonométrico es útil para ciertas cuestiones, en situaciones prácticas es suficiente limitarnos a la interpretación de fasores de E_R . Por ejemplo, si se quiere saber de forma rápida y sencilla cómo es el patrón de interferencia de dos fuentes coherentes, se usan diagramas de fasores a $t = 0$ (Figura 2) y se estudia la magnitud del fasor resultante, la cual es proporcional a la intensidad del patrón de interferencia, a distintos valores de diferencia de fase (diferencia de camino óptico δ). Con ayuda de este tipo de análisis, es posible ver que la intensidad es máxima cuando $\phi = 0, 2\pi, 4\pi, \dots$ y es mínima cuando $\phi = \pi, 3\pi, 5\pi, \dots$. Permitiendo tener idea de cómo será el patrón de interferencia de dos rendijas en una pantalla como el representado en la Figura 4a.

Usando el mismo procedimiento, podemos visualizar el patrón de interferencia causado por tres rendijas igualmente espaciadas. Las componentes de campo eléctrico en un punto P sobre la pantalla causado por las ondas provenientes de las rendijas individuales pueden expresarse como:

$$E_1 = E_0 \sin \omega t$$

$$E_2 = E_0 \sin (\omega t + \phi)$$

$$E_3 = E_0 \sin (\omega t + 2\phi)$$

Donde ϕ es la diferencia de fase entre las ondas debido a la diferencia de camino óptico. El análisis con diagramas de fasores (Figura 3), nos muestra que la condición de máxima intensidad se presenta cuando $\phi = 0, 2\pi, 4\pi, \dots$, los cuales son llamados máximos primarios, que ocurren cuando los tres fasores están alineados. Sin embargo, se encontrarán máximos secundarios (de menor intensidad que los primarios) cuando $\phi = \pi, 3\pi, \dots$, donde la onda de una rendija cancela solamente la onda de otra, sobreviviendo una sola onda. La interferencia destructiva ocurre cuando

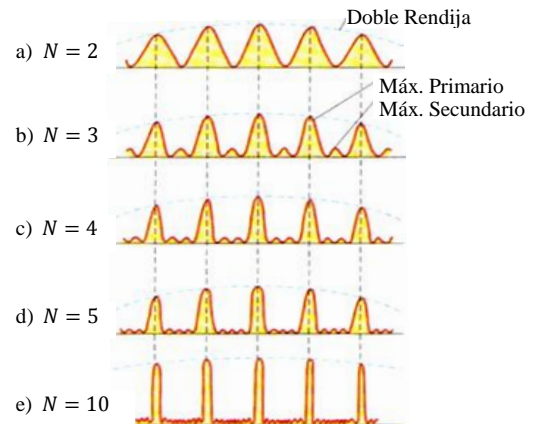


Figura 4. Patrones de difracción producidos por distintos números de rendijas.

los tres fasores forman un triángulo cancelándose totalmente, estos mínimos se presentan cuando $\phi = \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}, \dots$. El patrón de interferencia que se genera se muestra en la Figura 4b. El método de fasores toma relevancia cuando se estudian patrones de interferencia de múltiples rendijas (Figuras 4c, 4d, 4e).

2 LA REJILLA DE DIFRACCIÓN.

La rejilla de difracción es un dispositivo útil para analizar fuentes luminosas, se compone de un gran número de rendijas paralelas igualmente espaciadas. Una rejilla de transmisión puede hacerse cortando líneas paralelas sobre una placa de vidrio con una máquina de rayado de precisión. Los espacios entre las líneas son transparentes a la luz y, en consecuencia, actúan como rendijas individuales. Una rejilla de reflexión puede hacerse cortando líneas paralelas en la superficie de un material reflejante. La reflexión de la luz de los espacios entre las líneas es especular y la reflexión de las líneas cortadas en el material es difusa.

Una sección de una rejilla de difracción se ilustra en la Figura 5, en ella una onda plana incide desde la izquierda, normal a la rejilla. Una lente convergente (opcional) junta los rayos en el punto P. El patrón observado sobre la pantalla es el resultado de los efectos de interferencia y difracción, lo cual puede ser entendido mediante fasores.

En la Figura 5, la diferencia de trayectoria δ entre rayos de dos rendijas adyacentes cualesquiera son iguales a $d \sin\theta$. Si tal diferencia de trayectoria es igual a una longitud de onda o algún múltiplo entero de una longitud de onda, entonces las ondas provenientes de todas las rendijas están en fase en P y se observa una franja brillante. Por consiguiente, la condición para máximos en el patrón de interferencia en el ángulo θ es:

$$d \sin\theta = m\lambda \quad \text{para } m = 0, 1, 2, \dots \quad (2)$$

Si la radiación incidente contiene varias longitudes de onda, el máximo de orden m-ésimo para cada longitud de onda ocurrirá a un ángulo específico para cada longitud de onda, con excepción del ángulo $\theta = 0$, el que corresponde a $m = 0$, el máximo de orden cero, que tiene la misma posición independientemente de la longitud de onda. El máximo de primer orden ($m = 1$) se observa en un ángulo que satisface la relación $\sin\theta = \lambda/d$; el máximo de segundo orden ($m = 2$) se observará en un ángulo θ más grande, y así sucesivamente.

Así, con lo visto hasta este punto, es posible caracterizar rendijas múltiples de forma relativamente sencilla utilizando el arreglo experimental mostrado en la Figura 6.

Usando un láser de longitud de onda conocida, se ilumina la rejilla y, a partir del patrón generado y proyectado en una pantalla, se puede inferir el número de rendijas o densidad de rendijas que se tiene (siempre y cuando sean un número reducido). Para conocer la separación entre las rendijas, simplemente se tiene que medir la separación entre máximos principales (los más brillantes), de algún

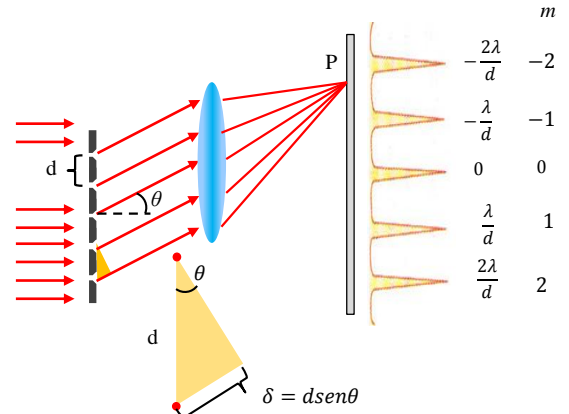
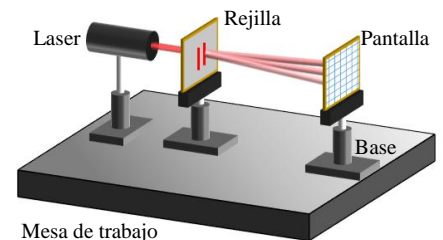


Figura 5. Patrón de difracción producido por una rejilla de difracción.



Mesa de trabajo
Figura 6. Arreglo experimental para caracterizar rejillas de difracción.

orden. Con esta separación de máximos y la distancia a la pantalla, se puede utilizar la ecuación 2 para calcular la separación entre rendijas (d) o la densidad de rendijas por milímetro (ρ).

De forma inversa, si lo que se conoce es la separación de rendijas, el orden y separación de máximos, y la distancia a la pantalla, es posible deducir la longitud de onda de cualquier fuente monocromática de forma sencilla.

2.1 ESPECTROSCOPIA CON REJILLA DE DIFRACCIÓN.

Para poder realizar espectroscopía con una rejilla de difracción (de múltiples rendijas) es necesario el espectrómetro, en el cual, en lugar de utilizar un prisma de dispersión se utiliza la rejilla (Figura 8), y con la misma alineación del instrumento.

Por lo general se utilizan rejillas de más de 600 líneas/mm. Estas rejillas son capaces de separar la luz en espectros discernibles de forma similar a un prisma, sin embargo, la separación será por órdenes de interferencia, es decir, el orden $m = 0$ es en el que el rayo de luz cruza la rejilla sin ser dispersado; el orden $m = 1$ es el primer orden de interferencia para cada color, sin embargo, cada color (longitud de onda) se desvía a un ángulo distinto; de forma similar el orden $m = -1$, se encuentra en el lado simétricamente opuesto al $m = 1$; y así sucesivamente con órdenes de interferencia mayores. La diferencia entre ordenes es que entre mayor sea el orden de difracción, mayor será la separación entre longitudes de onda (mayor resolución).

El proceso para hacer espectroscopía es exactamente igual al llevado a cabo con el prisma.

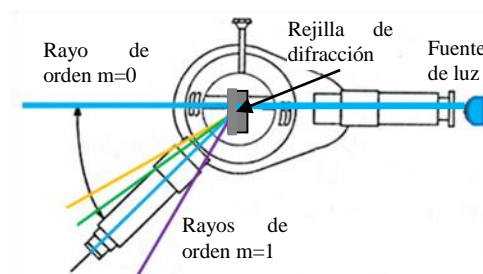


Figura 8. Arreglo experimental para análisis espectral con rejilla de difracción.

3 PRACTICA.

3.1 OBJETIVO.

Estudiar el funcionamiento de rejillas de difracción y caracterizar una. Así mismo, utilizar una rejilla de difracción para analizar las componentes de longitudes de onda de una fuente de luz.

3.2 MATERIAL.

Rejillas de difracción. 1 Láser. Bases. Pantalla. Flexómetro. Espectrómetro. Lámpara espectral.

4 REFERENCIAS.

- [1] R.A. Serway, R.J. Beichner. "Física para ciencias e ingeniería". 5° edición, McGraw-Hill. 2002.