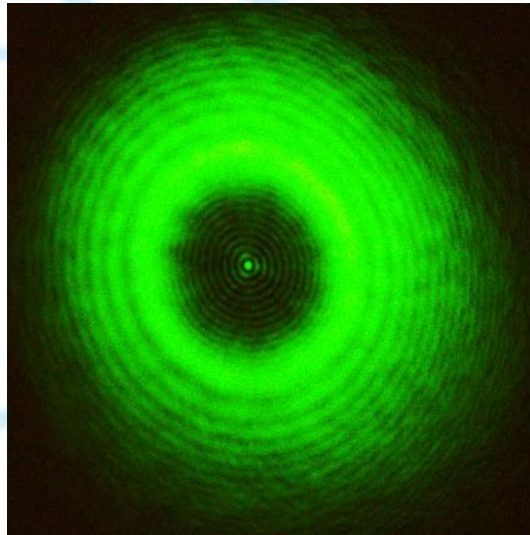


EL PUNTO DE ARAGO



Erick Barrios Barocio.
Óptica v.2025

En ciencias se pueden encontrar varios experimentos cruciales capaces de validar una hipótesis sin dejar lugar a dudas o alternativas, es decir, este tipo de experimentos producen resultados que excluyen cualquier otra hipótesis o teoría. En el debate sobre la naturaleza de la luz mantenido en los inicios del siglo XIX, se mantenían las hipótesis sobre la naturaleza corpuscular y la ondulatoria. Siendo la observación del Punto de Arago determinante en validar el punto de vista ondulatorio durante el curso de dicho siglo, por lo que es uno de los experimentos más relevantes en óptica.

Contenido

1	HISTORIA.....	1
2	ASPECTOS TEÓRICOS.....	1
2.1	Funcion de Bessel de orden cero.....	3
3	REALIZACIÓN PRÁCTICA.....	4
4	REFERENCIAS.....	4

1 HISTORIA

A principios del siglo XIX, Thomas Young publicó el resultado de su experimento de la doble rendija, dando argumentos a favor de la idea de la luz como onda. Sin embargo, aún había miembros de la comunidad científica que mantenían su apoyo a la teoría corpuscular de Newton y que exigían mayor evidencia para cambiar su punto de vista, entre los que se encontraba Siméon Denis Poisson.

En 1818, la Academia Francesa de Ciencias lanzó un concurso para explicar las propiedades de la luz y en el que Poisson era uno de los miembros del comité de jueces. En dicho concurso participó el ingeniero civil Augustin Fresnel presentando una nueva teoría ondulatoria de la luz. Poisson estudió en detalle la teoría de Fresnel y buscó una manera de demostrar que estaba equivocada. Argumentó que había encontrado un error ya que una consecuencia de la teoría de Fresnel era que debía existir un punto brillante en el eje en la sombra de un obstáculo circular, donde, según la teoría de partículas de la luz, debería haber completa oscuridad. Esta predicción fue vista como una consecuencia absurda de la teoría ondulatoria, y el fracaso de esa predicción debería ser un argumento suficiente para rechazar la teoría de Fresnel.

Por otro lado, el jefe del comité de jueces, Dominique-François Arago, decidió realizar el experimento con la idea de resolver el debate. Pego un disco metálico de 2 mm en una placa de vidrio con cera y logró observar el punto predicho, lo que convenció a la mayoría de los científicos de la naturaleza ondulatoria de la luz, consecuentemente dando la victoria a Fresnel.

Aunque el resultado experimental de Arago fue una evidencia abrumadora a favor de la teoría ondulatoria, un siglo más tarde, junto con el nacimiento de la mecánica cuántica, se comprendió que la luz debe describirse como partícula y onda (dualidad onda-partícula). Sin embargo, la partícula asociada con las ondas electromagnéticas (fotón) no tiene nada en común con las partículas imaginadas en la teoría corpuscular propuesta por Newton.

2 ASPECTOS TEÓRICOS

En el corazón de la teoría ondulatoria de Fresnel se encuentra el Principio de Huygens, el cual dice que *todo punto en un frente de onda se vuelve el origen de un frente de onda esférico secundario*, y que *la amplitud del campo óptico en un punto en una pantalla está dada por la superposición de todos esos frentes de onda secundarios tomando en cuenta sus fases relativas*. Refiriéndonos a la Figura 1, matemáticamente eso significa que en un punto P_1 en una pantalla, el campo estará dado por la integral de superficie ^[1]:

$$U(P_1) = \frac{iA}{2\lambda} \frac{e^{ikr_0}}{r_0} \int_S \frac{e^{ikr}}{r} (1 + \cos \theta) dS \quad (1)$$

Donde A es la amplitud de la fuente primaria de la onda, $k = 2\pi/\lambda$ es el número de onda, S es el frente de onda de donde saldrán las ondas secundarias, r_0 es la distancia de la fuente al punto Q que genera el frente de onda secundario (y que es donde se encuentra la orilla de la obstrucción a la luz, como un disco de radio a) y r es la distancia del punto Q a la pantalla. La función $i/2\lambda (1 + \cos \theta)$ ayuda a tomar en cuenta solo las ondas que viajan en la dirección frontal y su relación angular θ con la dirección de la onda original [2].

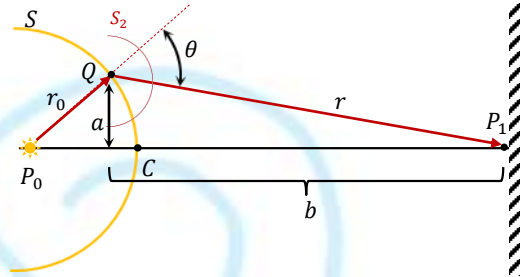


Figura 1. Diagrama de referencia para entender el origen del principio de Huygens. La superficie amarilla es el frente de onda primario, mientras que la superficie S_2 . Ver texto para mayor información.

Por otro lado, el primer término fuera de la integral $\left(\frac{Ae^{ikr_0}}{r_0}\right)$ toma en cuenta el estado de la onda original emitida desde P_0 , al llegar al punto Q (que es el lugar de donde saldrán las ondas secundarias). De forma similar, el término dentro de la integral $\left(\frac{e^{ikr_1}}{r_1}\right)$ representa la onda secundaria emitida desde Q al llegar al punto P_1 en la pantalla.

Para estudiar solamente el efecto producido por los frentes de onda secundarios en el punto Q (y tomando en cuenta la simetría cilíndrica del sistema), se puede colocar una obstrucción (un disco plano) de radio a sobre el eje óptico, de forma que solamente la luz que pasa por su orilla genere frentes de onda secundarios, consecuencia de la difracción, y que viajen hacia puntos cercanos al eje óptico en la pantalla (Figura 2).

Algunas suposiciones prácticas que ayudan a encontrar la solución de la ecuación (1), son las llamadas condiciones para difracción de Fresnel. En dichas condiciones, la fuente de luz original debe ser tal que genere frentes de esféricos, aunque se puede usar un láser con poca divergencia, y las dimensiones del arreglo experimental deben cumplir la relación[2]:

$$a^2 \geq b\lambda \quad (2)$$

Donde a es la distancia transversal del eje óptico al punto Q donde se emite el frente de onda secundario (radio de la obstrucción), b es la distancia (sobre el eje óptico) entre Q y la pantalla, y λ la longitud de onda de la fuente.

Así, la idea de Arago para comprobar que esta perspectiva ondulatoria era correcta fue colocar un objeto circular de diámetro $2a$ sobre el eje óptico (Figura 2) de forma que bloqueara la parte central del frente de onda, de esta forma el frente de onda secundario generado en Q será el único que llegue a la pantalla, y por la simetría circular, todos los frentes de onda secundarios generados en el anillo alrededor del objeto, llegarán de forma simultánea (en fase) a la parte central generando interferencia constructiva.

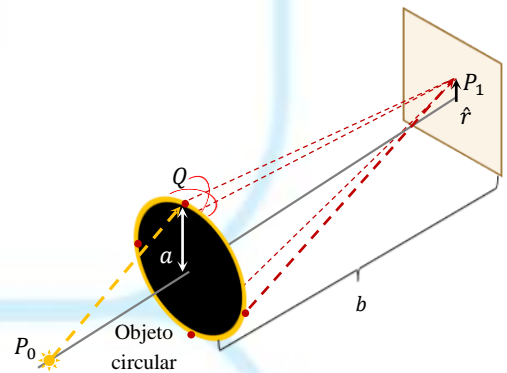


Figura 2. Diagrama del arreglo de Arago para comprobar la teoría de Fresnel.

Utilizando la simetría circular y la teoría de funciones especiales, es posible encontrar la solución a la integral del campo en la pantalla, identificando que la distribución de irradiancia en la pantalla y cerca del eje óptico tiene la forma de una función de Bessel de orden cero del primer tipo al cuadrado[3,4]:

$$I(P_1, r) \propto J_0^2\left(\frac{2\pi r a}{\lambda b}\right) \quad (3)$$

Donde r es la distancia del punto P_1 en la pantalla al eje óptico, a es el radio del objeto circular, λ la longitud de onda y b es la distancia entre el objeto circular y la pantalla. Es de notar que el argumento es adimensional.

2.1 FUNCION DE BESSEL DE ORDEN CERO

Las funciones de Bessel son un conjunto de funciones especiales soluciones de la ecuación diferencial^[5]:

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + (x^2 + \alpha^2)y = 0 \quad (4)$$

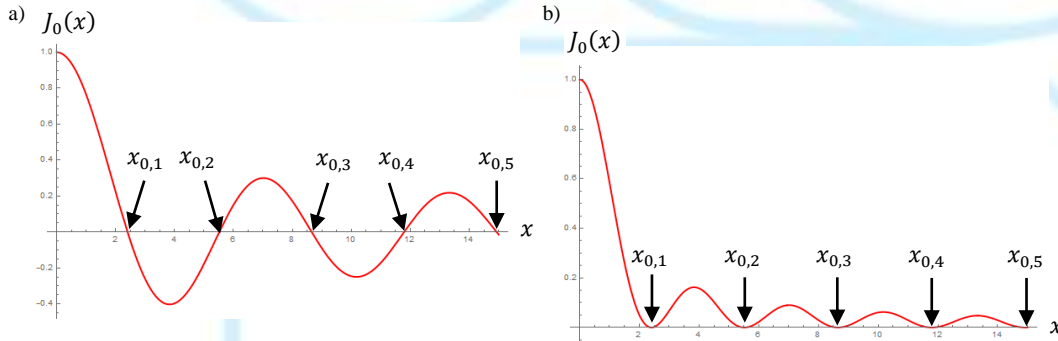


Tabla 1. Ceros de la función J_0 en el eje x	
Cero (n)	$x_{0,n}$
1	2.4048
2	5.5201
3	8.6537
4	11.7915
5	14.9309

Figura 3. a) Gráfica de la función de Bessel de orden cero. b) Gráfica de la función de Bessel de orden cero al cuadrado

Donde α es un número complejo arbitrario. En particular, cuando α es un entero, las funciones presentan simetría cilíndrica, por lo que también son llamadas funciones cilíndricas. Las funciones de Bessel de orden cero se dan cuando $\alpha = 0$, y cuya solución es:

$$J_0(x) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m}{(m!)^2} \left(\frac{x}{2}\right)^{2m} \quad (5)$$

La cual es una serie infinita, por lo que para graficarla es conveniente usar programas de cálculo como Mathematica (Figura 3a). Realizando un análisis numérico de la función, es posible encontrar los ceros de la misma, lo cual es muy importante en muchas situaciones. En la Tabla 1 se muestran los valores del argumento (x) donde se encuentran los ceros de J_0 .

En el caso de este texto, lo que es de nuestro interés es el cuadrado de J_0 , el cual se relaciona con la distribución de intensidad (Figura 3b) en la pantalla, en este caso, los mínimos de intensidad (franjeas de interferencia destructiva) corresponderán con los ceros de la función J_0 . Conociendo esto y la expresión (3), es posible generar la relación:

$$x_{0,n} = \frac{2\pi r a}{\lambda b} \quad (6)$$

Donde $x_{0,n}$ es el n -ésimo cero de la función. Dado que los valores de x son conocidos, esta relación nos permite inferir la posición de los mínimos (r) en la pantalla, si lo que se conoce es la longitud de onda (λ) de la fuente de luz, el radio del objeto (a) y la distancia a la pantalla (b). O de otra forma conocer alguna de las variables r , a , λ o b , siempre y cuando se conozcan las tres restantes.

3 REALIZACIÓN PRÁCTICA

El montaje experimental para llevar a cabo la observación y medición del punto de Arago es muy sencillo. Lo fundamental es contar con un disco circular oscuro de tamaño reducido que se pueda colocar frente a una fuente que se pueda aproximar como de frentes de onda planos, como un láser. El objeto circular se coloca frente al láser de forma que el área transversal del haz sea ligeramente más grande el disco de forma que se genere un “anillo de luz” (Figura 4). Posteriormente se coloca una pantalla de observación a una distancia tal que se aprecie el punto de Arago y sus anillos correspondientes de forma que sea posible medir su radio respecto del centro del patrón. Con esta información es posible comprobar la relación (6).



Figura 4. Disposición práctica para la observación del punto de Arago.

4 REFERENCIAS.

- [1] P. Bergström; J. B. Eriksson. *Capturing the Arago spot using white light*. KTH Estocolmo, Suecia. Modern Physics Course SH1012, Spring 2015.
<https://www.kth.se/files/view/phber/5836daca12b51d10425971b3/arago092015.pdf/>
- [2] F. L. Pedrotti, L. M. Pedrotti, L. S. Pedrotti. *Introduction to Optics*, 3° ed. Cambridge University Press (2018).
- [3] O. Emile, J. Emile. *The Arago–Poisson Spot: New Applications for an Old Concept*. *Photonics* **2024**, 11, 55 (2023).
- [4] R. L. Lucke. *Rayleigh–Sommerfeld diffraction and Poisson’s spot*. *Eur. J. Phys.* **27** (2006) 193–204
- [5] G. Arfken. *Mathematical Methods for Physicists*. 2a ed. Academic Press (1970).