

REFLEXIÓN Y REFRACCIÓN



Erick Barrios Barocio; Roxette Ramírez Arvidez.
Óptica v.2025

Dos de los fenómenos ópticos más comunes en la vida diaria son la reflexión y la refracción, los cuales podemos observar en un espejo, en un vaso de agua, o en una fuente, y lo cual ha dado pie a muchísimas aplicaciones. Estos dos fenómenos son fundamentales en la óptica geométrica y pueden ser estudiados de forma sencilla mediante la trigonometría, por lo que su estudio es fundamental en óptica.

Contenido

1	LA ÓPTICA GEOMÉTRICA.....	1
2	EL PRINCIPIO DE FERMAT.....	1
3	LA LEY DE REFLEXIÓN.....	3
4	LA LEY DE REFRACCIÓN.....	4
5	REFERENCIAS.....	6

1 LA ÓPTICA GEOMÉTRICA.

El modelo (clásico) más utilizado para representar a la luz es el de una onda electromagnética (también denominado régimen de *óptica física* ^[1]); sin embargo, existe una aproximación (o régimen de escala) en la que se pueden omitir ciertos efectos generados por este modelo y simplificar su estudio.

En dicha aproximación la longitud de onda de la luz es despreciable comparada con las dimensiones de los componentes ópticos (lentes, espejos, aberturas grandes), lo cual permite modelar la luz como un conjunto de *rayos* ideales que viajan en línea recta dentro de un medio uniforme y transparente, y que solo cambian su dirección al pasar a un medio con propiedades ópticas diferentes al medio inicial. Esto permite estudiar la propagación e interacción de luz mediante relaciones puramente geométricas y con cálculo básico, en consecuencia tal aproximación es denominada régimen de *óptica geométrica*. En general, dado que la longitud de onda media del espectro visible es de 500nm , la aproximación geométrica es adecuada para interacciones con objetos de tamaños del orden de milímetros o mayores.

2 EL PRINCIPIO DE FERMAT.

Las principales leyes de la óptica geométrica pueden ser derivadas de una hipótesis fundamental introducida por el matemático francés Pierre de Fermat (generalizada del principio de mínima distancia de Hero de Alejandría). La versión moderna de dicho principio puede ser enunciada como sigue ^[1, 2]:

“El trayecto seguido por un haz de luz al propagarse de un punto a otro es tal que la longitud de camino óptico será estacionaria respecto de variaciones infinitesimales de dicha trayectoria.”

Es decir, las trayectorias viables seguidas por la luz, son tales que desviaciones muy pequeñas respecto de esa trayectoria deberán dar tiempos de recorrido prácticamente iguales. Para entender mejor este principio, se parte de la hipótesis de que la velocidad de la luz en un medio transparente (v_m) es menor que en el vacío (c) ^[1, 2], y el tiempo (T) que la luz necesita para recorrer una trayectoria Γ de un punto A a un punto B en un cierto medio, está dado por ^[1]

$$T = \int_{\Gamma} dt = \int_{\Gamma} \frac{ds}{v_m(s)} \quad (1)$$

Donde ds es una sección infinitesimal de la trayectoria en la cual la velocidad de la luz es $v_m(s)$ (Figura 1). Los cambios en la velocidad de la luz dentro de un medio transparente se pueden deber a inhomogeneidades, como por ejemplo diferencias de densidad o un cambio de material en alguna región.

Dado que la velocidad de referencia de la luz es su velocidad en el vacío (c), podemos introducirla en la ecuación anterior como

$$T = \frac{1}{c} \int_A^B \frac{c}{v_m(s)} ds \quad (2)$$

La fracción adimensional c/v_m proporciona información sobre el cambio de velocidad de la luz en el material, que es una propiedad óptica importante llamada **Índice de Refracción** ($n(s)$), la cual es mayor a 1. La integral en la ecuación 2 es una integral de trayectoria con unidades de longitud la cual es denominada **Longitud de Camino Óptico** ^[2]

$$L = \int_A^B n(s) ds \quad (3)$$

Dicha longitud se interpreta como *la distancia equivalente que recorrería la luz si en lugar de estar en un medio transparente estuviera en el vacío*.

Ejemplo. Supongamos que tenemos un recipiente con agua ($n = 1.33$) de 10cm de longitud. Dado que la luz tiene una menor velocidad en el agua comparada con el vacío ($n = 1$), ¿cuál será la longitud de camino óptico recorrida por la luz en el agua?

$$L = n_{\text{agua}}(d_{\text{recipiente}}) = 1.33(10\text{cm}) = 13.3\text{cm}$$

Es decir, la longitud que debería tener un recipiente “cuyo contenido sea vacío” y tal que la luz lo recorra en el mismo tiempo que un recipiente lleno de agua, es 13.3cm.

A partir de la ecuación 3, la condición que pide el principio de Fermat sobre las trayectorias es:

$$\delta L = \delta \left[\int_A^B n(s) ds \right] = 0 \quad (4)$$

Esto es, en una gráfica de L vs S (donde S es la posición efectiva en las distintas trayectorias) se buscarán los puntos en los que la pendiente sea cero (Figura 2). Así, en primera aproximación, la longitud de camino óptico para la trayectoria óptima será igual a la longitud de camino óptico de trayectorias adyacentes. Cualquier cambio pequeño en el valor de S , en las proximidades del mínimo O , no producirá un cambio perceptible en L ; pero un cambio similar en S en cualquier otro punto alejado de O (por ejemplo, en J) producirá un cambio apreciable en L , por lo que esas trayectorias no serán trayectorias viables para la luz. De igual forma, la ecuación 4 también implica que el tiempo de recorrido debe ser estacionario:

$$\delta T = \delta \left[\frac{1}{c} \int_A^B n(s) ds \right] = \delta \left[\int_A^B \frac{ds}{v_m(s)} \right] = 0 \quad (5)$$

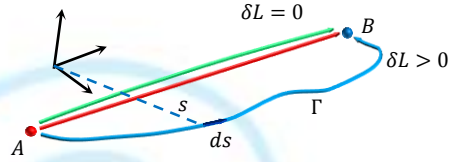


Figura 1. Trayectorias que puede seguir la luz para ir de A a B. En particular, la trayectoria roja es la que presenta una distancia (o tiempo) mínima. La diferencia de longitud (δL) entre las trayectorias verde y roja es tan pequeña que se puede despreciar, lo que no puede hacerse con la azul.

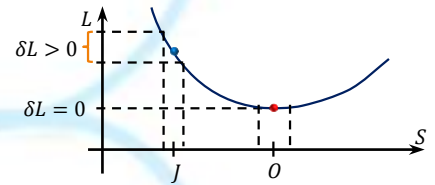


Figura 2. Gráfica típica de L vs S . La posición del punto O corresponde a un mínimo de L . En la vecindad del mínimo no hay cambios perceptibles en L ; sin embargo, en las vecindad de J si las hay.

Sin embargo, esto no necesariamente implica que la trayectoria optima sea única, pueden existir varias trayectorias que cumplan la condición de tiempo mínimo. A partir de esta relación, pueden deducirse las leyes de Reflexión y Refracción.

Para estudiar de forma práctica estos dos fenómenos, se utilizará un arreglo experimental como el mostrado en la Figura 3. En un goniómetro (mesa circular con escala angular) se coloca un semi-disco (medio círculo) de acrílico, con grosor de unos centímetros, de forma que el centro de su cara plana coincida con el eje del goniómetro; de igual forma, la normal a la superficie plana del semi-disco debe coincidir con la línea de 0° del goniómetro (en óptica geométrica *todas las direcciones angulares de los haces de luz se miden respecto de las normales a las superficies de incidencia*). Como se puede observar, la superficie de estudio será la cara plana del semi-disco. En la sección 5 se explicará porqué, cuando el sistema está bien alineado, la superficie circular se puede ignorar en el estudio de la refracción.

Un láser simulará un rayo de luz que interactuará con la superficie plana del semi-disco experimentando un cambio de medio (la luz va del aire al acrílico). Es importante asegurar que el láser viaja de forma paralela a la superficie del goniómetro y sobre sus líneas diametrales (es decir, que siempre pase por el eje del goniómetro), de forma que los ángulos se midan de forma correcta.

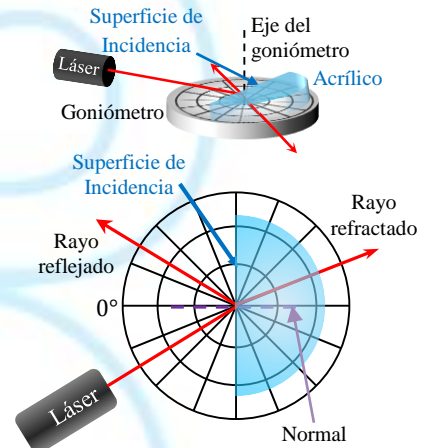


Figura 3. Arreglo experimental incidencia Aire – Acrílico.

3 LA LEY DE REFLEXIÓN.

Cuando un rayo de luz, que viaja en un medio homogéneo, encuentra una frontera con otro medio, parte (o toda) de la luz incidente es *reflejada* de regreso al medio inicial. Las trayectorias de ambos rayos (incidente y el reflejado) formarán un plano perpendicular (denominado *plano de incidencia*) a la superficie de la frontera (superficie reflectora, en nuestro arreglo experimental es la cara plana del semi-disco, Figura 4). Además, los rayos incidente y reflejado forman ángulos θ_I y θ_R respecto de la normal a la superficie reflectora en el punto de incidencia ^[1,2,3,4].

A partir del principio de Fermat en la forma de la ecuación 4, se puede deducir la relación entre los dos ángulos. Consideremos la Figura 5, en la que un rayo debe de ir del punto A al punto B reflejándose en algún punto M en cualquier lugar de la superficie reflectora, existen muchas posibles trayectorias, sin embargo, la correcta será la que cumpla con la condición $\delta L = 0$.

Dado que el medio en el que viajan los rayos incidente y reflejado es el mismo, su índice de refracción será constante y podrá ser factorizado de la integral, siendo la cantidad relevante simplemente la distancia \overline{AMB} . Así, lo que se necesita es minimizar dicha distancia respecto de la posición x del punto M en la superficie reflectora. De la Figura 5:

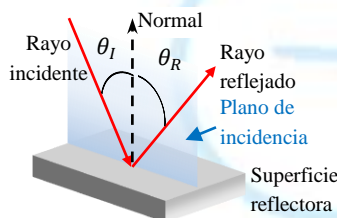


Figura 4. Geometría de la Reflexión.

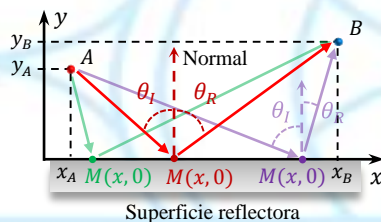


Figura 5. Trayectorias que puede tomar un rayo para ir de A a B.

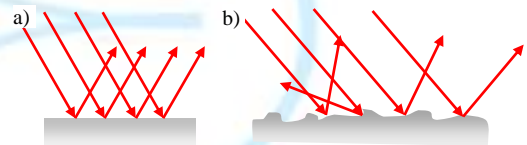


Figura 6. (a) *Reflexión especular* producida por una superficie lisa. (b) *Reflexión difusa* producida por una superficie rugosa.

$$L = \overline{AM} + \overline{MB} = \sqrt{(x - x_A)^2 + y_A^2} + \sqrt{(x_B - x)^2 + y_B^2}$$

Por lo que, derivando esta expresión respecto de x , la condición estacionaria es:

$$\frac{\partial L}{\partial x} = 0 = \frac{x - x_A}{\sqrt{(x - x_A)^2 + y_A^2}} - \frac{(x_B - x)}{\sqrt{(x_B - x)^2 + y_B^2}}$$

De relaciones trigonométricas entre los triángulos formados en la figura, se puede ver que:

$$\frac{\partial L}{\partial x} = 0 = \text{sen}(\theta_I) - \text{sen}(\theta_R) \Rightarrow \text{sen}(\theta_I) = \text{sen}(\theta_R)$$

$$\theta_I = \theta_R \quad (6)$$

LEY DE REFLEXIÓN. Cuando un rayo se refleja en la interface, el ángulo del rayo incidente respecto de la normal de la superficie es igual al ángulo del rayo reflejado respecto de la normal.

Así, en la Figura 5, la trayectoria correcta será la roja.

Debido a que la ley de reflexión se dedujo utilizando el concepto de rayos de luz, ésta es válida solamente en el punto de incidencia de cada rayo, por lo que si la superficie de la interface es irregular, la dirección en que esta reflexión se produce puede cambiar de un rayo a otro produciéndose dos formas distintas de reflexión: *especular* (todo los rayos se reflejan al mismo ángulo) y *difusa* (cada rayo tiene su propio ángulo de reflexión, Figura 6).

4 LA LEY DE REFRACCIÓN.

Ahora, veamos que ocurre con la porción de luz que entra en el semi-disco de acrílico. Cuando un rayo de luz incide en una interfase entre dos medios, parte de la luz entra al segundo medio (Figura 7); una particularidad del rayo entrante es que se desvía de la dirección del rayo incidente original, es decir, se *refracta*. El rayo refractado se encuentra en el mismo plano de incidencia, que los rayos incidente y reflejado, mientras que el *ángulo de refracción* (o transmisión) θ_T , depende del índice de refracción de los dos medios y del ángulo de incidencia (θ_I).

Para determinar la relación entre los ángulos θ_I y θ_T , se utiliza el principio de Fermat en la forma de la ecuación 5. De forma similar al caso de reflexión, se toma alguna posición x en la interface donde el rayo incidente cruza al segundo

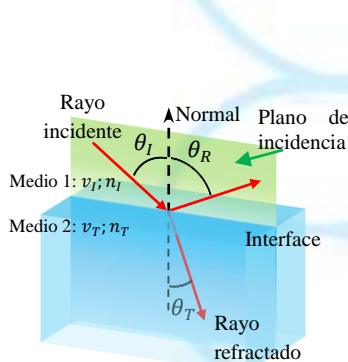


Figura 7. Geometría de la Refracción.

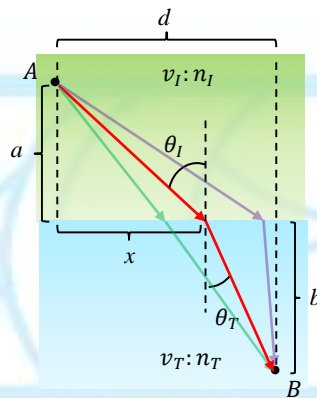


Figura 8. Posibles trayectorias de refracción.

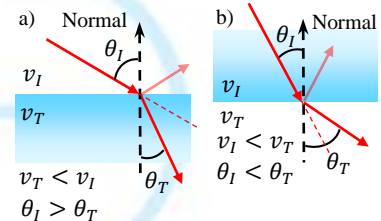


Figura 9. Refracción de un rayo cuando: a) $v_T < v_I$ y b) $v_I < v_T$.

medio y se busca la trayectoria con menor tiempo de recorrido variando x . Dado que se trata de dos medios diferentes, para conocer el tiempo de recorrido es necesario conocer la rapidez en el medio 1 (v_I) y en el medio 2 (v_T). De la geometría de la Figura 8, el tiempo que tarda el rayo en viajar de A a B pasando por x es:

$$t = \frac{\sqrt{a^2 + x^2}}{v_I} + \frac{\sqrt{b^2 + (d-x)^2}}{v_T}$$

Tomando la derivada de t respecto de x para encontrar el punto estacionario:

$$\frac{dt}{dx} = \frac{1}{v_I} \frac{x}{\sqrt{a^2 + x^2}} - \frac{1}{v_T} \frac{(d-x)}{\sqrt{b^2 + (d-x)^2}} = 0$$

Utilizando la geometría del diagrama:

$$\begin{aligned} \frac{dt}{dx} = 0 &= \frac{\text{sen}(\theta_I)}{v_I} - \frac{\text{sen}(\theta_T)}{v_T} \Rightarrow \frac{\text{sen}(\theta_I)}{v_I} = \frac{\text{sen}(\theta_T)}{v_T} \\ \frac{\text{sen } \theta_T}{\text{sen } \theta_I} &= \frac{v_T}{v_I} = \text{constante} \end{aligned} \quad (7)$$

O en términos de los índices de refracción:

$$n_T \text{sen } \theta_T = n_I \text{sen } \theta_I \quad (8)$$

La cual es conocida como *Ley de Snell*, en honor al astrónomo holandés Willebrord Snell van Royen.

LEY DE REFRACCIÓN (LEY DE SNELL). Cuando un rayo cruza la interfaz entre dos medios transparentes distintos, la razón entre los senos de los ángulos de refracción e incidencia es constante.

De igual forma, *los ángulos se miden respecto de la normal* y la constante puede estar dada tanto por la razón entre la velocidad de la luz en el medio 2 y la velocidad en el medio 1, como por el índice de refracción del medio 1 y el índice del medio 2.

De la ecuación 7 se pueden observar dos situaciones generales: a) cuando la luz pasa de un material en el que su rapidez es mayor a un material en el que su rapidez es menor ($v_I > v_T$), el ángulo de refracción θ_T es menor que el ángulo de incidencia θ_I (Figura 9a); es decir, el haz se dobla hacia la normal; b) si el rayo pasa de un material en el cual su velocidad es menor a un material en el que se mueve con mayor rapidez ($v_I < v_T$), θ_T es más grande que θ_I , y el haz se dobla alejándose de la normal (Figura 9b).

De la misma ecuación 7, experimentalmente, es posible deducir la velocidad de la luz en el material transparente de geometría semicircular tomando como referencia la velocidad de la luz en el aire ($v_{\text{aire}} \approx c$) y simplemente midiendo la relación entre ángulo de incidencia y refracción.

La Ley de Snell juega un papel importante en la alineación de nuestro arreglo experimental mostrado en la Figura 3, con el que esperamos hacer mediciones angulares del rayo refractado que entra por la superficie plana. Para entender por qué es fundamental que el haz láser pase por el centro de la cara plana (y que el acrílico tenga forma perfectamente semi-circular), imaginemos que tenemos un disco de acrílico completo que tiene una fuente puntual que emite frentes de onda circulares justo en su centro (Figura 10a). Dada la geometría del arreglo, todos los

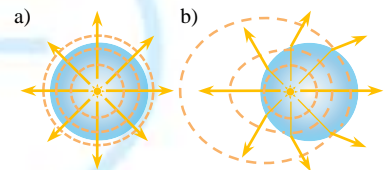


Figura 10. a) Acrílico circular con fuente puntual en su centro. b) Fuente puntual fuera del centro.

rayos de luz emitidos por la fuente puntual llegarán a la interface circular de forma normal ($\theta_i = 0^\circ$), por lo que, para todos los rayos, el ángulo de refracción será $\theta_r = 0$, es decir no habrá desviación de las trayectorias y el frente de onda seguirá siendo circular. Si por otro lado, la fuente puntual no está en el centro del disco (Figura 10b), los rayos de luz no incidirán de forma normal, produciendo desviaciones de la trayectoria original (los frentes de onda que salen del acrílico ya no serán circulares, sino elípticos).

Entonces, si en nuestro arreglo experimental el láser pasa por el centro de la cara plana del semi-disco (equivalente al centro del acrílico circular), al salir por la cara circular no presentará desviación (como si no existiera), y en consecuencia, medir el ángulo al que sale dicho rayo por esa cara, será como medir el ángulo de refracción en la cara plana. Pero si el rayo no pasa por el centro de la cara plana, habrá una refracción extra al salir por la cara circular y el ángulo de medición no será el que nos interesa.

Finalmente, otra observación importante en la Ley de Snell es que, tanto en la reflexión como en la refracción, si los roles de los puntos A y B son invertidos de forma que la luz vaya de B a A , el principio de Fermat predice la misma trayectoria (solo la dirección es opuesta), lo cual es denominado *principio de reversibilidad*. Así, si en nuestro arreglo experimental hacemos que el láser llegue a la cara plana desde el acrílico (caso de interface acrílico-aire), será como si el rayo de luz invirtiera su dirección, pero seguiría cumpliendo la Ley de Snell. Para esto, hay que hacer incidir el láser en la cara circular del semi-disco (Figura 11) y nuevamente cuidar la alineación en el centro del goniómetro.

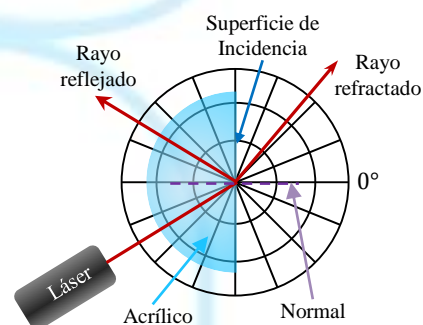


Figura 11. Arreglo experimental para reflexión y refracción. Incidencia Acrílico – Aire.

5 REFERENCIAS.

- [1] Frank L. Pedrotti, Leno M. Pedrotti, Leno S. Pedrotti. “*Introduction to Optics*”, Cambridge University Press, 2018, 3ª ed.
- [2] E. Hecht. *Óptica*. 3ª edición, Addison Wesley. 2000.
- [3] Paul A. Tipler. *Physics for scientists and engineers* 4ª edición. Freeman/Worth. 1999.
- [4] R.A. Serway, R.J. Beichner. *Física para ciencias e ingeniería*. 5ª edición, McGraw-Hill. 2002.