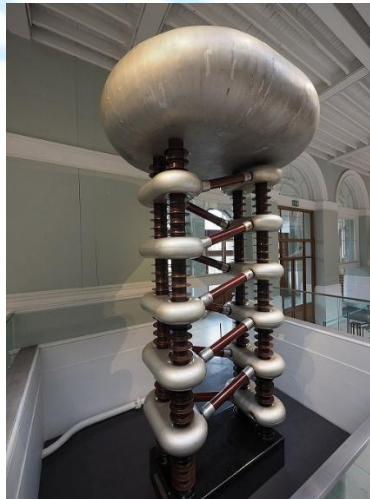


MULTIPLICADOR DE COCKCROFT-WALTON



Erick Barrios Barocio; Roxette Ramírez Arvidez.
Electrónica (2024)

Existen aparatos donde se requieren voltajes del orden de miles de volts, como por ejemplo fotocopiadoras o aceleradores de partículas. Una solución a estas necesidades es utilizar transformadores de AC-DC; sin embargo, su tamaño, peso y costo serían considerables debido a la necesidad de usar un núcleo de hierro y aislantes. Una alternativa más económica se encuentra utilizando elementos pasivos como capacitores y diodos, lo cual permite reducir el tamaño y peso, además del costo, dando lugar a un dispositivo accesible y más conveniente de implementar.

Contenido

1	COMPONENTES.....	1
1.1	Fuente de Voltaje y Corriente Alternos	1
1.2	Capacitores.....	2
1.3	Diodos	2
2	DOBLADOR DE VOLTAJE	2
3	MULTIPLICADOR COCKCROFT-WALTON	4
4	UN POCO MÁS DEL MCW	6
5	COMENTARIOS FINALES	8
6	REFERENCIAS.....	8

El multiplicador de Voltaje de Cockcroft-Walton (MCW) está compuesto de capacitores y diodos que generan un voltaje alto de corriente directa (DC) a partir de un voltaje bajo de corriente alterna (AC), o de una señal pulsada. A diferencia de los transformadores, este dispositivo evita el uso de núcleos de hierro y su consecuente necesidad de aislantes especiales, lo cual hace a los MCW ligeros, baratos y fáciles de aislar. Fue propuesto por el físico suizo Heinrich Greinacher en 1919; sin embargo, fue desarrollado e implementado en aplicaciones de aceleradores de partículas por los físicos John Cockcroft y Ernest Walton en 1932, con el cual realizaron la primera desintegración nuclear artificial en la historia, y que en 1951 los llevo a ganar el premio nobel.

Actualmente, el multiplicador se sigue utilizando en aceleradores de partículas, aunque también se encuentra en dispositivos eléctricos comunes como máquinas de rayos x y fotocopiadoras.

1 COMPONENTES

El Multiplicador de Cockcroft-Walton (MCW), es un multiplicador de voltaje tipo escalera compuesto de capacitores, diodos y una fuente de corriente alterna (AC). Para entender su funcionamiento, es necesario conocer algunas características de sus componentes.

1.1 FUENTE DE VOLTAJE ALTERNAS

El MCW puede funcionar con cualquier tipo de fuente de voltaje que genere una señal oscilante; sin embargo, la más recomendada es la fuente bipolar de onda cuadrada (Figura 1a), la cual es una fuente de Voltaje de Corriente Directa (DC) la cual invierte su polaridad en el tiempo (Figura 1b). En la Figura 1, la fuente tiene una amplitud de $\pm 1V$ a una cierta frecuencia de 100Hz, es decir, durante 5ms el voltaje será +1V, y durante los 5ms restantes será -1V.

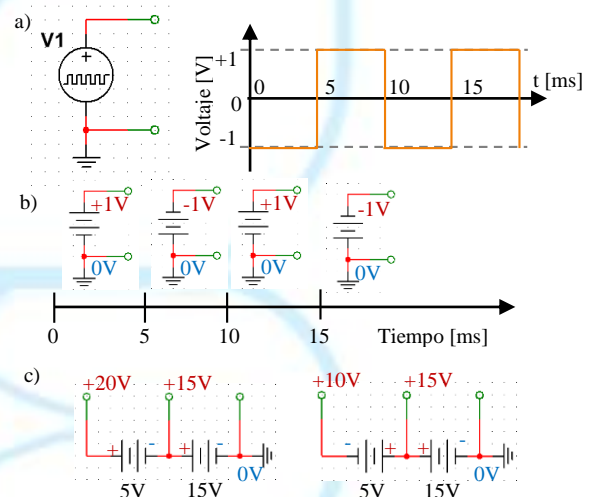


Figura 1. a) Comportamiento de una fuente bipolar de 1V. b) Equivalencia con fuentes de voltaje DC que invierten polaridad en el tiempo. c) Dos fuentes DC en serie, con sus polaridades en la misma dirección (izquierda); y con sus polaridades encontradas (derecha).

Otra característica que será de utilidad para explicar el funcionamiento de los MCW, es que cuando se tienen dos fuentes de voltaje DC conectadas en serie y con sus polaridades en la misma dirección, los voltajes se suman; pero si las polaridades de las fuentes están encontradas (una tiene su dirección invertida), los voltajes se restan (Figura 1c). En caso de tener más fuentes encadenadas, simplemente se tiene que sumar las subidas y caídas de voltaje a lo largo de la cadena para obtener el voltaje total.

1.2 CAPACITORES

Es un elemento eléctrico el cual puede almacenar carga, y debido a esto, también puede servir como fuente de voltaje durante el tiempo de su descarga ^[1].

Cuando un capacitor es conectado a una fuente de voltaje, éste adquiere la polaridad de la fuente y se carga con esa polaridad (Figura 2a). Si posteriormente, la fuente se remueve y se sustituye por una carga resistiva, el capacitor actuará como fuente de potencial (voltaje), y se comenzará a descargar hasta llegar a un voltaje de 0V (Figura 2b). Dado que un capacitor cargado se puede ver como una fuente de voltaje temporal, cuando se encuentra en serie con otro capacitor o con una fuente de voltaje DC, sería equivalente a tener dos fuentes de voltaje en serie, por lo que se sumarían (o restarían) sus voltajes dependiendo de la polaridad.

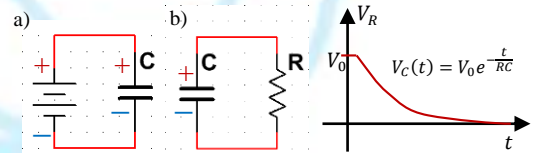


Figura 2. a) Carga de un capacitor con una fuente DC, adquiriendo la misma polaridad que la fuente. b) Descarga del capacitor a través de una resistencia la cual experimenta un voltaje que decrece en el tiempo (recuadro).

1.3 DIODOS

Es un semiconductor cuya propiedad principal es que permite el flujo de corriente en una sola dirección indicada por la dirección de la flecha (Figura 3). Otra forma de verlo es como un dispositivo pasivo que presenta una resistencia muy pequeña en una dirección y una resistencia muy alta en la otra ^[1].

En la práctica, los diodos presentan una caída de voltaje cuando los atraviesa una corriente la cual es típicamente de 0.7V en diodos de silicio y 0.3V en diodos de germanio.



Figura 3. El diodo es un elemento semiconductor que solo permite el flujo de la corriente en la dirección de la flecha (en su representación pictórica) o de la banda (en su marcación física).

2 DOBLADOR DE VOLTAJE

El corazón de un MCW es un doblador de voltaje de media onda (Figura 4), el cual consiste de una señal AC a la entrada (cuadrada de preferencia), dos capacitores (C_1 y C_2), dos diodos (D_1 y D_2) y una resistencia de carga (R_L) ^[2]. Entender el funcionamiento de un doblador, nos permitirá entender el funcionamiento del multiplicador.

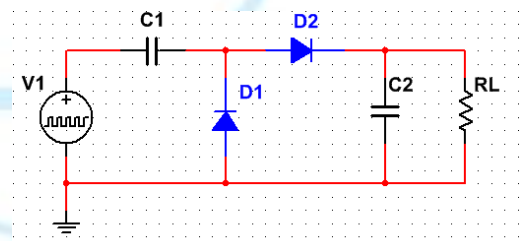


Figura 4. Diagrama electrónico de un Doblador de Voltaje de Media Onda.

- I. Comenzamos con la fase negativa de la fuente de voltaje AC. En esta situación, la terminal inferior de la fuente (la cual está conectada al punto de referencia de tierra de 0V) será positiva y la superior negativa, por lo que la corriente “convencional” fluirá del polo positivo al negativo a través del diodo D_1 cargando C_1 (Figura 5). Sin embargo, esta

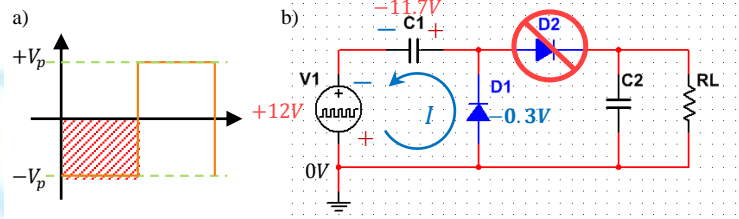


Figura 5. a) Fase negativa de la fuente AC. b) Diagrama de circuito y funcionamiento.

corriente no podrá circular por la trayectoria de D_2 ya que éste presenta una polarización inversa. Así, durante esta fase, C_1 adquiere una polarización inversa a la fuente (si se sigue el flujo de la corriente).

Por otro lado, si el diodo es de germanio, cuando la corriente fluye por él, presentará una caída de voltaje de 0.3V, por lo que si la fuente AC tiene un voltaje pico de $V_p = -12V$, entonces el voltaje caído en el capacitor será de 11.7V. Esto ya que, de acuerdo a la Ley de Voltajes de Kirchhoff, la suma de subidas y caídas de voltaje alrededor de un lazo de corriente debe ser cero ^[1, 3].

- II. Durante la fase positiva (Figura 6) la polaridad de la fuente AC se invierte, siendo positiva en su parte superior y negativa en la inferior, por lo que la dirección de flujo de corriente también se invierte. Lo primero a notar es que ahora la fuente y C_1 (cargada en la fase anterior) tienen la misma dirección de polarización, por lo que, en esta situación sus subidas de voltaje se suman cuando se sigue la trayectoria de la corriente. Esto implica que en el punto de entrada de D_2 el voltaje es de 23.7V.

En esta fase, la corriente podrá fluir a través de D_2 (presentando una caída de 0.3V), pero no de D_1 ya que presentará polarización inversa. Esta corriente cargará C_2 de forma similar a como ocurrió con C_1 en la fase anterior, pero con la diferencia de que a la entrada de C_2 se alcanzará un voltaje de 23.4V. Es de notar que en esta fase C_1 se descarga, por lo que, si la duración de la fase es muy larga, se descargará haciendo que C_2 disminuya su voltaje,

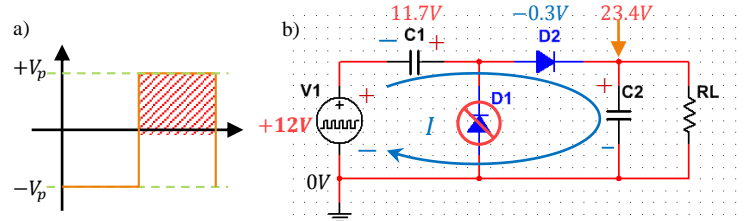


Figura 6. a) Fase positiva de la fuente AC. b) Diagrama de circuito y funcionamiento.

por lo que se recomienda un periodo corto de oscilación de la fuente, para poder asumir que C_1 no se descarga considerablemente, y que en una fase posterior recupere su carga.

En este momento, el análisis alcanza R_L . Esta resistencia tiene que ser grande de forma que contenga el flujo de corriente a través de ella e impida una descarga rápida del C_2 , permitiendo mantener por un tiempo los 23.4V. Esto también se puede asegurar utilizando un valor de C_2 grande de forma que la constante de tiempo de descarga RC de esta sección del arreglo sea grande. C_2 solamente se puede descargar a través de la resistencia y no a través de la fuente o algún elemento anterior, ya que D_2 lo previene.

Otra observación práctica sobre C_2 es que tiene que ser seleccionado para un voltaje de operación mayor a 23.4V, ya que de lo contrario podría dañarse.

En fase posteriores, el comportamiento se vuelve a repetir, volviendo a cargar los capacitores, lo cual produce que en la resistencia de carga se mantenga un voltaje aproximadamente constante.

Así, este circuito permite convertir un voltaje AC de 12V pico (24V pico-pico) a uno DC de 23.4V. Esto nos permite proponer la ecuación que modela la salida del sistema como:

$$V_R = 2V_p - nV_D \quad (1)$$

Donde n es el número de diodos en el sistema, y donde se asumió que ambos diodos son iguales. Una observación sobre la señal de salida del circuito es que no es perfectamente constante, presenta unas ondulaciones que son consecuencia de la carga y descarga de C_2 (Figura 7). La amplitud de estas ondulaciones depende de los valores R_L y C_2 , y para reducirlas ambos valores deben ser grandes.

Por otro lado, y dado que el sistema debe cumplir con la conservación de energía, existirá una reducción en la corriente. Así, si la fuente de corriente AC proporciona 1A, se encontrará que a la salida del doblador (a la máxima eficiencia) la corriente será de no más de 0.5A, de forma que la potencia a la entrada y salida del sistema sea la misma, $P = VI = 12W$.

En el caso ideal, donde no hubiera pérdidas de voltajes en los elementos (como por ejemplo en los diodos), este circuito genera un voltaje de 24V DC a partir de 12V AC.

3 MULTIPLICADOR COCKCROFT-WALTON

El circuito doblador de voltaje se puede extender repitiendo el arreglo (encadenándolo) múltiples veces hasta que se alcance el voltaje deseado. En esta situación, lo que se tiene es un Multiplicador Cockcroft-Walton (MCW) en el cual el doblador de voltaje constituye una etapa y el punto de salida es entre D_2 y C_2 . En la Figura 8 se muestra un MCW de tres etapas, las cuales están constituidas por dos capacitores y dos diodos. Del análisis del doblador de voltaje ya conocemos el voltaje de salida (23.4V) de la primera etapa. A partir de aquí, continuaremos el análisis del sistema cuando la fase vuelve a ser negativa y pasamos al capacitor C_3 .

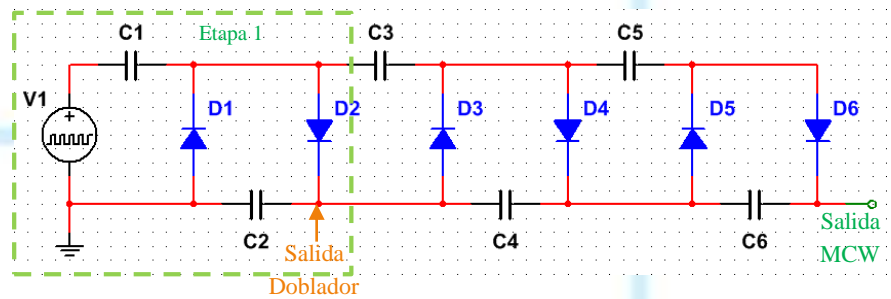


Figura 8. MCW de 3 etapas. Cada etapa consta de dos capacitores y dos diodos.

III. En la tercera fase de la fuente de voltaje, su parte inferior volverá a ser positiva y la superior negativa (Figura 9), y la corriente circulará a través del diodo D_3 (y D_1) pero no del D_2 (se encuentra con polarización inversa). En este ciclo, el capacitor C_1 recuperará su carga, y además se cargará C_3 . Para encontrar el voltaje de C_3 , se usa nuevamente la ley de voltajes de Kirchhoff ^[1, 3] alrededor del bucle que pasa por D_3 .

Comenzando en el punto de referencia (0V), cuando pasamos por C_2 se presenta una subida de potencial de +23.4V, luego una caída de -0.3V en D_3 , seguida de la caída o subida de voltaje en C_3 (x), y una caída de

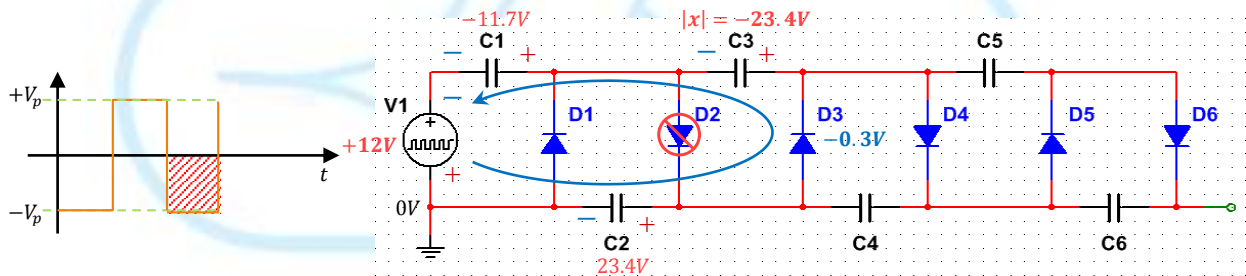


Figura 9. MCW de 3 etapas. Tercera fase (negativa) de la fuente de voltaje.

$-11.7V$ en C_1 , después de la cual se llega al polo negativo de la fuente, el cual se encuentra a $-12V$, por lo que al cruzar la fuente para completar el bucle, se tiene una subida de $12V$ (se va de $-12V$ a $0V$). Como la suma de todos estos cambios debe ser cero, entonces se encuentra que C_3 presenta una caída de voltaje de $x = -23.4V$.

- IV. En la siguiente fase positiva, la fuente invierte polaridad siendo positiva en su parte superior y negativa en la inferior (Figura 10), por lo que ahora la corriente circula en sentido de las manecillas del reloj a través de D_4 y D_2 , pero no por D_1 y D_3 , lo cual permite que se recargue C_2 y se cargue C_4 . En esta situación, para encontrar el voltaje de C_4 , se usa el bucle de corriente que pasa por D_4 .

Comenzando en el punto de $0V$, primero pasamos por la fuente de voltaje de su polo negativo al positivo, por lo que experimentamos una subida de $+12V$, luego pasamos por C_1 donde hay una subida de $+11.7V$, por C_3 donde sube $+23.4V$, por D_4 donde hay una caída de $-0.3V$, seguida de la caída o subida de voltaje en C_4 (x), luego una caída de $-23.4V$ en C_2 , después de la cual se llega al punto de $0V$. Como la suma de todos estos cambios debe ser cero, entonces se encuentra que C_4 presenta una caída de voltaje de $x = -23.4V$.

Lo interesante de esta etapa, es que si medimos la diferencia de potencial entre el punto de referencia de $0V$ y el punto de salida entre D_4 y C_4 , se tendrá un valor de $V_o = 46.8V$ DC, el cual es mayor que el voltaje pico de entrada.

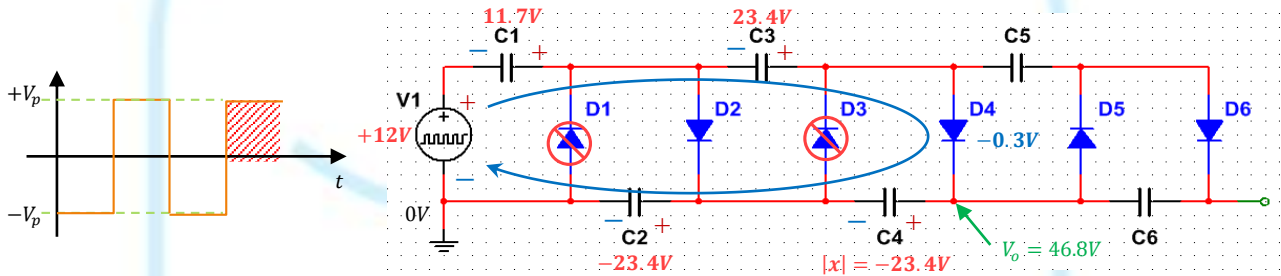


Figura 10. MCW de 3 etapas. Cuarta fase (positiva) de la fuente de voltaje.

- V. Continuando este análisis de la misma forma, cuando la fuente pasa a la siguiente fase (Figura 11) invierte su polaridad y ahora se cargará el capacitor C_5 . Aplicando la ley de voltajes al bucle que pasa por D_5 , se puede encontrar que C_5 también sufre una caída de $x = -23.4V$.

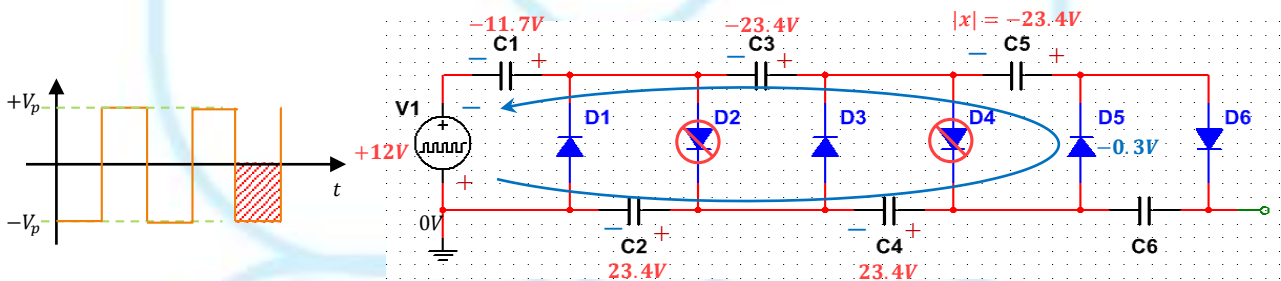


Figura 11. MCW de 3 etapas. Quinta fase (negativa) de la fuente de voltaje.

- VI. Finalmente, en la sexta fase, la fuente cambia de polaridad y carga C_6 fluyendo por D_6 (Figura 12), además de que todos los capacitores anteriores se recargan. El estudio de este lazo de corriente nos dice que C_6 se carga de forma que sufre una caída de $x = -23.4V$.

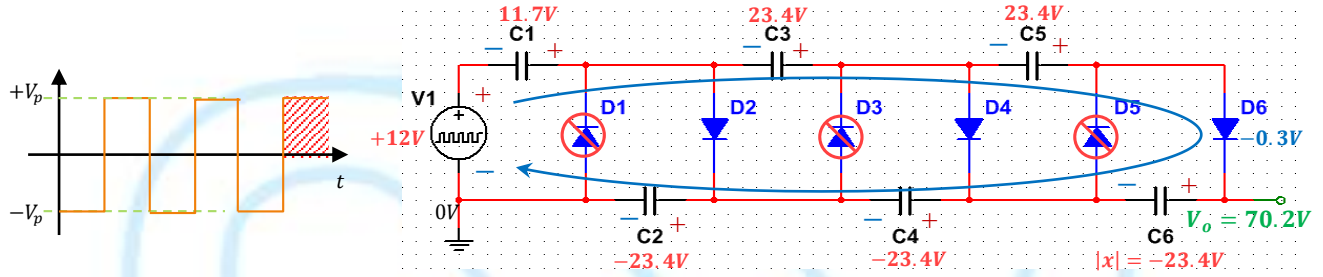


Figura 11. MCW de 3 etapas. Quinta fase (negativa) de la fuente de voltaje.

En este punto se ha alcanzado la salida del circuito, la cual se encuentra entre D_6 y C_6 , donde la diferencia de potencial respecto del punto de referencia de $0V$ será de $V_o = 70.2V$ DC.

Así, este MCW de tres etapas convierte y multiplica el voltaje AC de $12V$ a uno de $70.2V$ DC. En cualquier momento dado, los diodos impares son los conductores, o lo son los pares, nunca ambos, por lo que, con cada cambio en el voltaje de entrada, la corriente fluye hasta el siguiente nivel en la "pila" de condensadores a través de los diodos, alcanzando una situación de estabilidad después de varias fases y cuando se alcanza el último capacitor.

Si el análisis se hace de forma ideal (sin pérdidas en los diodos), se tendría un voltaje de salida de $72V$. Esto nos lleva a concluir que la ecuación que modela el comportamiento del voltaje de un MCW es

$$V_o = 2N(V_p - V_D) \quad (2)$$

Donde N es el número de etapas del MCW (número de dobladores de voltaje), V_p es el voltaje pico de la fuente AC y V_D es el voltaje de caída del diodo utilizado. En este análisis es muy importante notar la polaridad con que se cargan los capacitores en cada fase y la dirección de la corriente para sumar o restar apropiadamente las subidas o caídas de voltaje.

4 UN POCO MÁS DEL MCW

En el desarrollo de la sección anterior, el punto de medición para el voltaje DC de salida siempre se localiza en la parte inferior (del lado del punto de referencia) de la fuente. ¿Qué tipo de señal se obtiene si se realiza alguna medición de voltaje en algún punto de la parte superior del circuito?

Para responder a esta pregunta, es conveniente estudiar el comportamiento del circuito una vez que ha pasado un tiempo considerable y todos los capacitores han alcanzado un estado estable. En dicha situación, se tienen dos estados, el primero cuando la fuente AC se encuentra en su fase con polaridad negativa (Figura 12a) y el segundo cuando la fuente AC tiene su polaridad positiva (Figura 12b). Comenzaremos analizando el sistema cuando se encuentra en una fase negativa en cada punto de medición a lo largo del circuito. Las mediciones de voltaje en el circuito se realizarán respecto del punto de referencia de tierra ($0V$).

Cuando la fuente de voltaje AC se encuentra en una fase negativa (Figura 12a) podemos observar que todos los puntos de medición inferiores (B , D y salida V_o) experimentan una diferencia de voltaje, la cual va incrementando conforme se van pasando los capacitores C_2 , C_4 y C_6 ; esto es: $V_B = 23.4V$; $V_D = 46.8V$ y $V_o = 70.2V$. Por otro lado, en el caso de los puntos de medición superiores (A , C y E), primero hay que tomar en cuenta la caída de voltaje de la fuente ($-12V$), y luego las subidas generadas por los capacitores C_1 , C_3 y C_5 , lo que nos lleva a tener los voltajes: $V_A = -0.3V$; $V_C = 23.1V$ y $V_E = 46.5V$.

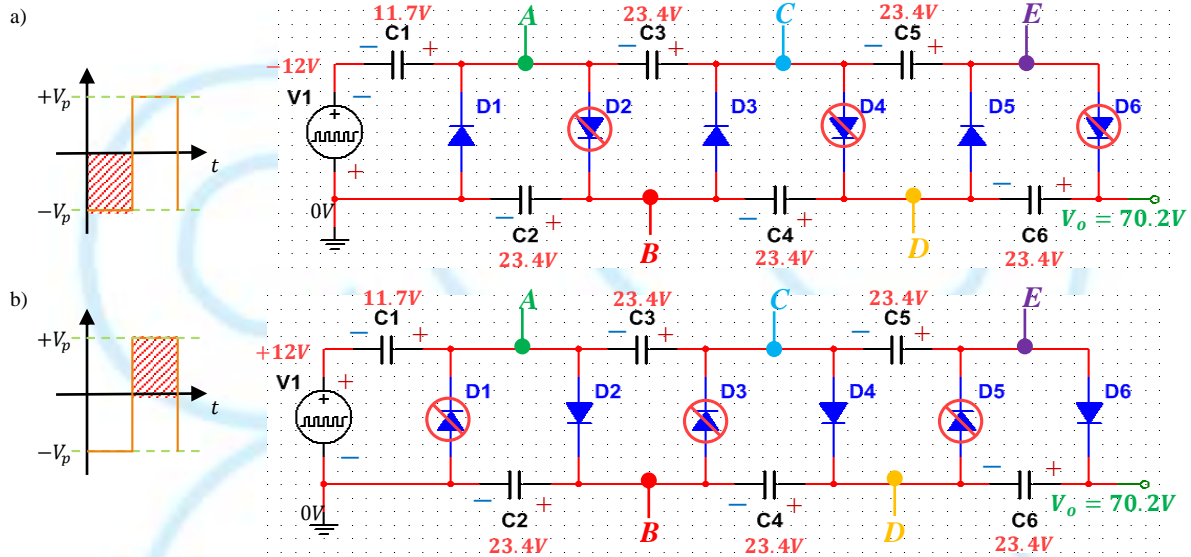


Figura 12. MCW de 3 etapas. a) Fase negativa de la fuente de voltaje. b) Fase positiva de la fuente.

Cuando la fuente de voltaje AC se encuentra en una fase positiva (Figura 12b), los puntos de medición inferiores seguirán presentando los voltajes: $V_B = 23.4V$; $V_D = 46.8V$ y $V_O = 70.2V$, ya que los capacitores C_2 , C_4 y C_6 siguen teniendo los mismos voltajes respecto de la referencia. Sin embargo, en el caso de los puntos de medición superiores (A, C y E), ahora la fuente tiene su polaridad invertida, por lo que cuando se cruza desde la referencia se tendrá una subida de voltaje de $+12V$ la cual se suma a las subidas generadas por los capacitores C_1 , C_3 y C_5 , lo que nos lleva a tener los voltajes: $V_A = 23.7V$; $V_C = 47.1V$ y $V_E = 70.5V$.

En consecuencia, este análisis nos permite concluir que, en todos los puntos de medición inferiores, se tendrán voltajes DC, mientras que en los puntos de medición superiores se tendrán voltajes AC debido al cambio de polaridad de la fuente, con la diferencia de que esta señal AC se ira desplazando hacia arriba (tendrá una componente DC) conforme se pasan los capacitores superiores, por lo que el MCW también puede proporcionar señales AC con componentes DC. El comportamiento de cada punto de medición se muestra en la Figura 13.

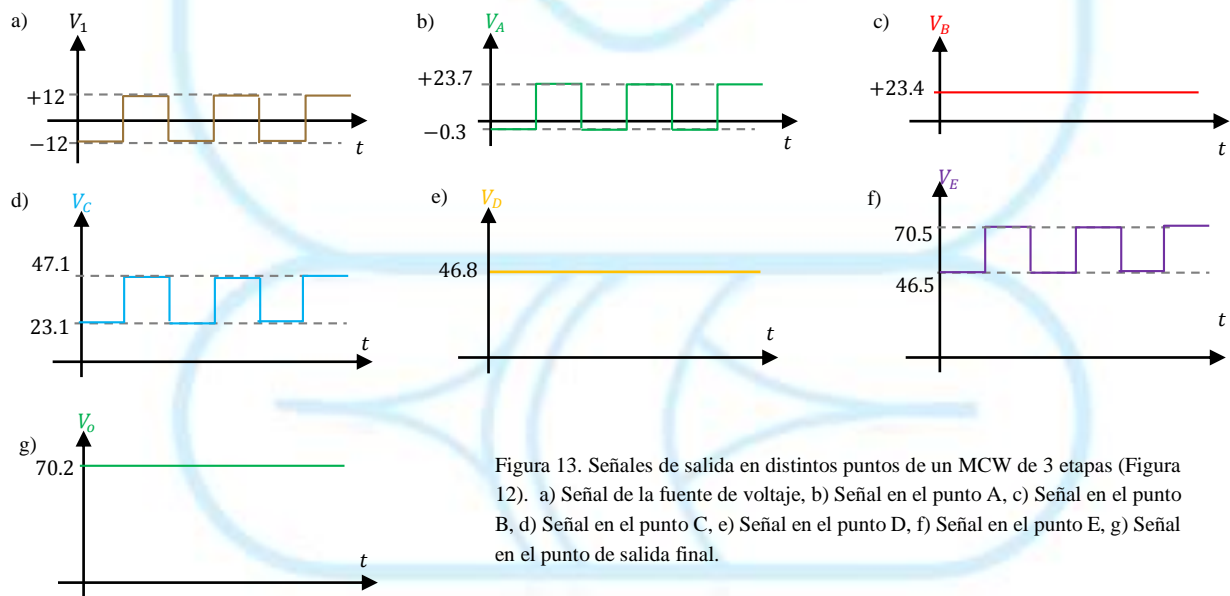


Figura 13. Señales de salida en distintos puntos de un MCW de 3 etapas (Figura 12). a) Señal de la fuente de voltaje, b) Señal en el punto A, c) Señal en el punto B, d) Señal en el punto C, e) Señal en el punto D, f) Señal en el punto E, g) Señal en el punto de salida final.

5 COMENTARIOS FINALES

En la práctica, los MCW tienen una serie de inconvenientes. A medida que aumenta el número de etapas, los voltajes de las etapas superiores comienzan a caer por debajo de lo esperado debido a la impedancia eléctrica de los condensadores de las etapas inferiores. Debido a esto, los MCW con un gran número de etapas se utilizan sólo cuando se requiere una corriente de salida baja.

La caída de voltaje y las posibles ondulaciones en el voltaje de salida se pueden reducir aumentando la frecuencia de la entrada, aumentando la capacitancia en las etapas inferiores y usando una forma de onda cuadrada como señal de alimentación.

Los MCW se utilizan normalmente para generar voltajes de polarización que van desde decenas o cientos hasta millones de voltios; debido a esto, al momento de implementar un MCW es muy importante utilizar elementos adecuados para soportar el voltaje (carga) que se tenga en la etapa donde se coloquen, en particular capacitores. Por ejemplo, si en una cierta etapa el voltaje alcanza 70V, pero se utilizan capacitores de 20V, es probable que éstos se quemen debido a la sobrecarga, en consecuencia, es recomendable utilizar capacitores especificados para voltajes de 70V o más.

Debido a esta capacidad de alcanzar altos voltajes, los MCW son comúnmente usados en experimentos de física de altas energías (Figura 14) o pruebas de seguridad contra rayos. También se encuentran, con un mayor número de etapas, en sistemas láser, fuentes de alimentación de alto voltaje, sistemas de rayos X, bombas de iones, ionizadores de aire, aceleradores de partículas, fotocopiadoras, televisores y tubos de rayos catódicos, armas de electrochoque, eliminadores de insectos y muchas otras aplicaciones de alto voltaje.

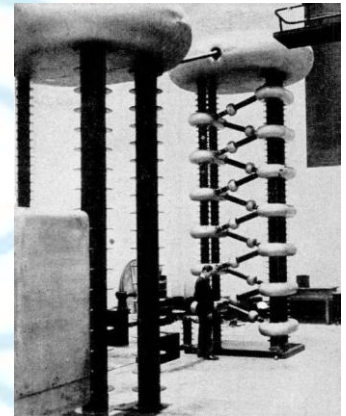


Figura 14. Multiplicador Cockcroft-Walton de 1,2 MV para un Acelerador de partículas en el Laboratorio Clarendon, Universidad de Oxford, en 1948. Consiste de 6 etapas con un gran globo para almacenar carga en la parte superior.

6 REFERENCIAS

- [1] T. L Floyd. *Electronics Fundamentals*, Pearson – Prentice Hall, 6ª edición, 2004.
- [2] D. I. Crecraft, S. Gergely. *Analog Electronics*. Wiley. 1ª edición. 2002.
- [3] C. K. Alexander, M. N. O. Sadiku. *Fundamentals of Electric Circuits*, Mc Graw Hill, 2ª edición, 2004.