［計測自動制御学会論文集
Vol. 28, No. 10, 1248/1256（1992）］

条件/事象ネットの補助事象なし設計問題とその解法†

橋爪　進*・鈴木　隆*
小野木克明*・西村義行*

Construction of Condition/Event-Nets Using no Auxiliary Events

Susumu HASHIZUME*, Takashi SUZUKI*,
Katsuaki ONOGI* and Yoshiyuki NISHIMURA*

A reasonable formulation of Petri net construction problem and the solution of the problem are important to the rational development of discrete event systems. This paper deals with the following condition/event-net (C/E-net) construction problem : given a partial language over a set of events as specification, construct a C/E-net which generates the same partial language as the specification using the only events described in the specification. It first shows a necessary and sufficient condition for the problem to be solvable. It next discusses the properties of solutions and then presents a method of finding solutions. The method constructs a C/E-net with less redundant conditions.

Key Words : condition/event-net, net construction, auxiliary event, partial language, Petri net

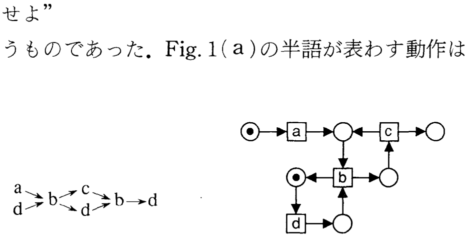
1. まえがき

ペトリネットは離散事象系の有力な数学モデルの一つであり，これに基づくシステムの解析・設計・制御問題の解決への期待も大きい．したがって，定められた動作を示すペトリネットを設計することは，理論面ばかりでなく応用面からも興味深い問題である．しかし，ペトリネットの設計に関する報告はまだ少なく，しかもそのほとんどが特定の動作や特別な構造をもつネットを対象としたものであった[1)~3)]．そのため，これらの結果をただちに離散事象系の設計問題に適用することはできない．

ペトリネットの設計に対する最も自然な考え方は，ペトリネットの特徴を反映するような動作表現法によって望みの動作(仕様)を記述し，それを実現するようなペトリネットの構成を考えることであろう．このような観点から，著者らはこれまでにペトリネットの一つのサブクラスである条件/事象ネット(プレースの容量が1のペトリネット；以下C/Eネットと呼ぶ)に対して，一つの設計問題を定式化し，その可解性を明らかにした[4)]．ペトリネットの動作は逐次的，並行的，非決定的な事象の発生によって特徴づけられる．Grabowskiは，ペトリネットの動作を**Fig. 1**(a)に示すような事象の発生を表わす文字の半順序づけられた多重集合である半語の集まり(半言語)としてとらえることを提案した[5)]．半言語においては，事象の発生の逐次性はFig. 1(a)に示した$a \rightarrow b \rightarrow c \rightarrow b \rightarrow d$, $a \rightarrow b \rightarrow d \rightarrow b \rightarrow d$などのような一つの鎖で，並行性は$\begin{matrix}a\\d\end{matrix}, \begin{matrix}c\\d\end{matrix}$のような反鎖で，非決定性は複数個の半語の組で表わされる．著者らによって定式化された設計問題は，

“仕様が一つの半言語で与えられたとき，必要ならば仕様に含まれない事象(補助事象)を補いながら，その半言語が表わす動作だけを示すようなC/Eネットを構成せよ”

というものであった．Fig. 1(a)の半語が表わす動作は，



(a)　Partial word p_1　　(b)　C/E-net generating p_1

Fig. 1　Partial word and C/E-net (Example 1)

† 第12回Dynamical System Theoryシンポジウム(1989・11)，第4回離散事象システム研究会で発表(1990・4)

* 豊橋技術科学大学　豊橋市天伯町字雲雀ケ丘1-1
* Toyohashi University of Technology, Toyohashi

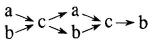
(Received October 14, 1991)
(Revised April 27, 1992)

TR 0010/92/2810-1248

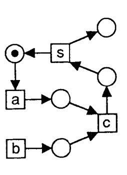
Fig. 1(b)のC/Eネットによって実現される．しかし，この例のように，仕様を満たすC/Eネットが常に仕様に含まれる事象のみから構成できるとは限らない．たとえば，**Fig. 2**(a)に示した半語が表わす動作を実現するC/Eネットはこの半語に含まれる事象のみを使って構成することはできない．しかし，補助事象の使用を許すならば，Fig. 2(b)のようなC/Eネットを構成し，このネットの動作を表わすFig. 2(c)の半語から補助事象 s の存在を無視すれば，望みの動作を実現することが可能となる．このことは，システムの仕様が与えられたとき，必要なコントローラを補いながら仕様を満たす制御系を設計することに対応しており，補助事象はコントローラの動作に含まれる事象に対応する．したがって，補助事象を追加しながらC/Eネットの設計を進めていくことは自然な考え方であると思われる．

この設計問題において，解となるC/Eネットの構成に伴う自由度は補助事象の数とともに増加する．しかし，必要以上に補助事象を追加することは無駄な動作を行うコントローラの付加をもたらす．したがって，一般には補助事象の追加は最小限にとどめることが望ましいであろう．それゆえ，補助事象なしでC/Eネットを構成することができるかどうかを検討することは，興味深い問題であると思われる．本論文では，まず初めに補助事象を追加することなしに解となるC/Eネットが構成できるための条件を明らかにする．そしてつぎに，それが可能なとき，設計問題の解となるC/Eネットを構成する一つの方法を示す．

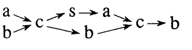
以下，第2章では，準備としていくつかの用語とC/Eネットのいくつかの性質を示す．第3章では，C/Eネットの設計問題について概説するとともに，それが補助事象なしで解くことができるための必要十分条件を示す．



(a)　Partial word p_2



(b)　C/E-net generating p_2



(c)　Partial word generated by the C/E-net in (b)

Fig. 2　Partial word and C/E-net (Example 2)

第4章では，設計問題が補助事象なしで解くことができるときの一つの解法を示し，第5章をまとめとする．なお，定理の証明は付録に示す．

2. 準　　備

2.1 用語の定義

この節では，以下の議論に必要ないくつかの用語を示す[4)~6)]．

(1)　C/Eネットとその演算

本論文では，つぎのようなC/Eネットを考察の対象とする．

C/Eネット　C/Eネットはつぎの4項組で定義される．

$N=(S, T; F; C_{in})$

ここで，S は条件(プレースに対応)の有限集合を，T は事象(トランジションに対応)の有限集合を表わし，$F(\subseteq S\times T\cup T\times S)$ は条件と事象の間の関係を，$C_{in}\subseteq S$ は初期ケースを表わす．C/Eネットにおける事象の発生は，プレースの容量が1であるペトリネットのトランジションの発火規則に従う．したがって，C/Eネットにおいては，自己ループの存在は許されない．　▮

アトム　ただ一つの条件をもつC/Eネットをアトムといい，

$n_s(A, B, C)$

で表わす．ここで，s は条件を，A は s の入力事象の集合を，B は s の出力事象の集合を，C は初期ケース(ただし $C=\{s\}$ または $C=\phi$)を表わす．　▮

相補的なアトム　アトム $n=n_s(A, B, C)$ に対して，アトム $n^c=n_s(B, A, C^c)$ を n と相補的なアトムという．ここで，$C=\{s\}$ ならば $C^c=\phi$, $C=\phi$ ならば $C^c=\{s\}$ である．　▮

合成　C/Eネット $N_i=(S_i, T_i; F_i; C_i)(i=1, 2)$ に対して，N_1, N_2 の合成を

$N_1\oplus N_2:=(S_1+S_2, T_1\cup T_2; F_1\cup F_2; C_1\cup C_2)$

と定義する．ここで，+ は S_1 と S_2 の直和を表わす．N_1, N_2 を N の部分ネットという．また，C/Eネットの集合 H を合成したC/Eネットを $\oplus H$ で表わす．　▮

マージ　アトム $n_i=n_s(A_i, B_i, C_i)(i=1, 2)$ に対して，n_1, n_2 のマージを

$n_1\& n_2:=n_s(A_1\cup A_2, B_1\cup B_2, C_1\cup C_2)$

と定義する．ただし，$A_1\cap A_2=B_1\cap B_2=C_1\cap C_2=\phi$ である．　▮

既約なアトム　アトムの集合 S とアトム $n\in S$ に対して，$n=n_{k_1}\&\cdots\& n_{k_i}$ かつ $n^c=n_{k_{i+1}}\&\cdots\& n_{k_m}$ となる $n_{k_1},\cdots, n_{k_i}, n_{k_{i+1}},\cdots, n_{k_m}\in(S-\{n\})\cup(S-\{n\})^c$ が存在しないとき，n は S において既約であるという．ここで，S^c は集合 $\{n^c|n\in S\}$ を表わす．　▮

（2） C/E ネットの動作表現

Grabowski はペトリネットの特徴を反映する一つの動作表現法として，つぎのような半語・半言語によってネットの動作をとらえることを提案した[5]．

半語・半言語　集合 Σ に対して，一つの集合 U, U における半順序関係 R，写像 $\lambda: U \rightarrow \Sigma$ の組 (U, R, λ) を Σ 上の半順序多重集合という．Σ 上の二つの半順序多重集合 p, p' に対して，ラベルと半順序関係を保存するような一方の台から他方の台への全単射が存在するとき，$p \cong p'$ と書く．$\cong$ は Σ 上の半順序多重集合全体の集合における同値関係となる．この同値関係による (U, R, λ) の同値類 $[U, R, \lambda]$ を Σ 上の半語という．また，Σ 上の半語全体の部分集合を Σ 上の半言語という．なお，R が全順序関係であるような半語 $[U, R, \lambda]$ をとくに語といい，語の集合を言語という．▮

以下では，半語は Fig. 1, 2 に示すような各頂点 k をラベル $\lambda(k)$ で置き換えた (U, R) の Hasse 図の形で示す．

スムーズ　Σ 上の二つの半語 p, p' に対して $(U, R, \lambda) \in p$, $(U', R', \lambda') \in p'$ が存在して $U=U'$, $\lambda=\lambda'$, $R \subseteq R'$ のとき，p' は p よりスムーズであるといい，$p' \leqq p$ と書く．$\leqq$ は Σ 上の半語全体の集合における半順序関係である．p よりスムーズな半語全体の集合を $We(p)$ で表わし，半言語 PL よりスムーズな半語全体の集合を $We(PL) := \bigcup_{p \in PL} We(p)$ で表わす．▮

閉包　Σ 上の半語 $p=[U, R, \lambda]$，および半言語 PL の接頭半語の集合をそれぞれ

$$p^{PREF} := \{[V, R \cap V^2, \lambda | V] | \ \forall u \in U : v \in V \wedge uRv \Rightarrow u \in V\}$$

$$PL^{PREF} := \bigcup_{p \in PL} p^{PREF}$$

と定義する．PL^{PREF} を PL の閉包という．▮

制限　Σ 上の半語 $p=[U, R, \lambda]$，および半言語 PL の $\Sigma'(\subseteq \Sigma)$ への制限をそれぞれ

$$p|\Sigma' := [U', R \cap U'^2, \lambda | U']$$

（ただし $U'=\{x \in U | \lambda(x) \in \Sigma'\}$）

$$PL|\Sigma' := \bigcup_{p \in PL} \{p|\Sigma'\}$$

と定義する．▮

ネット半言語　C/E ネット $N=(S, T; F; C_{in})$ に対して，T 上の半語 $p=[U, R, \lambda]$ が条件

"p の任意の反鎖 $W \subseteq U$ に対して，R に関して W より小さいすべての頂点にラベルづけされている事象が N で発生したとき得られるケースにおいて，W の各頂点にラベルづけされている事象が同時に発生可能である"

を満たすとき，p は N で発生可能であるという．N で発生可能な半語全体の集合を N の半言語といい，$PL(N)$ で表わす．

アクティビティ　$PL(N)$ の部分集合 $FP(N)$ を

$$FP(N) := \{p \in PL(N) | \nexists q \in PL(N) : q > p\}$$

と定義し，これを N のアクティビティという．▮

N のアクティビティは，N の半言語 $PL(N)$ のなかでスムーズに関して極大な半語（最も並行性に富む半語）の集まりを表わす．次節で示すように，$We(FP(N)) = PL(N)$ なる関係が成り立つことより，N のアクティビティからネット N で発生可能な半語全体の集合 $PL(N)$ を知ることができる．

冗長なアトム　アトムの集合 S とアトム $n \in S$ に対して，$PL(\oplus S) = PL(\oplus(S-\{n\}))$ のとき，n は S において冗長であるという．▮

2.2 C/E ネットの性質

この節では，以下の議論に必要な C/E ネットのいくつかの性質を示す．

［性質 1］[7]　任意の C/E ネットは，いくつかのアトムを合成したものである．すなわち，任意の C/E ネット N に対して，有限個のアトム $n_1, \cdots, n_m$ が存在して，

$$N = n_1 \oplus \cdots \oplus n_m$$

である．□

C/E ネットの半言語はつぎの性質をもつ．

［性質 2］　任意の C/E ネット N に対して，

$$p \in PL(N) \Rightarrow p^{PREF} \subseteq PL(N) \quad (1)$$

[4]

$$p \in PL(N) \Rightarrow We(p) \subseteq PL(N) \quad (2)$$

[8]

が成立する．□

［性質 3］[6]　$N=(S, T; F; C_{in})$, $N_i=(S_i, T_i; F_i; C_i)(i=1, \cdots, m)$ を $N=N_1 \oplus \cdots \oplus N_m$ となる C/E ネットとし，X を T 上の半言語とする．このとき，

$$X \subseteq PL(N) \Leftrightarrow X | T_i \subseteq PL(N_i), \ i=1, \cdots, m$$

である．□

性質 2 は，N がある動作を行うならば N はその途中までの動作も行うことを，また，N が並行的な事象の発生を含む動作を行うならば N はそれらの事象の発生を適当に順序づけた動作も行うことを表わす．また，性質 3 は，N が行う動作は N の部分ネットが行う動作を組み合わせたものに限ることを表わす．

アトムが既約でないことと，それが冗長であることとの間にはつぎの関係が成立する．

［性質 4］[6]　アトム n がアトムの集合 S において既約でないならば，n は S において冗長である．□

3. 補助事象なし設計問題の定式化とその可解性

3.1 補助事象導入設計問題

アクティビティの定義の箇所で指摘したように，C/E ネットのすべての動作はそのネットのアクティビティから定まる．このような観点から，著者らは前報[4]において，

C/E ネットの設計問題として，システムの仕様が半言語で与えられたときそれをアクティビティとする C/E ネットを構成する問題を考えた．この問題は，必要ならば補助事象(仕様に含まれない事象)を追加しながら C/E ネットを構成し，構成されたネットのアクティビティからすべての補助事象を無視することによって得られる半言語がちょうど仕様に一致するようにしようとするものであり，それはつぎのように定式化される．

$P(X)$：対象システムの事象の集合 T 上の半言語 X が仕様として与えられたとき，条件

$$X=FP(N)|T \tag{3}$$

を満たす C/E ネットを構成せよ．□

ただし，性質 2(1)より，仕様 X は $X=X^{PREF}$ を満たす半言語で与えられるものとした．以下，この問題 $P(X)$ を**補助事象導入設計問題**と呼ぶ．

3.2　補助事象なし設計問題とその可解性

前節に示した補助事象導入設計問題 $P(X)$ の解となる C/E ネットは唯一に定まるとは限らない．たとえば，Fig. 1 に示した p_1 に対して $X=p_1^{PREF}$ としたとき，**Fig. 3** に示した三つの C/E ネットはいずれも $P(X)$ の解となる．したがって，$P(X)$ を解くにあたっては，解となる C/E ネットのなかからできる限り好ましいネットを構成することが必要となる．第1章で述べたように，離散事象系の設計においては，補助事象はコントローラの動作に含まれる事象に対応する．したがって，無駄な動作を行わないシステムを設計するという観点からは，補助事象の追加は必要最小限にとどめるべきであろう．それゆえ，$P(X)$ が与えられたとき，その解となる C/E ネットを補助事象の追加なしに構成することができるかどうかを知ることは意義あることと思われる．

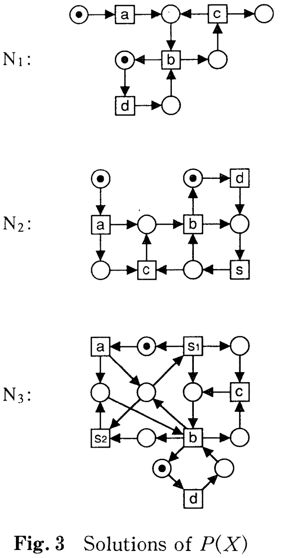


Fig. 3　Solutions of $P(X)$

以下，$P(X)$ の特別な場合として，つぎのような設計問題 $P_T(X)$ を考える．

$P_T(X)$：対象システムの事象の集合 T 上の半言語 X が仕様として与えられたとき，条件

$$X=FP(N) \tag{4}$$

を満たす C/E ネットを構成せよ．

この問題は，T に含まれる事象だけを使って，アクティビティが与えられた半言語に一致するような C/E ネットを構成しようとするものである．以下，この問題 $P_T(X)$ を**補助事象なし設計問題**と呼ぶ．なお，性質 1 より $P_T(X)$ は

$$X=FP(\oplus S) \tag{5}$$

を満たすアトムの集合 S を求める問題と同等である．

条件(4)および $FP(N)\subseteq PL(N)$ より，$X\subseteq PL(N)$ である．したがって，性質 3 より，$P_T(X)$ の解を構成するアトム $n=n_s(A, B, C)\in S$ は少なくとも

$$X|T_n\subseteq PL(n) \tag{6}$$

でなければならない．ただし，$T_n=A\cup B$ である．

適合するアトム　アトム n が条件(6)を満たすとき，n は仕様 X に適合するという．X に適合するアトム全体の集合を $CA(X)$ で表わす．■

X に適合するすべてのアトムを合成して得られるネット $\oplus CA(X)$ が $P_T(X)$ の解ならば，明らかに $P_T(X)$ は解をもつ．逆に，$P_T(X)$ が解をもつためには，$\oplus CA(X)$ が $P_T(X)$ の解であることが必要であることを示すことができる．したがって，$P_T(X)$ の可解性についてつぎの定理が成立する．

《定理 1》　問題 $P_T(X)$ の解が存在するための必要十分条件は，$\oplus CA(X)$ が $P_T(X)$ の解であることである．□

(必要性の証明を付録 1 に示す．)

Fig. 1(a)に示した p_1 に対して，$X_1=p_1^{PREF}$ としたときの $\oplus CA(X_1)$ と $FP(\oplus CA(X_1))$ を **Fig. 4** に示す．この場合，$X_1=FP(\oplus CA(X_1))$ となることより，$\oplus CA(X_1)$ が問題 $P_T(X_1)$ の解であることがわかる．なお，Fig. 1(b)に示した C/E ネットは，$CA(X_1)$ において冗長なアトムの一部を $\oplus CA(X_1)$ から取り除いたものである．つぎに，Fig. 2(a)に示した p_2 に対して，$X_2=p_2^{PREF}$ としたときの $\oplus CA(X_2)$ と $FP(\oplus CA(X_2))$ を **Fig. 5** に示す．$X_2\neq FP(\oplus CA(X_2))$ となることより，問題 $P_T(X_2)$ には解が存在しないことがわかる．したがって，X_2 を実現する C/E ネットを構成するためには，Fig. 2(b)に示したように補助事象を追加することが必要となる．

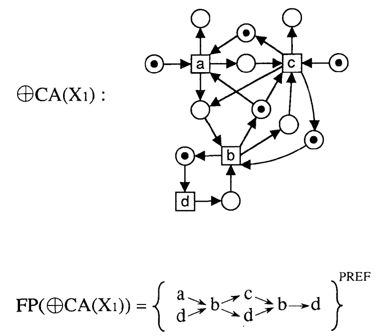


Fig. 4　Solvable construction problem $P_T(X_1)$

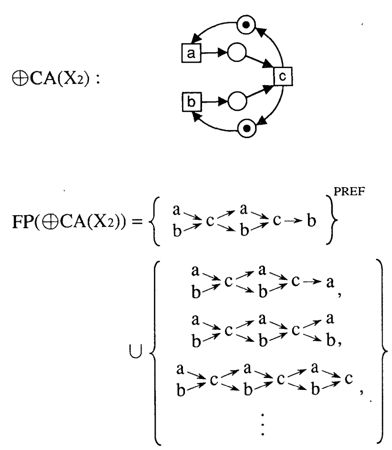


Fig. 5　Unsolvable construction problem $P_T(X_2)$

4.　補助事象なし設計問題の解法

4.1　解法の基本的な考え方

第 3 章で示した定理 1 より，設計問題 $P_T(X)$ は原理的にはつぎのようにして解くことができる．

〈C/E ネットの構成法〉

①仕様 X に適合するアトムの集合 $CA(X)$ を求める．

②$CA(X)$ を合成した C/E ネット $N=\oplus CA(X)$ を求める．

③ $X=FP(N)$ ならば，N が $P_T(X)$ の解となる．そうでなければ，$P_T(X)$ は解をもたない．　□

手順①において，$CA(X)$ の要素をすべて列挙することは決して容易なことではない．とくに，X に含まれる事象の数の増加とともに，①に費やす計算量は膨大なものとなるであろう．次節では，これの解決を図る．

4.2　既約なアトムの探索

冗長なアトムは，その定義より明らかなように，その有無がネットの挙動に影響を及ぼさない．性質 4 より，あるアトムが冗長でないならば，それは既約である．したがって，上の構成手順の効率化を図るためには，手順①の代わりに $CA(X)$ に含まれる既約なアトムだけを求め，これに対して手順②，③を行うことが有効であろう．この節では，$CA(X)$ において既約となるアトムを求めることを試みる．なお，任意のアトムに対して，それが発生する半言語と，それと相補的な関係にあるアトムが発生する半言語は等しい．したがって，以下では初期トークンをもたないアトムのみを考察の対象とする．

初めに，いくつかの概念を定義する．

D-クリーク(注1)　Σ 上の半言語 PL に対して，$PL|\Sigma'$ が語の集合となる空でない $\Sigma'(\subseteq\Sigma)$ を PL の D-クリークという．　■

最小元α　T 上の半言語 PL，および $\alpha\notin T$ に対して，αPL を

$$\alpha PL:=\{\alpha\}\cdot PL$$

と定義する．ここで，・は連接を表わす[4]．　■

α は，$CA(X)$ に含まれる各アトムにおいて，最初に発生する事象を明らかにする目的で導入された仮の事象に対応する．**Fig. 6**(a)に示した半言語 X に対する αX を Fig. 6(b)に示す．

事象関係$ER(L)$　T 上の語の集合 L に対して，T における関係

$$ER(L):=\{(\lambda(x),\lambda(y))|[U,R,\lambda]\in L,\ (x,y)\in R^0\}$$

を L の事象関係という．ここで，R^0 は反射的推移的閉包が R となるような最小の関係である．　■

$(a,b)\in ER(L)$ は，a の発生に引き続いて b が発生することを表わす．Fig. 6(b)に示した αX と X の D-クリー

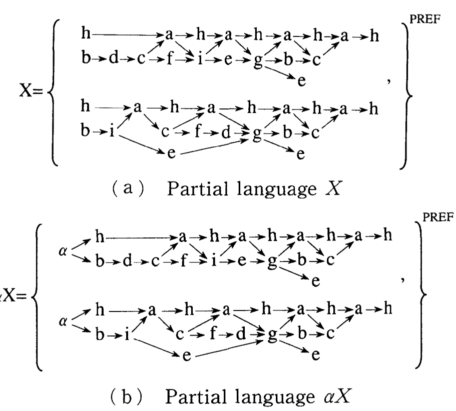


Fig. 6　Minimum element α

(注1) Σ 上の半言語 PL に対して，Σ 上の関係 $D(PL)$ を
$D:=\Sigma^2-\{(a,b)|\exists[U,R,\lambda]\in PL:$
$\exists(x,y)\in U:\neg xRy\wedge\neg yRx\wedge\lambda(x)=a\wedge\lambda(y)=b\}$
と定義するとき，D-クリーク (D-clique) はグラフ (Σ,D) のクリークに一致する．

ク $M:=\{b, c, d, f, g\}$ に対して，$\alpha X|(M\cup\{\alpha\})$ の事象関係は **Fig. 7**(a)のようになる．

<u>同値関係R_L</u>　事象関係 $ER(L)$ における関係 R_L を

$$\forall(a_1, b_1), (a_2, b_2)\in ER(L):$$

$$((a_1, b_1)R_L(a_2, b_2)\Leftrightarrow a_1=a_2\vee b_1=b_2)$$

となる関係とし，$\equiv_{R_L}$ を R_L を含む最小の同値関係とする．▮

L の事象関係をグラフで表わしたとき，R_L は枝 (a_1, b_1) と枝 (a_2, b_2) の始点または終点の少なくとも一方が一致することを表わす．Fig. 7(a)に示した事象関係を $\equiv_{R_L}$ で類別した結果を Fig. 7(b)に示す．同じ種類の枝は同じ類に属することを表わす．

<u>アトムの抽出</u>　同値類 $x\in ER(L)/\equiv_{R_L}$ に対して，

$$A_x:=\{a|(a, b)\in x\},\quad B_x:=\{b|(a, b)\in x\}$$

とする．このとき，

$$\gamma(x)=\begin{cases} n_s(A_x, B_x, \phi) & (\alpha\notin A_x)\\ n_s(B_x, A_x-\{\alpha\}, \phi) & (\alpha\in A_x)\end{cases}$$

で定まるアトムを L の事象関係に従って抽出されるアトムという．▮

Fig. 7(b)のなかの三つの類 ⇻, ⊖→, ⤫ に対して，A_x, B_x はそれぞれ

$$A_{⇻}=\{\alpha, g\},\quad B_{⇻}=\{b\}$$
$$A_{⊖→}=\{b, d, f\},\quad B_{⊖→}=\{c, d, g\}$$
$$A_{⤫}=\{c\},\quad B_{⤫}=\{f\}$$

となる．したがって，この場合，$\alpha X|(M\cup\{\alpha\})$ の事象関係に従って Fig. 7(c)に示したアトムが抽出される．

以上の定義のもとで，アトム n が $CA(X)$ において既約となるための必要十分条件はつぎのようになる．ただし，以下 $L=\alpha X|(M\cup\{\alpha\})$ である．

《定理 2》　アトム n が X に適合しかつ $CA(X)$ において既約であるための必要十分条件は，つぎの条件を満たす X の D-クリーク M が存在することである．

$$\exists x\in ER(\alpha X|(M\cup\{\alpha\}))/\equiv_{R_L}:$$
$$A_x\cap B_x=\phi\wedge\gamma(x)=n \qquad \square$$

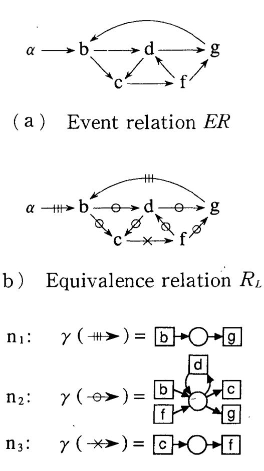
（証明は付録 2 に示す．）

この定理は，アトム n が X に適合しかつ $CA(X)$ において既約ならば，L の事象関係に従って n を抽出するような X の D-クリーク M が存在し，逆に，自己ループをもたないアトムが抽出されたならば，そのアトムは X に適合しかつ $CA(X)$ において既約であることを示す．Fig. 7(c)に示したアトムのうち，n_1, n_3 は X に適合する既約なアトムである．しかし，n_2 は，$A_{⊖→}\cap B_{⊖→}\neq\phi$ より，X に適合しない．

定理 2 より，$CA(X)$ において既約となるアトム全体は，X のすべての D-クリーク M から L の事象関係に従ってアトムを抽出し，それが条件 $A_x\cap B_x=\phi$ を満たすかどうかを調べることによって得ることができることがわかる．その際，ある D-クリーク M および $x\in ER(\alpha X|(M\cup\{\alpha\}))/\equiv_{R_L}$ に対して，$A_x\cap B_x\neq\phi$ となるならば，

条件(C)　"$G=(A_x\cup B_x, x)$ を無向グラフとみなしたとき，G に初等的な閉路 $e_1e_2\cdots e_n$ (e_i は $e_i\in x$ である G の枝を表わす) が存在し，さらに $n\geqq 2$ の場合には $e_iR_Le_{i+1}(i=1, \cdots, n-1)$ でかつ $e_nR_Le_1$ でない"

が成立する．このとき，閉路 $e_1e_2\cdots e_n$ 上の頂点の集合を h とおく．$h-\{\alpha\}\subseteq M'\subseteq M$ である D-クリーク M' からは必ず $A_x\cap B_x\neq\phi$ となるアトムが，すなわち自己ループをもつアトムが抽出されることになる．したがって，この場合には，D-クリーク M' を $CA(X)$ の探索の対象から除去することができる．Fig. 7(b)に示した ⊖→ に対しては，条件(C)を満たす b, c, d を頂点にもつ閉路が存在するため，$h:=\{b, c, d\}\subseteq M'\subseteq M:=\{b, c, d, f, g\}$ である M' からも自己ループをもつアトムが抽出されることになる．



(a)　Event relation ER

(b)　Equivalence relation R_L

(c)　Extracted atoms

Fig. 7　Extraction of atoms

4.3　C/E ネットの構成

前節の議論に基づき，問題 $P_T(X)$ の解法をまとめるとつぎのようになる．

〈C/E ネットの構成法〉

①$S:=\phi$ とおく．仕様 X の D-クリーク全体の集合 CL を求め，CL が空になるまでつぎの手順を繰り返す．

a）CL のなかから包含関係に関して極大な D-クリーク M を取り出し，$\alpha X|(M\cup\{\alpha\})$ の事象関係に従ってアトム $n=n_s(A, B, C)$ を抽出する．

b）$A\cap B=\phi$ ならば，n を S の要素に加え，$A\cup B$ からなる D-クリークを CL から取り除き a）に戻

る．$A \cap B \neq \phi$ ならば，条件(C)を満たす事象の集合 h を求め，$h-\{\alpha\} \subseteq M' \subseteq M$ となる M' を CL から取り除き a）に戻る．

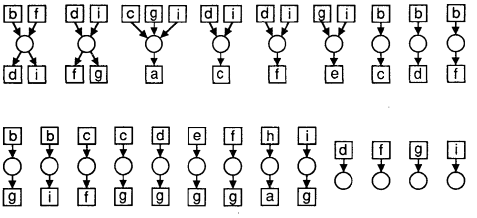
② S に含まれるアトムを合成した C/E ネット $N=\oplus S$ を求める．

③ $X=FP(N)$ ならば，N が $P_T(X)$ の解となる．そうでなければ，$P_T(X)$ は解をもたない．　□

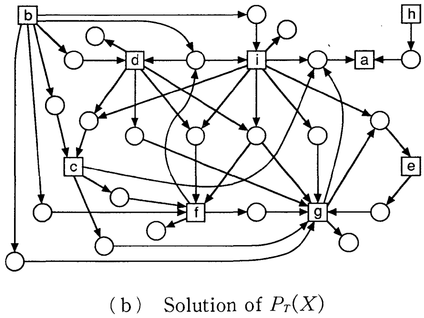
ここで，手順①a）において，包含関係に関して極大な D-クリークからアトムの抽出を行ったのは，これによって多くのアトムが一度に抽出できること，および条件(C)の活用によって多くの D-クリークを CL から取り除くことができることが期待されるためである．なお，アトムが既約であることはアトムが冗長でないための必要条件である．したがって，手順①で得られた S のなかに冗長なアトムが含まれることもある．

【適用例】

Fig. 6(a)に示した半言語 X を仕様とする設計問題 $P_T(X)$ を考える．提案した構成法によって得られた $CA(X)$ において既約なアトム全体を **Fig. 8**(a)に示す．また，これらのアトムを合成して得られた C/E ネットを Fig. 8(b)に示す．この C/E ネットのアクティビティは X と等しくなることより，このネットが $P_T(X)$ の解であることがわかる．この例では，X に適合するかどうかを調べなければならないアトムの総数は約 20000 である．これに対して，提案した構成法を適用すると，$CA(X)$ において既約であるアトムの候補として抽出されるアトムの数は 68 となり，調べるべきアトムの数は大幅に減少する．また，このとき調べられた D-クリークの数は 33 であり，これは X の D-クリークの総数 77 の 1/2 以下となる．これより，手順①b）が X に適合する既約なアトムの探索の効率化に寄与していることがわかる．



(a)　Irreducible atoms in $CA(X)$



(b)　Solution of $P_T(X)$

Fig. 8　Construction problem $P_T(X)$

5. あとがき

ペトリネットの設計問題を自然な形で定式化することは，離散事象系の開発を合理的に進めるうえで重要なことである．このような立場から，著者らはこれまでに，“半言語で記述された仕様が与えられたとき，必要ならば仕様に含まれていない補助事象を追加しながら C/E ネットを構成し，構成されたネットのアクティビティからすべての補助事象を無視することによって得られる半言語がちょうど仕様に一致するようにせよ”という形の設計問題を提案した．本論文では，この設計問題の特別な場合として，補助事象なし設計問題

$P_T(X)$：補助事象を追加することなしに仕様 X を満たす C/E ネットを構成せよ

に関して，それが解をもつための条件と，その解法について検討した．その結果，$P_T(X)$ が可解であるための必要十分条件は，X に適合するアトムの集合 $CA(X)$ を合成した C/E ネットが $P_T(X)$ の解となることであることを明らかにした(定理 1)．$CA(X)$ には冗長なアトムが含まれることもある．したがって，$P_T(X)$ の解となる C/E ネットを効率よく構成するためには，$CA(X)$ において冗長となるアトムをあらかじめ取り除いておくことが望ましい．このような観点から，冗長なアトムの一部を見い出す一つの原理を明らかにし(定理 2)，これに基づいた $P_T(X)$ の解法を示した．今後の課題として，冗長な条件を含まない C/E ネットを直接構成する方法の開発，および補助事象の追加が必要な設計問題の解法の開発が挙げられる．

参考文献

1) 高橋，長谷川，Z. Banaszak：指定点弧系列をもつペトリネットの合成方法，計測自動制御学会論文集，**21**-3，277/283 (1985)
2) 平石邦彦：状態遷移図からのペトリネットの構成，第 4 回離散事象システム研究会講演論文集，1/8 (1990)
3) P. Graubmann: The Construction of EN Systems from a Given Trace Behaviour, Lecture Notes in Computer Science 340, 133/153, Springer-Verlag (1988)
4) 橋爪，鈴木，小野木，西村：条件/事象ネット設計問題の 1 つの定式化とその可解性，計測自動制御学会論文集，**28**-5，632/639 (1992)
5) J. Grabowski: On Partial Languages, Fundamenta Informaticae, **4**-2, 427/498 (1981)
6) 橋爪，小野木，西村：条件/事象ネットの冗長性について，計測自動制御学会論文集，**28**-3，401/408 (1992)
7) A. Mazurkiewicz: Trace Theory, Lecture Notes in

Computer Science 255, 279/324, Springer-Verlag (1986)

8) A. Kiehn : On the Interrelation between Synchronized and Non-Synchronized Behaviour of Petri Nets, Electron. Inf. verarb. Kybern., **24**-1/2, 3/18 (1988)

《付録1》 定理1の証明

定理1を証明する前に，一つの命題を示す．

［命題1］ $S_1 \subseteq S_2$ なるアトムの集合 $S_1, S_2 \subseteq CA(X)$ に対して，

$$X = FP(\oplus S_1) \Rightarrow X = FP(\oplus S_2)$$ □

（証明） $\oplus S_1, \oplus S_2$ の事象の集合をそれぞれ T_1, T_2 とすると，$T_1 \subseteq T_2 \subseteq T$．ここで，$\oplus S_1$ は $P_T(X)$ の解であるから，$T = T_1 = T_2$ である．よって，性質3より，$PL(\oplus S_2) \subseteq PL(\oplus S_2) \Rightarrow PL(\oplus S_2)|T \subseteq PL(\oplus S_1) \Rightarrow PL(\oplus S_2) \subseteq PL(\oplus S_1)$．一方，$S_2 \subseteq CA(X)$ であるから，性質3より $X \subseteq PL(\oplus S_2)$．性質2の(2)より $We(X) \subseteq PL(\oplus S_2)$ である．また，アクティビティの定義より，$We(X) = PL(\oplus S_1)$．よって，$We(X) = PL(\oplus S_1) \supseteq PL(\oplus S_2) \supseteq We(X)$．ゆえに，$PL(\oplus S_1) = PL(\oplus S_2)$ であるから，$FP(\oplus S_1) = FP(\oplus S_2)$ となる． ■

したがって，定理1の証明はつぎのようになる．

（定理1の必要性の証明）

性質3より，$P_T(X)$ を構成するアトムは少なくとも X に適合しなければならない．よって，$P_T(X)$ の解が存在すれば，それは $CA(X)$ の部分集合で構成される．ゆえに，命題1より，$P_T(X)$ の解が存在するとき，$\oplus CA(X)$ は $P_T(X)$ の一つの解となる． ■

《付録2》 定理2の証明

まず，定理2を証明するために必要ないくつかの命題を示す．X に適合するアトムに対して，つぎの命題が成立する．

［命題2］ アトム $n = n_s(A, B, \phi)(T_n \subseteq T)$ が X に適合するための必要十分条件は，つぎの条件を満たすことである．

“T_n が X のD-クリークであり，かつ $ER(\alpha X|(T_n \cup \{\alpha\}))$ のグラフ表現が2部グラフとなるように頂点の集合 $T_n \cup \{\alpha\}$ を集合 A と $B \cup \{\alpha\}$ に分けることができる”． □

（証明） アトムの半言語は，そのアトムのどの事象も並行的に発生できないことから，言語である．よって，自己ループをもたないアトム n が X に適合するためには，T_n が X のD-クリークであり，かつ $X|T_n$ に属する語の奇数番目，偶数番目に発生する事象がそれぞれ n の入力事象，出力事象であることが必要十分である．以上より，命題2が証明された． ■

X に適合するアトムと αX に適合するアトムの間にはつぎの関係が成立する．

［命題3］ アトム $n = n_s(A, B, \phi)$ に対してアトム $\underline{n}$ を $n_s(B \cup \{\alpha\}, A, \phi)$ と定める．このとき，つぎの(i)，(ii)が成り立つ．

(i) $CA(\alpha X) = CA(X) \cup \{\underline{n} | n \in CA(X)\}$
$\cup \{n_s(\{\alpha\}, \phi, \phi)\}$

(ii) $\forall n_1, n_2 \in CA(X)$：
$n^c = n_1 \& n_2^c \Leftrightarrow \underline{n} = n_1 \& \underline{n_2}$ □

（証明） n が X に適合することと，$n, \underline{n}$ が αX に適合することが同等であることから，明らかである． ■

また，$CA(\alpha X)$ に含まれるアトムが，ほかのいくつかのアトムのマージによって得られることについて，つぎの命題が成立する．

［命題4］ $n_i = n_s(A_i, B_i, \phi)(i = 0, 1, 2) \in CA(\alpha X)$ を $A_0 = A_1 \cup A_2$, $B_0 = B_1 \cup B_2$ なるアトムとする．このとき，$n_0 = n_1 \& n_2$ であるための必要十分条件は，つぎの条件が成立することである．

“$\alpha X|T_{n_0}$ のなかに $A_1(A_2)$ の事象が発生した後引き続いて $B_2(B_1)$ の事象が発生するような語は存在しない”． □

（証明） $n_i(i = 0, 1, 2)$ が $CA(\alpha X)$ の要素であることから，$\alpha X|T_{n_i}$ に属する語の奇数番目，偶数番目に発生する事象がそれぞれ n_i の入力事象，出力事象である．したがって，$n_0 = n_1 \& n_2$ であることおよび命題の条件が成立することはつぎの条件が成立することと同等となる．“$\alpha X|T_{n_0}$ に含まれる語のある奇数番目に発生する事象とその発生に引き続いて発生する事象の組は，n_1 もしくは n_2 の入力事象と出力事象の組である”． ■

命題2，3，4から，定理2の証明はつぎのようになる．

（定理2の証明）

十分性：$A_x \cap B_x = \phi$ ならば，事象関係 $ER(\alpha X|(T_n \cup \{\alpha\}))$ のグラフ表現が2部グラフとなるように頂点の集合を，$\alpha \in A_x$ の場合は A_x と B_x に，$\alpha \notin A_x$ の場合は A_x と $B_x \cup \{\alpha\}$ に分けることができる．よって，命題2より，n は X に適合する．また，A_x と B_x は命題4の条件を満たすようにそれぞれ A_1, A_2 と B_1, B_2 に類別ができないため，$n_s(A_x, B_x, \phi)$ を $CA(\alpha X)$ のいくつかの要素をマージして得ることができない．ゆえに，命題3より，n は $CA(X)$ において既約となる．

必要性：n が $CA(X)$ において既約なアトムならば，命題2，3，4より $\exists x \in ER(\alpha X|(T_n \cup \{\alpha\}))/\equiv_{RL}$: $\gamma(x) = n$ が成立する． ■

［著 者 紹 介］

橋 爪 進（学生会員）
（Vol. 28, No. 5 参照）

鈴 木 隆
（Vol. 28, No. 5 参照）

小野木 克 明（正会員）
（Vol. 28, No. 3 参照）

西 村 義 行（正会員）
（Vol. 28, No. 3 参照）