離散事象システムの段階的詳細化について

胡 小 華*・兼 重 明 宏**・小野木 克 明*・西 村 義 行*

Stepwise Refinement of Discrete Event Systems

Hu Xiaohua*, Akihiro Kaneshige**, Katsuaki Onogi* and Yoshiyuki Nishimura*

There is a growing need for the top-down design methodology for Discrete Event Systems (DES). Establishing a firm foundation of such methodology is the central topic of this paper. In a top-down design of a discrete event system, one starts with a high-level model of the system and refines it stepwise until a sufficient low-level model has been reached. Therefore, in this paper, we study the following two things to make the top-down design useful: The first is a theory of formal models of DES which are suited to refinement, and the second is an adequate notion of refinement relation between the models. Firstly, in order to get a new DES's model, we extend the state machines, a well-known DES's model, by introducing the 'composite event' into the set of events. This enables us to refine an event in a high-level model by composing several events in a low-level model. Then, to get an adequate refinement relation, we firstly define a 'canonical model' called Proper-model which has the simplest state space in a set of models that have the same set of events and the same state transitions. The reason to define such a canonical model is that to refine a model effectively, it's always expected to refine the model with as fewer elements as possible. So, we define a refinement relation only between Proper-models. Finally, we show that the refinement relation defined in this paper has the transitive property which is indispensable for stepwise refinement.

Key Words: discrete event system, top-down design, stepwise refinement, composite event, state transitions

1. まえがき

離散事象システムの開発・設計に対して、近年、新しい要素技術・サブシステムの開発を伴うシステム開発の機会がますます増大し、トップダウン方式一まずシステムに対する要求を定め、それを既存のサブシステムまたは開発すべきサブシステムに段階的に分解・詳細化してゆく方式一を用いたシステム開発手法の確立への期待が大きくなってきている。

そこで本論文では、トップダウン方式のシステム開発・設計を実現するための第一歩として、"離散事象シス

テムのモデル概念および詳細化の概念を数学的に定め、 与えられたモデルを段階的に詳細化することによって、 離散事象システムの開発を段階的に行う"という方法論 の展開(Fig. 1)を考える。

これまで、FSM(finite state machines)」、ペトリネット²、FRP (finitely recursive processes)³ などの多くの離散事象システムモデルが提案されているが、段階的詳細化のためのモデルがまだ開発されていない。また、ソフトウェア工学の分野において仕様から実行可能なプログラムへ段階的に詳細化してゆく研究⁴ や分散システムの段階的詳細化に関する研究⁵ などがあるが、離散事象システムの分野においてはそれに関する研究はほとんどないのが現状である。

本論文では、2章において離散事象システムの段階的 詳細化のためのモデルが満たすべき条件を明らかにし、 従来のモデルがその条件を満たしていないことを示すと ともにその条件を満たす一つのモデルを定める。すなわ ち、本論文では離散事象システムのモデルを、基本事象

^{*} 豊橋技術科学大学 豊橋市天伯町字雲雀ケ丘 1-1

^{**} 大島商船高等専門学校 山口県大島郡大島町大字小松 1091-1

^{*} Toyohashi University of Technology, Toyohashi

^{**} Oshima National College of Maritime Technology, Oshima-gun, Yamaguchi (Received July 29, 1991) (Revised December 3, 1992)

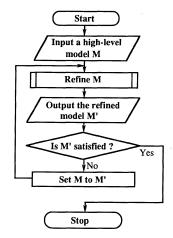


Fig. 1 Illustration of the stepwise refinement strategy

とそれらが三つの演算(逐次結合,並列結合,非決定的 結合を表わす)によって結合された'複合事象'からなる 事象の集合と,状態の集合と,事象と状態からつぎの状 態を定める状態遷移関数からなるものとする.

モデルの段階的詳細化を効率的に進めていくためには、与えられた一つのモデルをできるだけ少ない要素で詳細化することが望ましい。そのため、3章では同じ事象の集合と同じ状態の遷移をもつと考えられるモデルのうち、状態の集合が最簡であるようなモデル(Proper モデルという)を定め、4章においてモデルの間の一つの詳細化関係を、Proper モデルに基づいて定める。

また、詳細化を段階的に行うためには、詳細化関係が 推移性を満たす必要がある。そのため、4章においては 提案した詳細化関係が推移性を満たすことをさらに証明 する。

5章では、他の同類の研究との比較について述べる。 本論文で得られた結果は、離散事象システムの段階的 詳細化による開発・設計に利用される。

2. 離散事象システムの段階的詳細化のための代数 的モデル

2.1 モデリングの考え方

離散事象システムは"システムの状態に応じて事象の集合の'同時に生起可能な部分集合系 E' が定まり,E の要素の一つに属するすべての事象が生起するとき,そしてそのときにのみ状態が変化する"という形で状態遷移が行われるダイナミカルシステムである。その数学的モデルとしては,これまで,FSM, FRP, CCS^6 , CSP^n , ACP^8) のような代数的モデルの他には,ペトリネット,Event Structures 9) のようなモデルが提案されている。このうち代数的モデルは,他のモデルに比べ,形式性が

高く,システム特性の検証などにも優れていることから, 本研究では離散事象システムの段階的詳細化のために代 数的モデルを用いる.

つぎに、段階的詳細化のためにモデルがどのような条件を満たすべきかについて考える。そのため、Fig. 2に示すような銀行データベースの詳細化を考えてみる。

このデータベースには、ユーザの預金口座に関する情報が記録される。複数のユーザが、異なる端末を通じて同時に一つの預金口座にアクセスできる。簡単のため、2人のユーザ X_1, X_2 からそれぞれ送金\$100が同時にあり、この二つの入金をAcという一つの預金口座に加えたいとしよう。

まず、このデータベースを表現するトップレベルのモデル M_{top} を考える。 M_{top} の状態は預金口座 Ac の残高を表わす一つの非負整数で表わされ、つぎの事象 a が起こるときに変化すると考えられる:

a:預金口座 Ac に\$200 を入金する.

 $M_{\rm top}$ を詳細化するために、事象 a をつぎの二つのより基本的な事象 a_1 、 a_2 の並列結合で詳細化することが考えられる:

 a_1 :ユーザ X_1 が預金口座 Ac に\$100 を入金する.

 a_2 : ユーザ X_2 が預金口座 Ac に\$100 を入金する.

明らかに、事象 a_1 , a_2 が逐次的、非決定的、並行的に発生可能である。 すなわち、詳細化が複数の事象の発生に並行性などを導入することがありうる。

また、事象 a_i (i=1,2) をさらにつぎの三つのより基本的な事象 read_i、plus_i、save_i の逐次結合で詳細化することが考えられる:

 $read_i$:現在の残高をレジスタiに読み込む。

 $plus_i$: レジスタiの値に\$100を加える.

 $save_i$: レジスタi の現在値で預金口座Ac の残高を更新する。

上位モデルの事象を,このように下位モデルにおけるいくつかのより基本的な事象の複合で詳細化するということを表現するためには,下位モデルにおいてはいくつかの事象を複合した'複合事象'という概念が記述できる必要がある。

以上のことから, 段階的詳細化のためのモデルは,

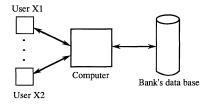


Fig. 2 A simplified bank database system

- 1) 複数の事象の発生における逐次性、非決定性および並行性が表現できること
- 2) 上位レベルのモデルにおけるおのおのの事象を, 下位レベルのモデルにおけるいくつかの事象を複 合して詳細化することが表現できること

などが必要である。ペトリネットはこれらの条件を満たす一つのモデルであり、これに基づく詳細化に関する研究もすでに報告されている10,111,しかし、ペトリネットはモデルとしての表現能力に乏しく、また詳細化の検証能力も必ずしも十分ではないので、本論文では表現能力が高く、詳細化されているかどうかの機械的な検証にも耐えうる一つの代数的モデルを示す。

つぎに,従来の代数的モデルが条件 1), 2)を満たしているかどうかについて考える.

従来の代数的モデルは複数の事象の発生における並行性が逐次性と非決定性で表現できる 12) という特徴をもっている。たとえば、CCSでは二つの事象 a,b に対して、a,b が並行的に発生することを表わす表現式' $a\|b$ 'と、a が発生してから b が発生するあるいは b が発生してから a が発生することを表わす表現式'ab+ba'とは観測同値である。すなわち、等式 $a\|b=ab+ba$ が成り立つ。それは、システムの挙動が発生可能な事象の逐次系列の集合である 9 という観点から見ればごく自然である。また、そのような等式を用いて、モデルの構築と仕様記述や項書き換え系 13 を使ったシステム特性の機械的検証などが容易にできる場合がある。

しかしながら、並行性が逐次性と非決定性で表現される CCS などでは、事象 a の発生と事象 b の発生に共通の資源が必要な場合と、事象 a と 事象 b が同時に発生可能な場合の両者がともに ab+ba で表現されるため区別できない 12 . すなわち、従来の代数的モデルは'真の並行性'が表現できず、1) の条件を満たしていない。真の並行性を表現するためには、従来のモデルに対してより詳細な同値関係による挙動の区別も考えられるが、本論文ではモデルの詳細化概念に一般性(具体的な一つの同値関係に依存しない性質)をもたせるために、そのような方法を取らないこととした。

また、従来の代数的モデルは、いくつかのプロセス(事象を発生させる動作体)を複合してより複雑なプロセスを作る手段があるが、事象そのものを複合する概念がないため、上記2)の条件をも満たしていない。

そこで本論文では,上記 1),2)の条件を満たすモデルを定めるために,FSM をつぎのように拡張することを考えた:

まず、事象の集合上に結合演算子(たとえば逐次結合を表わす演算子・、並行結合を表わす演算子 単など)を導

入して、'複合事象'をシンタックス的に作ることを考えた。たとえば、事象 a,b を \parallel によって結合して複合事象 $a\parallel b$ が作られる。

そして、おのおのの複合事象の意味を、一つの状態遷移関数(状態と事象からつぎの状態を定める関数)で与えることを考えた。たとえば、複合事象 $(a||b)\cdot c$ には、事象 a,b が並行的に発生した後、事象 c が発生するという意味を与えることができる。それにより、必要に応じて a||b=ab+ba のような等式を成立させたり、させなかったりすることができる。

以上のように、事象のシンタックスとその意味を明確にすることによって、モデルの表現能力を向上させると同時に、上位モデルの事象を、下位モデルの複合事象で詳細化することを可能にする。

以上の考え方に基づいて,本論文では離散事象システムのモデルを,

- ア) 基本事象とそれらがいくつかの演算記号によっ てシンタックス的に結合された複合事象の集合
- イ) 状態の集合
- ウ) 状態と事象 (基本事象および複合事象) からつぎ の状態を定める状態遷移関数

からなるものとし、システムの挙動を発生可能な基本事 象および複合事象の集合とした。

以下, これらの考え方を形式化する.

2.2 モデルの定義

【定義 1】 有限集合 Σ と三つの演算記号 '+,·,||' に対して, $T[\Sigma]$ はつぎの条件 1),2)を満たす最小の集合であるとする.

- 1) $\Sigma \subseteq T[\Sigma]$
- 2) $\forall x, y \in T[\Sigma]$ に対して、 $\bigcirc \in \{+, \cdot, \|\}$ ならば、 $x\bigcirc y \in T[\Sigma]$ である.

つぎに,部分関数を取り扱うために述語=と演算 \cup を導入する. x,yをある集合のべき集合の要素とすると,

$$x \equiv y = \begin{cases} \text{true } (x \ge y \text{ はともに定義されないか, s} \\ & \text{たはともに定義され, } x \ge y \text{ が等し } \\ & \text{い)} \\ \text{false}(そうでないとき) \end{cases}$$

$$x \cup y = \begin{cases} x \ge y \text{ の和集合}(x \ge y \text{ がともに定義され} \\ & \text{る)} \\ & x \\ & y \\ & (x \text{ だけが定義される}) \\ & y \\ & \text{未定義} \\ & (x \ge y \text{ がともに定義され} \\ & \text{ない}) \end{cases}$$

そして, モデルを形式的につぎのように定義する.

【定義 2】 離散事象システムのモデルとは、4 項組 (Σ , Q, δ , q_0) である。ここで、 Σ は基本事象の有限集合、Q

は状態の集合、 $\delta: T[\Sigma] \times \mathcal{D}_F(Q) \to \mathcal{D}_F(Q)$ はつぎの条件を満たす部分関数、 $q_0 \in Q$ は初期状態である。($\mathcal{D}_F(Q): Q$ の有限部分集合の全体の集合)

条 件 $\forall x, y, z \in T[\Sigma]$ and $K \in \mathcal{P}_F(Q)$:

- i) $\delta(x, \{\}) \equiv \{\}, \ \delta(x, K) \equiv \bigcup_{u \in K} \delta(x, \{u\})$
- ii) $\delta(x+y,K) \equiv \delta(x,K) \cup \delta(y,K)$
- iii) $\delta(x \cdot y, K) \equiv \delta(y, \delta(x, K))$
- iv) $\delta(x||y, K) \equiv \delta((y||x, K))$ $\delta(x||(y||z), K) \equiv \delta((x||y)||z, K)$

以下,離散事象システムのモデルを ADES (Algebraic Discrete Event System) と呼び, $T[\Sigma]-\Sigma$ の要素を複合事象,関数 δ を状態遷移関数,Q を状態空間と呼ぶ。また, $\delta(x,\{q\})=K(q\in Q)$ であるとき,事象 x の発生によって状態 q が K に含まれるどれか一つの状態へ遷移するという。

(注1) 関数 δ に関する条件では,演算記号+,・に対してはそれぞれ非決定的結合,逐次的結合の意味を与えている(ii)とiii))が, $\|$ に対してはそれが並行的結合となるための最低限の条件だけを規定している(iv)).それは ADES 構築の点においては不利なことであるかもしれないが,それによっていろいろな並行性(たとえば逐次性と非決定性で表現される並行性やそうでないものなど)が必要に応じて表現できることから,モデルの表現能力が向上している.

(注 2) 演算記号・と+に制限して得られる $T[\Sigma]$ の 部分集合を Σ^{*+} とすると,条件 i) \sim iii)より, Σ^{*+} に含まれる各事象と任意の状態に対する δ の値が各基本事象と状態に対する δ の値から定められる.

【定義3】 ADES $M=(\Sigma,Q,\delta,q_0)$ に対して集合 Beh $(M)=\{x\in T[\Sigma]|\delta(x,\{q_0\})$ が定義される $\}$ は M の挙動であるという.

以下, x := y は x を y で定義することを表わす。

ADES の構築については、つぎの定理が成立する。

《**定理 1**》 状態機械 $\overline{M} = (\Sigma, Q, \overline{\delta}, q_0)$,

 Σ : 事象の集合; Q: 状態の集合

 $\bar{\delta}: \Sigma \times Q \rightarrow Q$: 状態遷移関数; q_0 : 初期状態を与えたとき、つぎの 1)、2)、3) の手順により関数 $\bar{\delta}$ を、関数 δ : $T[\Sigma] \times \mathcal{P}_F(Q) \rightarrow \mathcal{P}_F(Q)$ へ拡張すると、 $M = \{\Sigma, Q, \delta, q_0\}$ は ADES の一つとなる。

- 1) $\forall a \in \Sigma \text{ and } q \in Q$: $\delta(a, \{q\}) := \{ \overline{\delta}(a, q) \}$
- 2) $\forall x, y \in T[\Sigma] \text{ and } K \in \mathcal{P}_F(Q)$: $\delta(x, \{\}) := \{\}, \ \delta(x, K) := \bigcup_{u \in K} \delta(x, \{u\}),$ $\delta(x+y, K) := \delta(x, K) \cup \delta(y, K)$ $\delta(x \cdot y, K) := \delta(y, \delta(x, K))$
- 3) $\forall x \in T[\Sigma] \Sigma^{*+}, q \in Q$:

 $\delta(x,\{q\}) := \delta(x',\{q\}), \quad \text{2.2.c.},$

x' は $x \leq x'$ を満たす Σ^{*+} の一つの要素であり、 \leq はつぎの等式の集合 Γ から等式論理⁽³⁾ によって定まる $T[\Sigma]$ 上の合同関係である.

等式の集合 $\Gamma = \{ \forall x, y, z \in T[\Sigma] \text{ and } a \in \Sigma : \}$

 $x \| y = x \perp y + y \perp x, \ a \perp x = a \cdot x,$

 $(a \cdot x) \perp y = a \cdot (x \parallel y), (x + y) \cdot z = x \cdot z + y \cdot z,$

(x+y)山z=x山z+y山z(山:補助演算記号)) \Box (証明) 付録参照.

2.3 ADES の例

[例1] Fig.2 の銀行データベースを表現する一つの上位レベルの ADES M を示す。 4章では、M の詳細化について述べる。

M においては、2人のユーザ X_1, X_2 がそれぞれ預金 口座 Ac に\$100 を入金することを表わす二つの基本事象 a_1, a_2 を考える。

M の状態空間は預金口座 Ac の残高を表わす非負整数の集合であると考える。形式的に, $M:=(\Sigma,Q,\delta,q_0)$, $\Sigma=\{a_1,a_2\}$,Q=非負整数の集合 N, $q_0=1000$ である。関数 δ の各基本事象に対する値は, $\forall q\in Q:\delta(a_i,\{q\}):=\{q+100\}(i=1,2)$ のように定義され,各複合事象に対する値は,定理 1 の 1 り、2 り、3 の手順により定義される。たとえば,複合集合 $a_1 \parallel a_2$ の場合, $\forall q\in Q$ に対して,

 $\delta(a_1 || a_2, \{q\})$

- $=\delta(a_1\cdot a_2+a_2\cdot a_1,\{q\})$
- $=\delta(a_1\cdot a_2,\{q\})\cup\delta(a_2\cdot a_1,\{q\})$
- $=\delta(a_2,\,\delta(a_1,\{q\}))\cup\delta(a_1,\,\delta(a_2,\{q\}))$
- $= \delta(a_2, \{q+100\}) \cup \delta(a_1, \{q+100\})$
- $= \{q+100+100\} \cup \{q+100+100\} = \{q+200\}$

である.

3. Proper モデル

一般に、モデルの段階的詳細化を効率的に進めていくためには、あるモデルMを詳細化して得られるモデルM'には、Mを詳細化するために必要以外のものが含まれていないことが望ましい。そのため、モデルM,M'がADESである場合は、M'の事象の集合には必要以外のものがないか、事象の集合に対してM'の状態空間には必要以外のものがないかということについて考える必要がある。

M'の事象の集合には、Mのそれらを詳細化するために必要以外のものがないということは、4章の定義5の詳細化条件b)として形式化されるが、この章では同じ事象の集合と同じ状態の遷移をもつと考えられるADESのうち、状態の集合が最簡であるようなもの、すなわち、Properモデルについて述べる。

まず、非形式的に Proper モデルの例を一つあげる. そのため、 $\mathbf{Fig.3}$ に示すオートマトン M_a , M_b , について考えてみる.

オートマトンはいくつかの状態を受理状態として定めた状態機械であるが、オートマトンも定理1に示された手順に従って拡張すれば、ADESの一つになる。Fig.3の状態遷移図では、初期状態を矢印で、受理状態を二重丸で囲んで表わした。 M_a の状態空間 Q_a から M_b の状態空間 Q_b への写像 f:

 $f(q_i)=q_i(i=1,2,4)$; $f(q_0)=f(q_3)=p_0$ の対応のもとで M_a の状態遷移と M_b の状態遷移とは同じであると考えられる。明らかに、 Q_b が Q_a より単純だと考えられるが、 Q_a が Q_b より単純だと考えられない。したがって、 M_b は Proper モデルであるが、 M_a は Proper モデルではない。

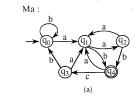
一般に、ADES M を一つ与えたとき、M と同じ事象の集合および同じ状態の遷移をもち、M の状態空間 Q より単純だと考えられる状態空間 Q' をもつ任意の ADES M' に対して Q が Q' よりも単純だと考えられるならば、M は Proper モデルであると考えられる。

二つの状態空間 Q_1 , Q_2 に対して, Q_2 の任意の要素に対応する Q_1 の要素が存在するとき,すなわち, Q_1 から Q_2 への上への関数 $f:Q_1 \rightarrow Q_2$ が存在するとき Q_2 が Q_1 より単純だと考えられる.

つぎに,同じ事象の集合をもつ二つの ADES M_i =(Σ , Q_i , δ_i , q_{0i})(i=1, 2)と,一つの上への関数 $f: Q_1 \rightarrow Q_2$ が 与えられたとき,f のもとで M_1 の状態遷移と M_2 の状態遷移とは,どのようなときに同じであると考えられるかについて形式的に述べる.

まず、f に関するつぎの条件 (C1) について考える。 条件 (C1):

(1) $f(q_{01})=q_{02}$



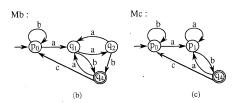


Fig. 3 An example of Proper-model

- (2) $\forall x \in T[\Sigma], q_1, q_2 \in Q_1$ に対して、 $\delta_1(x, \{q_1\}) \equiv \delta_1(x, \{q_2\})$ $\Leftrightarrow \delta_2(x, \{f(q_1\})) \equiv \delta_2(x, \{f(q_2)\})$
- (3) $f^*: \mathcal{D}_F(Q_1) \to \mathcal{D}_F(Q_2): K \mapsto \bigcup_{u \in K} \{f(u)\}$ とすると、 $\forall x \in T[\Sigma], K \in \mathcal{D}_F(Q_1)$ に対して、 $f^*(\delta_1(x,K)) \equiv \delta_2(x,f^*(K))$

条件(C1)の(1)は M_1 の初期状態と M_2 の初期状態とは f によって対応されることを,(2)は M_1 における異なる二つの状態遷移が M_2 において同一されなく,また逆に M_2 における異なる二つの状態遷移も M_1 において同一されないことを表わし,(3)は Fig.4 に示すダイヤグラムが可換であることを表わしている。したがって,f が条件(C1)を満たすならば, M_1 の状態遷移と M_2 の状態遷移とは同じであると考えられる。

以下、同じ事象の集合をもつ二つの ADES M_i =(Σ , Q_i , δ_i , q_{0i}) (i=1,2) に対して、条件(C1)を満たす上への関数 $f:Q_1 \rightarrow Q_2$ を M_1 から M_2 への上への写像という。

(注 3) M_1 から M_2 への上への写像が一つ存在すれば、 $Beh(M_1)=Beh(M_2)$ であることが証明できる. \square そして、ADES M を一つ与えたとき、つぎのような ADES の集り C $(M):=\{M'|M$ から M' への上への写像 が一つ存在する $\}$ について考える。集合 C (M) とは、M と同じ事象の集合および同じ状態の遷移をもち、M の状態空間より単純だと考えられる状態空間をもつ ADES の集合である。

《定理 2》 つぎのように定義される C(M) 上の関係 β は,C(M) 上の前順序(preorder)関係,すなわち, 反射性および推移性を満たす関係である.

 $\forall M_1, M_2 \in \mathcal{C}(M)$ に対して、 $M_2\beta M_1$ iff M_1 から $M_2 \land$ の上への写像が存在する。

(証明) 1)反射性: $\forall M' \in \mathcal{C}(M)$ に対して、M' の状態空間 Q' から Q' への恒等写像 f が M' から M' への上への写像である。よって、 $M'\beta M'$ である。

2)推移性: $M_3\beta M_2$, $M_2\beta M_1$ とする。このとき,上への写像 $f_2: Q_2 \rightarrow Q_3$, $f_1: Q_1 \rightarrow Q_2$ が存在する。 f_1, f_2 の合成写像を $f = f_1 \circ f_2: Q_1 \rightarrow Q_3$ とすると,f が条件 (C 1) を満たすことが容易に確認できる。よって, $M_3\beta M_1$ である。

関係 β によって生成される $\mathcal{C}(M)$ 上の同値関係を記

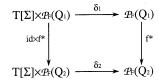


Fig. 4 Illustration of the condition (3) in condition (C1)

П

号~で表わす。すなわち、 $M_1 \sim M_2 \Leftrightarrow M_1 \beta M_2$ 、かつ $M_2 \beta M_1$ である。このとき、C(M) の~による商集合を [C(M)] =C(M)/~とし、 $M_1, M_2 \in C(M)$ の同値類 $[M_1], [M_2]$ に対して、 $[M_2] \leq [M_1] \Leftrightarrow M_2 \beta M_1$ と定義すると、 \leq は [C(M)] 上の半順序関係となる。

[M] は関係 \leq のもとで [C(M)] の中の最大要素である。もし,[M] がさらに [C(M)] の中の最小要素であるならば,C(M) の任意の要素 M' に対して $M\sim M'$ であることがいえる。いい換えれば,M より単純だと考えられる任意の ADES M' は M と同値である。このとき,M は Proper モデルであると考えられる。

そこで、Proper モデルをつぎのように定義する.

【定義4】 ADES M を与えたとき, [M] が [C(M)] の半順序関係 \leq のもとでの最小要素であるとき,かつそのときに限り M が Proper モデルであるという.

たとえば、Fig. 3 o(a)に示した M_a の同値類 $[M_a]$ と (b)に示した M_b の 同値類 $[M_b]$ と の 間 では $[M_b]$ $\leq [M_a]$ が成立するが、 $[M_a] \leq [M_b]$ が成立しないので、 M_a は Proper モデルではない。また、任意の ADES M' に対して、 M_b から M' への上への任意の写像がさらに 1 対 1 の写像であることが確認できる。よって、 M_b は Proper モデルである。

(注4) Fig. 3 において、 M_a と同じ言語を受理する最小状態数オートマトンは M_c である。

任意の ADES M から作られる $[\mathcal{C}(M)]$ の中には,関係 \leq のもとで最小要素 $[M_{min}]$ が必ず存在するということが証明できれば,M が Proper モデルではないとき,M のかわりに Proper モデル M_{min} を考えればよい。

つぎに、そのことの証明の考え方を示す:まず M の 状態空間 Q と、C (M) の任意の要素 M_i の状態空間 Q_i と、Q から Q_i への上への関数 f_i からなる (f_i : $Q \rightarrow Q_i$) の全体をカテゴリー Set¹⁴⁾(集合を対象、集合間の関数を 射とするカテゴリー)の中のダイヤグラムとしてとらえる。そして、そのダイヤグラムの colimit を求め、それを (f_i : $Q_i \rightarrow Q_{\text{collmit}}$) とする ($\mathbf{Fig.5}$ 参照)。このとき、 $f = f_i'$ $\circ f_i$ とすると、つぎに定義される ADES $M' = (\Sigma, Q_{\text{collmit}}, \delta', q_i')$ の同値類 [M'] が [C (M)] の中の最小要素となる

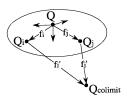


Fig. 5 The colimit construction of the state spaces of the $\mathcal{C}(M)$'s elements

ことが証明できる $(M=(\Sigma,Q,\delta,q_0)$ とする): $\forall x \in T[\Sigma], \ q \in Q_{\text{colimit}}, \ K \in \mathcal{P}_F(Q_{\text{colimit}})$: $\delta'(x,\{q\}) := f^*(\delta(x,f^{-1}(q))),$ $\delta'(x,K) := \cup_{u \in K} \delta'(x,\{u\}), \ q_0' := f(q_0)$ ここで, $f^{-1}(q) = [q' \in Q|f(q') = q\}$ である.以上のことをつぎの一つの定理としてまとめる.

《定理3》 ADES M から作られる集合 [C(M)] には, 半順序関係 \leq のもとで最小の要素が存在する.

4. ADES の段階的詳細化

まず,詳細化とはどのようなことを指すかということ を,例を用いて考える.

4.1 詳細化である例とそうでない例

Fig. 2 に示した銀行データベースの詳細化を考える。はじめに,例1 で示したそのデータベースの上位レベルのモデル M の詳細化の候補となりうる二つの下位レベルのモデルを示す。そして,二つの候補のうち,一つはM の正しい詳細化であることと,もう一つはそうでないことを示す。

簡単のため、下位モデルにおいては基本事象に対する 状態遷移関数の値だけを与え、複合事象に対する状態遷 移関数の値は定理1の1),2),3)の手順に従って定義さ れるものとする.

4.1.1 下位レベルのモデル M'

M を詳細化するために,まず基本事象 a_i を M' における三つの基本事象 r_i , p_i , s_i (i = 1, 2) の逐次結合で詳細化することを考える.ここで,基本事象 r_i は現在の残高をレジスタ i に読み込むことを, p_i はレジスタ i の値に \$100 を加えることを, s_i はレジスタ i の現在値で預金口座 Ac の残高を更新することを表わす. M' の状態空間は Ac の残高を表わす非負整数の集合 N と,二つのレジスタの値をそれぞれ表わす二つの非負整数の集合 reg_1 、 reg_2 との直積であると考えられる.形式的に,M' :=(Σ' , Q', δ' , q_0'), Σ' ={ r_1 , p_1 , s_1 , r_2 , p_2 , s_2 }, Q'=N× reg_1 × reg_2 , q_0' =(1000, 0, 0) である. δ' はつぎのように定義される:

 $\forall (q1, q2, q3) \in Q'$:

$$\begin{split} \delta'(r_1,\{(q1,q2,q3)\}) := &\{(q1,q1,q3)\},\\ \delta'(r_2,\{(q1,q2,q3)\}) := &\{(q1,q2,q1)\},\\ \delta'(s_1,\{(q1,q2,q3)\}) := &\{(q2,q2,q3)\},\\ \delta'(s_2,\{(q1,q2,q3)\}) := &\{(q3,q2,q3)\},\\ \delta'(p_1,\{(q1,q2,q3)\}) := &\{(q1,q2+100,q3)\},\\ \delta'(p_2,\{(q1,q2,q3)\}) := &\{(q1,q2,q3+100)\},\\ \end{split}$$

M' が M の詳細化であるかどうかを調べるためには, M の基本事象に M' の複合事象を対応させる写像 ϕ : $\Sigma \rightarrow T[\Sigma']$ と, M の状態に M' の(複数の)状態を対応

П

させる写像 $\psi: Q' \rightarrow Q$ をつぎのように決める:

 $\phi(a_i) := r_i \cdot p_i \cdot s_i \quad (i=1,2)$

 $\psi((q1, q2, q3)) := q1$

そして、M の複合事象、たとえば $a_1 \| a_2$ に M' の複合事象 $e := (r_1 \cdot p_1 \cdot s_1 \| r_2 \cdot p_2 \cdot s_2')$ が対応させられる。

M において $a_1\|a_2$ の初期状態に適用した結果,すなわち $\delta(a_1\|a_2,\{q_0\})$ は $\{q_0+200\}$ である.これは,口座 Ac に\$200 を入金したことを表わしている.

ところが、M' において e の初期状態に適用した結果の一つは、 q_0+100 になっている。それは、 $\delta'(e,\{q_0'\})$ を定理1 の 3) の手順に従って計算すると、

 $\delta'\{r_1 \cdot p_1 \cdot r_2 \cdot p_2 \cdot s_1 \cdot s_2, \{q_0\}\} \subset \delta'\{e, \{q_0\}\}$ Cbb,

 $\psi(\delta'(r_1 \cdot p_1 \cdot r_2 \cdot p_2 \cdot s_1 \cdot s_2, \{q_0\})) = \{q_0 + 100\}$ $\text{\it cb3} \text{\it cbors3}.$

総額\$200 の入金が加算されるべきはずのものが,複合事象 $n \cdot p_1 \cdot r_2 \cdot p_2 \cdot s_1 \cdot s_2$ の発生では,預金残高は\$100 しか増加していない。これは,預金口座が正しく共有されていないことを表わしている。 すなわち,預金額更新処理が終わるまで他の読み込み処理を待たせるという排他制御が必要であるが,M' においてはその相互排他の制御が行われていない。

よって、M'が M の詳細化であるとは考えられない。

4.1.2 下位レベルのモデル M''

排他制御を行うためには、セマフォ¹⁵⁾(semaphore)を 導入して M' の状態空間を拡張する。 M'' の状態空間 Q'' = $Q' \times Q_{\text{sema}}$ とし、 Q_{sema} = $\{0,1\}$ とする。集合 Q_{sema} はセマフォの状態集合を表わす.状態遷移関数 δ'' は、 r_i がセマフォの値=0 のとき発生しないことと、セマフォに対して r_i が1を減らし、 s_i が1を増やすこと以外は、 δ' と同じであるとする。そこで、 $\{4,1,1\}$ と同じ対応 $\{\phi,\phi\}$ のもとで、 $\{M,\phi\}$ のすべての事象とそれに対応させられる $\{M''\}$ の事象とは、いかなる状態に適用する結果も同じであることが確かめられる。

よって,M''がMの詳細化であると考えられる。

4.2 詳細化の定義とその推移性

ここで、4.1での考え方を形式化する。すなわち、詳細化になりうるものが詳細化になり、そうでないものが詳細化にならないように詳細化関係を定める。

4.1 の例からわかるように、二つのモデル M, M' に対して、M' が M の詳細化となるためには、M' が

- 1) M'には M を詳細化するために必要以外のものが含まれていないこと
- 2) *M* における状態遷移が *M'* における状態遷移で シミュレートされること
 - 3) M'の基本事象の数が M のそれより減らないこ

上

を満たすべきであろう.

以下,上記1),2),3)の条件を詳細化条件として形式 化する

【定義5】 ADES $M = (\Sigma, Q, \delta, q_o), M' = (\Sigma', Q', \delta', q_o)$ に対して 1 対 1 の写像 $\phi: \Sigma \to T[\Sigma']$ と,上への部分関数 $\phi: Q' \to Q$ との組 (ϕ, ϕ) を M から M' への対応写像といい, (ϕ, ϕ) がさらにつぎの詳細化条件を満たすとき, (ϕ, ϕ) を M から M' への詳細化写像という.

詳細化条件

- a) $\psi(q_0)=q_0$
- b) $\Sigma' = \bigcup_{a \in \Sigma} \mathbb{E} \phi(a)$ ここで, $\mathbb{E} \phi(a)$ は $\phi(a)$ に含まれる Σ' の要素の全体からなる集合を表わす.

2) $\forall x, y \in T[\Sigma], \bigcirc \in \{\cdot, +, \parallel\}$:

- d) ϕ をつぎの1), 2)のように拡張して ϕ *: $T[\Sigma] \rightarrow T[\Sigma']$ とする:
 - 1) $\forall a \in \Sigma : \phi^*(a) := \phi(a)$
 - $\phi^*(x\bigcirc y):=\phi^*(x)\bigcirc\phi^*(y)$ ψ をつぎのように拡張して ψ^* とする: $\psi^*: \mathcal{L}_F(Q') \to \mathcal{L}_F(Q): K \mapsto \bigcup_{u \in K} \{\psi(u)\}$ このとき、 $\forall x \in T[\Sigma], \ q \in Q$ に対して、

 $\phi^{-1}(q) = \{q' \in Q' | q = \phi(q')\}$ とすると,

 $\forall q' \in \psi^{-1}(q) : \psi^*(\delta'(\phi^*(x), \{q'\})) \equiv \delta(x, \{q\})$

(注 5) 複合事象 x と(基本または複合)事象の逐次 系列の集合 I を,

 $\forall K \in \mathcal{D}_F(Q): \delta(x,K) \equiv \bigcup_{i \in I} \delta(i,K)$ が成立するとき同一視することができるので,定義5 に おける ϕ の定義は,基本事象を事象の逐次系列の集合で 詳細化する場合にも適用できる。また,詳細化条件 a) は 初期状態が ϕ によって保存されることを,b) は M' の事象の集合には M の事象を詳細化するために必要以外のものが含まれていないことを表わす。条件 c) は M の基本事象を Σ の要素だけでは詳細化することができないことを表わし,M' の基本事象の数が M のそれより減らないことを保証している。条件 d) は M における状態の遷移が M' における状態の遷移でシミュレートされることを表わす.

つぎに、モデルの間の詳細化関係を定義する.

【定義6】 つぎのように定義される ADES 全体の集合上の関係~は詳細化関係であるといい, $M\sim M'$ であるとき,M' が M の詳細化であるという:任意の二つのADES M と M' に対して M と M' がともに Proper モデルであり,かつ M から M' への詳細化写像が存在する

とき、かつそのときに限り $M \sim M'$ である. (注 6) 詳細化条件 b)と M' が Proper モデルである ことにより、 $M \sim M'$ であるとき、M' には M を詳細化するために必要以外のものが含まれていないことがいえる.

つぎの定理4は,詳細化関係~が推移性を満たすことを保証している.

以下、Proper モデル全体の集合を Π とする。

《定理 4》 $\forall M_i = (\Sigma_i, Q_i, \delta_i, q_{0i}) \in \Pi \ (i=1, 2, 3)$ に対して、 $M_1 \sim M_2 \wedge M_2 \sim M_3 \Rightarrow M_1 \sim M_3$ [(証明) 付録参照.

定理 4 により、最初に与えられた ADES M_1 に対して、 段階的に $M_1 \sim M_2$ 、 $M_2 \sim \cdots \sim M_n$ が得られれば、 $M_1 \sim M_n$ が得られる。

5. あとがき

本論文では、離散事象システムの段階的詳細化による 開発・設計を実現するために、離散事象システムの新し い代数的モデルを提案するとともに、モデル間の詳細化 関係を定めた。

ソフトウェア工学の分野における分散システムの段階的詳細化に関する研究 5)では、詳細化がシステム仕様の間の関係として定義されることが多い。それらの研究では、二つの仕様 SP, SP' に対して SP' が SP の詳細化であることは、直観的にいえば、SP' を満たす任意のシステムが必ず SP をも満たすということである。すなわち、SP' には SP を詳細化するために必要以外のものが含まれる可能性もある。

本論文では、詳細化をモデルの仕様の間の関係ではなく、モデルそのものの間の関係として定義した。そのため、詳細化関係はモデルを記述する言語や特別な論理システムなどに依存しない。さらに、本論文では詳細化関係を、M' が M の詳細化であるとき、M' には M を詳細化するために必要なもの以外は含まれていないことと定義した。それはモデルの詳細化の検証や段階的詳細化の効率化などに有効であると思われる。

なお、本論文で提案した ADES は一つの多ソート代数¹³⁾ としてとらえられるので、ADES の形式的仕様を代数的に記述することができ、また、詳細化の検証をその仕様に基づいて機械的に行うことができる。それについては、別報として近く報告する予定である。

参考文献

- P. J. Ramadge and W. M. Wonham: Supervisory Control of a Class of Discrete Event Processes, SIAM J. Contr. Opt., 25-1, 206/230 (1987)
- 2) J. L. Peterson: Petri Net Theory and The Modeling of

- systems, Prentice-Hall (1981)
- K. Inan and P. Varaiya: Finitely Recursive Process Models for Discrete Event Systems, IEEE Trans. Automatic Control, AC-33-7, 626/639 (1988)
- D. Sannella and A. Tarlecki: Toward Formal Development of Programs from Algebraic Specifications: Implementations Revisited, Acta Informatica, 25, 233/281 (1988)
- G. Goos and J. Hartmanis: Stepwise Refinement of Distributed Systems, LNCS 430 (1990)
- R. Milner: A Calculus for Communicating Systems, LNCS 92 (1986)
- S. D. Brookes, C. A. R. Hoare and A. W. Roscoe: A Theory of Communicating Sequential Processes, JACM, 31-3, 560/599 (1984)
- J. A. Bergstra and J. W. Klop: Process Algebra for Synchronous Communication, Information and Control, 60, 109/137 (1984)
- M. Nielsen, G. Plotkin and G. Winskel: Petri Nets, Event Structures and Domains, Theoret. Comput. Sci., 13, 85/108 (1981)
- Suzuki and Murata: A Method for Stepwise Refinement and Abstraction of Petri Nets, J. Comp. & Syst. Sci., 27-1, 51/76 (1983)
- 11) 中村,ほか:ペトリネットによる階層表現におけるライプ性の保存性について,電子情報通信学会論文誌,J71-A-4,989/998 (1988)
- 12) A. Ludmila: On models and Algebras for Concurrent Processes, LNCS 324, 27/43 (1988)
- H. Ehrig and B. Mahr: Fundamentals of Algebraic Specification 1, Springer-Verlag (1985)
- 14) A. Michael and G. Ernest: Arrows, Structures, and Functors, Academic Press (1975)
- 15) E. W. Dijkstra: Co-Operating Sequential Processes, Programming Languages: NATO Advanced Study Institute, Academic Press (1968)

《付録:定理1と定理4の証明》

(定理1の証明) まず、手順3)の正当性、すなわち、 $\forall x \in T[\Sigma] - \Sigma^{*+}$ に対して、唯一の $x' \in \Sigma^{*+}$ が存在して、x = x' であることを証明する。そのため、等式の集合 Γ を左辺から右辺への書き換え規則の集合 R_r としてとらえて、 R_r が有限停止性および Church-Rosser 性を満たすことを証明し、任意の項 $x \in T'[\Sigma] - \Sigma^{*+}$ が R_r の一つの規則によって書き換えられることを証明すればよい。ここで、 $T'[\Sigma]$ は補助演算記号 \bot を含めた項の集合を表わす。

a) R_r が停止性を満たすことの証明:

まず,写像 $f:T'[\Sigma] \rightarrow \mathcal{D}_F(T'[\Sigma])$ を定義する.

 $\forall x, y \in T'[\Sigma], a \in \Sigma$:

 $f(a \cdot x) := \{x\} ; f(x+y) := \{x, y\} ;$

 $f(x\bigcirc y) := \{x\bigcirc y\} \ (\exists \exists \neg \neg, \bigcirc \in \{\parallel, \perp \})$

 $\forall x, y \in T'[\Sigma], x \notin \Sigma : f(x \cdot y) := \{x \cdot y\}$

そして、写像' $g: \mathcal{D}_F(T'[\Sigma]) \rightarrow$ 自然数の集合'を定義する: $\forall a \in \Sigma: g(\{a\}) := 2$;

 $\forall x, y, z \in T'[\Sigma]$:

 $g(\{x \cdot y\}) := g(\{x\}) + g(\{y\})$;

 $g({x+y}) := \max(g({x}), g({y})) + 1;$

 $g(\{x \perp y\}) := g(\{x\}) + g(\{y\}) + 1$;

 $g(\{x\|y\}) := g(\{x\}) + g(\{y\}) + 2$;

 $\forall K \in \mathcal{D}_F(T'[\Sigma]) : g(K) := \max(\bigcup_{u \in K} g(\{u\}))$

そして、f と g を合成して写像'F: T' $[\Sigma]$ → 自然数の集合'を作ると、F によって導入される項の集合 T' $[\Sigma]$ 上の半順序関係 $>_F(x)>_F(x)>_F(y)$ のもとで、無限減少列 $x_1>_Fx_2>_Fx_3$ …が存在しないことと、 R_F の各書き換え規則の左辺よりも右辺が小さいことが成立するので、 R_F が停止性を満たす。

b) *R_r* が Church-Rosser 性を満たすことの証明:

集合 R_r の任意の規則の左辺が、もう一つの任意の規則の左辺の変数でない部分項とユニフィケーション不可能であるので、 R_r が Church-Rosser 性を満たす。

c) 任意の項 $x \in T'[\Sigma] - \Sigma^{*+}$ が R_r の一つの規則によって書き換えられることが明らかである.

以上 a), b), c)より, 手順 3)の正当性が証明された. 関数 δ が定義 2 の条件を満たすことの証明は容易にできるので, ここでは省略する.

以上より, 定理1が成立する.

(定理 4 の証明) 前提より、二つの詳細化写像 π_i = (ϕ_i, ϕ_i) : $M_i \rightarrow M_{i+1}$ (i=1, 2) が存在する。この二つの写像をつぎのように合成して、 M_1 から M_3 への一つの対応写像 π を作る:

 $\pi = (\phi_1 \circ \phi_2, \psi_2 \circ \psi_1) : M_1 \rightarrow M_3$ ここで、。は関数の合成を表わす。

つぎに、 π が M_1 から M_3 への詳細化写像であること、 すなわち、詳細化条件 a) \sim d)を満たすことを証明する。

- a) $\psi_2 \circ \psi_1(q_{03}) = \psi_1(\psi_2(q_{03})) = \psi_1(q_{02}) = q_{01}$
- b) $\sharp f, \Sigma_3 \supseteq \bigcup_{a \in \Sigma_1} \llbracket \phi_1 \circ \phi_2(a) \rrbracket \ \text{\it c.}$

つぎに、その逆も成り立つことを証明すればよい。

π₂ が詳細化写像であるから,

 $\forall b \in \Sigma_3 : (\exists b' \in \Sigma_2 : b \in \mathbb{L} \phi_2(b') \mathbb{I}) \cdots (1)$

 π 1 が詳細化写像であるから,①式の b' に対して,

 $\exists b'' \in \Sigma_1 : b' \in \mathbb{L} \phi_1(b'') \mathbb{I}$ ······②

①, ②式より

 $\forall b \in \Sigma_3 : (\exists b'' \in \Sigma_1 : b \in \mathbb{L}\phi_2(\phi_1(b'')) \exists)$

すなわち, $Σ_3 \subseteq \bigcup_{a \in Σ_1} \mathbb{L} \phi_1 \circ \phi_2(a)$ 』である.

c) $\Sigma_{02} = \bigcup_{a \in \Sigma_1} \{\phi_1(a)\} \cap \Sigma_2, \ \Sigma_{03} = \bigcup_{a \in \Sigma_2} \{\phi_2(a)\} \cap \Sigma_3$ とすると、 π_1, π_2 が詳細化写像であることより、

 $\forall a \in \Sigma_1 : \phi_1(a) \notin \Sigma_2 \Rightarrow \phi_1(a) \notin T[\Sigma_{02}] \cdots 3$

 $\forall a \in \Sigma_2 : \phi_2(a) \notin \Sigma_3 \Rightarrow \phi_2(a) \notin T[\Sigma_{03}] \cdots \oplus$

 $\Sigma_0 \subseteq \Sigma_{03}$ (5)

さらに、 ϕ_1 , ϕ_2 の単射性より、

 $\forall b \in \Sigma_2 - \Sigma_{02} : \phi_2(b) \notin \Sigma_0 \cdots$

このとき、 $\forall a \in \Sigma_1 : \phi_1 \circ \phi_2(a) \notin \Sigma_0$ ならば、

- 1) $\phi_1(a) \oplus \Sigma_2$ であるか,
- 2) $\phi_1(a) \in \Sigma_2$, $\phi_2(\phi_1(a)) \notin \Sigma_0$ であるか

のどちらかが成り立つ.

1)の場合:③式より $\phi_1(a)$ には少なくとも Σ_{02} 以外の Σ_2 の一つの要素bが含まれ,⑥式より $\phi_2(b)$ 年 Σ_0 である。 $\phi_2(b)$ 年 Σ_3 なら,④式より $\phi_2(b)$ 年 $T[\Sigma_{03}]$ ($\supseteq T[\Sigma_0]$)である。

よって、 $\phi_2(\phi_1(a))$ $\oplus T[\Sigma_0]$ である。

2) の場合: $\phi_2(\phi_1(a))$ $\in \Sigma_0$

 $(\Sigma_0$ の定義より) $\phi_2(\phi_1(a))$ $\in \Sigma_{03}$ ⇒

(④式より) $\phi_2(\phi_1(a))$ $\in T[\Sigma_{03}]$ \Rightarrow

(⑤式より) $\phi_2(\phi_1(a)) \oplus T[\Sigma_0]$ である.

d) $\forall x \in T[\Sigma_1], q \in Q_1$ に対して,

 $\forall q' \in \psi^{-1}(q) : (\psi := \psi_2 \circ \psi_1, \ \phi := \phi_1 \circ \phi_2)$

 $\phi^*(\delta_3(\phi^*(x), \{q'\})) \equiv$

 $\phi_1^*(\phi_2^*(\delta_3(\phi_2^*(\phi_1^*(x)), \{q'\}))) \equiv$

 $\phi_1^*(\delta_2(\phi_1^*(x), \{\phi_2(q')\})) \equiv$

 $\delta_1(x, \{\psi_1(\psi_2(q'))\}) \equiv$

 $\delta_1(x,\{q\})$

以上より、 π が M_1 から M_3 への詳細化写像である。よって、定理 4 が成立する。

[著 者 紹 介]

胡 小 華 (学生会員)

1987年,中国長沙工学院大学院修士課程 修了. 1988年から 1992年まで豊橋技術科 学大学大学院博士後期課程に在学. 現在は 長沙工学院助手. 離散事象システムの解 析・設計の研究に従事.



兼 重 明 宏(正会員)

1990年,豊橋技術科学大学大学院修士課程修了。同年大島商船高等専門学校助手。現在に至る。離散事象システムの解析・設計の研究に従事。



小野木 克 明(正会員)

(Vol. 28, No. 3 参照)

西村 義行(正会員)

(Vol. 28, No. 3 参照)