計測自動制御学会論文集
Vol. 21, No. 4
(昭和 60 年 4 月)

事象駆動型システムの制御†

——無競合ペトリネットの可達性と制御——

市 川 惇 信*・横 山 晃 二*・黒 木 秀 一*

Control of Event-driven Systems

——Reachability and Control of Conflict-free Petri Nets——

Atsunobu ICHIKAWA*, Kouji YOKOYAMA* and Syuuichi KUROGI*

Petri net with external inputs and outputs is proposed in this paper to represent the control of event-driven systems. Several fundamental problems arise for the design and analysis of the control system, when a Petri net is subject to the external inputs and outputs. Among these, the free-firing, the observability and the controllability are of crucial importance.

Major results of the analysis of free-firing are:

-a Petri net is fireee-firing for any initial state, any external input place set and any control input seqence if and only if it is conflict-free.

-any Petri net can be made free-firing for any initial state by choosing properly the external input place set and the input control sequence.

Analysis of the controllability of the conflict-free Petri net in this study gives the necessary and sufficient condition for the reachability of the net. The condition leads to the method to determine the external input place set and the control input which bring the net from the initial state to the target state.

Key Words: event-driven systems, Petri net, reachability, conflict-free Petri net, controllability

1. はじめに

事象駆動型システムとは，ある事象の生起がシステムの状態を変え，その状態によってつぎの事象が駆動されるという形で事象の生起が関連付けられているシステムをいう．この型のシステムは，シーケンス制御，分散システム，生産システム，オフィスシステム，計算機ハードウェア・ソフトウェア，通信，知識表現などに普遍的に存在する．事象駆動型システムのモデルとして，ペトリネットおよびそれを等価なモデルが提案され，その性質が明らかにされつつある[1]．

これまでのペトリネットは，(1)システムの状態は常に完全に観測でき，したがって，発火可能なトランジションの集合は常に明らかである．(2)発火可能なトランジションのうち任意のものを選択して発火させることができる，という暗黙の前提のもとにあった．しかしながら，ペトリネットにより表現される事象駆動型システムを制御の対象とするときには，外部からの入力および外部への出力は特定のプレース（またはトランジション）について行われると考える方が自然である．ペトリネットにこのような外部入出力を付けるとき，解析しなければならない幾つかの問題が浮かんでくる．

本論文では，ペトリネットが外部入出力をもつときにどのような問題を解析しなければならないか提示した上で，ペトリネットの特殊なクラスの一つである無競合ペトリネットについて，これらの問題の幾つかを解析して得られた結果を示す．

2. 入出力付きペトリネット

2.1 準 備

事象駆動型システムはマーク付きペトリネット

$$(C, m^0),\quad C=(P, T, I, O) \qquad (1)$$

で表現されているものとする．ここで，Cはペトリネット，$P=\{p_1, p_2, \cdots, p_{|P|}\}$ はプレースの集合，$T=\{t_1, t_2, \cdots, t_{|T|}\}$ はトランジションの集合，$I: T\rightarrow 2^{|P|}$

† 計測自動制御学会第12回制御理論シンポジウムで発表（昭 58・5）

* 東京工業大学大学院総合理工学研究科　横浜市緑区長津田町 4259

* Graduate School at Nagatsuta, Tokyo institute of Technology, Yokohama

(Received July 16, 1984)
(Revised November, 26, 1984)

は入力関数，$O: T\to 2^{|P|}$ は出力関数，$m: P\to N$ はトークンの配置を示すマーキングで，m^0 はその初期値，Nは非負整数の集合である．入力関数および出力関数の定義から明らかなように，本論文では単１アークペトリネットを取り扱う．このように限定しても，ペトリネットの表現能力は変らない[1]．なお，本論文ではマーク付きペトリネットを単にペトリネットということがある．

ペトリネットにより表現される事象駆動型システムを制御の対象とするときには，ペトリネットに外部時間を導入しなければならない．ペトリネットへの時間の導入は，これまで，トランジションにその発火に要する時間を付与することにより行われてきた[2]．しかし，この方法では，マーキングが状態としての性質を失い，制御理論を構築する上で適当でない．

マーキングに状態としての性質をもたせるままペトリネットに時間を導入する方法は，τ 時間を要するトランジション t に，τ 個のトランジションとプレースの対の直列結合を対応させることである．これは，システムに離散時間を導入したことを意味する．この論文におけるペトリネットには，このような形で離散時間が導入されており，したがって，トランジションは同期的に発火し，システムは離散時刻 $k=0,1,\cdots$ において状態が推移することとする．

このとき，ペトリネットは状態推移方程式

$$m(k+1)=m(k)+(B^+-B^-)u(k),\quad m(0)=m^0 \tag{2}$$

制約式

$$m(k)\geq B^-u(k) \tag{3}$$

をもつ系 (B^+, B^-, m) となる[1),3)]．ここで，B^+ はトランジションからプレースへの，B^- はプレースからトランジションへの接続行列であり，$u(k)=(u_1(k), u_2(k), \cdots, u_{|T|}(k))^T$ は t_j が時刻 k において発火すると１発火しないときは０の価をとる $u_j(k)$ を成分とする発火ベクトルである．必要に応じて，$B=B^+-B^-$ と書く．

〈発火回数ベクトル〉 トランジション $t_j\in T$ の発火回数を j 成分とする非負整数ベクトル $z=(z_1, z_2, \cdots, z_j, \cdots, z_{|T|})$ を発火回数ベクトルという．発火回数ベクトル z が(２)(３)式を逐次満たす発火ベクトルの系列の和，

$$z=\sum_k u(k) \tag{4}$$

となるとき，発火回数ベクトル z は発火系列をもつ，または，発火可能である，という．

また，あるトランジション t_j が発火回数ベクトル z の正成分に対応するとき，そのトランジション t_j は発火回数ベクトル z に含まれる，という．

2.2 入出力付きペトリネット

〈外部入力プレース集合〉 トランジションの集合の部分集合 $U\subset T$ に属するトランジション $t_j\in U$ にあらたに入力プレース $q(t_j)$ を付加し，この集合

$$Q=\{q(t_j)\mid t\in U\} \tag{5}$$

を外部入力プレース集合とする．特に，対応するトランジションの集合を明示したいときには，$Q(U)$ と書く．当然のことながら，$P\cap Q=\phi$ である．

〈制御入力〉 外部入力プレース集合におけるマーキング，$v: Q\to N$，を制御入力とする．$v(k)$，$k=0,1,\cdots$ を制御入力系列という．なお，外部入力プレース集合へのトークンの投入を制御入力ということもある．

〈外部出力プレース集合〉 あるプレースの部分集合 $R\subset P$ を外部出力プレース集合とする．

〈ペトリネットの出力〉 外部出力プレース集合の上のマーキングをペトリネットの外部への出力とする．したがって，ペトリネットの出力とはプレースの集合 P 上のマーキングを R へ射影したものである．

以上により，入出力付きペトリネットはつぎの４項組

$$(C, Q, R, m^0) \tag{6}$$

であらわされる．

ここで定義した入出力付きペトリネットは，より一般的な外部入力および外部出力の形式を含む．たとえば外部入力がペトリネットのプレースの部分集合に入る場合[4]には，そのプレースにあらたに入力トランジションを付加し，そのトランジションに外部入力プレースを付ければよい．同様に，トランジションの発火を外部出力とするときにも，外部出力となるトランジスションにあらたに出力プレースを付加し，これを外部出力プレースと考えればよい．

入出力付きペトリネットにおいては，発火するトランジションを選択する機構が制御入力以外に存在しないので，外部入力プレース集合にトークンが投入された後では，発火可能なトランジションには自由な発火を許すこととなる．

〈並列発火〉 トランジションの部分集合 $S\subset T$ に属するトランジション $t\in S$ がすべて同時に発火することを，S が並列発火するという．

〈自由発火〉 ペトリネットは，マーキング m において，発火可能なトランジションの集合 S が並列発火可能であるとき，マーキング m において自由発火可能であるという．可達なすべてのマーキングにおいて自由発火可能なときペトリネットが自由発火可能であるという．自由発火可能なペトリネットにおいて，発火可能なトランジションの集合が逐次発火していくこと

を，自由発火する，という．以後の議論においては，ペトリネットは常に自由発火しているものとする．これを自由発火ペトリネットという．

入出力付きペトリネットにおいては，初期状態，外部入力プレース集合の取り方，および制御入力系列の取り方，に依存して幾つかの自由発火可能のレベルが考えられる．

〈入出力付きペトリネットの自由発火可能性〉 入出力付きペトリネットはつぎのように自由発火可能であるとき，それぞれレベル $(0,1,2,3)$ で自由発火可能であるという．

レベル 0：任意の初期状態，任意の外部入力プレース集合，任意の制御入力系列について自由発火可能である．

レベル 1：任意の初期状態について，ある入力プレース集合が存在して，任意の制御入力系列に対して自由発火可能である．

レベル 2：任意の初期状態について，自由発火可能であるような，ある外部入力プレース集合およびある制御入力系列が存在する．

レベル 3：自由発火可能となるような，ある初期状態，ある外部入力プレース集合，ある制御入力系列が存在する．

これらのレベルは，制御対象であるペトリネットを自由発火可能である可達集合のクラスに基づいて分類していることとなる．

〈許容外部入力プレース集合〉 レベル1，2，3の入出力付き自由発火ペトリネットにおいて，ペトリネットを自由発火可能とする外部入力プレース集合を許容外部入力プレース集合という．

〈許容制御入力系列〉 レベル2および3の入出力付きペトリネットにおいて，ペトリネットを自由発火可能とする制御入力系列を許容制御入力系列という．

2.3 事象駆動型システムの制御に関連する問題

事象駆動型システムを入出力付きペトリネットで表現したとき，その制御に関連して解析すべき幾つかの問題が明らかになる．

［自由発火問題］

制御対象であるペトリネットがどのようなレベルで自由発火可能であるかを判定し，そのレベルに応じて，許容外部入力プレース集合および許容制御入力系列の集合を求める問題である．

この問題について，つぎの結果が得られる．

［補題 1］ レベル0とレベル1は同値である．

（証明） レベル0ならばレベル1であることは明らかである．よって，レベル1ならばレベル0であることを示す．対偶を示す．ある外部入力プレース集合Qが存在して，任意の制御入力系列について自由発火可能とならないものとする．このとき，ある可達な状態mにおいて，並列発火可能でない発火可能なトランジションの集合 $S\subset T$ が存在する．S の入力プレースの集合を $P(S)$ とする．$P(S)=(P(S)\cap P)\cup(P(S)\cap Q)$ である．$P(S)\cap P$ および $P(S)\cap Q$ の上のトークンの配置を $m(P(S)\cap P)$, $v(P(S)\cap Q)$ と書く．任意の外部入力プレース集合を Q' とする．このときの S の入力プレースの集合を $P'(S)$ とする．$P'(S)=(P'(S)\cap P)\cap(P'(S)\cap Q')$ である．いま初期状態 m^0 を，$m^0(P'(S)\cap P)=m(P(S)\cap P)$ となるように選び，そのときの制御入力を $v(P'(S)\cap Q')=(1,1,\cdots,1)^T$ と選べば，Sは発火可能なトランジションの集合でありかつ並列発火可能ではない．すなわち，任意の初期状態，任意の制御入力系列に対して自由発火可能とする外部入力プレース集合は存在しない．よって，レベル1で自由発火可能ではない．（証明終）

〈無競合ペトリネット〉 任意のプレースがたかだか一つの出力トランジションをもつペトリネットを無競合ペトリネットという(注1)

［補題 2］ ペトリネットがレベル1で自由発火可能であるための必要十分条件は，それが無競合ペトリネットであることである．

（証明） 自明である．（証明終）

［補題 3］ 任意のペトリネットはレベル2で自由発火可能である．

（証明） 任意の初期状態 m^0 から出発するすべての可達な状態の集合 $R(C,m^0)$ を求める．可達問題は可解であり，このことは常に可能である[5]．任意の可達な状態において互いに競合するトランジションを，すべての可達な状態について，集めた集合を $S\subset T$ とする．Sに属するすべてのトランジションに外部入力プレースを付加し，その集合を外部入力プレース集合 $Q(S)$ とする．任意の初期状態から出発して自由発火により可達な状態 $R(C,Q,m^0)$ は $R(C,m^0)$ の部分集合であるから，自由発火の過程において互いに競合するトランジションは必ず外部入力プレースをもつ．したがって，競合を避けるような制御入力を選ぶことができる．（証明終）

自由発火に関連して残された問題は，外部入力プレ

（注1） これまでの無競合ペトリネットの定義[6]では，プレースがその出力トランジションの自己ループのに属しているときには複数の出力トランジションをもつことを許している．本論文においては自由発火を保証するため，無競合ペトリネットの定義をこれより厳しくしてある．

ース集合の選択について何等かの制約があるとき，その制約のもとで，自由発火となるような初期状態，外部入力プレース集合，制御入力系列，のクラスを求めることである．この問題を取り扱うためには，自由発火のもとにおける可達集合の構造，ならびに，状態推移の系列の性質を調べることが重要となろう．

［可制御問題］

ペトリネットにおいては，任意の初期状態から任意の状態に推移できるという意味での完全可制御性は，殆ど意味をもたない．その性質をもつクラスがきわめて小さいからである．線形システム論における完全可制御性の必要十分条件を(3)式に適用して得られる，$\mathrm{ran}\,kB=|P|$，も殆ど意味をもたない．制約式(3)を満たす発火系列の存在を保証しないからである．

このことから，ペトリネットにおける可制御性は，初期状態から目標状態に到達できるかどうか，すなわち，可達性，が本質的となる．

［可達問題］　ペトリネット(C, m^0)が与えられたとき，初期状態m^0から目標状態m^fに到達させるような許容外部入力プレース集合および制御入力系列を求めよ．

(2)式から明らかなように，ペトリネット(C, m^0)を初期状態m^0から目標状態m^fに到達させる発火系列$u(0), u(1), \cdots, u(M)$は，発火回数ベクトル$z=\sum_k u(k)$について，

$$\Delta m=m^f-m^0=Bz \tag{7}$$

を満たす．

したがって，可達問題の要点は(7)式の解zが発火系列をもつための必要十分条件を見出すことにある．この条件はマークフローグラフ[3]および特殊な発火系列については求められている[7]が，より一般的なペトリネットについてこの条件を見出すことが重要な課題である．

(7)式の解は(7)式を満たす極小解$s_a, a=1, 2, \cdots$と，斉次方程式$Bh=0$を満たす一般解$h_b, b=1, 2, \cdots$の和として

$$z_a=s_a+\sum_b k_b h_b, \quad a=1, 2, \cdots \tag{8}$$

として表現される．ここで，極小解とは非負整数ベクトルとして極小の解であり，k_bは任意の非負整数係数である．

発火回数ベクトルzが発火系列をもつかどうかを調べることの難しさは一般解h_bの存在にある．きわめて多数の，一般には無限個のzを調べなければならないからである．

無競合ペトリネットにはこの困難が無く，可達性の必要十分条件を求めることができる．3節にその結果を示す．

［可観測問題］

入出力付きペトリネット(C, Q, R, m^0)において，制御入力系列および出力を有限時間観測することにより，初期状態m^0を推定できるかどうかが可観測問題である．

入出力付きペトリネットの可観測性の解析には本質的な困難が伴う．外部入出力により観測されるのはトランジションの発火である．トランジションの発火はマーキングの変化を規定するが，マーキングそのものは規定しない．自由発火ペトリネットにおいては通常の（自由発火でない）ペトリネットよりもトランジションの発火とマーキングを結び付ける関係が豊富であるが，それでも十分ではない．たとえば，入力トランジションだけをもち，出力トランジションをもたないプレースの初期状態は，そのプレースを観測しない限り推定できない．入出力付きペトリネットの可観測性を解析するにあたっては，あり得る初期状態の集合を定めるという“弱可観測”のような限定が必要になろう．最近，ペトリネットの可観測性についての報告[9]がある．

3. 無競合ペトリネットの可達性の必要十分条件

無競合ペトリネットはペトリネットのサブクラスであるが，マークフローグラフより一般的であり，かつ2節に示したように，自由発火において重要なクラスである．この節では，無競合ペトリネットにおける可達性の必要十分条任を示す．

3.1 準　　備

〈閉路〉　あるプレース（トランジション）から，アークの向きに従ってトランジション（プレース），プレース（トランジション）と順次辿る道を経路という．経路において始点と終点が一致するとき，この経路を閉路という．ある閉路に属するすべてのプレースにトークンが存在しないとき，この閉路をトークンのない閉路という．他の閉路の部分となっていない閉路を基本閉路という．基本閉路を行に，プレースを列にとって，基本閉路にプレースが含まれるかどうかを表現する行列を基本閉路行列といい，C_fであらわす．

〈デッドロック〉　プレースの部分集合を考える．この部分集合に少くとも一つの出力プレースをもつトランジションは必ずこの部分集合に属する入力プレースを少くとも一つもつとき，このプレースの部分集合をデッドロックという．デッドロックに属するすべてのプレースにトークンが存在しないとき，これを，トーク

ンのないデットロックという．トークンのないデッドロックにそれ以後トークンが投入されることはない．

〈発火回数ベクトルに対応する部分ネット〉　ペトリネット $(C, m^0)=(P, T, I, O, m^0)$ におけるある発火回数ベクトルを z とする．z に含まれるトランジションの集合を $T_z \subset T$ とする．I, O の T_z への制限を I_z, O_z とする．$(C, m^0)_z=(P, T_z, I_z, O_z, m^0)$ を発火ベクトル z に対応する部分ネットという．なお，部分ネット $(C, m^0)_z$ において閉路およびデッドロックを考えるときには，どのトランジションにもアークをもたない孤立したプレースは含めないこととする．

3.2　必要十分条件

《定理 1》　無競合ペトリネット (C, m^0) において，初期状態 m^0 から目標状態 m^f に可達であるための必要十分条件は，$\Delta m=m^f-m^0=Bz$ の非負整数の最小解 s_a，$a=1, 2, \cdots$ の中に，すべてのデッドロックがトークンをもつような対応する部分ネット $(C, m^0)_z$ をもつものが存在することである．

証明に先立っていくつかの補題を示す．

［補題 4］　無競合ペトリネットにおいては，閉路に属するプレースの中にあるトークンの総数は，任意のトランジションの発火により，非減少である．

(証明)　閉路内のすべてのプレース p_i の出力トランジション t_j は，少なくとも一つの出力プレース p_k をその閉路の中にもつ．t_j の発火により，p_i のトークンは一つ減少し，p_k のトークンは一つ増加する．したがって，閉路内のトークンに総数は非減少である．

(証明終)

なお，この閉路に入力プレースをもたず出力プレースのみをもつトランジションの発火により，閉路内のトークンの総数は増加することがある．

［系 1］　無競合ペトリネットにおいて，$\Delta m=m^f-m^0=Bz$ の非負整数解が存在するならば，

$$C_f m^f \geq C_f m^0$$

である．

［補題 5］　無競合ペトリネットにおいて，$\Delta m=m^f-m^0=Bz$ の解 z_a が発火系列をもつならば，その最小解 s_a は発火系列をもつ．

(証明)　は文献[6]にある．(証明終)

［補題 6］　無競合ペトリネットにおいて，(7)式の非負整数解 z が発火系列をもつための必要十分条件は，z に対応する部分ネット $(C, m^0)_z$ のすべてのデッドロックにトークンが存在することである．

(証明)　必要：$(C, m^0)_z$ にトークンのないデッドロック存在したとする．デッドロックであるから，それに属するプレースのうち出力トランジションをもつものがある．そのトランジションは発火不能である．T_z は z において発火回数が1以上のトランジションの集合であるから，矛盾する．

十分：対偶を示す．z が発火系列をもたないものとする．z に含まれるトランジションのうち発火可能なものを順次発火させてきて，いずれのトランジションも発火できなくなったとする．それまでの発火回数ベクトルを z^1，残された発火回数ベクトルを $z^2=z-z^1$，そのときの状態を m^1 とする．m^1 において z^2 に含まれるトランジションはすべて発火不能である．その一つを t_j とする．t_j の入力プレースの少なくとも一つ p_i にはトークンがない．$m^1(p_i)=0$ であり，かつ，$m^f=m^1+Bz^2 \geq 0$ であるから，p_i にトークンを投入するトランジション t_k が z^2 に含まれる．t_k は発火不能であるからその入力プレースに少なくとも一つトークンのないプレースが存在する．以下この議論を繰り返すと，$(C, m^0)_z$ は有限であることから，z^2 に含まれるトランジションを辿るトークンのない閉路 C^2 が存在することとなる．補題4から，このことは C^2 に出力プレースをもつトランジションが発火不能であることを意味する．このトランジションは m^1 で発火不能であるから z^2 に属する．これをあらためて t_j と考えて，上述の議論を繰り返すと，m^0 においてトークンのないデッドロックが存在することとなる．(証明終)

(定理1の証明)　補題5と補題6から明らかである．

(証明終)

4.　無競合ペトリネットの制御

4.1　可達問題の解法

〈発火回数ベクトルを上限とする自由発火系列〉　ペトリネット (C, m^0) において，発火回数ベクトル z が与えられているとする．次で規定される並列発火系列を z を上限とする自由発火系列という．

1. $k=0$，$m(0)=m^0$，$z(0)=z$ とする．
2. $m(k)$ で発火可能なトランジションのうち，$z(k)$ に含まれるトランジションをすべて並列発火させる発火ベクトルを $u(k)$ とする．
3. $u(k)=0$ または $z(k)-u(k)=0$ ならば停止する．そうでなければ，$z(k+1)=z(k)-u(k)$，$m(k+1)=m(k)+Bu(k)$，$k=k+1$ として，2に戻る．

z を上限とする自由発火系列は，$z=\sum_{k=0}^{M} u(k)$ となる M が存在するとき，発火可能であるという．

無競合ペトリネットの制御において，つぎの結果は有用である．

《定理 2》　無競合ペトリネットにおいては，発火系列をもつ任意の発火回数ベクトル z について，z を上限

とする自由発火系列は発火可能である．

（証明）　無競合ペトリネットはパーシステントであるので，発火系列をもつ任意の二つの発火回数ベクトル，$z^1, z^2, z^1 \geq z^2$ に対して，$z^3 = z^1 - z^2$ は発火系列をもつ[8]．いま，発火系列をもつ発火回数ベクトル z に対し，z を上限とする自由発火系列を発生させ，$k=k$ まできたとする．$z-z(k)$ は発火系列，$u(0), u(1), \cdots, u(k-1)$，をもち，$z \geq z(k)$ であるから，$z(k) = z-(z-z(k))$ は，上記のことから発火系列をもつ．したがって，$m(k)$ において発火可能なトランジションのうちに，$z(k)$ に含まれるものが少なくとも一つは必ず存在する．すなわち，ことごとくは零でない発火ベクトル $u(k)$ が必ず存在する．$u(k)$ が零になるのは $z(k)$ が零のとき，かつそのときに限る．（証明終）

このことから，直ちに次が導かれる．

［系 2］　無競合ペトリネット (C, m^0) において，目標状態 m^f が与えられたとする．$\Delta m = m^f - m^0 = Bz$ の最小解 s が定理1の条件を満たすならば，s を上限とする自由発火系列は発火可能である．

《定理 3》　無競合ペトリネット(C, m^0) が目標状態 m^f に可達であるとする．$\Delta m = Bz$ の最小解のうち，発火系列をもつものを s とする．目標状態 m^f において発火可能なトランジションの集合を S とする．$t_k \in S$ に外部入力プレース $q(t_k)$ を付加し，その集合を外部入力プレース集合 Q とする．$q(t_k)$，$t_k \in S$ に，対応する s_k の成分の値だけのトークンを投入し自由発火させれば，この無競合ペトリネットは目標状態 m^f に到達する．

（証明）　m^f で発火不能なトランジション $t_j \in T-S$ が s_j 回だけ発火することを示す．s_j 回発火できることとは s が発火系列をもつことから明らかである．いま t_j の s_j+1 回目の発火が可能になったとする．s は（7）式の解でありかつ発火系列をもつことから，t_j に s_j+1 回目の発火をさせないで m^f に到達させる発火系列が存在する．無競合ペトリネットはパーシステントであることから，これは m^f において t_j が発火可能であることを意味する．これは矛盾である．

（証明終）

定理1，2，3から，つぎの無競合ペトリネットの制御問題の解法が得られる．

［無競合ペトリネットの制御問題］　無競合ペトリネットを初期状態 m^0 から目標状態 m^f に推移させ，その状態に停止させる，外部入力プレース集合および制御入力系列を決定せよ．

（解　法）

1.　$\Delta m = m^f - m^0 = Bz$ を解き，その最小解 s_a, $a=1, 2, \cdots$ を求める．s_a の中から定理1の条件を満たすものを捜す．s_a が存在しないか，存在しても定理1の条件を満たすものがなければ，この制御問題は解をもたない．

2.　m^f において発火可能なトランジションの集合を S とする．S に属するトランジションのすべてにあらたに入力プレース $q(t_k)$，$t_k \in S$ を付加しその集合 $Q(S)$ を外部入力プレース集合とする．

3.　時刻 $k=0$ において，外部入力プレース $q(t_k)$，$t_k \in S$ に，対応する s_k の成分の値だけトークンを投入し，以後，自由発火させる．（解法終）

時刻 $k=0$ で s の成分の値だけのトークンを $Q(S)$ に投入する代わりに，$s = \sum_k v(k)$，となる $v(k)$，$k=0, 1, \cdots$ を制御入力系列として $Q(S)$ に逐次投入してもよ

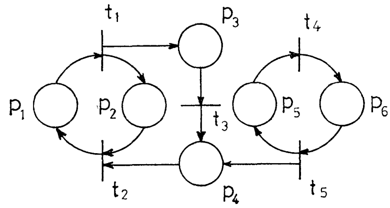
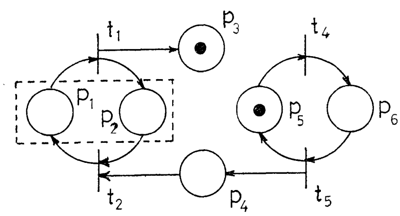
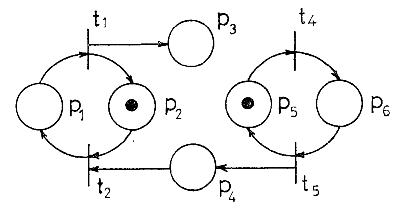


Fig. 1　A conflict-free Petri net



（a）　Target state is not reachable



（b）　Target state is reachable

Fig. 2　Checking for the reachability

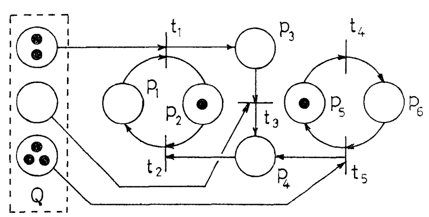


Fig. 3　Control scheme for the conflict-free Petri net

い.

4.2 例 題

Fig. 1に示す無競合ペトリネットの制御問題を考える.

(1) 初期状態 $m^0=(1,0,1,0,1,0)^T$ から目標状態 $m^f=(0,1,0,3,1,1)^T$ に可達かどうかを判定する.

$$\Delta m=m^f-m^0=(-1,1,3,0,1)^T=Bz$$

は非負整数解をもたないので可達でない.

(2) 初期状態 $m^0=(0,0,1,0,1,0)^T$ から目標状態 $m^f=(0,0,2,0,0,1)^T$ に可達かどうかを判定する.

$$\Delta m=(0,0,1,0-1,1)^T=Bz$$

の非負整数解は k_1 を非負整数係数として

$$z=(1,1,0,2,1)+k_1(1,1,1,0,0),\quad k_1=0,1,\cdots$$

となる. 最小解 $s=(1,1,0,2,1)^T$ に対応する部分ネット $(C,m^0)_s$ は **Fig. 2**(a)であり, 点線で囲まれたデッドロックにはトークンが存在しないので, 可達でない.

(3) 初期状態 $m^0=(0,1,0,0,1,0)^T$ から目標状態 $m^f=(1,0,2,0,0,1)^T$ への制御を考える.

$$\Delta m=(1,-1,2,0,-1,1)^T=Bz$$

の非負整数解は k_1 を非負整数係数として

$$z=(2,3,0,4,3)+k_1(1,1,1,0,0),\quad k_1=0,1,\cdots$$

となる. 最小解 $s=(2,3,0,4,3)^T$ に対応する部分ネットは **Fig. 2**(b)であり, トークンのないデッドロックは含まれない. よって, 可達である.

目標状態において発火可能なトランジションの集合は $S=\{t_1,t_3,t_5\}$ である. よって, 外部入力プレース集合は $Q=\{q(t_1),q(t_3),q(t_5)\}$ となる. 制御入力として $v(Q)=(1,0,3)$ を時刻 $k=0$ に外部入力プレース $q(t_1),q(t_3),q(t_5)$ に投入すればよい. **Fig. 3.**

5. おわりに

本論文では, 離散事象システムを理論的に解析し制御系を設計するためにペトリネットを用いることについて, 幾つかの問題を検討した. また, ペトリネットに外部からの入力および外部への出力を付加した入出力付きペトリネットを定義し, これについて解析すべき問題として, 自由発火問題, 可制御問題, 可観測問題, を挙げた. このうち, 自由発火問題および可制御問題について, その性質を明らかにした. 次いで, 自由発火性の上で重要な意味をもつ無競合ペトリネットを検討し, 可達性の必要十分条件を与え, それを用いて, 制御系設計の方法を明らかにした.

離散事象システムの制御を理論的に検討する上で, 入出力付きペトリネット表現は有用であり, 本論文の2節で定義した各種の問題が今後解析されていくことが望ましい.

参考文献

1) J. L. Peterson: Petri Net Theory and the Modeling of Systems, Prentice Hall (1981)
2) J. D. Noe and G. j. Nutt: Macro E-Nets for Representation of Parallel Systems, IEEE Trans. on Computers, **C-22**-8, 717/727 (1973)
3) T. Murata: Circuit Theoretic Analysis and Synthesis of Marked Graphs, IEEE Trans. on Circuit and Systems, **CAS-24**-7, 400/405 (1977)
4) 市川: 離散事象システムの制御問題, 第12回制御理論シンポジウム資料, 239/244 (1983)
5) E. W. Mayr: An Algorithm for the General Petri Net Reachability Problem, Proc. The 13th Ann. ACM Sympo. on Theory of Computing, 238/246 (1981)
6) L. H. Landweber and E. L. Robertson: Properties of Conflict-free and Persistent Petri Nets, J. ACM, **25**-3, 352/364 (1978)
7) 市川, 平石: ペトリネットにおけるあるクラスの可達性の必要十分条件, 計測自動制御学会論文集, **20**-8, 762/764 (1984)
8) H. Yamasaki: On Weak Persistency of Petri Nets, Inf. Proc. Letters, **13**-3, 94/97 (1981)
9) 細江, 早川: 事象駆動型システムの可観測性について, 第13回制御理論シンポジウム資料, 107/110 (1984)