[計測自動制御学会論文集
Vol.32, No.10, 1454/1460 (1996)]

補助事象なし条件/事象ネット構成問題の解集合を求める一方法†

松谷　豊*・橋爪　進*
小野木　克明**・西村　義行***

A Method of Finding a Set of Solutions of Condition/Event Net Construction Problem Using no Auxiliary Events

Yutaka MATSUTANI*, Susumu HASHIZUME*,
Katsuaki ONOGI** and Yoshiyuki NISHIMURA***

This paper deals with the condition/event net (C/E net) construction problem $P_T(X)$, in which the objective is to synthesize a C/E net to exhibit the desired behavior specified as a partial language X using the only events in X. Since the solution of $P_T(X)$ is not always unique, we must choose the desirable ones among all solutions. This paper first shows that the set of solutions of $P_T(X)$ can be found by solving a system of inequalities with 0-1 variables and 0-1 coefficients. It next presents a method of solving inequalities of this type.

Key Words: condition/event net, partial language, net construction, set of solutions, minimal solution

1.　まえがき

離散事象システムの設計を合理的に進めるためには，そのモデルを正しく設計することが必要である．ペトリネットは離散事象システムの一つのモデルとして有望視されているが，その設計については問題の定式化も含めこれまであまり研究がなかったのが現状であった．このような観点から，著者らはこれまでに条件/事象ネット（プレースの容量が1のペトリネット；以下C/Eネットと呼ぶ）の構成問題を次のように定式化することを提案してきた[1]．

（補助事象なし）C/Eネット構成問題 $P_T(X)$：

“仕様として事象の望ましい発生形態が半言語 X の形で与えられたとき，X が表す動作だけを行うC/Eネットを構成せよ.”

そして，この問題が可解であるための一つの必要十分条件と，それが可解であるとき一つの解を求める方法を示した．また，たとえこの問題が解をもたなくても，仕様に含まれない事象（補助事象）を新たに追加してC/Eネットを構成し，その動作から補助事象の存在を無視すると，それがちょうど X と一致するようなC/Eネットが構成できる場合があることも示した[2]．この意味で，上の問題 $P_T(X)$ を補助事象なしC/Eネット構成問題という．

問題 $P_T(X)$ の解は一般に複数個存在する．**Fig. 1** に示した半言語 X は，事象 a の発生後，事象 b と c が並行的に発生するという動作と，事象 d のあとに事象 c

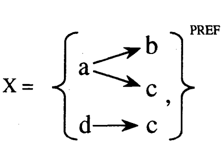


Fig. 1　Partial language

† 第15回離散事象システム研究会で発表（1994・12）

* 豊橋技術科学大学工学部　豊橋市天伯町雲雀ヶ丘1-1
** 名古屋大学大学院　名古屋市千種区不老町
*** 東邦大学理学部　船橋市三山2-2-1
* Faculty of Engineering, Toyohashi University of Technology, Toyohashi
** Faculty of Engineering, Nagoya University, Chikusa-ku, Nagoya
*** Faculty of Science, Toho University, Funabashi
(Received September 19, 1995)
(Revised May 15, 1996)

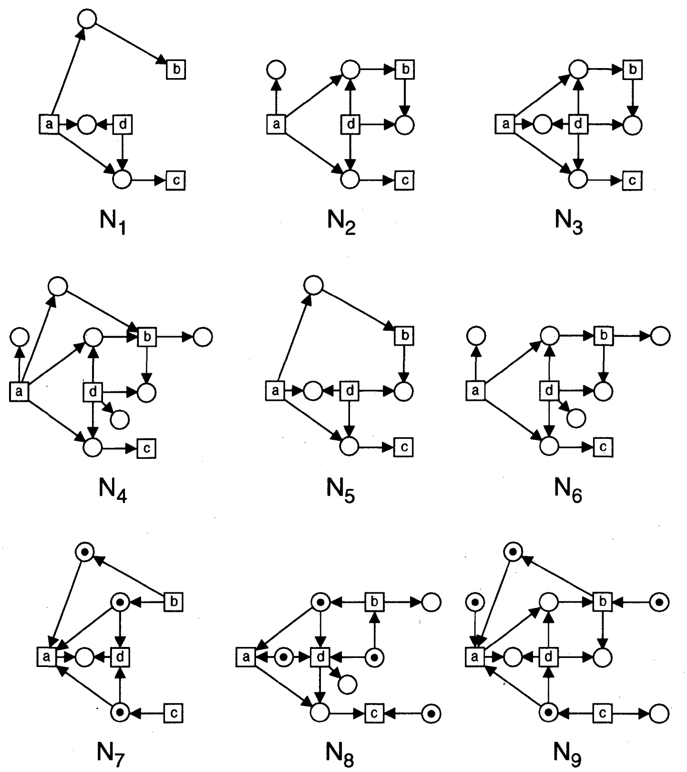


Fig. 2 Some of solutions of $P_T(X)$

が発生するという動作が非決定的に行われるということを表しており，**Fig. 2** に示したC/E ネットはいずれもこの X が仕様として与えられたときの $P_T(X)$ の解である．したがって，設計者はこれらを含めたすべての解のなかから好ましいものを，たとえば条件数の少ないネットや，アーク数の少ないネットなどを選択することが必要となる．このためには，$P_T(X)$ の解全体の集合（解集合）を知ることが望ましい．この種の問題はちょうど動的システム理論において，与えられた入出力関係を満たす複数の実現形式から望ましいものを選び出す問題に対応するものと思われる．本報では，$P_T(X)$ の解集合を求める一つの方法を示す．

2章では，準備として，以下の議論で必要な用語とこれまでの研究結果について述べる．3章では，問題 $P_T(X)$ の解集合を求める方法を示す．そして，4章を考察とし，5章をまとめとする．

2. 補助事象なしC/Eネット構成問題

2.1 用語の定義 [1)~4)]

C/E ネット　C/E ネットは次の4項組で定義される．

$N=(S,T,F,C_{in})$

ここで，S は条件（プレースに対応）の有限集合を，T は事象（トランジションに対応）の有限集合を，$F(\subseteq S\times T\cup T\times S)$ は条件と事象の間の関係を，$C_{in}\subseteq S$ は初期ケースを表す．ただし，入出力アークをもたない事象は考えないものとする．C/E ネットにおける事象の発生は，プレースの容量が1であるペトリネットのトランジションの発火規則に従う． ∎

アトム　ただ一つの条件をもつC/E ネットをアトムという． ∎

合成　二つのC/E ネット $N_i=(S_i,T_i,F_i,C_i)(i=1,2)$ に対して N_1 と N_2 の合成を

$$N_1\oplus N_2 := (S_1+S_2, T_1\cup T_2, F_1\cup F_2, C_1\cup C_2)$$

と定義する．ここで，$+$ は直和を表す．N_1 と N_2 を $N_1\oplus N_2$ の部分ネットという．また，C/E ネットの集合 H に属するすべてのネットを合成したC/E ネットを $\oplus H$ で表す． ∎

半語・半言語　アルファベット Σ に対して，Σ 上の同型な半順序多重集合の族を半語といい，$[U,R,\lambda]$ で表す．ただし，U は有限集合，R は U における半順序関係，$\lambda:U\to\Sigma$ はラベル付けの写像である．また，Σ

上の半語全体の部分集合を半言語という. ∎

以下では，半語は Fig. 1 に示すような各頂点 k をラベル $\lambda(k)$ で置き換えた (U,R) の Hasse 図の形で示す.

スムーズ Σ 上の二つの半語 p, p' に対して，$(U,R,\lambda) \in p, (U',R',\lambda') \in p'$ が存在して $U = U', \lambda = \lambda', R \subseteq R'$ のとき，p' は p よりスムーズであるといい，$p' \leq p$ と書く. p よりスムーズな半語全体の集合を $We(p)$ で表し，半言語 PL に対して $We(PL) := \bigcup_{p \in PL} We(p)$ とする. ∎

接頭半語 Σ 上の半語 $p = [U,R,\lambda]$ と $V \subseteq U$ に対して，$v \in V \wedge uRv \Rightarrow u \in V$ が成り立つとき，$[V, R \cap V^2, \lambda \mid V]$ を p の接頭半語という. p の接頭半語全体の集合を p^{PREF} で表し，半言語 PL に対して $PL^{PREF} := \bigcup_{p \in PL} p^{PREF}$ とする. ∎

制限 Σ 上の半言語 PL の$\Sigma'(\subseteq \Sigma)$ への制限を $PL \mid \Sigma' := \bigcup_{[U,R,\lambda] \in PL} \{[U', R \cap U'^2, \lambda \mid U']\}$ と定める. ただし，$U' = \{x \in U \mid \lambda(x) \in \Sigma'\}$ である. ∎

ネット半言語 C/E ネット $N = (S, T, F, C_{in})$ に対して，T 上の半語 $p = [U,R,\lambda]$ が，

> "U の任意の反鎖 $W \subseteq U$ に対して，R に関して W より小さいすべての頂点にラベル付けされている事象が発生したとき得られるケースにおいて，W の各頂点にラベル付けされている事象が同時に発生可能である"

とき，p は N で発生可能であるという. ここで，反鎖 W とは W の異なる任意の二つの要素 $x, y \in W$ が比較不可能，すなわち $x \not R y$ である集合をいう. N で発生可能な半語全体の集合を N の半言語といい，$PL(N)$ で表す. ∎

アクティビティ $PL(N)$ の部分集合 $FP(N)$ を

$$FP(N) := \{p \in PL(N) \mid \nexists q \in PL(N) : q > p\}$$

と定義し，これを N のアクティビティという. ∎

適合するアトム 半言語 X に対して，アトム n が

$$X \mid T_n \subseteq PL(n)$$

を満たすとき n は X に適合するという. ここで，T_n は n に含まれる事象の集合を表す. X に適合するアトム全体の集合を $CA(X)$ で表す. ∎

2.2 構成問題とその可解性[1)]

C/E ネット N の半言語 $PL(N)$ に対して，$p \in PL(N)$ ならば $p^{PREF} \subseteq PL(N)$ となる. また，N で発生可能なすべての半語は，N のアクティビティ $FP(N)$ から $PL(N) = We(FP(N))$ として知ることができる. これらの点を考慮して，著者らはこれまでに C/E ネットの構成問題を次のように定式化した.

（補助事象なし）C/E ネット構成問題 $P_T(X)$：

仕様として半言語 $X(= X^{PREF})$ が与えられたとき，条件

$$X = FP(N)$$

を満たす C/E ネット N を構成せよ. □

そして，この問題の可解性について，次の定理が成立することを明らかにした.

《定理 1》 構成問題 $P_T(X)$ の解が存在するための必要十分条件は，$\oplus CA(X)$ が $P_T(X)$ の解であることである. □

3. 構成問題の解集合の探索

3.1 解集合を求める基本的な考え方

定理 1 より，問題 $P_T(X)$ が可解であるならば，半言語 X に適合するすべてのアトムを合成した C/E ネット $\oplus CA(X)$ は $P_T(X)$ の一つの解である. また，$P_T(X)$ の解については，次の命題が成立する.

［命題 1］ 構成問題 $P_T(X)$ に解が存在するならば，それは $\oplus S$ である. ただし，$S \subseteq CA(X)$ である. □

（証明）C/E ネット N が $P_T(X)$ の解ならば，

$$X = FP(N) \subseteq PL(N)$$

となる. N を構成するアトムを $n_1, \cdots, n_m$ とすると

$$X \subseteq PL(N) \Leftrightarrow X \mid T_{n_i} \subseteq PL(n_i), i = 1, \cdots, m$$

となることが知られている[1)]. したがって，n_i は X に適合するアトムでなければならない. ∎

命題 1 より，問題 $P_T(X)$ のすべての解は，$\oplus CA(X)$ のネット半言語と等しいネット半言語をもつ $\oplus CA(X)$ のすべての部分ネットを求めることによって得ることができる.

そこで，まず初めに，C/E ネット N とその部分ネット N' が，

$$PL(N) = PL(N') \tag{1}$$

となるための条件について考える. **Fig. 3** に示すようなアトムを合成して得られる **Fig. 4** のネット N において，図に示した初期ケースのもとでは事象 a と d のみが発生可能である. 事象 b が発生できないのは，条件 1 と 3 にトークンがないためであり，事象 c が発生できないのは，条件 2 にトークンがないためである. したがって，N の部分ネット N' の初期ケースのもとでも b と c が発生しないためには，条件 1 と 3 のうちの少なくともいずれか一つと，条件 2 が N' に含まれていなければ

ならない．このことは N の可達なすべてのケースについても同様である．これより，(1) 式が成立するためには N' は次のことを満たさなければならない．

> “N の可達な各ケースで発生不可能な事象が発生できない原因となっている条件を，N' が少なくとも一つ含む”

次に，このことを代数的に述べる準備として，次のような二つのベクトルと一つの集合を定義する．

【定義1】 C/E ネット N を構成するアトムを $n_1, \cdots, n_m$ とする．

(i)　$\{n_1, \cdots, n_m\}$ のうちのいくつかのアトムによって構成される N の部分ネット N' に対して，次のような m 次元ベクトル $s = (s_1\ s_2\ \cdots\ s_m)^T$ を定義する．s を N' の構成ベクトルと呼ぶ．

$$s_i = \begin{cases} 1 & (n_i \text{ が } N' \text{ を構成するアトムであるとき}) \\ 0 & (\text{そうでないとき}) \end{cases}$$

(ii)　N の可達なケース C と事象 t に対して，次のような m 次元ベクトル $v(C,t) = (v_1(C,t)\ v_2(C,t)\ \cdots\ v_m(C,t))^T$ を定義する．

$$v_i(C,t) = \begin{cases} 1 & (n_i \text{ の条件 } p \text{ に対して，} p \in {}^{\cdot}t,\ p \notin C \text{ か，または } p \in t^{\cdot}, p \in C \text{ であるとき}) \\ 0 & (\text{そうでないとき}) \end{cases}$$

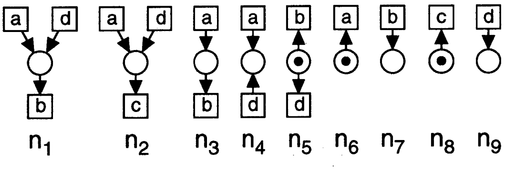


Fig. 3　Set of atoms

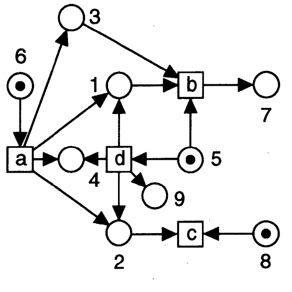


Fig. 4　C/E net composed from atoms in Fig. 3

(iii)　ベクトルの集合 $V(N)$ を次のように定義する．

$$V(N) := \{\ v(C,t) \mid C \in [C_{in}\rangle, t \in T,\ v(C,t) \neq 0\}$$

■

ケース C において，アトム n_i の条件が t の入力条件であってトークンをもたないか，または t の出力条件でトークンをもっているならば，n_i は t の発生を妨げており，このとき $v_i(C,t) = 1$ となる．一方，C において t が発生可能ならばどの条件も t の発生を妨げてはおらず，このため $v(C,t) = 0$ となる．Fig. 2 に示した N_1 は Fig. 4 に示した N の部分ネットであり，それは Fig. 3 のアトムなかの n_2, n_3, n_4 を合成したものである．したがって，N_1 の構成ベクトルは

$$s = (0\,1\,1\,1\,0\,0\,0\,0\,0)^T$$

となる．また，Fig. 4 に示したケース C_{in} に対して，発生可能な事象 a, d については

$$v(C_{in}, a) = v(C_{in}, d) = (0\,0\,0\,0\,0\,0\,0\,0\,0)^T$$

となるが，発生不可能な事象 b, c については

$$v(C_{in}, b) = (1\,0\,1\,0\,0\,0\,0\,0\,0)^T,$$
$$v(C_{in}, c) = (0\,1\,0\,0\,0\,0\,0\,0\,0)^T$$

となる．これらは C_{in} で b が発生できないのは条件 1 と 3 が，c が発生できないのは条件 2 が原因であることを示す．

定義 1 より，次の定理が成立する．

《定理2》 N' を N の部分ネットとし，s を N' の構成ベクトルとする．N と N' のネット半言語が等しくなるための必要十分条件は，

$$\forall v \in V(N) : v^T \cdot s \geq 1 \tag{2}$$

が成り立つことである．□

(証明) N' の条件の集合を S' とする．

必要性：$PL(N) = PL(N')$ であるとき，$v(C,t)^T \cdot s = 0$ なる $v(C,t) \in V(N)$ が存在すると仮定する．これは，N において C で t が発生可能でないが，N' において $C \cap S'$ で t が発生可能であることを表す．このことは，$PL(N)$ に属して $PL(N')$ に属さない半語が存在することを意味する．これは仮定に矛盾する．

十分性：N の任意の事象 t に対して 0 でない $v(C,t) \in V(N)$ が必ず存在する．よって，(2) 式が成り立つならば，N のいずれの事象も N' に含まれる．また，$v(C,t)^T \cdot s \geq 1$ であることは，N と N' において t がそれぞれ C と $C \cap S'$ で発生可能でないことを表す．よって，C_{in} から可達な任意のケース C に対して，

N において C で発生可能な事象の集合と，N' において $C \cap S'$ で発生可能な事象の集合は一致する．ゆえに，発生可能な半語の定義より，$PL(N) = PL(N')$ となる． ■

定理 2 より，問題 $P_T(X)$ が解をもつならば，その解集合は $N = \oplus CA(X)$ としたときの (2) 式を満たすすべての s を求めることによって得ることができる．しかし，一般に N の規模が大きくなるとともに，このことは困難になる．そこで，次にこの解決を図る．

二つのベクトル $a = (a_1 \cdots a_m), b = (b_1 \cdots b_m)$ について，$a_i \leq b_i, i = 1, \cdots, m$ のとき $a \leq b$ と定め，$a \leq b$ で少なくとも 1 つの i に対して $a_i < b_i$ のとき $a < b$ と定める．このとき，各成分が 0 または 1 である二つのベクトル s, v に関し，次の命題が成立する．

［命題 2］

(i) $v \leq v'$ のとき $v^T \cdot s \geq 1 \Rightarrow v'^T \cdot s \geq 1$

(ii) $s \leq s'$ のとき $v^T \cdot s \geq 1 \Rightarrow v^T \cdot s' \geq 1$

（証明）(i) $v \leq v'$ より，0-1 ベクトル v'' が存在して $v' = v + v''$．よって，$v'^T \cdot s = (v + v'')^T \cdot s = v^T \cdot s + v''^T \cdot s \geq 1$．

(ii) (i) と同様に証明することができる． ■

a) 不等式の個数の減少

$V(N)$ に属するベクトルのなかで，極小なベクトル全体の集合を

$$W(N) := \{w \in V(N) \mid \nexists v \in V(N) : v < w\} \subseteq V(N)$$

で表す．このとき命題 2 (i) より，連立不等式 (2) を満たすすべての解，すなわち問題 $P_T(X)$ の解集合は，(2) 式のなかで，

$$\forall w \in W(N) : w^T \cdot s \geq 1 \tag{3}$$

だけを解くことによって得ることができる．これは，第 i 成分が 1 である w の集合を W_i としたとき，$\{W_1, \cdots, W_m\}$ のどのような部分集合によって $W(N)$ が被覆されるかという集合被覆問題となっている．

b) 解の個数の減少

命題 2 (ii) より，s が (3) 式の解ならば，$s' \geq s$ となるすべての s' もまた (3) 式の解となる．したがって，(3) 式を満たす解のなかから極小解（(3) 式を満たす s のなかの包含関係に関して極小なベクトル）のみを求めれば問題 $P_T(X)$ の解集合を得ることができる．

(3) 式を満たす解が極小解であるかどうかについては次の命題が成立する．

［命題 3］ s を m 次元 0-1 ベクトルとする．s に対して成分が 1 である添字の集合を $\{i_1, \cdots, i_k\}$ とし，すべての $w \in W(N)$ を行ベクトルにもつ行列を $Y = (Y_1 \cdots Y_m)$ とする．このとき，s が (3) 式の極小解であるための必要十分条件は，行列 $Z = (Y_{i_1} \cdots Y_{i_k})$ が適当な行の入れ換えによって $\begin{pmatrix} I_k \\ \text{-----} \\ A \end{pmatrix}$ の形にできることである．ただし，I_k は k 次の単位行列を表し，A は 0 行を含まない行列を表す． □

（証明）s が (3) 式の解であることは，Z のどの行も 0 行でないことと同等である．また，u をすべての成分が 1 である k 次元ベクトルとすると，s が (3) 式を満たすならば $Zu \geq (11 \cdots 1)^T$ が成り立つ．したがって，s が (3) 式の極小解であることと，u の成分を一つでも 0 にするとこの不等式が成立しないことは同等となる．これは Z の行ベクトルの集合に k 個の相異なる単位ベクトルが含まれることと同等である． ■

被覆 K のどの真部分集合も被覆でないとき，K を遊びのない被覆という．命題 3 は，先ほどの集合被覆問題の実行可能解が遊びのない被覆となるための条件に相当するものである．

3.2 解集合の探索法

前節の議論より，問題 $P_T(X)$ の解集合全体は，その極小解のみを求めることによって知ることができる．また，アトム n に対して，アークの向きとトークンの有無を逆にしたアトム $\bar{n}$ を n の相補的なアトムという．ネットを構成するアトム n_i を $\bar{n}_i$ または $n_i \oplus \bar{n}_i$ に置き換えてもネット半言語は変わらない[1]．よって，極小解には互いに相補的な関係にある二つのアトムは同時に含まれない．これより，k 個のアトムから構成される極小解が一つ得られると，各アトムを相補的なアトムに置き換えた解も極小解であることより，2^k 個の極小解が同時に得られることになる．そこで以下では，$CA(X)$ のなかでトークンをもたないアトムのみを考えることとし，それらの集合を $\widetilde{CA}(X)$ で表す．$\oplus \widetilde{CA}(X)$ の部分ネットのみを調べれば問題 $P_T(X)$ の解集合全体を得ることができる．以上のことから，$P_T(X)$ の解集合を求める方法として，次のようなものが考えられる．

《構成問題 $P_T(X)$ の解集合の探索法》

手順 ①： 仕様 X に適合するアトムの集合 $\widetilde{CA}(X)$，および $N = \widetilde{CA}(X)$ を求め，$X = FP(N)$ であれば，②へ進む．そうでなければ $P_T(X)$ に解は存在しない．

手順 ②： N のすべての可達なケースから $V(N)$ を求め，そのなかから極小ベクトルの集合 $W(N)$ を求める．

手順 ③： (3) 式を満たすすべての極小解 s を求める．

手順 ④： ③で求めたそれぞれの極小解 s について，$s' \geq s$ を満たすすべての s' を求める．そして最後に，こうして得られたすべての s' に

対して相補的なアトムまで考慮することにより，$P_T(X)$ の解集合を得る． □

手順③において，連立不等式 (3) の極小解は次のような方法で求めることができる．m 次元 0-1 ベクトル全体は **Fig. 5** に示したような m 個の成分からなる集合の部分集合系を表す組合せ木を使って表すことができる．この木において，それぞれの節点はそこに書かれた添字に対応した成分が 1 で残りの成分が 0 であるようなベクトルに対応しており，ベクトル a に対応した節点から b に対応した節点に向う有向枝は $a < b$ であることを表す．また，レベル l にある ${}_mC_l$ 個の節点はそれぞれ m 個の成分のうち l 個が 1 であるようなベクトルを表す．したがって，(3) 式の極小解は，組合せ木の根節点から有向パスに沿って命題 3 のなかの条件を満たす節点を順次求めることによって得ることができる．その際，極小解が得られたならば，それより先の節点はすべて (3) 式の解であるため，その先の有向パスの探索を打ち切ることができる．したがって，(3) 式の極小解全体は次のような方法で求めることができる．

《手順③のなかの (3) 式の極小解の探索法》

③–1：初期化：成分の集合を $M = \{s_1, \cdots, s_m\}$，レベル $l = 0$ とおき，レベル l において，1 の値をとる成分の集合を $E(l) = \phi$，未探索の成分の集合を $P(l) = M$ とおく．以下，$E(l)$ に属する成分のみが 1 で残りのすべての成分が 0 であるようなベクトル s を $s(E(l))$ で表す．

③–2：1 にする成分の選択：$P(l)$ から 1 にする成分 s_i を選び，$P(l) = P(l) - \{s_i\}, E(l+1) = E(l) \cup \{s_i\}, P(l+1) = P(l), l = l+1$ とする．

③–3：極小解のチェック：$s(E(l))$ が命題 3 のなかの条件を満たすならば，それを極小解として記憶し③–4 に進む．そうでなければ以下を行う．

i) 行列 $Z = (Y_{i_1} \cdots Y_{i_k})$ の行ベクトルのなかに k 個の相異なる単位ベクトルがなければ，Z の行の入れ換えによって単位行列 I_k を生成することはできない．この場合，$s(E(l))$，およびこれより大きい解はすべて極小でないため，③–4 に進む．

ii) Z の行ベクトルのなかに k 個の相異なる単位ベクトルと零ベクトルが存在するならば，この段階で $s(E(l))$ はまだ実行可能解でない．この場合，$P(l) = \phi$ のとき③–4 に，$P(l) \neq \phi$ のとき③–2 に進む．

③–4：終了：$l = l - 1$ とし，$l < 0$ ならば終了する．そうでなければ，③–5 に進む．

③–5：バックトラック：$P(l) = \phi$ ならば③–4 に進む．そうでなければ，③–2 に進む． □

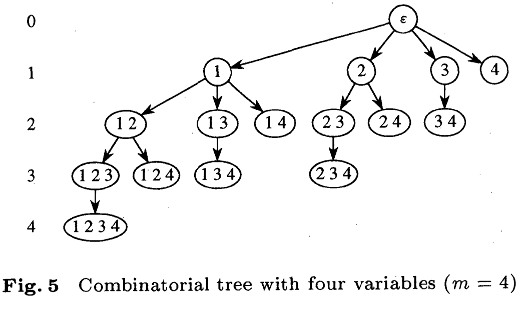


Fig. 5 Combinatorial tree with four variables ($m = 4$)

探索の効率化を図るためには，③–2 において，必ず 1 の値をとらなければならない成分，および値を 1 とすることによってなるべく多くの不等式を満たすことができる成分を優先的に選択することが望ましい．これらは 0-1 計画問題の一解法である Balas の方法のなかの Q-テスト，および I-テストとして知られたものであり，これによって探索の効率化を図ることができる[5)]．

3.3 適用例

Fig. 1 の X を仕様としたとき，Fig. 3 のアトムを用いると，$\widetilde{CA}(X) = \{n_1, n_2, n_3, n_4, \bar{n}_5, \bar{n}_6, n_7, \bar{n}_8, n_9\}$ である．C/E ネット $N = \oplus\widetilde{CA}(X)$ には初期ケースも含め 7 個の可達なケースが存在する．各ケース C に対して，0 でない $v(C,t)$ を求めるとその総数は $| V(N) |= 15$ となる．このうち極小なもののみを取り出すとその総数は $| W(N) |= 6$ となる．したがって，構成問題 $P_T(X)$ の解集合は，$| \widetilde{CA}(X) |= 9$ より次の 9 変数の 6 元連立不等式を解くことによって求めることができる．

$$\begin{pmatrix} 0&0&0&1&0&1&0&0&0 \\ 1&0&0&1&0&0&0&0&0 \\ 1&0&1&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&1&0&1&0&0&0&0 \\ 0&1&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&1&1&0&0&0&0 \end{pmatrix} \cdot s \geq \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

これに前節に示した方法を適用すると 3 個の極小解

$$s = (0\,1\,1\,1\,0\,0\,0\,0\,0)^T, (1\,1\,0\,0\,1\,1\,0\,0\,0)^T,$$
$$(1\,1\,0\,1\,1\,0\,0\,0\,0)^T$$

が得られ，Fig. 2 のなかの N_1, N_2, N_3 がこれらに対応する．したがって，$s' \geq s$ である s' に対応したネットはすべて $P_T(X)$ の解であり，その数は 96 個となる．なお，相補的なアトムまで考慮すると解の総数は約 15 万個となり，そのうち極小解は 40 個となる．Fig. 2 のなかの N_7, N_8, N_9 はいずれもトークンをもったアトムまで考慮したとき得られる解である．これらは N_1, N_2, N_3 のどのネットからもそれらを構成するアトムを相補的な

アトムに置き換えて得ることができないため，極小解ではない．

4. 考　　察

ペトリネットを使って離散事象システムをモデル化するにあたっては，システム構成要素の状態や様子，条件の成否などをプレースに対応させる場合が多い．したがって，いくつかのペトリネットが同じ動作を示すならば一般にはプレース数の少ないものが望ましいであろうし，少なくともネットの動作に影響を及ぼさない冗長なプレースは除去しておくことが望ましいであろう．Fig. 2 に示した C/E ネットのうち，N_1, N_2, N_3 は冗長な条件をもたないネットであり，(3) 式の極小解に対応した極小ネットである．それゆえ，極小ネットを求めることは，解集合全体を知るうえでも，実システムを設計するうえでも重要である．

さらに，問題 $P_T(X)$ の極小ネットは複数個存在することが多く，また，それぞれの極小ネットを構成するアトムの個数，すなわち条件数も必ずしも同じでない．Fig. 2 において，N_1 は 3 個のアトムから構成されているにもかかわらず，N_2, N_3 はそれぞれ 4 個のアトムから構成されている．問題 $P_T(X)$ の解のなかからそれを構成するアトムの個数が最小となるような解を求めることは，与えられた動作を示す C/E ネットのなかで状態変数の個数が最小となるようなネットを求めることに対応する．これはちょうど，動的システム理論における最小実現問題に相当するものと思われる．この問題は 3 章で展開した議論に従えば，次のような 0-1 計画問題として定式化することができる．

$$\begin{array}{ll} \text{最小化} & s_1 + s_2 + \cdots + s_m \\ \text{条件} & \forall w \in W(N) : w^T \cdot s \geq 1 \end{array}$$

この解法には，前述の Balas の方法を適用することができる．Fig. 1 に示した X に対して，Fig. 2 に示した N_1 がこの最適解となる．

5. あとがき

本報では，補助事象なし C/E ネット構成問題 $P_T(X)$ の解集合を求める問題が，連立不等式を解く問題として扱うことができることを示すとともに，その極小解のみを求めることによってすべての解が得られることを示した．今後の課題として，$W(N)$ を効率よく求める方法の開発が挙げられる．また，同じ動作を行う C/E ネットのなかで好ましいネットとはどのようなものであるかということについて考察を進めることも重要である．

参　考　文　献

1）橋爪, 鈴木, 小野木, 西村：条件/事象ネットの補助事象なし設計問題とその解法, 計測自動制御学会論文集, **28**-10, 1248/1256 (1992)

2）橋爪, 鈴木, 小野木, 西村：条件/事象ネット設計問題の一つの定式化とその可解性, 計測自動制御学会論文集, **28**-5, 632/639 (1992)

3）J. Grabowski : On Partial Language, Fundamenta Informaticae, **4**-2, 427/498 (1981)

4）A. Kiehn : On the Interrelation Between Synchronized and Non-Synchronized Behaviour of Petri Nets, Elektron. Inf. verarb. Kybern., **24**-1/2, 3/18 (1988)

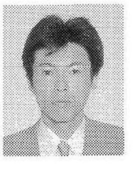
5）刀根：数理計画, 朝倉書店 (1978)

［著　者　紹　介］

松　谷　　豊（学生会員）

1995 年豊橋技術科学大学大学院修士課程修了．現在，同大学大学院博士課程在学中．おもに離散事象システムの設計と制御に関する研究に従事．化学工学会などの会員．

橋　爪　　進（正会員）



1992 年豊橋技術科学大学大学院博士課程修了．同年同大学助手，現在に至る．おもに離散事象システムの設計と制御に関する研究に従事（工学博士）．電子情報通信学会，化学工学会などの会員．

小野木　克　明（正会員）

1978 年名古屋大学大学院博士課程修了．名古屋大学工学部助手，豊橋技術科学大学講師，助教授，教授を経て，1996 年名古屋大学工学部教授，現在に至る．おもにプロセスシステム工学の研究に従事（工学博士）．システム制御情報学会，化学工学会などの会員．

西　村　義　行（正会員）

1966 年東京大学大学院博士課程修了．東京大学工学部講師，名古屋大学工学部助教授，豊橋技術科学大学教授を経て，1994 年東邦大学理学部教授，現在に至る．おもにシステム理論・システム制御に関する研究に従事（工学博士）．システム制御情報学会，化学工学会などの会員．