

---

**UNESP - BAURU - 2017**

# **Trabalho**

# **Cônicas - Elipse**

**Variação dos coeficientes na equação geral**

**Nomes: Bruna Lika Tamake  
Leonardo Silva de Oliveira  
Pedro Lamkowski dos Santos  
Tania Sanai Shimabukuro  
Thaís Alessandra de Carvalho  
Curso: Geometria Analítica**

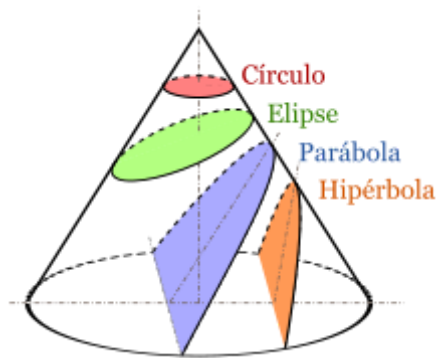
## 1. Introdução: cônicas:

As cônicas são curvas planas obtidas da intersecção de um plano com um cone de revolução. São elas: a parábola, a elipse e a hipérbole. A circunferência não é considerada uma cônica, apesar de poder ser obtida também por uma seção de um cone.

As cônicas são figuras planas. Portanto, suas representações serão realizadas no plano cartesiano ( $\mathbb{R}^2$ ). A expressão geral de uma cônica é uma equação do 2º grau da forma:

$$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$$

O termo "xy" da equação geral das cônicas é chamado de "termo retângulo". Quando a equação geral apresentar o termo retângulo, dizemos que a equação é "degenerada". Quando a equação geral não apresentar o termo retângulo, simplesmente será chamada de equação geral. Geometricamente, a diferença entre a equação geral e a equação geral degenerada está na posição da cônica em relação aos eixos coordenados. Quando a equação geral é degenerada o eixo de simetria da cônica é inclinado em relação aos eixos coordenados e quando a equação geral não é degenerada o eixo de simetria da cônica é paralelo a um dos eixos coordenados (rotação da cônica).



Representação das cônicas e a circunferência através de uma seção cônica.

## 2. Teoria: sobre Elipse:

Faz-se a análise geométrica do cone de revolução, onde pode-se inscrever a este duas esferas tangentes ao plano  $\pi_1$  e que o tocam nos pontos  $F_1$  e  $F_2$ . Estes pontos, em geral, são distintos e coincidem apenas quando o plano  $\pi_1$  é paralelo à diretriz do cone. Supondo  $F_1$  e  $F_2$  distintos e escolhendo um ponto  $P$  qualquer na intersecção do cone com o plano, sejam  $Q$  e  $R$  os pontos onde a geratriz  $VP$  toca as duas esferas inscritas:

$$\begin{aligned} PF_1 &= PQ \text{ e } PF_2 = PR \\ PF_1 + PF_2 &= PQ + PR = QR \end{aligned}$$

Sendo  $QR$  é um segmento de geratriz situado entre os pontos de contato do cone com as esferas, seu comprimento é o mesmo, para qualquer que seja o ponto  $P$  escolhido. Resulta-se então que todo ponto na intersecção do cone com o plano  $\pi_1$  tem a propriedade de que a soma das suas distâncias a dois pontos fixos,  $F_1$  e  $F_2$ , é uma constante que não depende do ponto escolhido. O lugar geométrico dos pontos com esta propriedade é chamado de elipse e os pontos  $F_1$  e  $F_2$  são chamados de focos da elipse.

Seja  $P$  um ponto da elipse. Toma-se como eixo focal  $2a$  a soma das distâncias dos focos  $F_1$  e  $F_2$  ao ponto  $P$ . Por conveniência, localize-o sobre o eixo das abscissas cartesianas 1 de maneira que o centro  $O$  esteja em  $F_1 + F_2$  e que  $O$  também seja a origem de um sistema de coordenadas cartesianas. Toma-se também, como eixo não-focal  $2b$  e centro  $O$ , a distância perpendicular ao eixo focal, sobre a origem, até a intersecção com a própria elipse

Segundo o livro "Geometria Analítica" de Paulo Boulos: "Sejam  $F_1$  e  $F_2$  pontos distintos,  $2c$  sua distância e  $a$  um número real tal que  $a > c$ . O lugar geométrico dos pontos  $X$  tais que a distância entre  $X$  e  $F_1$  somado com a distância entre  $X$  e  $F_2$  resultam em  $2a$ , chama-se elipse". Em suma, a elipse é uma curva fechada para a qual existem dois pontos especiais, os focos.

### 3. Desenvolvimento:

#### a. Script:

```
a = 1;
b = 0;
c = 4;
d = -4;
e = -32;
f = 32;

#Intervalos do gráfico
x1 = -10;
x2 = 10;
y1 = -10;
y2 = 10;

#Variação A
while a < 10
    hold on
    grid on
    a += 0.5;
    ezplot(@(X,Y) a.*X.^2 + b.*X.*Y + c.*Y.^2 + d.*X + e.*Y + f, [x1 x2 y1 y2]);
    text(0,10,"Variação do coeficiente A");
    pause(0.1);
    clf;
end
a = 1;
while a > -10
    hold on
    grid on
    a -= 0.5;
    ezplot(@(X,Y) a.*X.^2 + b.*X.*Y + c.*Y.^2 + d.*X + e.*Y + f, [x1 x2 y1 y2]);
    text(0,10,"Variação do coeficiente A");
    pause(0.1);
    clf;
end
a = 1;

#Variação B
while b < 9
    hold on
    grid on
    b += 0.3;
    ezplot(@(X,Y) a.*X.^2 + b.*X.*Y + c.*Y.^2 + d.*X + e.*Y + f, [x1 x2 y1 y2]);
    text(0,10,"Variação do coeficiente B");
    pause(0.1);
```

```

        clf;
    end
    b = 0;
    while b>-12
        hold on
        grid on
        b=-0.3;
        ezplot(@(X,Y) a.*X.^2 + b.*X.*Y + c.*Y.^2 + d.*X + e.*Y + f,[x1 x2 y1 y2]);
        text(0,10,"Variação do coeficiente B");
        pause(0.1);
        clf;
    end
    b = 0;

#Variação C
while c<15
    hold on
    grid on
    c+=0.7;
    ezplot(@(X,Y) a.*X.^2 + b.*X.*Y + c.*Y.^2 + d.*X + e.*Y + f,[x1 x2 y1 y2]);
    text(0,10,"Variação do coeficiente C");
    pause(0.1);
    clf;
end
c = 4;
while c>-15
    hold on
    grid on
    c-=1;
    ezplot(@(X,Y) a.*X.^2 + b.*X.*Y + c.*Y.^2 + d.*X + e.*Y + f,[x1 x2 y1 y2]);
    text(0,10,"Variação do coeficiente C");
    pause(0.1);
    clf;
end
c = 4;

#Variação D
while d<15
    hold on
    grid on
    d+=1;
    ezplot(@(X,Y) a.*X.^2 + b.*X.*Y + c.*Y.^2 + d.*X + e.*Y + f,[x1 x2 y1 y2]);
    text(0,10,"Variação do coeficiente D");
    pause(0.1);
    clf;
end
d = -4;
while d>-20
    hold on
    grid on
    d-=1;
    ezplot(@(X,Y) a.*X.^2 + b.*X.*Y + c.*Y.^2 + d.*X + e.*Y + f,[x1 x2 y1 y2]);
    text(0,10,"Variação do coeficiente D");
    pause(0.1);
    clf;
end
d = -4;

#Variação E
while e<-20
    hold on
    grid on

```

```
e+=1;
ezplot(@(X,Y) a.*X.^2 + b.*X.*Y + c.*Y.^2 + d.*X + e.*Y + f,[x1 x2 y1 y2]);
text(0,10,"Variação do coeficiente E");
pause(0.1);
clf;
end
e = -32;
while e>-50
    hold on
    grid on
    e-=1;
    ezplot(@(X,Y) a.*X.^2 + b.*X.*Y + c.*Y.^2 + d.*X + e.*Y + f,[x1 x2 y1 y2]);
    text(0,10,"Variação do coeficiente E");
    pause(0.1);
    clf;
end
e = -32;

#Variação F
while f>10
    hold on
    grid on
    f-=1;
    ezplot(@(X,Y) a.*X.^2 + b.*X.*Y + c.*Y.^2 + d.*X + e.*Y + f,[x1 x2 y1 y2]);
    text(0,10,"Variação do coeficiente F");
    pause(0.1);
    clf;
end
f = 32;
while f<50
    hold on
    grid on
    f+=1;
    ezplot(@(X,Y) a.*X.^2 + b.*X.*Y + c.*Y.^2 + d.*X + e.*Y + f,[x1 x2 y1 y2]);
    text(0,10,"Variação do coeficiente F");
    pause(0.1);
    clf;
end
```

#### b. Anexos:

Repositório: <https://github.com/Tsukalos/BCC-GA-OctaveScript>

#### 4. Referencias:

- <http://www.mat.ufrgs.br/~portosil/geometria-analitica-ufma.pdf>
- [http://wwwp.fc.unesp.br/~lfcruz/GA\\_CAP\\_08.pdf](http://wwwp.fc.unesp.br/~lfcruz/GA_CAP_08.pdf)
- Geometria Analítica: um tratamento vetorial. - Ivan Camargo e Paulo Boulos - 3º Edição - Pearson 2005.