

1 時変伝送路の作り方

第 l OFDM 時刻での第 q パスの伝送路のインパルス応答を $h_{l,q}$ とする. $h_{l,q}$ は

$$\mathbb{E}\{h_{l,q}\} = 0 \quad (1)$$

$$\mathbb{E}\{h_{l_1,q_1} h_{l_2,q_2}^*\} = \xi_{q_1}^2 \delta_{q_1,q_2} J_0(2\pi |l_1 - l_2| T_s f_d) \quad (2)$$

を満たす複素ガウス確率変数の標本とする. ただし,

$$\sum_{q=0}^{Q-1} \xi_q^2 = 1 \quad (3)$$

を満たすものとする.

$$\underline{h}_q = [h_{0,q}, \dots, h_{L-1,q}]^T \text{ とし,}$$

$$\underline{h}_q = \mathbf{A}_q \underline{x} \quad (4)$$

により, \underline{h}_q を生成する方法を考える. ただし, $\underline{x} \in \mathbb{C}^L$ は

$$\mathbb{E}\{\underline{x}\} = \underline{0} \quad (5)$$

$$\mathbb{E}\{\underline{x}\underline{x}^H\} = \mathbf{I} \quad (6)$$

を満たす複素ガウス確率変数ベクトルの標本とする. すなわち, ここでは $\mathbf{A}_q \in \mathbb{C}^{L \times L}$ を決定すれば良い. \underline{h}_q は

$$\mathbb{E}\{\underline{h}_q\} = \underline{0} \quad (7)$$

$$\left[\mathbb{E}\{\underline{h}_{q_1} \underline{h}_{q_2}^H\} \right]_{l_1, l_2} = \xi_{q_1}^2 \delta_{q_1, q_2} J_0(2\pi |l_1 - l_2| T_s f_d) \quad (8)$$

を満たす複素ガウス確率変数ベクトルの標本であれば良く,

$$\begin{aligned} \mathbb{E}\{\underline{h}_{q_1} \underline{h}_{q_2}^H\} &= \mathbf{A}_{q_1} \mathbb{E}\{\underline{x}\underline{x}^H\} \mathbf{A}_{q_2}^H \delta_{q_1, q_2} \\ &= \mathbf{A}_{q_1} \mathbf{A}_{q_2}^H \delta_{q_1, q_2} \end{aligned} \quad (9)$$

なる関係を満たす \mathbf{A}_q を決定すればよい. 今,

$$\mathbb{E}\{\underline{h}_q \underline{h}_q^H\} = \mathbf{U}_q \mathbf{\Lambda}_q \mathbf{U}_q^H \quad (10)$$

のように固有値分解可能とする. ここで, $\mathbf{\Lambda}_q$ は $\mathbb{E}\{\underline{h}_q \underline{h}_q^H\}$ の固有値を対角に並べた対角行列であり, \mathbf{U}_q は対応する固有ベクトルによって構成されるユニタリ行列である. また, $\mathbb{E}\{\underline{h}_q \underline{h}_q^H\}$ はエルミート行列であるので, その固有値は実数となる. すなわち,

$$\mathbf{A}_q \mathbf{A}_q^H = \mathbf{U}_q \mathbf{\Lambda}_q \mathbf{U}_q^H \quad (11)$$

を満たす \mathbf{A}_q を定めればよい. したがって,

$$\mathbf{A}_q = \mathbf{U}_q \sqrt{\mathbf{\Lambda}_q} \quad (12)$$

とすればよい.