フェージング伝送路における最尤推定

2024/10/10 綱川舜弥

1　信号モデル

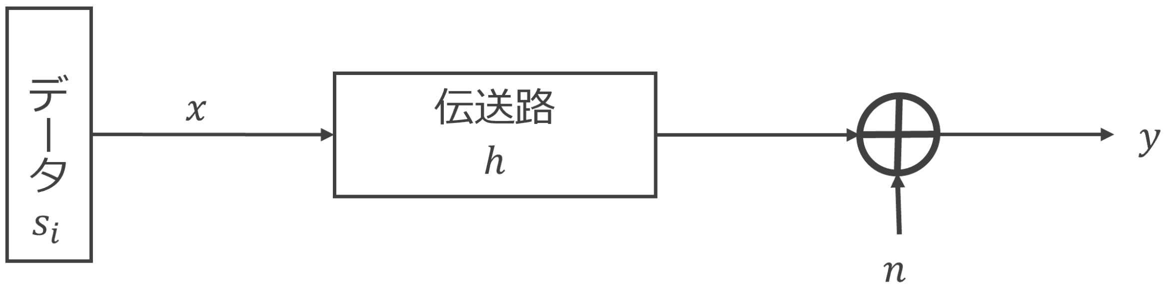

図 1　信号モデル

図 1 に一般的なシングルキャリアでの信号モデルを示す．例えば M-PSK や M-QAM で変調しているとする．この時の送信可能シンボルベクトルを $\underline{s} = [s_0, s_1, \cdots, s_{M-1}]^T \in \mathbb{C}^M$ とする．今，送信アルファベットを i と決めた時，送信信号 $x \in \mathbb{C}$ は $x = s_i$ となる．伝送路応答を $h \in \mathbb{C}$ とし，レイリーフェージングの場合 $\mathrm{E}\{h\} = 0$，$\mathrm{E}\left\{\left|h^2\right|\right\} = 1$ を満たす複素ガウス確率変数の標本となる．AWGN の場合は $h = 1$ となり，フラットフェージングの場合は $\Re\{h\} = \Im\{h\}$，選択性フェージングの場合は $\Re\{h\}$ と $\Im\{h\}$ が互いに独立する．$\mathrm{E}\{h_l\} = 0$，$\mathrm{E}\left\{|h_l|^2\right\} = 1$ を満たす複素ガウス確率変数の標本とする．また，雑音 $n \in \mathbb{C}$ は，$\mathrm{E}\{n\} = 0$，$\mathrm{E}\left\{nn^H\right\} = \sigma^2$ を満たす複素ガウス確率変数の標本である．

受信信号 $y' \in \mathbb{C}$ は

$$y' = hx + n \tag{1}$$

と与えられる．伝送路応答 h を完全に推定できたときにゼロ・フォーシング等化を行ったときの等化後の信号 $y \in \mathbb{C}$ は

$$y = x + h^{-1}n \tag{2}$$

と与えられる．

2　最尤推定

受信信号 y から送信データであるシンボル x を推定する．最尤推定によって復調シンボルを決定する場合，復調アルファベット $\hat{i}$ は

$$\hat{i} = \arg\max p\left(y|x\right) \tag{3}$$

となる．ここで，

$$\mathrm{E}\left\{h^{-1}n\right\} = 0 \tag{4}$$

$$\mathrm{E}\left\{\left(h^{-1}n\right)\left(h^{-1}n\right)^H\right\} = h^{-1}\left\{nn^H\right\}h^{-H} = \sigma^2 h^{-1}h^{-H} \tag{5}$$

である．$h^{-1}h^{-H} = \frac{1}{|h|^2} = R_h$ とおく．

よって，式 (3) を解くと

$$
\begin{aligned}
\hat{i} &= \arg\max p\left(y|x\right) \\
&= \arg\max \frac{1}{\sqrt{2\pi\left(\sigma^2 R_h\right)}} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(y-x\right)^H \left(\sigma^2 R_h\right)^{-1}\left(y-x\right)\right\} \\
&= \arg\min \left\{\left(y-x\right)^H {R_h}^{-1}\left(y-x\right)\right\}
\end{aligned}
\tag{6}
$$

式 (6) は，もし AWGN 伝送路だった場合は $R_h = 1$ となるから

$$
\hat{i} = \arg\min \|y-x\|^2 \tag{7}
$$

となる．それ以外の場合，

$$
\begin{aligned}
\hat{i} &= \arg\min \left\{\left(y-x\right)^H {R_h}^{-1}\left(y-x\right)\right\} \\
&= \arg\min \left(|h|^2 \|y-x\|^2\right)
\end{aligned}
\tag{8}
$$

となる．