数字图像处理

第十一讲
形态学处理

形态学处理

- 数学形态学历史（Mathematical Morphology）
- 一、什么是形态学处理
- 二、基本处理定义
- 三、形态学变换
- 四、形态学变换的应用
- 五、灰度图像形态学
- 六、要点总结

历史

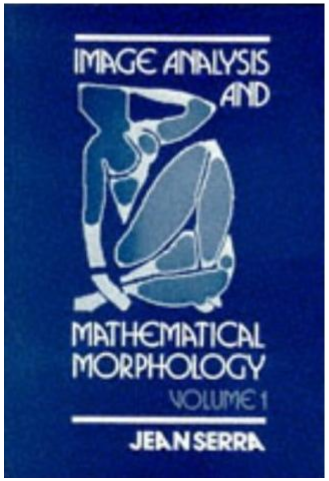
- 六十年代
  - 1964年，法国巴黎矿业学院，G.Matheron, J.Serra对铁矿的定量岩石进行分析，预测其开采价值；奠定了数学形态学；
  - 1968年4月，法国成立枫丹白露(Fontainebleau)数学形态学研究中心；
- 七十年代
  - 开发了TAS（纹理分析系统）；
  - 发展了大量专利;
  - 但仅面向用户和自然科学家；

J. Serra

http://cmm.ensmp.fr/~serra

历史

- 八十年代，数学形态学广为人知
  - 1982年，Serra出版了专著《Image Analysis and Mathematical Morphology》；
  - 84年枫丹白露成立MorphoSystem指纹识别公司；
  - 86年枫丹白露成立Noesis图像处理公司；
  - 全球成立十几家数学形态学研究中心，进一步发展理论基础和应用；
- 九十年代，数学形态学应用在图像增强、分割、恢复、边缘检测、纹理分析等领域。



1 什么是形态学处理

- 1）形态学
  - 生物学的一个分支，研究动植物的形态和结构
- 2）数学形态学
  - 是研究形态学发展出来的数学理论和技术
- 3）形态学处理
  - 将数学形态学作为工具从图像中提取对于表达和描述区域形状有用的图像分量。近年来在数字图像处理和机器视觉领域中得到了广泛应用，形成了一种独特的数字图像分析方法和理论。
- 4）数学形态学的语言：二值图像上的集合论

1 什么是形态学处理

- 5）思想
  - 表现为一种邻域运算形式；
  - 一种特殊定义的邻域称之为“**结构单元**”（**Structure Element**），在每个像素位置上它与二值图像对应的区域进行特定的逻辑运算，逻辑运算的结果为输出图像的相应像素。
  - 形态学运算的效果取决于结构单元的大小、内容以及逻辑运算的性质。
- 6）数字图像形态学处理的目的
  - 研究数字图像中物体目标的结构及拓扑关系。

序言

- 集合论基本概念
  - 元素a是集合A的元素，则a属于A，表示为

$$a \in A$$

  - 元素a不是集合A的元素，则a不属于A，表示为

$$a \notin A$$

  - 集合A的每个元素都属于另一个集合B，则A是B的子集，表示为，

$$A \subseteq B$$

序言

- 集合论基本概念
  - 两个集合A和B的并集表示为

$$C = A \cup B$$

  - 两个集合A和B的交集表示为

$$C = A \cap B$$

  - 两个集合A和B没有共同元素，则称为不相容或互斥，表示为，

$$A \cap B = \emptyset$$

序言

- 集合论基本概念
  - 集合A的补集指不包含A的所有元素集合，表示为

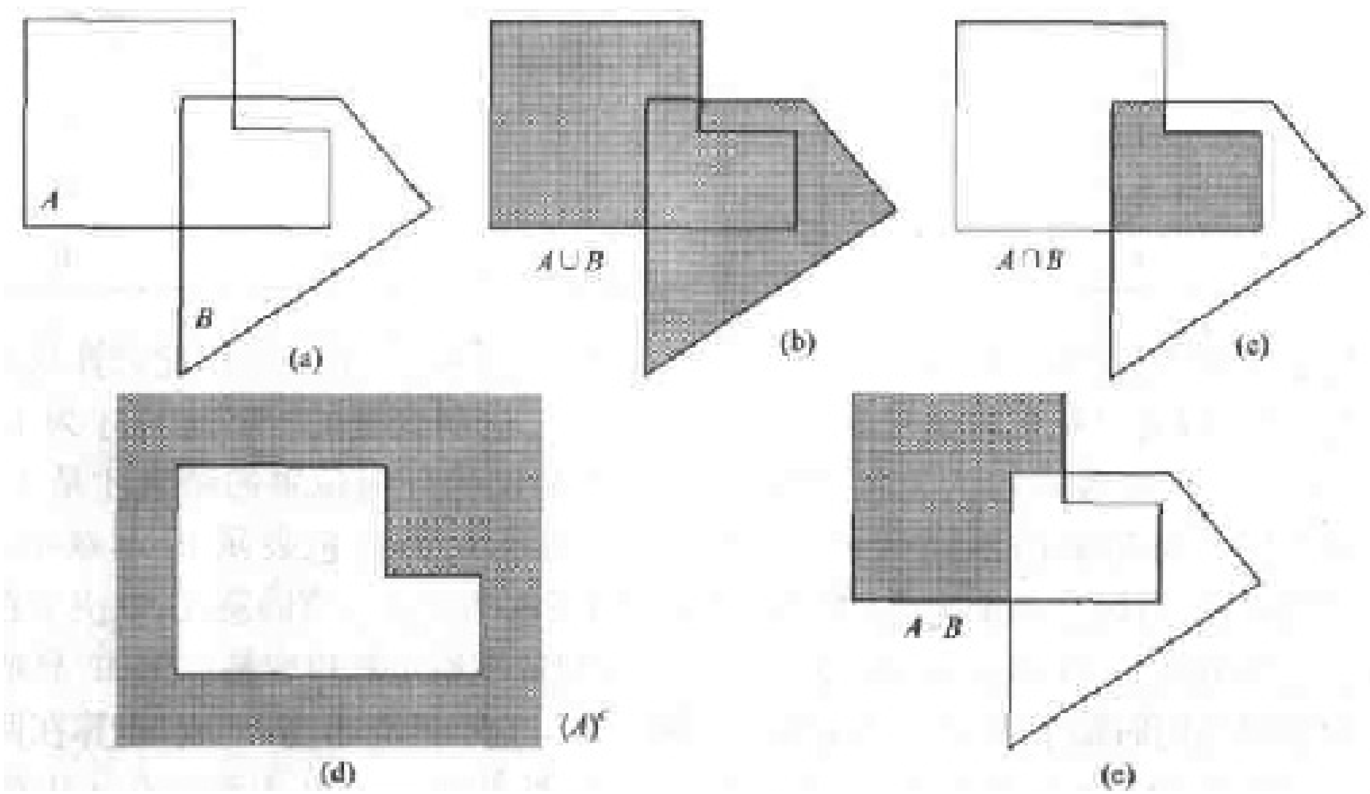
$$A^C = \{w | w \notin A\}$$

  - 两个集合A和B的差集表示为

$$A - B = \{w | w \in A, w \notin B\} = A \cap B^C$$

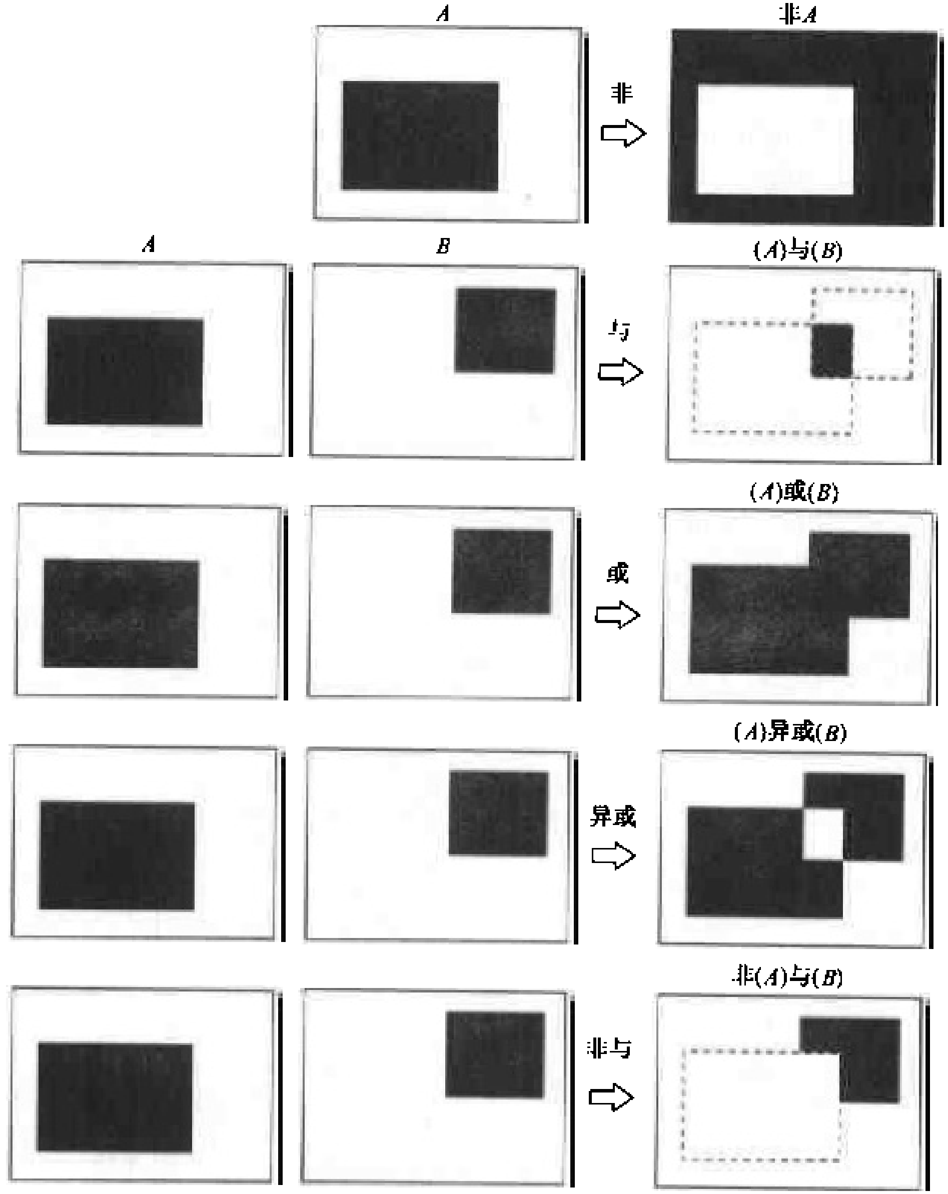
序言

- 集合论基本概念



序言

- 二值图像的逻辑运算
  - 黑色表示**1**
  - 白色表示**0**



2 基本处理定义

- 1）二值形态学处理

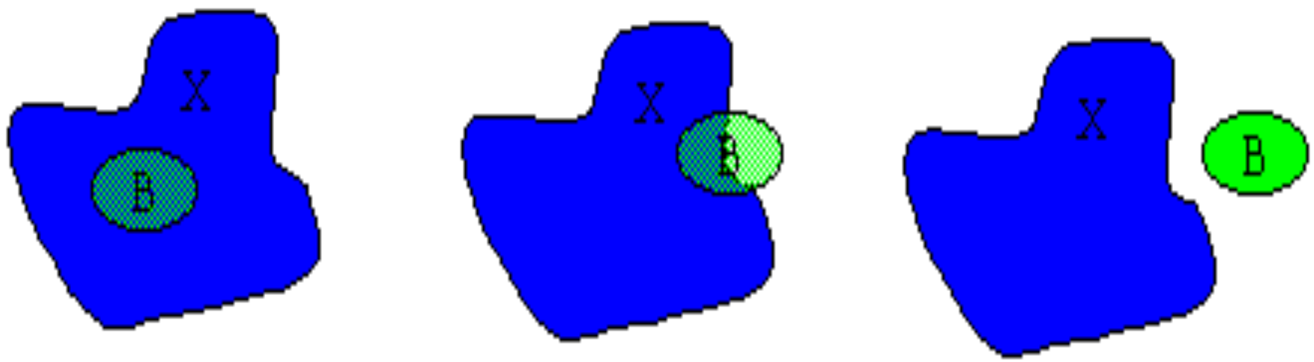
$A,B \subseteq E^N, A$为物体，B为结构单元

结构单元B包含于A，记作$B \subset A$;

结构单元B击中$A\left(\underline{HIT}\right)$，记作$B \cap A \neq \varnothing$;

结构单元B击不中$A\left(\underline{MISS}\right)$，$B \cap A = \varnothing$;

2 基本处理定义



$B \subset X$

包含于 include in

$B \uparrow X$

$(B \cap X \neq \phi) \wedge (B \not\subset X)$

击中 hit

$B \subset X^C$

$B \cap X = \phi$

不击中 miss

2 基本处理定义

- 2）平移（**translation**）

$A, x \subseteq E^N$，A平移x记作A_x，定义为

$$A_x = \left\{c \subset E^N, c = a + x, \forall a \in A\right\}$$

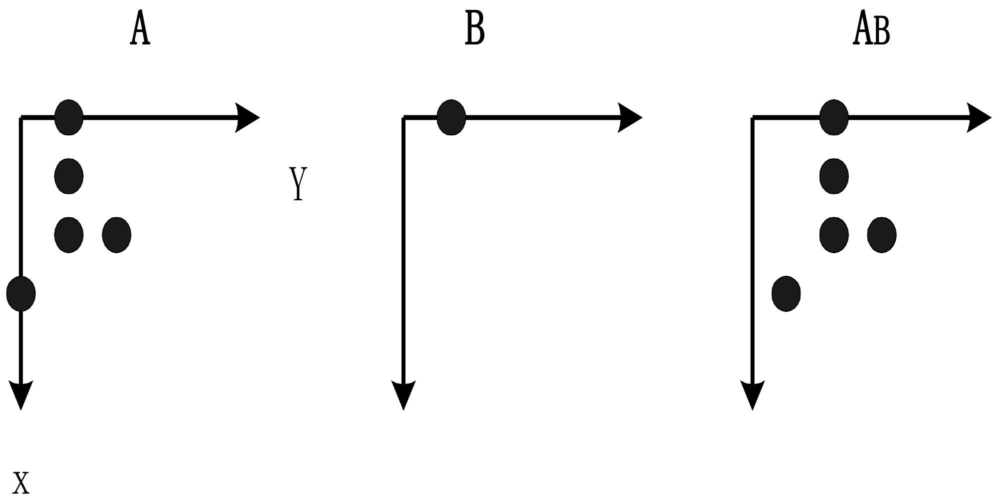
其中A_B表示$x = B$时的平移。

例：$A = \left\{(0,1),(1,1),(2,1),(2,2),(3,0)\right\}, x = \left\{(0,1)\right\}$

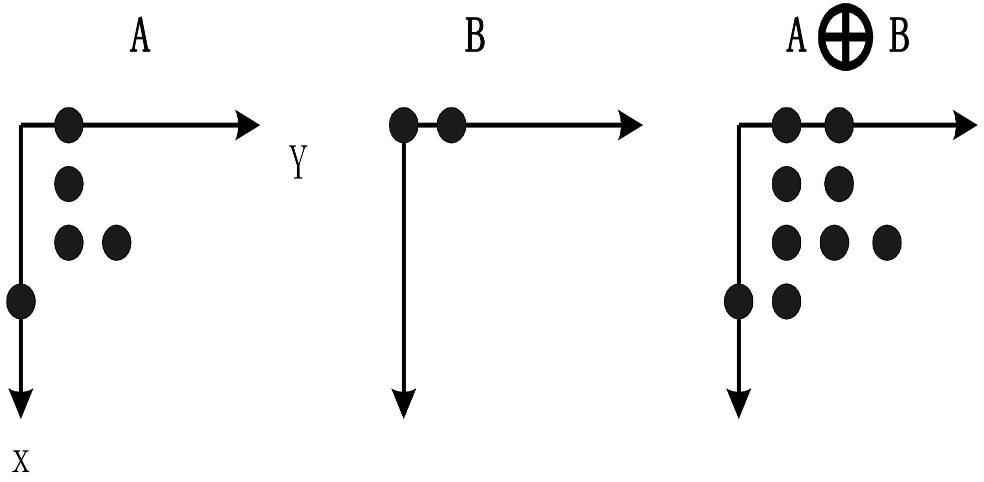
则$A_x = \left\{(0,2),(1,2),(2,2),(2,3),(3,1)\right\}$

A物体，x结构单元。在平移运算中通常为1个点

2 基本处理定义



(平移)



(扩张)

2 基本处理定义

- 3）扩张（dilation），有时被译为膨胀

定义A用B结构单元扩张记作$A \oplus B$，定义为

$$A \oplus B = \left\{ c \subset E^N, c = a + b, \forall a \subset A, \forall b \subset B \right\}$$或

$$A \oplus B = \left\{ A_b, \forall b \subset B \right\}$$

例：$A = \left\{ (0,1),(1,1),(2,1),(2,2),(3,0) \right\}$

$$B = \left\{ (0,0),(0,1) \right\}$$

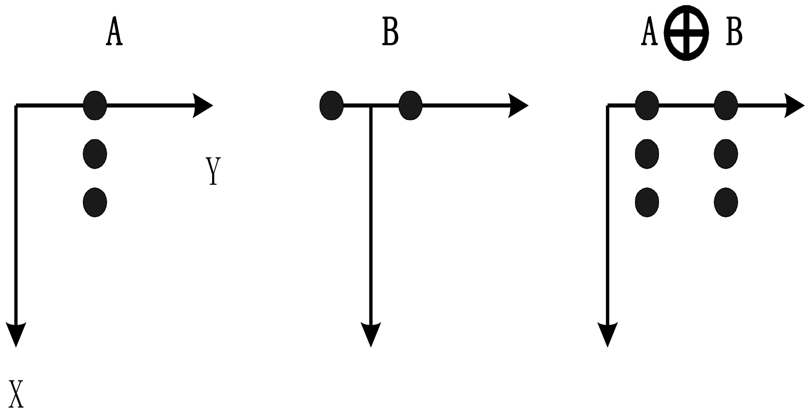
则$A \oplus B =$

$$\left\{ (0,1),(1,1),(2,1),(2,2),(3,0),(0,2),(1,2),(2,2),(2,3),(3,1) \right\}$$

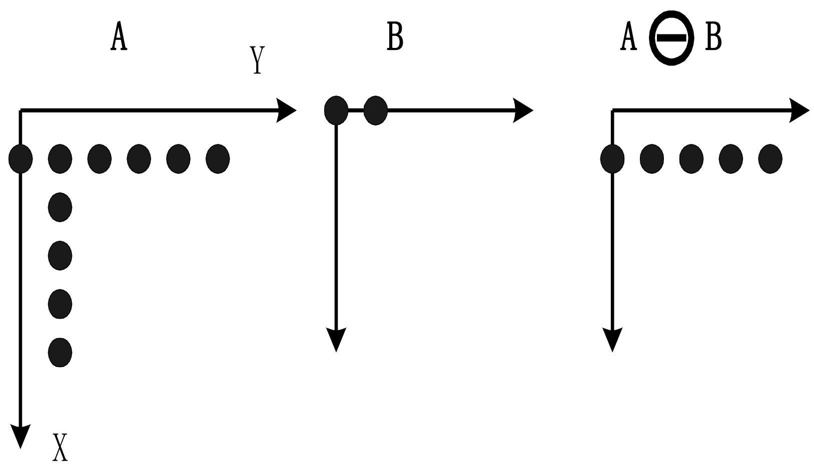
$A \oplus B$的意义A用B扩张，

即所有A的点集使B_a击中A且交集非零。

2 基本处理定义



(扩张)



(腐蚀)

2 基本处理定义

- 4）腐蚀（erosion）

定义A用B结构单元腐蚀为$A\Theta B$,其意义为

$$A\Theta B=\left\{c\subset E^{N},c+b\subset A,\forall b\subset B\right\}或$$

$$A\Theta B=\left\{c,B_{c}\subset A\right\}$$

例: $A=$

$$\left\{(1,0),(1,1),(1,2),(1,3),(1,4),(1,5),(2,1),(3,1),(4,1),(5,1)\right\}$$

$$B=\left\{(0,0),(0,1)\right\}$$

则$A\Theta B=\left\{(1,0),(1,1),(1,2),(1,3),(1,4)\right\}$

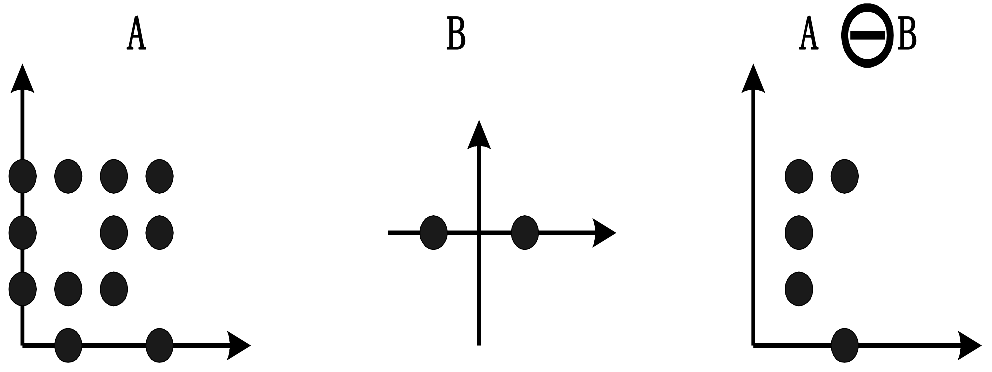
2 基本处理定义

- 注意：如果结构单元包含原点，则 $A\Theta B\subset A$成立；
- 而若结构单元不包含原点，则上式不成立。

$$例：S=\begin{vmatrix}1&1&1&1\\1&0&1&1\\1&1&1&0\\0_\Delta&1&0&1\end{vmatrix}\qquad E=\begin{vmatrix}1&0_\Delta&1\end{vmatrix}$$

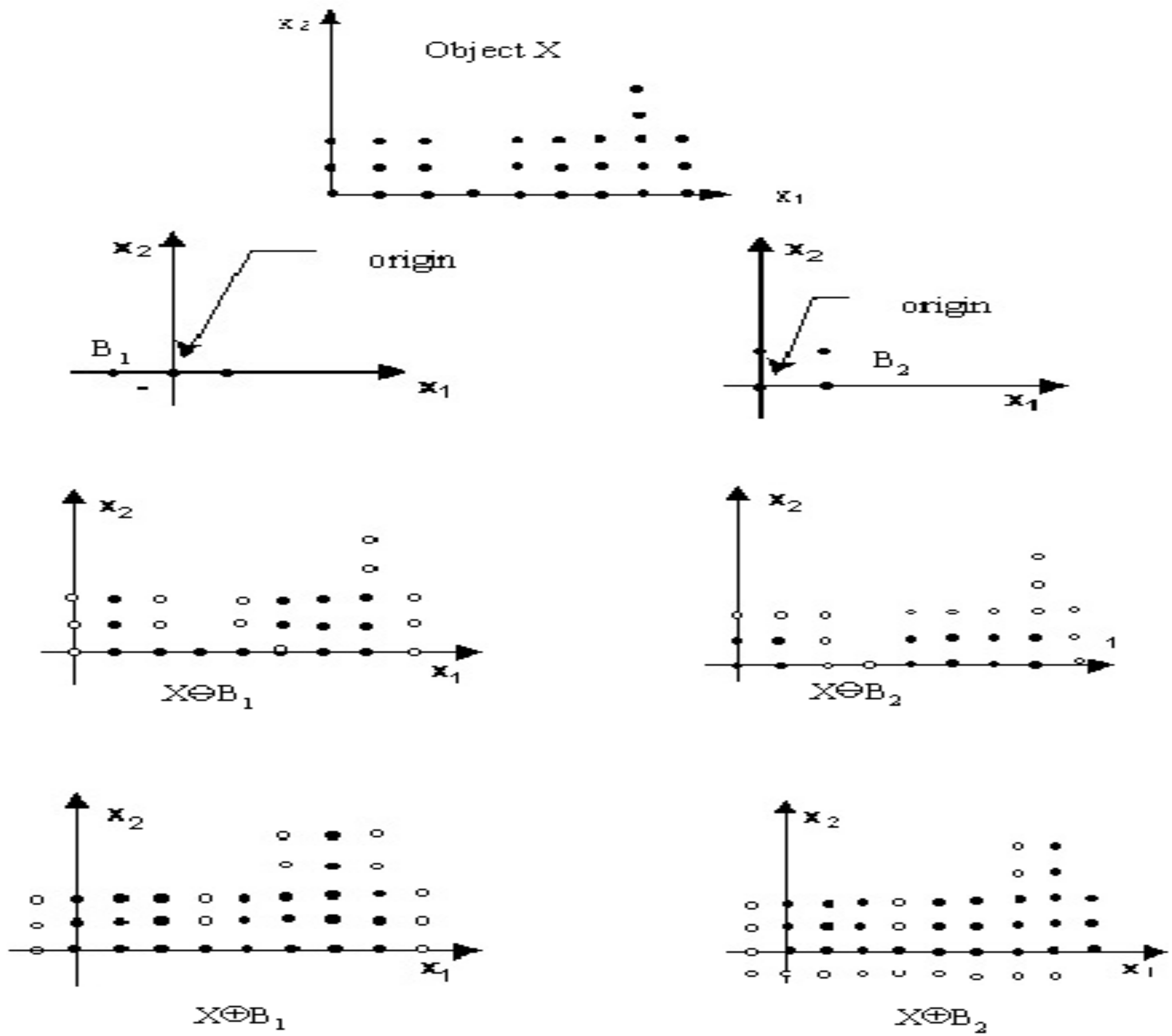
$$则 S\Theta E=\begin{vmatrix}0&1&1&0\\0&1&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{vmatrix}$$

2 基本处理定义



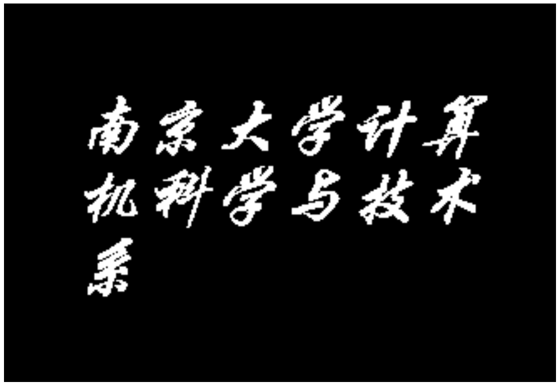
(腐蚀)

2 基本处理定义



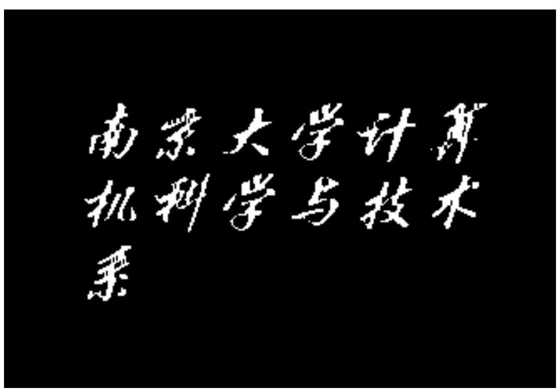
Object X
origin
B_1
origin
B_2
$X \ominus B_1$
$X \ominus B_2$
$X \oplus B_1$
$X \oplus B_2$

2 基本处理定义



文字图像

扩张后的文字图像



腐蚀后的文字图像

2 基本处理定义

- 5）腐蚀与扩张并不互为逆运算，但有下列性质：

$$A_a \oplus B = (A \oplus B)_a$$

分配率：$A \oplus (B \cup B') = (A \oplus B) \cup (A \oplus B')$

$$A \Theta (B \cup B') = (A \Theta B) \cap (A \Theta B')$$

$$(A \cap C) \Theta B = (A \Theta B) \cap (C \Theta B)$$

迭代性：$(A \Theta B) \Theta B' = A \Theta (B \oplus B')$

$$(A \oplus B) \oplus B' = A \oplus (B \oplus B')$$

单调增加性：

若$A \subset A'$,则$A \Theta B \subset A' \Theta B \quad \forall B$

若$A \subset A'$,则$A \oplus B \subset A' \oplus B \quad \forall B$

若$B \subset B'$,则$A \Theta B' \subset A \Theta B \quad \forall A$

对偶性：若A^c为A的补集 $A^c \oplus B = (A \Theta B)^c$

2 基本处理定义

- **分配率**

$$A\Theta\left(B\cup B'\right)=\left(A\Theta B\right)\cap\left(A\Theta B'\right)$$

$$\begin{array}{ccc} 1 & & 1 \\ 1 & [\ \ ] & 1 \\ 1 & & 1 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{c} 1 \\ 1 \\ 1 \end{array} [\ \ ] \quad \cup \quad [\ \ ] \begin{array}{c} 1 \\ 1 \\ 1 \end{array}$$

- **迭代性**

$$\left(A\oplus B\right)\oplus B'=A\oplus\left(B\oplus B'\right)$$

$$\begin{array}{ccccc} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & [1] & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{array} \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & [1] & 1 & 1 \end{bmatrix} \oplus \begin{array}{c} 1 \\ 1 \\ [1] \\ 1 \\ 1 \end{array}$$

2 基本处理定义

- 6）不同结构单元对腐蚀和扩张的影响

E1=3*3方形结构单元

原图

E1扩张后图像

E1腐蚀后图像

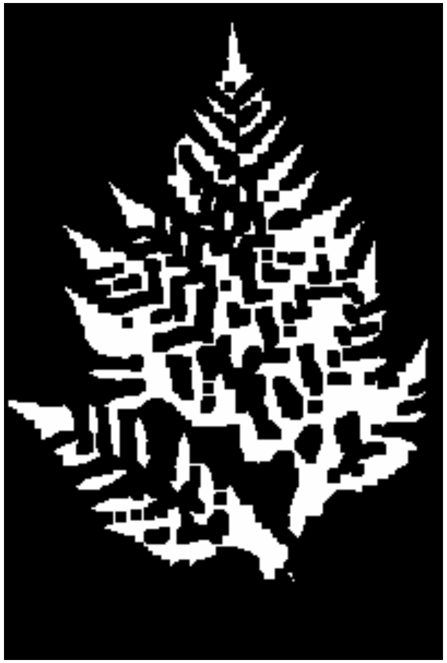
2 基本处理定义

- 扩张使图像扩大，腐蚀使图像缩小

E2=5*5方形结构单元

原图

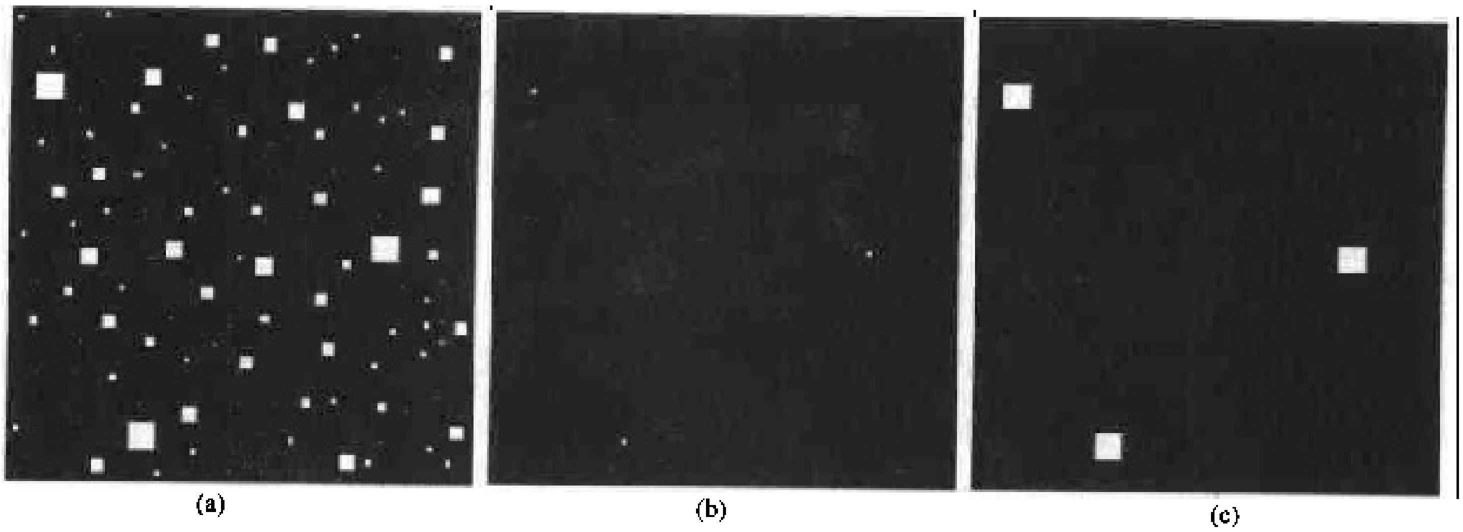
E2扩张后图像



E2腐蚀后图像

2 基本处理定义

- 可利用腐蚀去掉图像的某些部分，再通过扩张放大



腐蚀　　　扩张

3 形态学变换

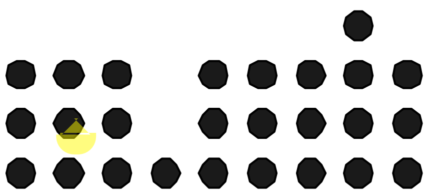
- 两种重要的形态学变换
  - 开(open)变换与闭(close)变换
  - 都用于图像轮廓光滑
  - 开变换：断开狭窄的间断和消除细的突出物
  - 闭变换：消除狭窄的间断和细的鸿沟，填补轮廓线中的断裂

3 形态学变换

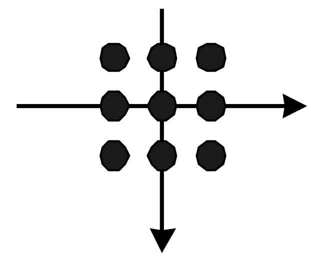
- 1）结构开（open）变换
  - 定义： $A \circ B = \left(A \Theta B \right) \oplus B$
  - 意义：先腐蚀然后再扩张；
  - 目的：使轮廓平滑，抑制A物体边界的小离散点或尖峰，在研究物体的形态分布时常用。用来消除小物体、在纤细点处分离物体、平滑较大物体边界的同时并不明显改变其面积。

3 形态学变换

A

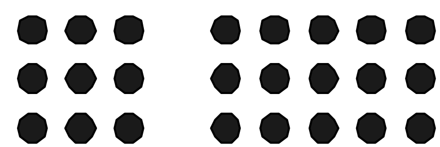


B



$A \ominus B$

$A \circ B$



3 形态学变换

Lenna
Sobel边界
的二值图像

3 形态学变换

Lenna Open
变换后的二
值图像

3 形态学变换

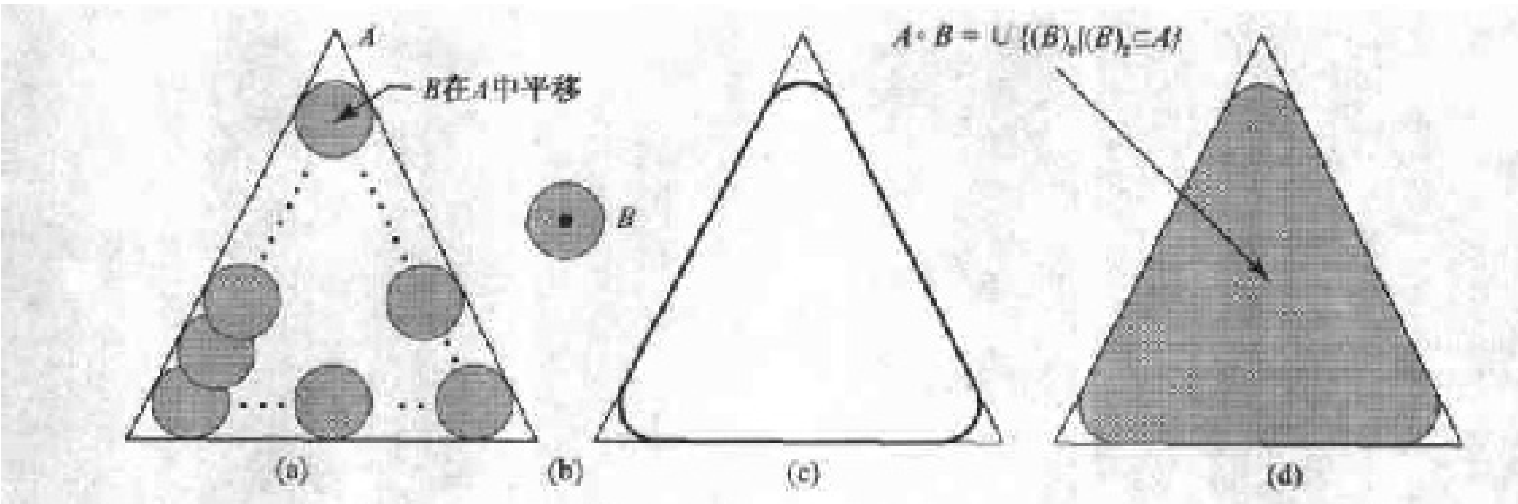
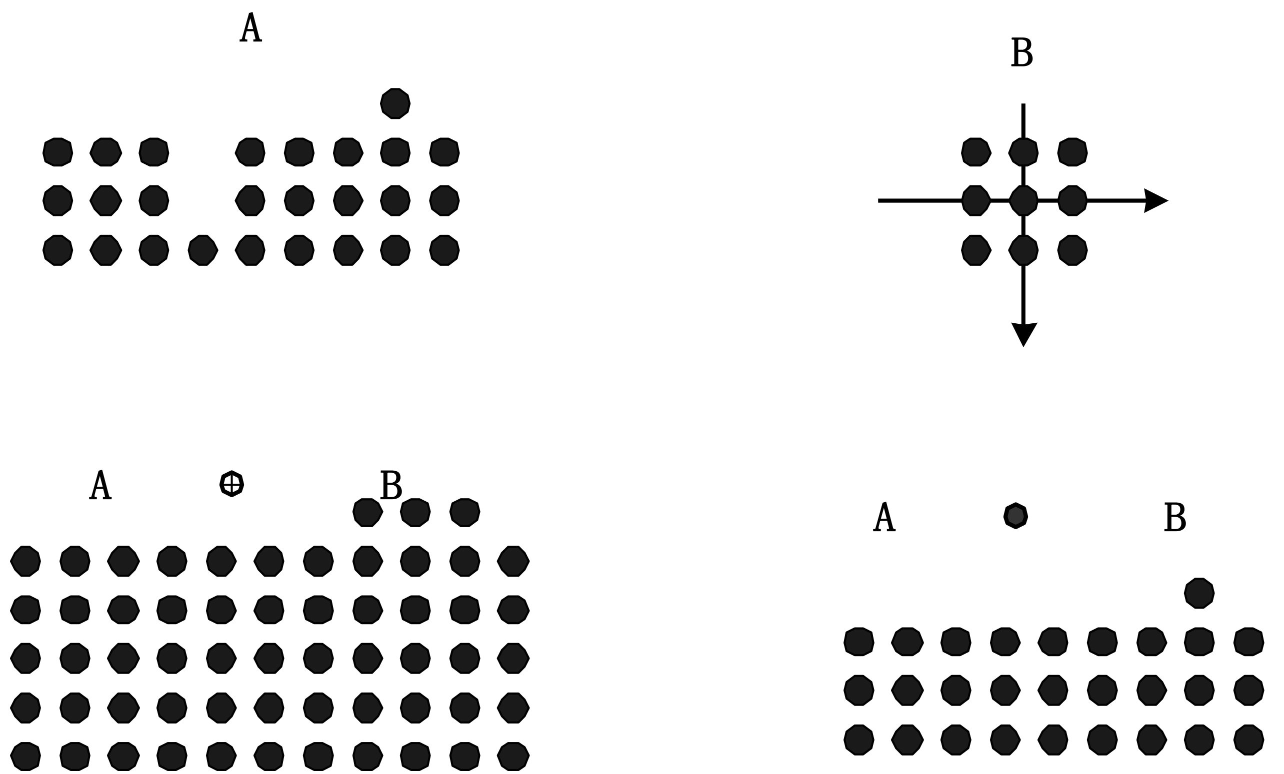


图 9.8　(a)结构元素 B 沿着 A 的内部边界转动(点表示 B 的圆心),(b)结构元素 B,(c)粗线是开操作的外部边界,(d)完全开操作(阴影部分)

3 形态学变换

- 2）结构闭（close）变换
  - 定义：$A \bullet B = (A \oplus B) \Theta B$
  - 意义：先扩张再腐蚀；
  - 目的：也是用于图像光滑。但与开变换相反，闭变换用来填充物体内细小空洞、连接邻近物体、平滑其边界的同时并不明显改变其面积。

3 形态学变换



3 形态学变换

Lenna close
变换后的二
值图像

3 形态学变换

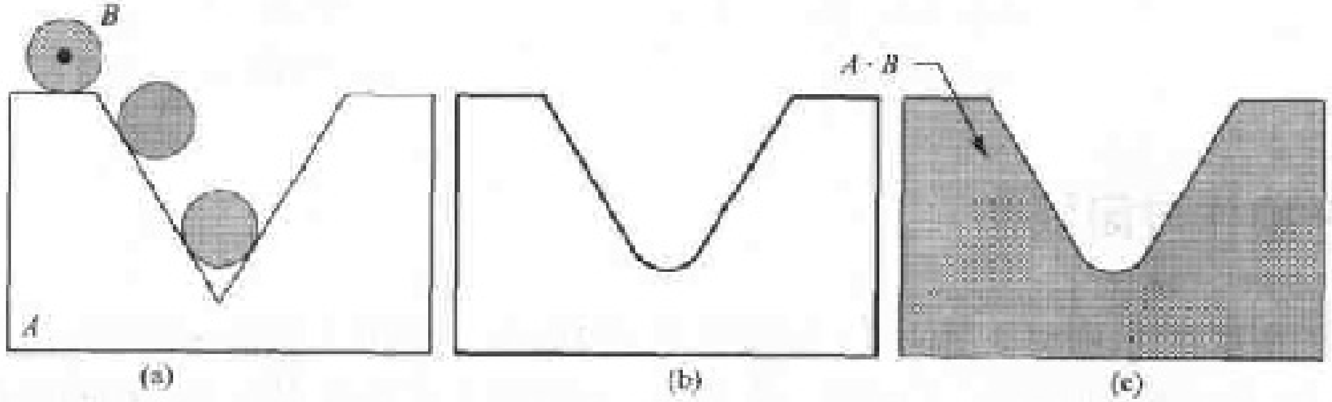
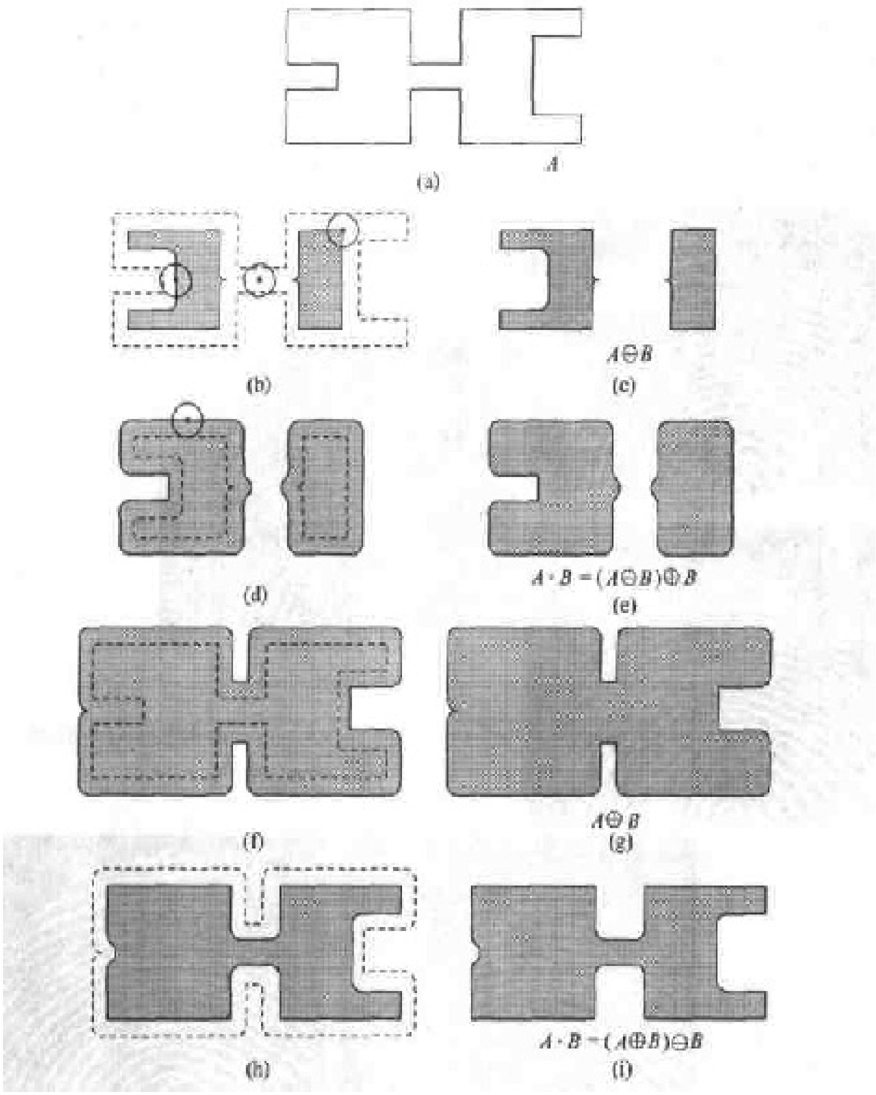


图 9.9　(a)结构元素 B 在集合 A 的外部边界上转动,(b)粗线表示闭操作的外部边界,(c)完全的闭操作(阴影部分)

3 形态学变换

- **开变换与闭变换**



3 形态学变换

- 3）交变序列滤波器（ASF）
  - （1）开运算对并噪声的滤波作用
    - 未被噪声污染的图像S
    - 噪声图像N
    - 被噪声污染的图像 $S \cup N$

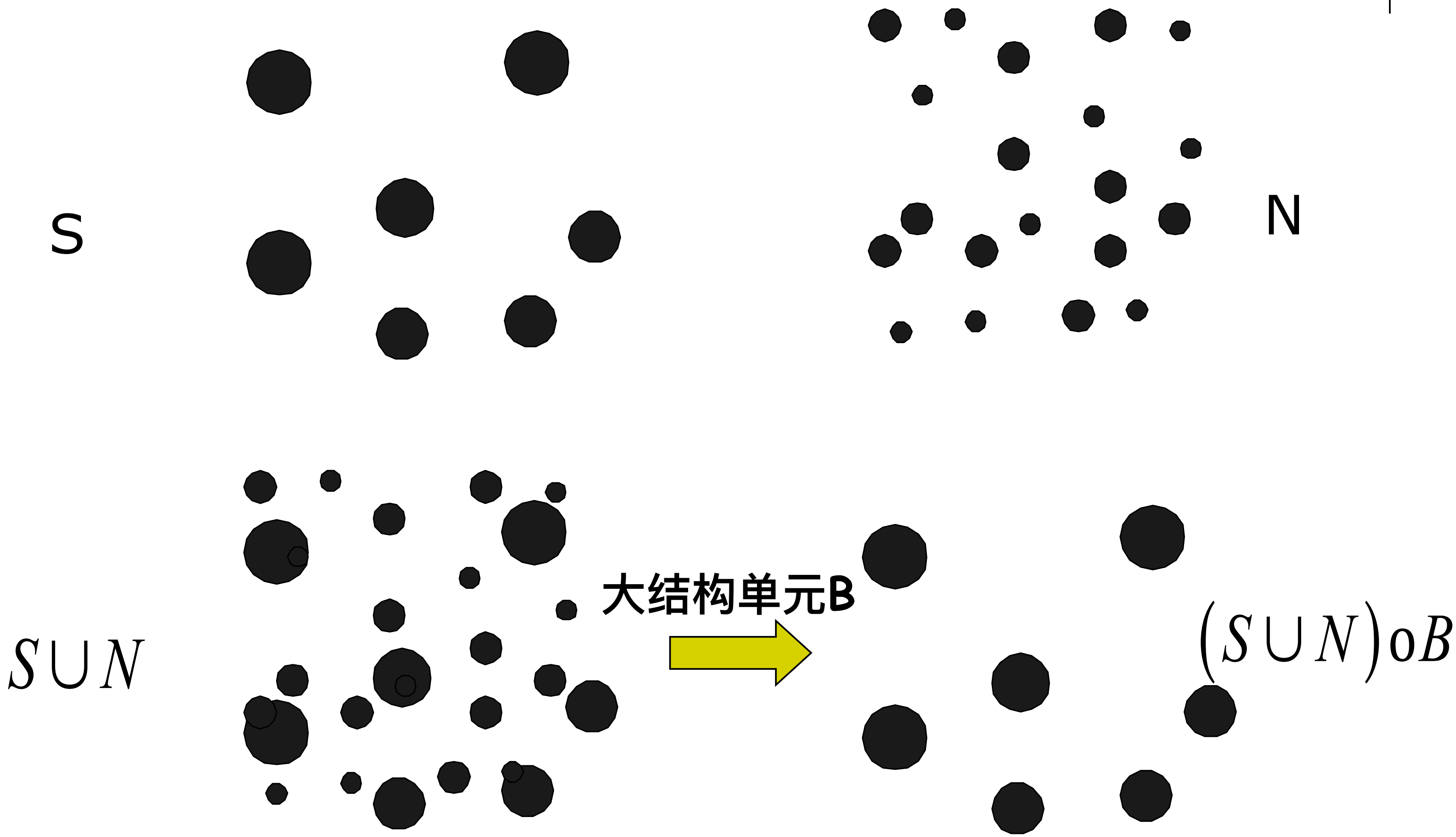
因为

$$S \circ B \subset \left(S \cup N\right) \circ B \subset S \cup N$$

因此

滤波后的图象在非噪声污染图象和噪声污染图象之间

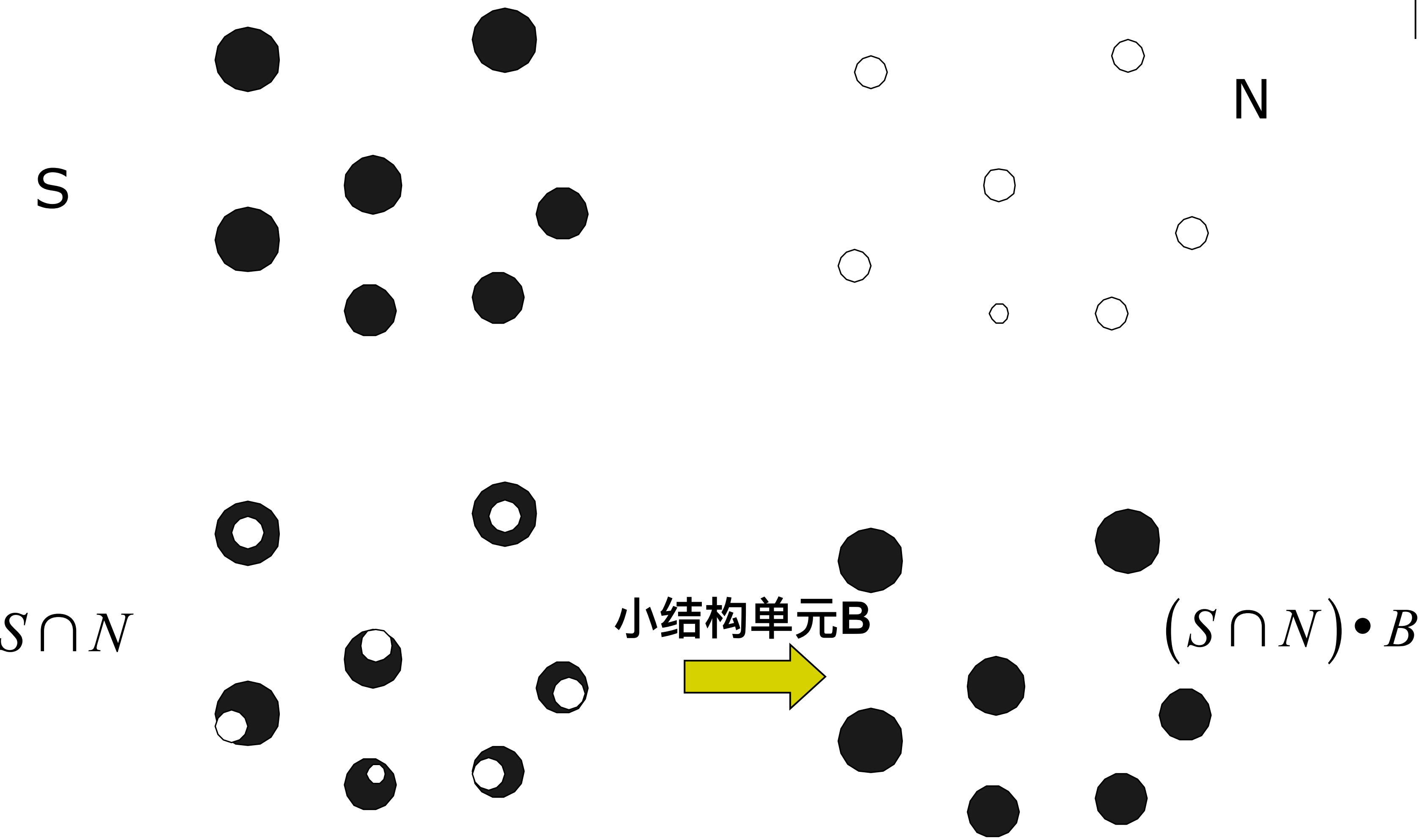
3 形态学变换



3 形态学变换

- （2）闭运算对差噪声的滤波作用
  - 未被噪声污染的图像S
  - 噪声图像N
  - 被噪声污染的图像 $S \cap N$

3 形态学变换



3 形态学变换

- （3）交变序列滤波器
  - 在ASF方法中，开-闭滤波器（或闭-开）序列交替执行；
  - 初始时，采用较小的结构单元；然后逐步增加结构单元的尺寸；
  - 方法在某个尺寸的结构单元终止，否则将毁坏图像；
  - 结构单元尺寸的最优化算法是目前研究的热点。

3 形态学变换

- 开变换与闭变换组合用于处理受噪声污染的指纹图像

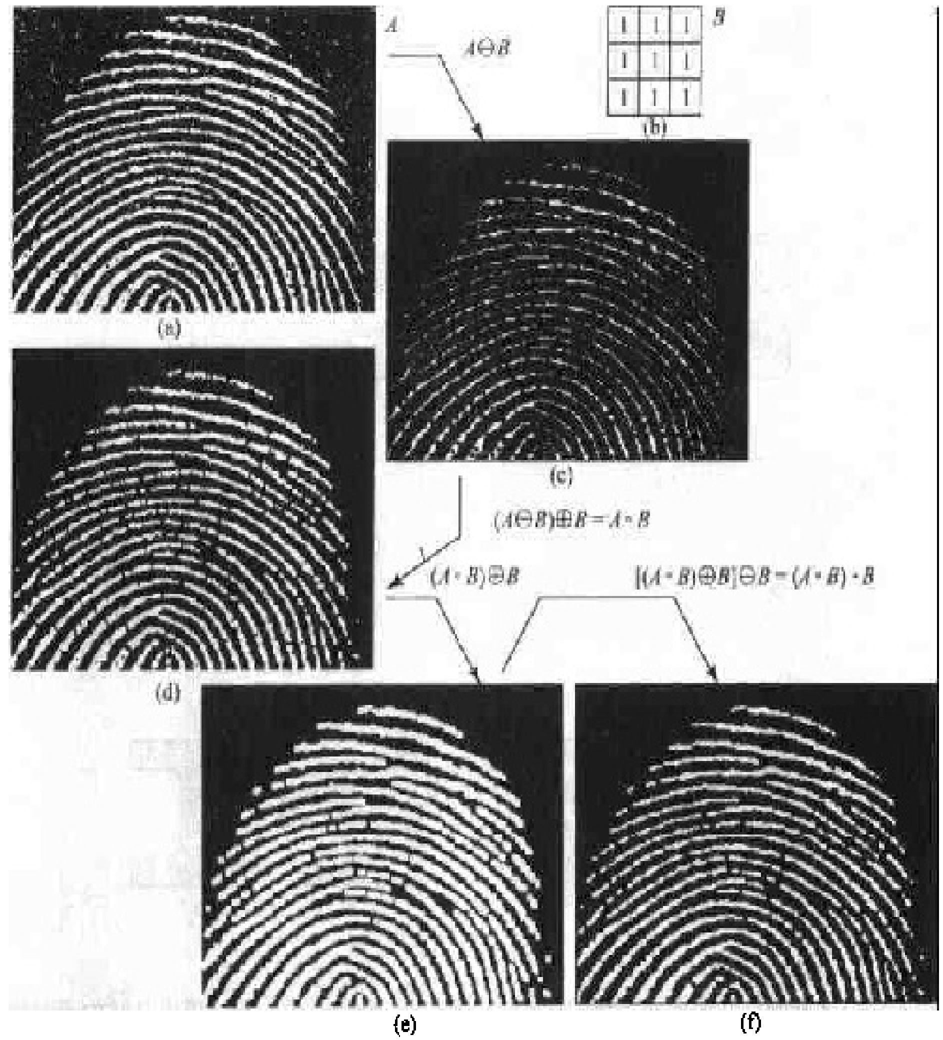


图 9.11　(a)有噪声的图像，(c)腐蚀图像，(d)A 的开操作，(e)开操作的膨胀，(f)开操作的闭操作[这个例子的原图由美国国家标准技术研究所(NIST)提供]

3 形态学变换

- 4）击中击不中（HIT-MISS）变换
  - 击中击不中变换（HMT）需要两个结构单元w和b，合成一个结构元素对B=（w，b）。一个探测图像内部，另一个探测图像外部。
  - 定义：

$$A \otimes B = \left\{a, B_w(a) \subset A, B_b(a) \subset A^c\right\}$$
$$= \left(A \Theta B_w\right) \cap \left(A^c \Theta B_b\right)$$
$$= \left(A \Theta B_w\right) / \left(A \oplus B_b\right)$$

  - 其中B_w要求击中的部分，B_b要求击不中的部分。
  - 目的：用于精确检测图像A中结构元素B的位置，或从图A中检索B目标时使用。

3 形态学变换

- **图像A中确定X的位置**

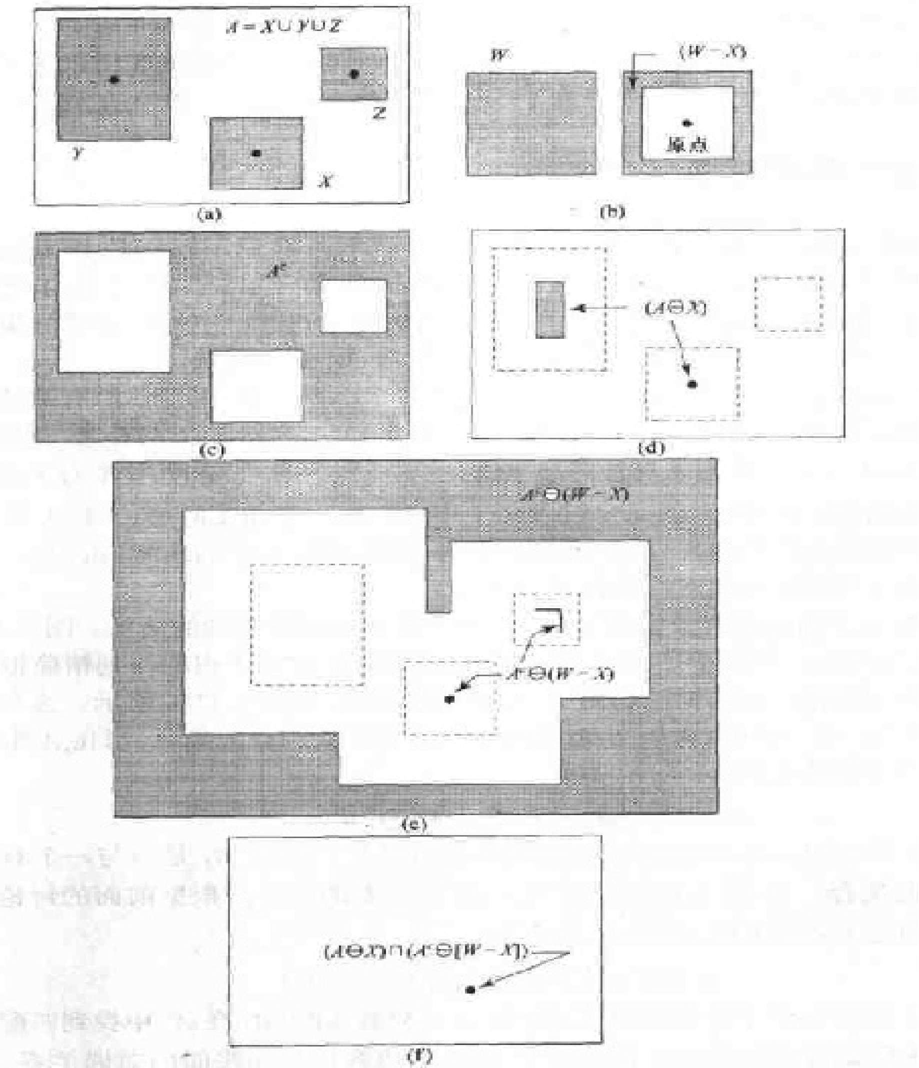
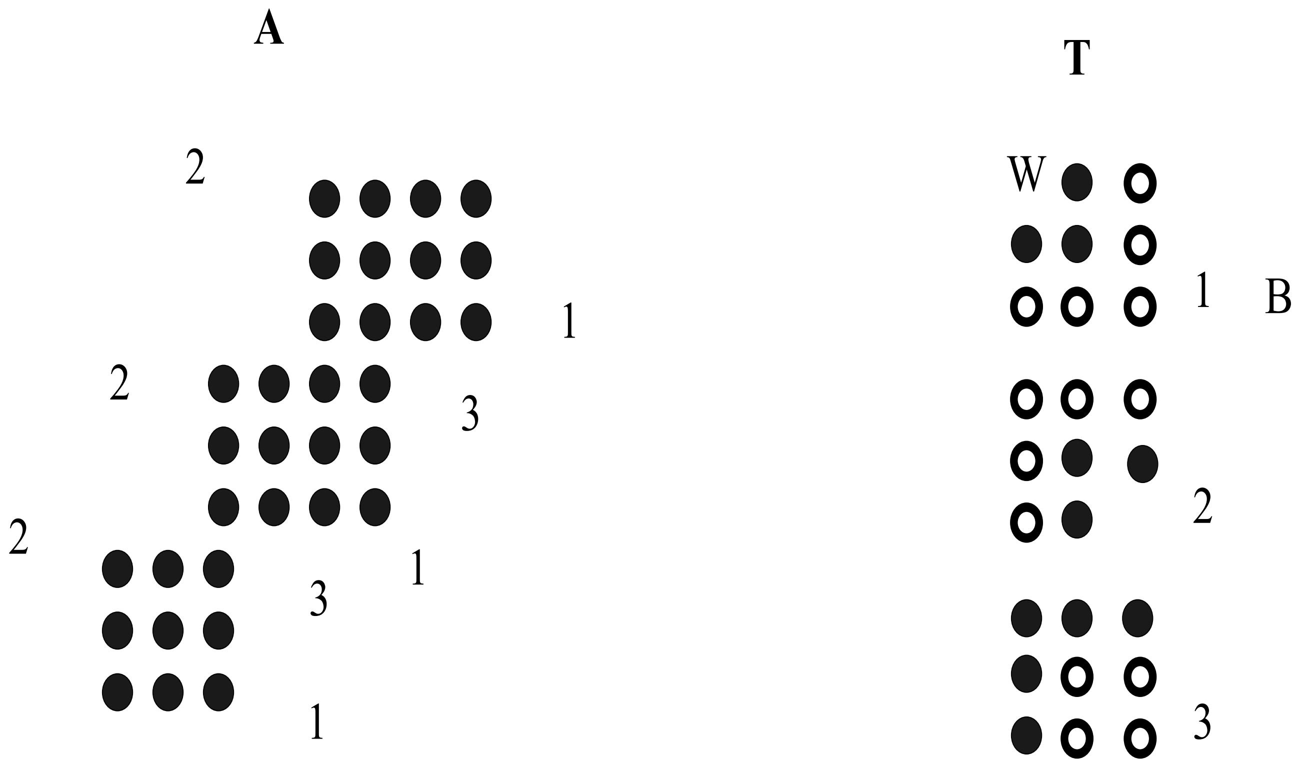
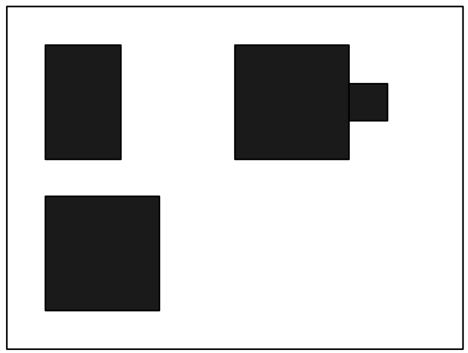


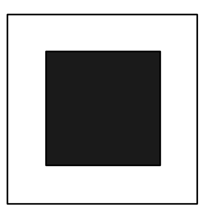
图 9.12　(a)集合 A，(b)窗口 W 和与 W 有关的 X 的局部背景($W-X$)，(c) A 的补集，(d)用 X 对 A 腐蚀，(e)用($W-X$)对 A 腐蚀，(f)(d)和(e)的交集，显示了我们希望得到的 X 的原点位置

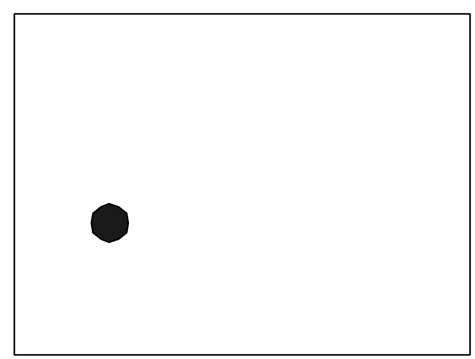
3 形态学变换



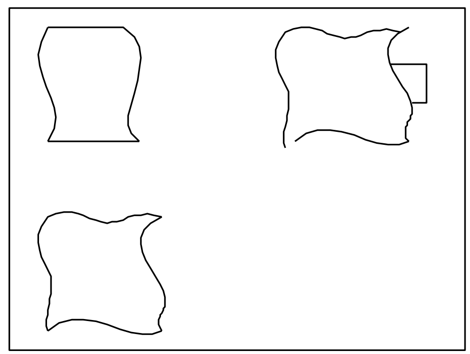
3 形态学变换

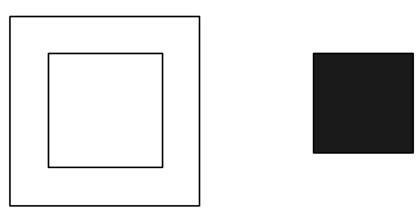


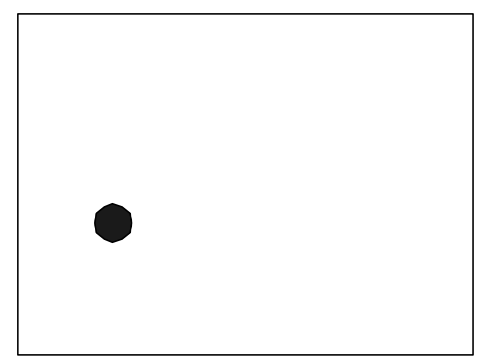




3 形态学变换







4 形态学变换的应用

- 1）边缘提取
  - 给定图像A和结构单元B（通常为圆形）
  - 定义：$$\beta(A) = A - (A \ominus B)$$

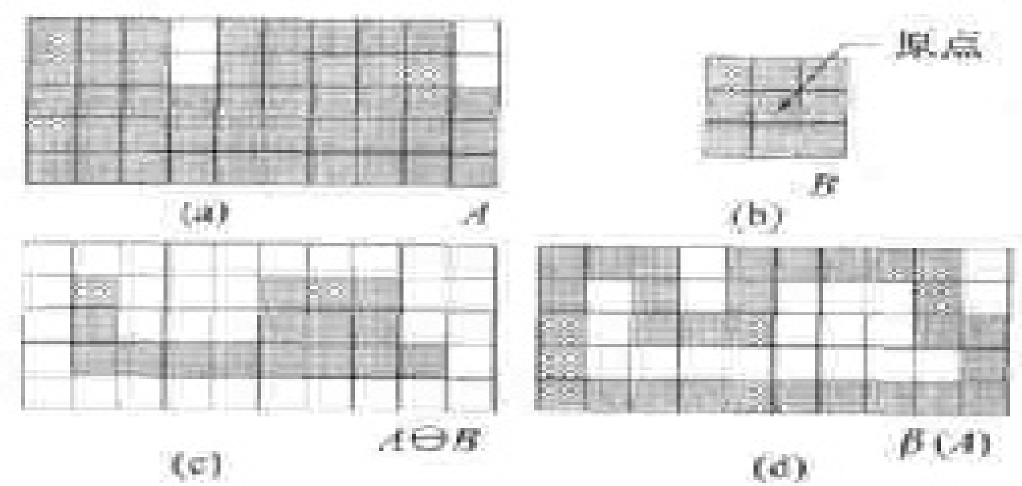
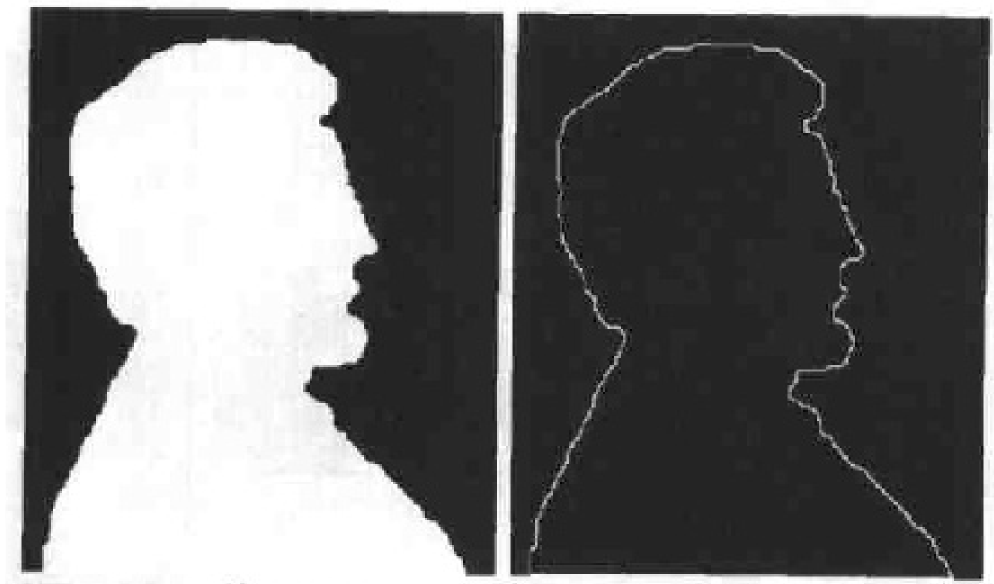


图 9.13 (a)集合 A，(b)结构元素 B，(c)使用 B 对 A 进行腐蚀，(d)由 A 减去腐蚀的结果得到边界

4 形态学变换的应用

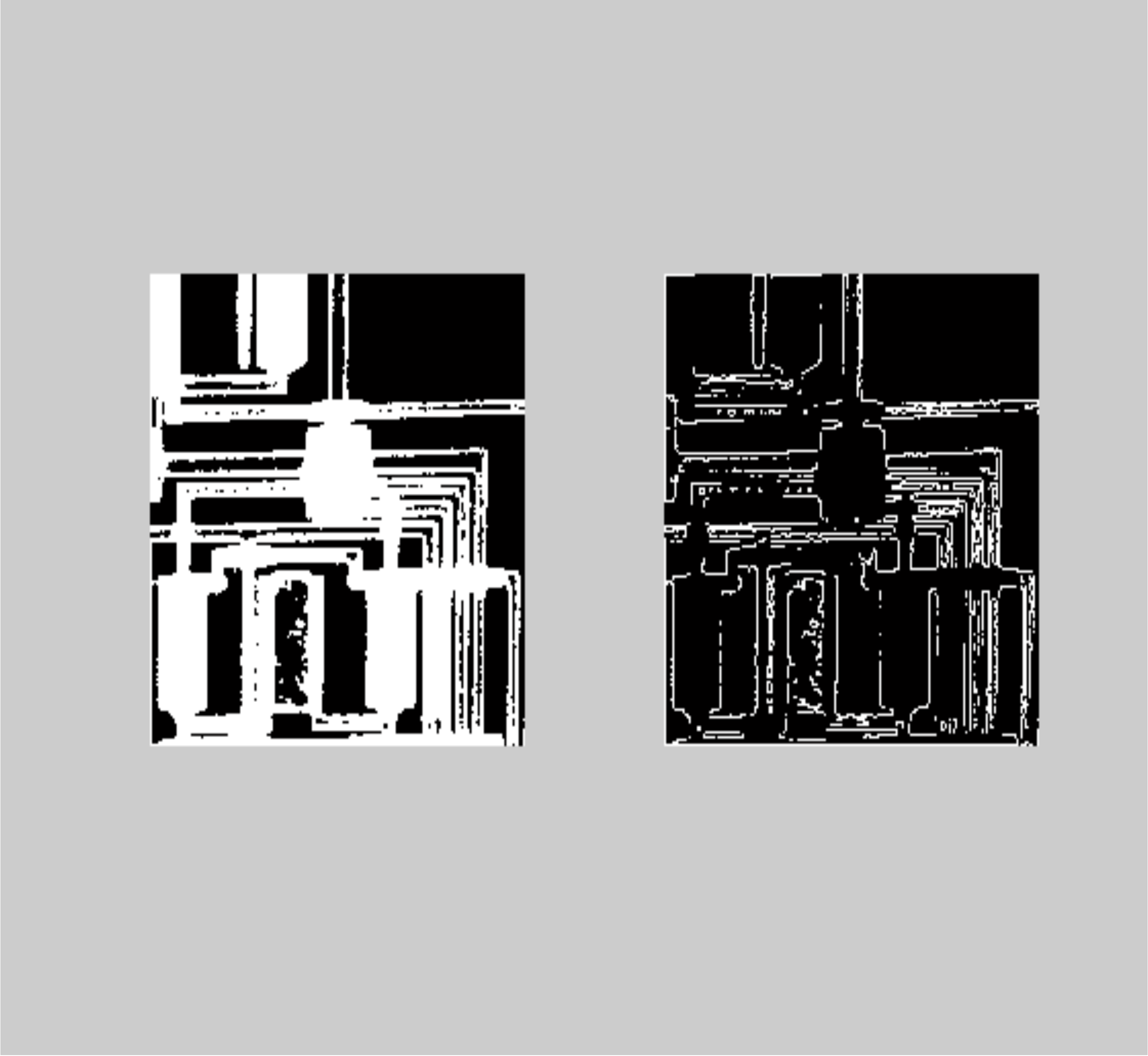
- 1）边缘提取



(a)　(b)

原图　　　　边缘提取

4 形态学变换的应用

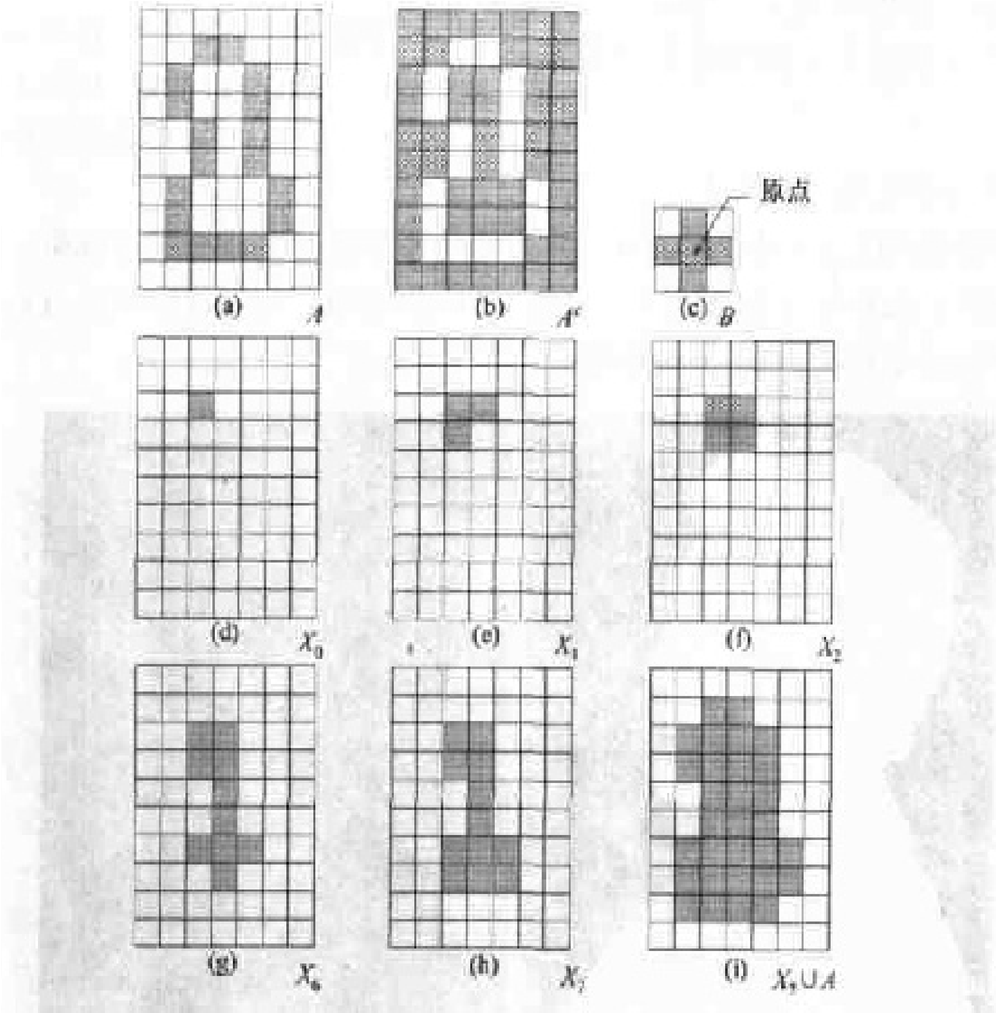


4 形态学变换的应用

- 1）其它边缘提取办法
  - $A-\left(A\Theta B\right)$ 给出图像的内边界，
  - $\left(A\oplus B\right)-A$ 给出图像的外边界，
  - $\left(A\oplus B\right)-\left(A\Theta B\right)$ 给出跨越实际欧氏边界上的边界，又称为<u>形态学梯度</u>。

4 形态学变换的应用

- 2）区域填充



4 形态学变换的应用

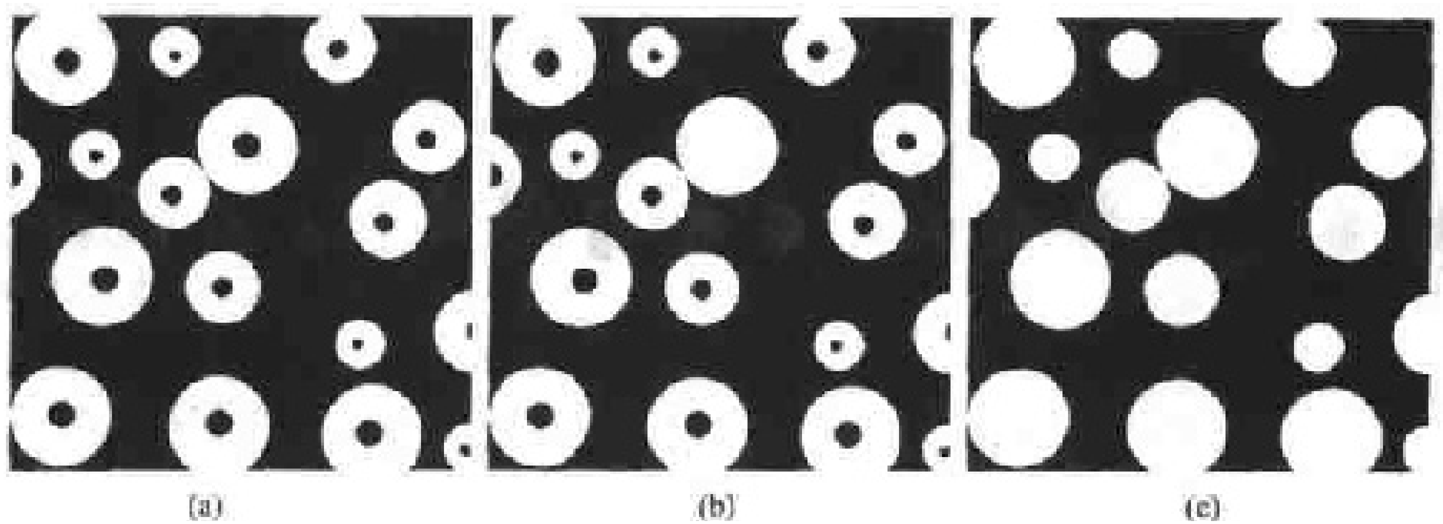
- 2）区域填充
  - 初始化X0为区域一个内部点
  - 重复以下操作

$$X_k = (X_{k-1} \oplus B) \cap A^C$$

  - 直到$X_{k+1} = X_k$

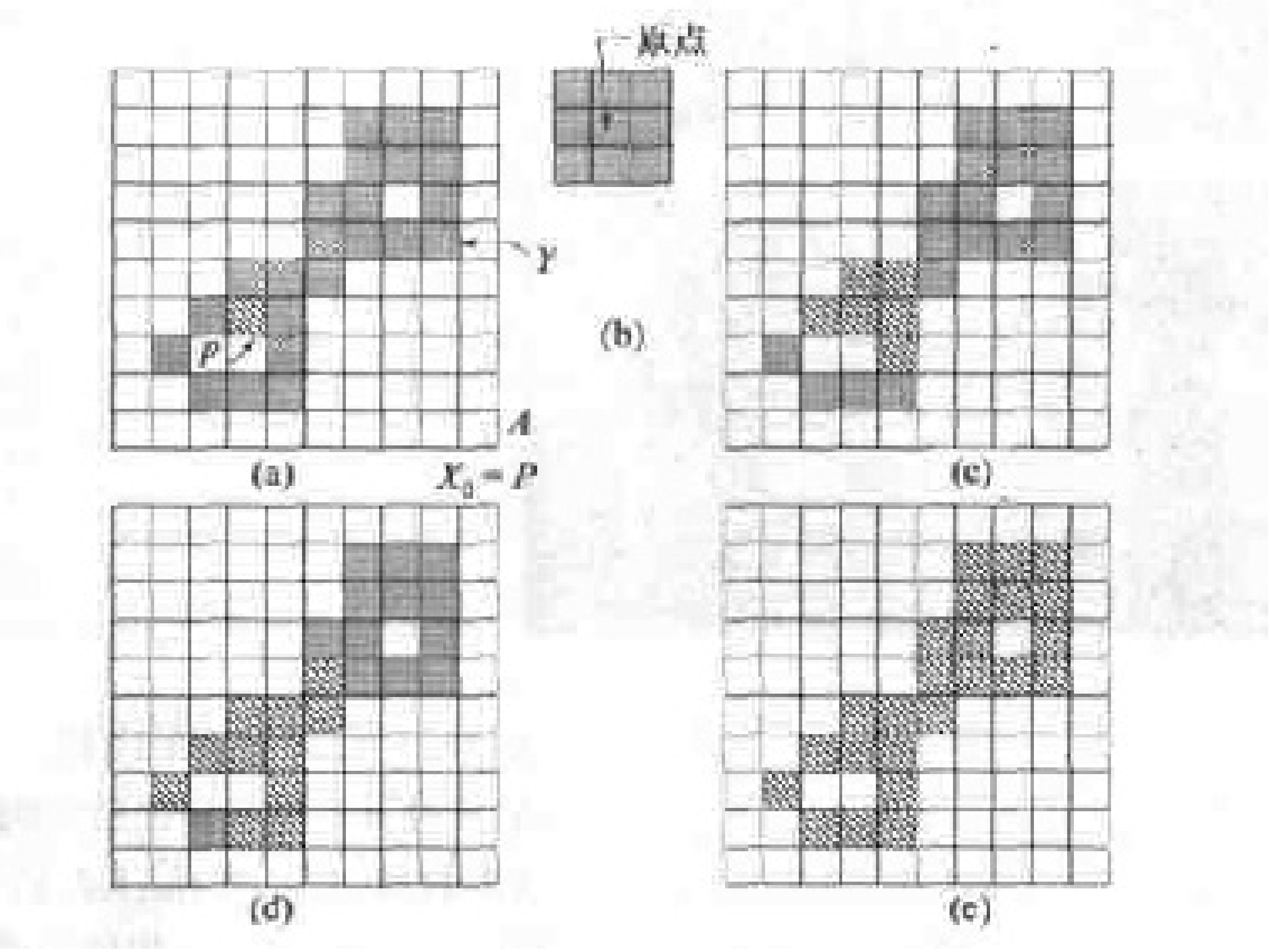
4 形态学变换的应用

- 2）区域填充



4 形态学变换的应用

- 3）连通分量的提取



4 形态学变换的应用

- 3） 连通分量的提取
  - 初始化X0为连通分量一个点
  - 重复以下操作

$$X_k = (X_{k-1} \oplus B) \cap A$$

  - 直到$X_{k+1} = X_k$

4 形态学变换的应用

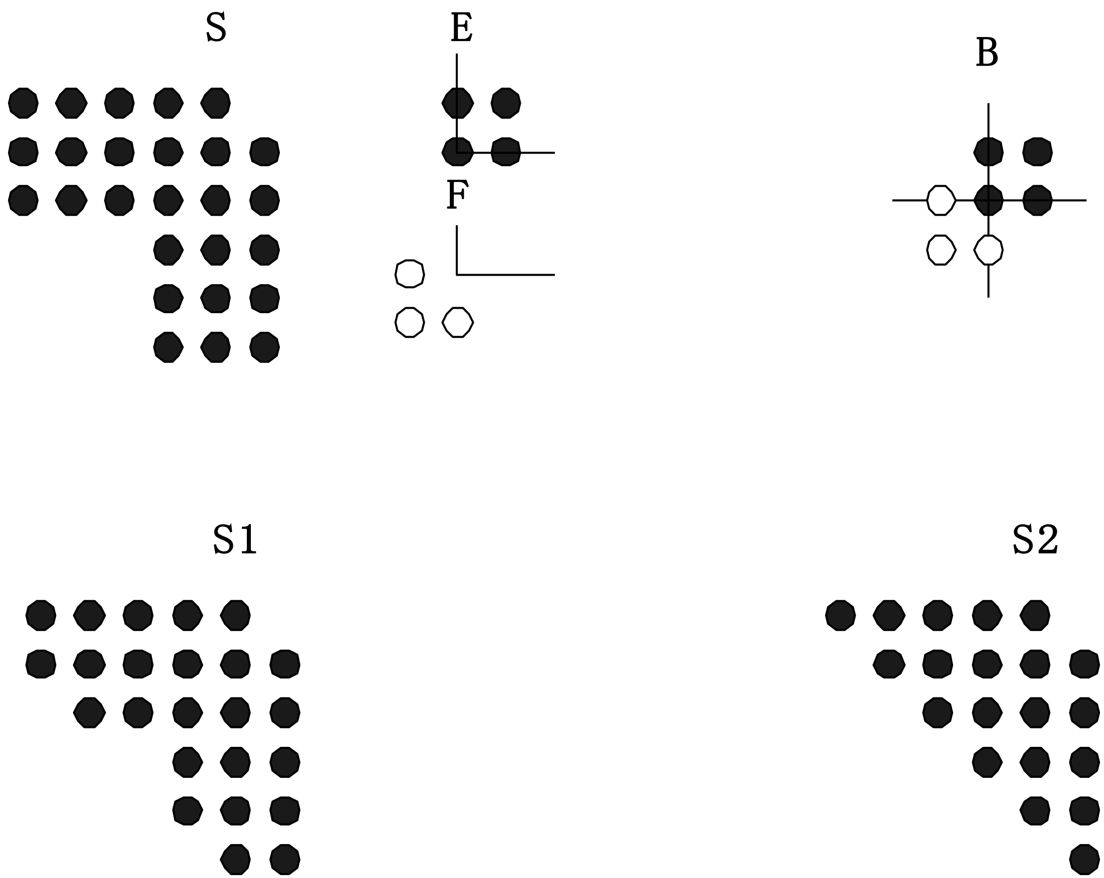
- 4）图像细化变换
  - 保持连通性和连通长度的情况下，消去不是端点的点
  - 定义：

$$A \odot B = A - \left(A \otimes B\right)$$

  - 更一般地，利用结构对序列 $B^1, B^2, \cdots B^K$
  - 迭代地产生输出序列，直到输出结果不再变化

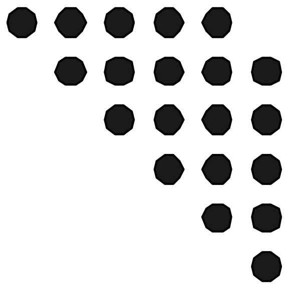
  - 首先利用一个结构对的顺序细化

4 形态学变换的应用

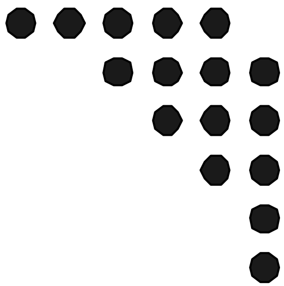


4 形态学变换的应用

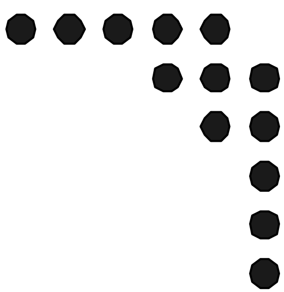
S2



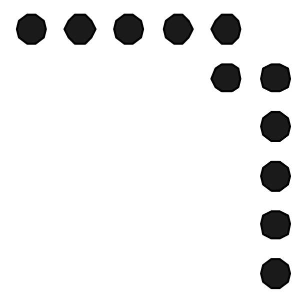
S3



S4

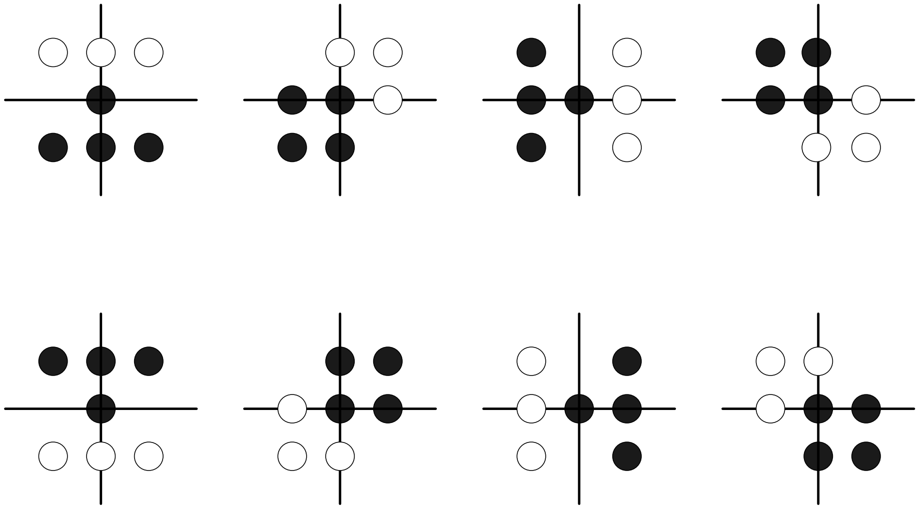


S5

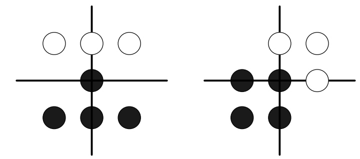


4 形态学变换的应用

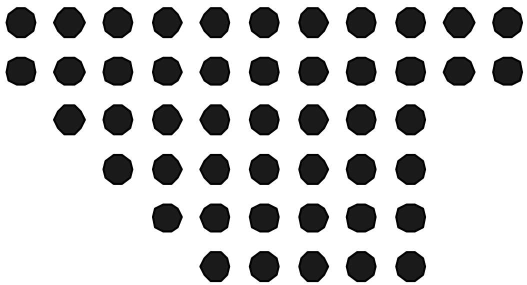
- 通常使用八个方向结构对进行细化



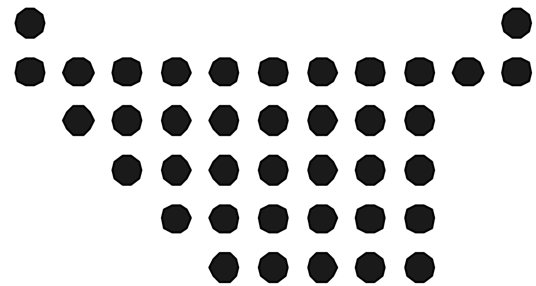
4 形态学变换的应用



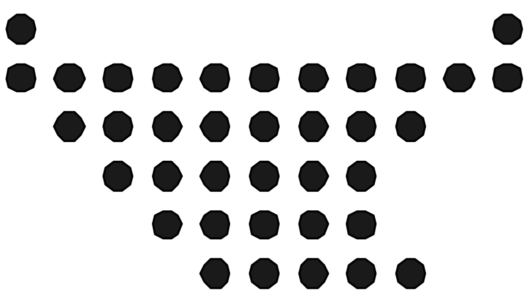
S



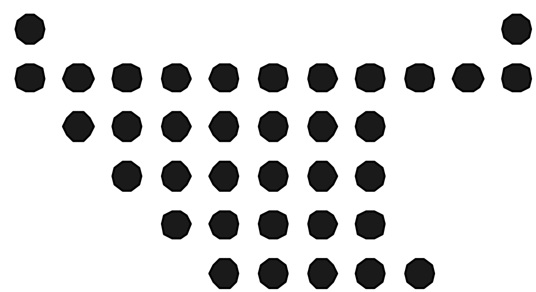
S1：1，2

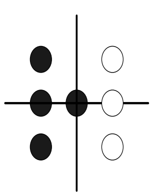


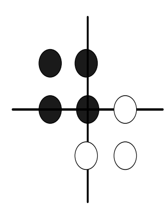
S1：3



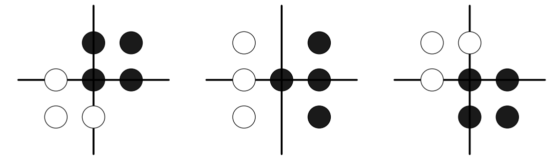
S1：4

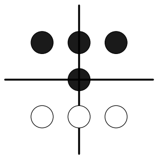




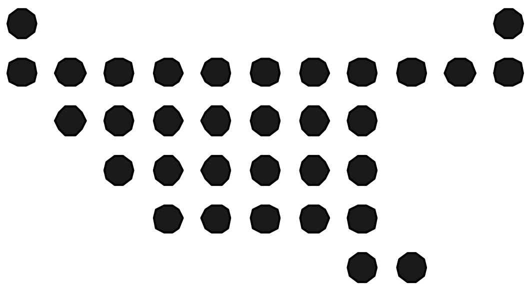


4 形态学变换的应用

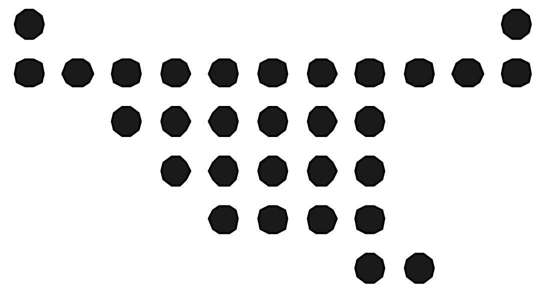




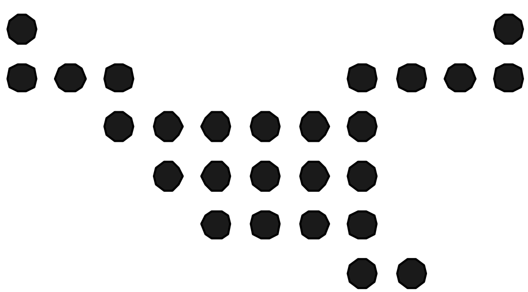
S1：5



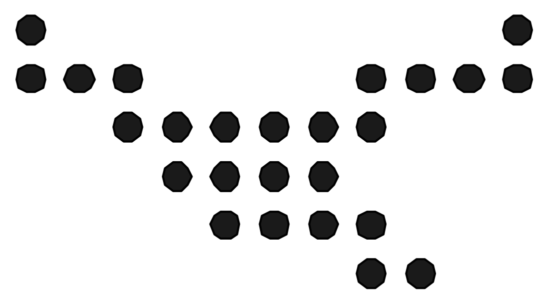
S1：6，7，8



S2：1，2

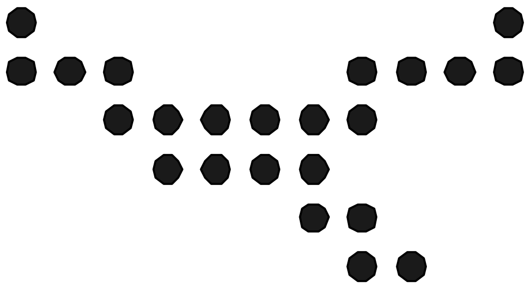


S2：3，4

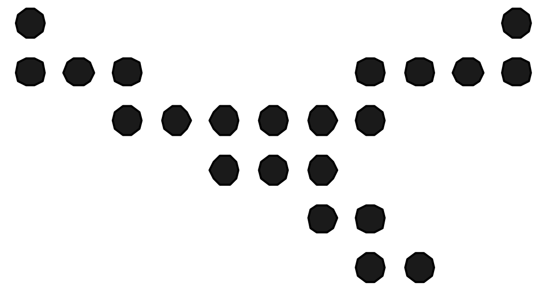


4 形态学变换的应用

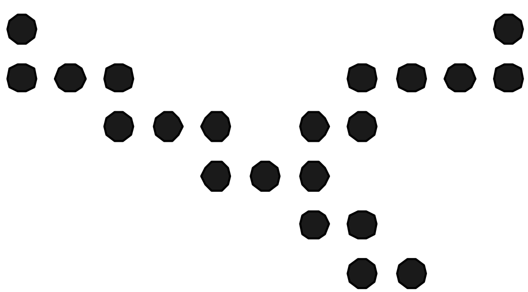
S2:5



S2:6, 7, 8



S3:1



4 形态学变换的应用

细化Lenna的二值图像

4 形态学变换的应用

- 5）粗化（Thick）
  - 细化的对偶过程
  - 定义： $A \Diamond B = A \cup \left(A \otimes B \right)$

4 形态学变换的应用

粗化Lenna
的二值图像

4 形态学变换的应用

- 6）骨架（Skeleton）

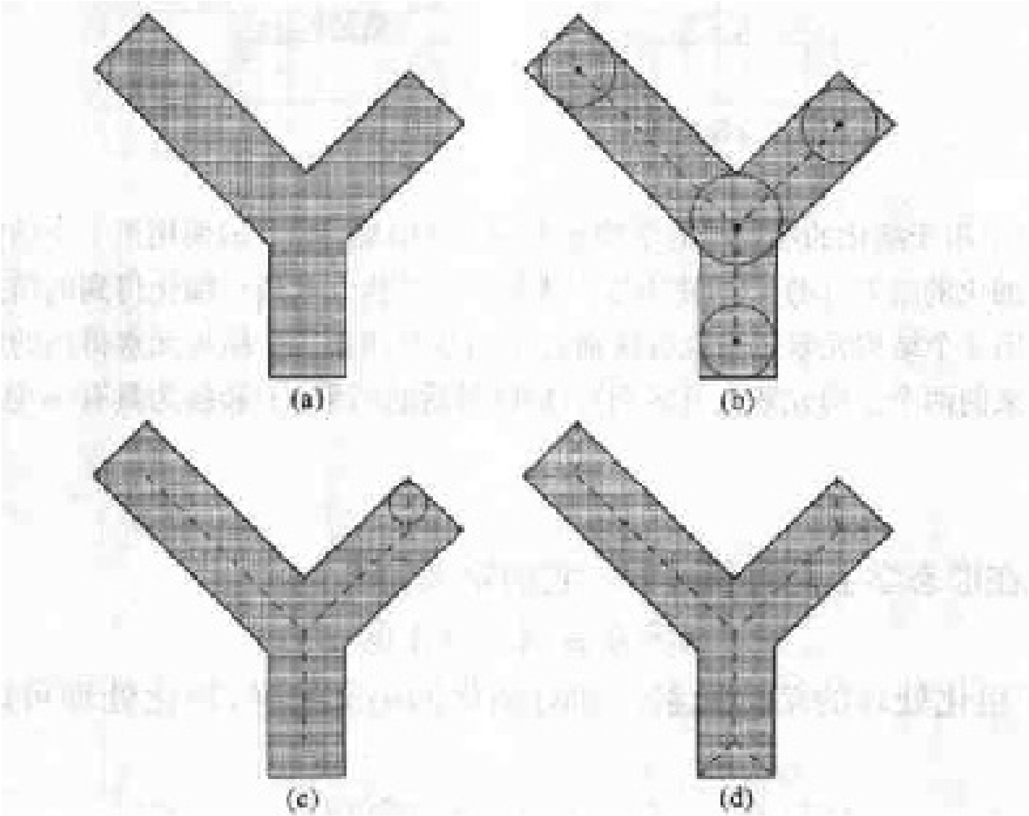


图 9.23 (a)集合 A,(b)中心位于 A 的骨架上的最大盘的不同位置,
(c)位于 A 的骨架的不同条线段上的最大盘,(d)完整的骨架

4 形态学变换的应用

- 6）骨架（Skeleton）
  - 表达为：

$$S(A)=\bigcup_{k=0}^{K} S_k(A)$$

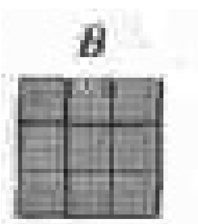
  - 其中 $S_k(A)$ 由腐蚀和开变换构成

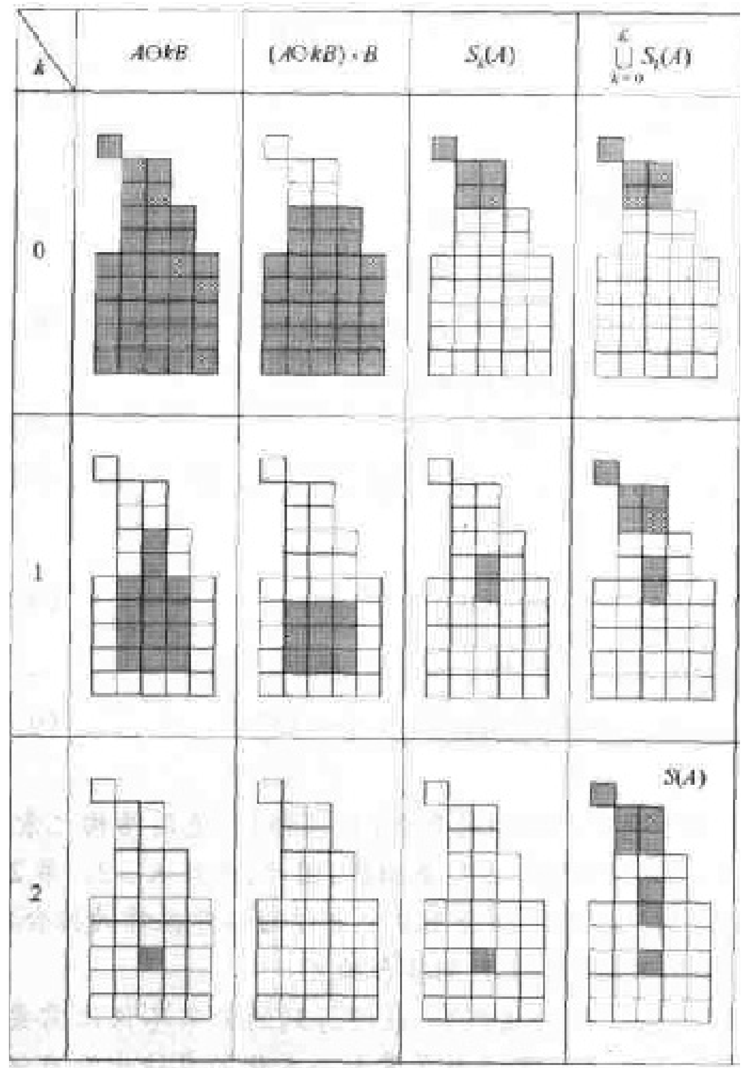
$$S_k(A)=(A\ominus kB)-(A\ominus kB)\odot B$$

- $(A\ominus kB)=(...((A\ominus B)\ominus B)...)$ 表示多次腐蚀操作

4 形态学变换的应用

- 6）骨架（Skeleton）





4 形态学变换的应用

Lenna的骨架二值图像

4 形态学变换的应用

- 7） 其他运算
  - 收缩、剪枝等等。

5 灰度图像形态学

- 灰度图像膨胀和腐蚀
  - 以像素邻域的<u>最大值</u>和<u>最小值</u>来定义
  - 灰度扩张

$$(f \oplus b)(x,y) = \max\left\{ f(x-x', y-y') + b(x',y') \middle| (x',y') \in D_b \right\}$$

  - 结构元素b
    - 定义域D_b
    - 结构元素b的值
    - 平坦的结构单元

5 灰度图像形态学

- 灰度腐蚀

$$(f \Theta b)(x,y)=\min\left\{f(x-x',y-y')-b(x',y')\,\middle|\,(x',y')\in D_b\right\}$$

Original

Eroded

Dilated

strel('ball',5,5)

要点总结

- 形态学中扩张运算和腐蚀运算的定义；
- 形态学中开变换、闭变换、击中击不中变换的定义；
- 形态学变换的主要应用（细化、粗化、形态学边界）的定义及实现。

下一讲