アナログ変調方式と振幅変調方式

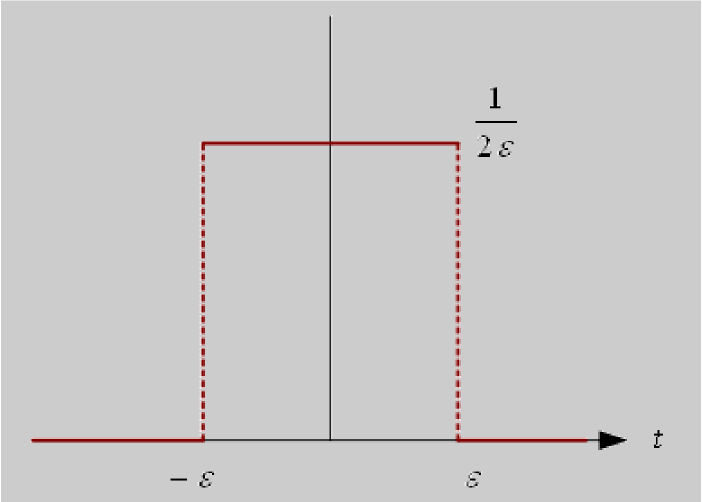
A1778594 池田 力

前回の宿題

δ関数を用いて信号を取り出せることを証明する

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\delta(x - x_1) = f(x_1)$$

δ関数を以下のグラフになるように定義する



https://www.mnc.toho-u.ac.jp/v-lab/yobology/delta_function/delta_function.htm より引用

前回の宿題

δ関数のグラフから以下のように変形する

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\delta(x-x_1)dx = \lim_{\varepsilon\to 0}\frac{1}{2\varepsilon}\int_{x_1-\varepsilon}^{x_1+\varepsilon} f(x)dx$$

平均値の定理より $\displaystyle\int_{x_1-\varepsilon}^{x_1+\varepsilon} f(x)dx = 2\varepsilon f(\xi)$ なる $x_1-\varepsilon<\xi<x_1+\varepsilon$ が存在する

$\varepsilon\to 0$ のとき、$\xi\to x_1$ となるから

$$\begin{aligned}\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\delta(x-x_1)dx &= \lim_{\varepsilon\to 0}\frac{1}{2\varepsilon}\int_{x_1-\varepsilon}^{x_1+\varepsilon} f(x)dx \\ &= \lim_{\varepsilon\to 0}\frac{1}{2\varepsilon}2\varepsilon f(\xi) = \lim_{\varepsilon\to 0} f(\xi) = f(x_1)\end{aligned}$$

参考文献: https://www.mnc.toho-u.ac.jp/v-lab/yobology/delta_function/delta_function.htm

搬送波は一般的に以下のように表すことができる

$$s(t) = A\cos(2\pi f_c t + \phi)$$

変調方式には搬送波のパラメータを変化させる方法により3種類ある

- **振幅変調方式** (Amplitude Modulation)
  - 振幅 A を変化させて情報を伝える
- 角度変調方式
  - **周波数変調方式** (Frequency Modulation)
    - 周波数 f_c を変化させて情報を伝える
  - **位相変調方式** (Phase Modulation)
    - 位相 ϕ を変化させて情報を伝える

信号は以下の手順で送信者から受信者へ伝わる

- **変調し送信される**
- 伝送路を通る(ノイズが入る)
- アンテナで受信
- 復調し元の信号を取り出す

振幅変調方式

今回は振幅変調方式に限って、搬送波 $s_{AM}(t)$ の数式を導出する

- 振幅変調方式は最も単純で古くから実用化されていた技術
- 変調信号(伝えたい信号) $v(t)$, 変調指数 k のとき、変調後の搬送波は以下となる

$$s_{AM}(t) = A_0\{1 + kv(t)\}\cos{(2\pi f_c t + \phi)}$$

振幅変調方式

$k > 1$ の状態を過変調と呼ぶ

- 上の包絡線と下の包絡線が交差しており、信号処理がめんどくさくなる

- 信号処理を単純にするため、普通 $k < 1$ で設計する

変調後の搬送波を周波数成分に分解する

- 変調信号 $v(t) = \cos\left(2\pi f_m t + \theta\right)$ とする
- 搬送波 $s(t) = A\cos(2\pi f_c t)$ とする

$s_{AM}(t) = A_0\{1 + kv(t)\}\cos\left(2\pi f_c t + \phi\right)$ に代入して、

$$
\begin{aligned}
s_{AM}(t) &= A_0\{1 + k\cos\left(2\pi f_m t + \theta\right)\}\cos 2\pi f_c t \\
&= A_0\cos 2\pi f_c t \cdots \text{元の搬送波成分} \\
&\quad + \frac{A_0 k}{2}\cos\left\{2\pi(f_c + f_m)t + \theta\right\} \cdots \text{上側波帯} \\
&\quad + \frac{A_0 k}{2}\cos\left\{2\pi(f_c - f_m)t + \theta\right\} \cdots \text{下側波帯}
\end{aligned}
$$

変調後の搬送波を周波数成分に分解する

- 変調信号 $v(t) = \cos\left(2\pi f_m t + \theta\right)$
- 搬送波 $s(t) = A\cos(2\pi f_c t)$
- 上側波帯 $\dfrac{A_0 k}{2}\cos\left\{2\pi(f_c + f_m)t + \theta\right\}$
- 下側波帯 $\dfrac{A_0 k}{2}\cos\left\{2\pi(f_c - f_m)t + \theta\right\}$

ベクトル図を使って合成成分を図示する

- 搬送波: $\overrightarrow{OA} = A\cos(2\pi f_c t)$
- 上側波帯: $\overrightarrow{AC} = \dfrac{A_0 k}{2}\cos\{2\pi(f_c + f_m)t + \theta\}$
- 下側波帯: $\overrightarrow{AB} = \dfrac{A_0 k}{2}\cos\{2\pi(f_c - f_m)t + \theta\}$
- 図から、$\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB}$ であり、D は F と E の間を直線上に移動するだけである。
  $\Leftrightarrow$ **搬送波の周波数は変化しない**

[redacted]

まとめ

- 変調後の搬送波は以下の式で表すことができる

$$s_{AM}(t) = A_0\{1 + kv(t)\}\cos(2\pi f_c t + \phi)$$

- 変調後の搬送波は**3つの周波数成分の和**で表すことができる

$$A_0 \cos 2\pi f_c t + \frac{A_0 k}{2}\cos\{2\pi(f_c + f_m)t + \theta\} + \frac{A_0 k}{2}\cos\{2\pi(f_c - f_m)t + \theta\}$$

- 位相・周波数を固定したまま振幅を変化させることができる