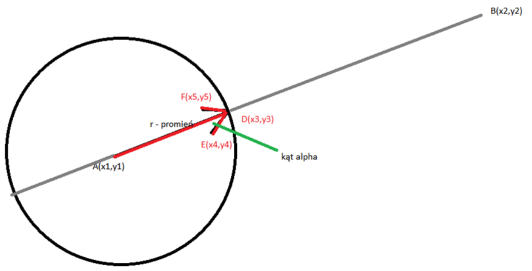
Projekt - Circle.cpp

Korzystając z równania opisującego okręg o środku A i promieniu r, oraz równania prostych wyznacz punkty D, E, F opisujące strzałkę ukierunkowaną w stronę punktu B, nachyloną pod kątem α.



Dane Wejściowe:

xA, yA - Współrzędne punktu startowego

xB, yB - Współrzędne punktu końcowego

r - Promień koła o środku A

alpha - Kąt nachylenia ramion strzałki względem promienia (10°-45°)

Dane Wyjściowe

D (xD, yD) - Punkt opisujący czoło sztrzałki

E (xE, yE) - Punkt opisujący jedno ramię strzałki

F (xF, yF) - Punkt opisujący drugie ramię strzałki

Założenia:

- Środek okręgu A znajduje się w układzie współrzędnych w punkcie (x_A, y_A)
- Punkt D leży na odcinku AB i jest punktem przecięcia tej linii z okręgiem

- Kąty $\angle ADE, \angle ADF$ mają wartość α
- Długość ramienia strzałki jest równa 1/5 promienia R
  $|DE| = |DF| = \frac{r}{5}$
  - Długość wektora $\overrightarrow{DE}$ jest pięciokrotnie mniejsza od wektora $\overrightarrow{AD}$
    $\|\overrightarrow{AD}\| = 5 \times \|\overrightarrow{DE}\|$
- Punkty E, F znajdują się wewnątrz okręgu
  - Punkt F jest symetrycznym odbiciem punktu E względem odcinka AD
    .
    $F = S_{AD}(E)$
  - Wektor $\overrightarrow{DE}$ należy obrócić o α w lewo i użyć jego negacji do wyznaczenia punktu E

Założenia programu:

1. Użytkownik wprowadza Dane Wejściowe.
2. Program przeprowadza obliczenia za pomocą konkretnych wzorów, wszystkie poczynania wyprowadza do konsoli.
3. Finalne współrzędne punktów D,E,F (Dane Wyjściowe) wyprowadza do konsoli.

Operacje matematyczne:

0. Ustanowienie współrzędnych punktów A, B, promienia r oraz kąta α:
   $A(x_A, y_A),\ B(x_B, y_B),\ r,\ \alpha \in (10^\circ, 45^\circ)$
1. Wektor kierunkowy prostej AB:
   a. Wyznaczenie wektora kierunkowego prostej AB, łączącej te dwa punkty:
      $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A, y_B - y_A)$
   b. Długość wektora:
      $\|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$
   c. Normalizacja wektora:

$$\hat{u} = \left(\frac{x_{\overrightarrow{AB}}}{\|\overrightarrow{AB}\|}, \frac{y_{\overrightarrow{AB}}}{\|\overrightarrow{AB}\|}\right)$$

$$\hat{u} = \left(\frac{x_B - x_A}{\sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}}, \frac{y_B - y_A}{\sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}}\right)$$

2. Wyznaczenie współrzędnych dla punktu $D(x_D, y_D)$:
   a. Znalezienie punktu D na odcinku AB w odległości d od punktu A wzdłuż wektora $\overrightarrow{AB}$

   $$D = A + d \times \hat{u}$$

   b. Współrzędne punktu D, gdzie $d = r$, bo punkt leży na okręgu:

   $$D = \begin{pmatrix} x_D = x_A \\ y_D = y_A \end{pmatrix} + r \times \begin{pmatrix} x_{\hat{u}} \\ y_{\hat{u}} \end{pmatrix}$$

   $$D = \begin{pmatrix} x_D = x_A + r \times \frac{x_B - x_A}{\sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}} \\ y_D = y_A + r \times \frac{y_B - y_A}{\sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}} \end{pmatrix}$$

3. Wyznaczenie współrzędnych dla punktu $E(x_E, y_E)$:
   a. Obliczenie wektora $\overrightarrow{AD}$

   $$\overrightarrow{AD} = \begin{pmatrix} x_{\overrightarrow{AD}} = x_D - x_A \\ y_{\overrightarrow{AD}} = y_D - y_A \end{pmatrix}$$

   b. Obliczenie długości wektora $\|\overrightarrow{AD}\| = r$

   $$\|\overrightarrow{AD}\| = \sqrt{(x_D - x_A)^2 + (y_D - y_A)^2}$$

   c. Obrócenie wektora $\overrightarrow{DE}$ o α w lewo, gdzie również $\|\overrightarrow{AD}\| = 5 \times \|\overrightarrow{DE}\|$:

   $$\overrightarrow{DE} = \begin{pmatrix} x_{\overrightarrow{DE}} = \frac{x_{\overrightarrow{AD}} \cos(\alpha) - y_{\overrightarrow{AD}} \sin(\alpha)}{5} \\ y_{\overrightarrow{DE}} = \frac{x_{\overrightarrow{AD}} \sin(\alpha) + y_{\overrightarrow{AD}} \cos(\alpha)}{5} \end{pmatrix}$$

   $$\overrightarrow{DE} = \begin{pmatrix} x_{\overrightarrow{DE}} = \frac{(x_D - x_A)\cos(\alpha) - (y_D - y_A)\sin(\alpha)}{5} \\ y_{\overrightarrow{DE}} = \frac{(x_D - x_A)\sin(\alpha) + (y_D - y_A)\cos(\alpha)}{5} \end{pmatrix}$$

   $$\|\overrightarrow{AD}\| = 5 \times \|\overrightarrow{DE}\|$$
   $$\|\overrightarrow{DE}\| = \sqrt{(x_{\overrightarrow{DE}})^2 + (y_{\overrightarrow{DE}})^2}$$

   d. Negacja wektora $\overrightarrow{DE}$:

$$-\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{DE}' = \begin{pmatrix} x_{\overrightarrow{DE}'} = \frac{-(x_D - x_A)\cos(\alpha) + (y_D - y_A)\sin(\alpha)}{5} \\ y_{\overrightarrow{DE}'} = \frac{-(x_D - x_A)\sin(\alpha) - (y_D - y_A)\cos(\alpha)}{5} \end{pmatrix}$$

e. Wyznaczenie punktu E:

$$E = \begin{pmatrix} x_E = x_D + x_{\overrightarrow{DE}'} \\ y_E = y_D + y_{\overrightarrow{DE}'} \end{pmatrix}$$

$$E = \begin{pmatrix} x_E = x_D + \frac{-(x_D - x_A)\cos(\alpha) + (y_D - y_A)\sin(\alpha)}{5} \\ y_E = y_D + \frac{-(x_D - x_A)\sin(\alpha) - (y_D - y_A)\cos(\alpha)}{5} \end{pmatrix}$$

4. Wyznaczenie punktu F, jako symetrycznego odbicia punktu E, względem prostej AB

a. Wzór funkcji liniowej f prostej AB

$$f : \begin{cases} y_A = mx_A + b \\ y_B = mx_B + b \end{cases}$$

$$b = y_A - \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} x_A$$

b. Współczynnik kierunkowy funkcji:

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

c. Wyznaczenie punktu F:

$$F = \begin{pmatrix} x_F = \frac{(1-m^2)x_E + 2my_E - 2mb}{1+m^2} \\ y_F = \frac{(m^2-1)y_E + 2mx_E + 2b}{1+m^2} \end{pmatrix}$$