Chương 1

BIỂU DIỄN BÀI TOÁN TRONG KHÔNG GIAN TRẠNG THÁI

1. Đặt vấn đề.

Khi giải quyết bài toán bằng phương pháp tìm kiếm, trước hết ta phải xác định ***không gian tìm kiếm*** bao gồm tất cả các đối tượng trên đó thực hiện việc tìm kiếm.

Một phương pháp biểu diễn vấn đề phù hợp là sử dụng các khái niệm ***trạng thái*** (state) và ***toán tử*** (operator).

Phương pháp giải quyết vấn đề dựa trên khái niệm trạng thái và toán tử được gọi là cách tiếp cận giải quyết vấn đề nhờ không gian trạng thái.

2. Mô tả trạng thái

Giải bài toán trong không gian trạng thái, trước hết phải xác định dạng mô tả trạng thái bài toán sao cho bài toán trở nên đơn giản hơn, phù hợp bản chất vật lý của bài toán (Có thể sử dụng các xâu ký hiệu, véctơ, mảng hai chiều, cây, danh sách).

Mỗi trạng thái chính là mỗi hình trạng của bài toán, các tình trạng ban đầu và tình trạng cuối của bài toán gọi là trạng thái đầu và trạng thái cuối.

Ví dụ 1. Bài toán đong nước

Cho 2 bình có dung tích lần lượt là m và n (lit). Với nguồn nước không hạn chế, dùng 2 bình trên để đong k lit nước. Không mất tính tổng quát có thể giả thiết k <= min(m,n).

Tại mỗi thời điểm xác định, lượng nước hiện có trong mỗi bình phản ánh bản chất hình trạng của bài toán ở thời điểm đó.

- Gọi x là lượng nước hiện có trong bình dung tích m và y là lượng nước hiện có trong bình dung tích n. Như vậy bộ có thứ tự (x,y) có thể xem là trạng thái của bài toán. Với cách mô tả như vậy, các trạng thái đặc biệt của bài toán sẽ là:

- Trạng thái đầu: (0,0)

- Trạng thái cuối: (x,k) hoặc (k,y), $0 \leq x \leq m$, $0 \leq y \leq n$

Ví dụ 2. Bài toán trò chơi 8 số

Trong bảng ô vuông 3 hàng, 3 cột , mỗi ô chứa một số nằm trong phạm vi từ 1 đến 8 sao cho không có 2 ô có cùng giá trị, có một ô trong bảng bị trống (không chứa giá trị nào cả. Xuất phát từ một sắp xếp nào đó các số trong bảng, hãy dịch chuyển ô trống sang phải, sang trái, lên trên hoặc xuống dưới (nếu có thể được) để đưa về bảng ban đầu về bảng qui ước trước. Chẳng hạn Hình 1. dưới đây là bảng xuất phát và Hình 2. là bảng mà ta phải thực hiện các bước di chuyển ô trống để đạt được.

2	8	3
1	6	4
7		5

Hình 1.

1	2	3
8		4
7	6	5

Hình 2.

Giá trị các phần tử trong bảng xác định trạng thái bài toán. Vì vậy có thể mô tả trạng thái của bài toán bằng một ma trận $A_{3*3} = (a_{ij})$, $a_{ij} \in \{0..8\}$, $a_{ij} <> a_{kl}$, $\forall i <> k, j <> l$

- Trạng thái đầu của bài toán là ma trận

$$\begin{pmatrix} 2 & 8 & 3 \\ 1 & 6 & 4 \\ 7 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

- Trạng thái cuối là ma trận

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 8 & 0 & 4 \\ 7 & 6 & 5 \end{pmatrix}$$

Có thể phát biểu dạng tổng quát của bài toán này (Trò chơi n^2-1 số)

Ví dụ 3. Bài toán tháp Hà Nội

Cho ba cọc 1, 2, 3. Ở cọc 1 ban đầu có n đĩa sắp xếp theo thứ tự to dần từ dưới lên trên. Hãy dịch chuyển n đĩa đó sang cọc thứ 3 sao cho:

- Mỗi lần chỉ chuyển một đĩa.
- Trong mỗi cọc không cho phép đĩa to nằm trên đĩa nhỏ hơn.

Bài toán xác định khi biết được từng đĩa đang nằm ở cọc nào. Hay nói cách khác, có hai cách xác định:

1- Cọc 1 hiện đang chứa những đĩa nào? Cọc 2 hiện đang chứa những đĩa nào? Và cọc 3 đang chứa những đĩa nào.

2- Đĩa lớn thứ i hiện đang nàm ở cọc nào? (i = 1 .. n)

Như vậy cách mô tả trạng thái bài toán không duy nhất, vấn đề là chọn cách mô tả nào để đạt được mục đích dễ dàng nhất.

Theo trên, với cách thứ nhất ta phải dùng 3 danh sách động vì số đĩa trên mỗi cọc là khác nhau trong từng thời điểm khác nhau.

Cách thứ hai, nhìn qua thì khó mô tả nhưng dựa vào khái niệm về bộ có thứ tự trong toán học, cách này mô tả bài toán hiệu quả hơn. Thật vậy, nếu gọi x_i là cọc chứa đĩa lớn thứ i, trong đó $x_i \in \{1, 2, 3\}$, $i \in \{1 .. n\}$. Khi đó bộ có thứ tự $(x_1, x_2, . . . ,x_n)$ có thể dùng làm dạng mô tả trạng thái đang xét của bài toán. Với cách mô tả này,

Trạng thái đầu là (1,1,. . .,1)

Trạng thái cuối là (3,3,. . .,3)

3. Toán tử chuyển trạng thái.

Toán tử chuyển trạng thái thực chất là các phép biến đổi đưa từ trạng thái này sang trạng thái khác. Có hai cách dùng để biểu diễn các toán tử:

- Biểu diễn như một hàm xác định trên tập các trạng thái và nhận giá trị cũng trong tập này.
- Biểu diễn dưới dạng các quy tắc sản xuất S? A có nghĩa là nếu có trạng thái S thì có thể đưa đến trạng thái A.

Ví dụ 1. Bài toán đong nước

Các thao tác sử dụng để chuyển trạng thái này sang trạng thái khác gồm:

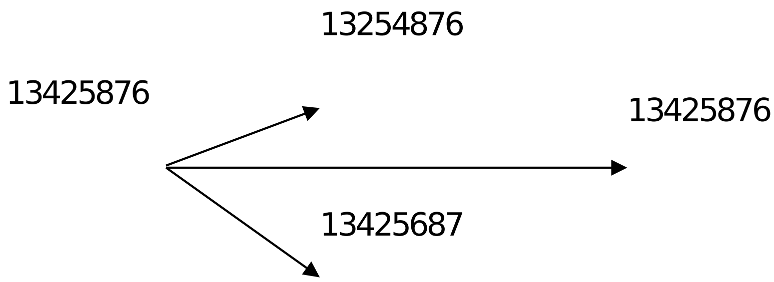
Đổ đầy một bình, đổ hết nước trong một bình ra ngoài, đổ nước từ bình này sang bình khác. Như vậy, nếu trạng thái đang xét là (x,y) thì các trạng thái kế tiếp có thể chuyển đến sẽ là:

$$\mathbf{(x,y)} \longrightarrow \begin{cases} \mathbf{(m,y)} \\ \mathbf{(x,n)} \\ \mathbf{(0,y)} \\ \mathbf{(x,0)} \\ \mathbf{(0, x+y)} \text{ **nếu** } \mathbf{x+y <= n} \\ \mathbf{(x+y-n,n)} \text{ **nếu** } \mathbf{x+y > n} \\ \mathbf{(x+y,0)} \text{ **nếu** } \mathbf{x+y <= m} \\ \mathbf{(m, x+y-m)} \text{ **nếu** } \mathbf{x+y > m} \end{cases}$$

Ví dụ 2. Trò chơi 8 số

Các thao tác để chuyển trạng thái tương ứng với việc chuyển ô trống sang phải, sang trái, lên, xuống nếu có thể được.

- Biểu diễn theo quy tắc sản xuất:



- Biểu diễn theo một hàm

Gọi hàm f_u là hàm biểu diễn cho toán tử chuyển ô trống lên trên; gọi B (B= (b_{ij})) là trạng thái sau khi di chuyển ô trống ở trạng thái A (A= (a_{ij})) lên trên, nghĩa là: B= $f_u(A)$, giả sử ô trống đang ở vị trí (i_0, j_0) (hay nói cách khác $a_{i0\ j0} = 0$) thì hàm f được xác định như sau:

$$f_u(a_{ij}) = \begin{cases} a_{ij} & \forall\ (i, j) \quad \text{nếu } i_0 = 1 \\ a_{ij} & \text{nếu } (i, j) \neq (i_0\text{-}1, j_0) \text{ và } (i, j) \neq (i_0, j_0) \text{ và } i_0 > 1 \\ a_{i0\text{-}1,\ j0} & \text{nếu } (i, j) = (i_0, j_0),\ i_0 > 1 \\ a_{i0,\ j0} & \text{nếu } (i, j) = (i_0\text{-}1, j_0),\ i_0 > 1 \end{cases}$$

Tương tự, có thể xác định các phép chuyển ô trống xuống dưới f_d, qua trái f_l, qua phải f_r như sau:

$$f_d(a_{ij}) = \begin{cases} a_{ij} & \forall\ (i, j) \quad \text{nếu } i_0 = 3 \\ a_{ij} & \text{nếu } (i, j) \neq (i_0+1, j_0) \text{ và } (i, j) \neq (i_0, j_0) \text{ và } i_0 < 3 \\ a_{i0\text{-}1,\ j0} & \text{nếu } (i, j) = (i_0, j_0),\ i_0 < 3 \\ a_{i0,\ j0} & \text{nếu } (i, j) = (i_0+1, j_0),\ i_0 < 3 \end{cases}$$

$$f_l(a_{ij}) = \begin{cases} a_{ij} & \forall\ (i, j) \quad \text{nếu } j_0 = 1 \\ a_{ij} & \text{nếu } (i, j) \neq (i_0, j_0\text{-}1) \text{ và } (i, j) \neq (i_0, j_0) \text{ và } j_0 > 1 \\ a_{i0\text{-}1,\ j0} & \text{nếu } (i, j) = (i_0, j_0),\ j_0 > 1 \\ a_{i0,\ j0} & \text{nếu } (i, j) = (i_0, j_0\text{-}1),\ j_0 > 1 \end{cases}$$

$$f_r(a_{ij}) = \begin{cases} a_{ij} & \forall\ (i, j) \quad \text{nếu } j_0 = 3 \\ a_{ij} & \text{nếu } (i, j) \neq (i_0, j_0+1) \text{ và } (i, j) \neq (i_0, j_0) \text{ và } j_0 < 3 \\ a_{i0\text{-}1,\ j0} & \text{nếu } (i, j) = (i_0, j_0),\ j_0 < 3 \\ a_{i0,\ j0} & \text{nếu } (i, j) = (i_0, j_0+1),\ j_0 < 3 \end{cases}$$

Ví dụ 3. Bài toán Tháp Hà Nội với n=3.

Mỗi trạng thái là một bộ ba (i, j, k). Có các trường hợp như sau:

- Ba đĩa cùng nằm trên một cọc: (i, i, i)
- Hai đĩa cùng nằm trên một cọc: (i, i, j), (i, j, i), (j, i, i)
- Ba đĩa nằm trên ba cọc phân biệt: (i, j, k)

(i, i, i) → (i, i, j)
(i, i, k)

(i, i, j) → (i, i, k)
(i, k, j)
(i, i, i)

(i, j, i) → (i, j, k)
(i, j, j)
(i, k, i)

(j, i, i) → (j, i, j)
(j, i, k)
(k, i, i)

(i, j, k) → (i, i, k)
(i, j, j)
(i, j, i)

4. Không gian trạng thái của bài toán.

4 Kkhông gian trạng thái là tập tất cả các trạng thái có thể có và tập các toán tử của bài toán.

Không gian trạng thái là một bộ bốn, Ký hiệu: K= (T, S, G, F). Trong đó,

T: tập tất cả các trạng thái có thể có của bài toán

S: trạng thái đầu

G: tập các trạng thái đích

F: tập các toán tử

Ví dụ 1. Không gian trạng thái của bài toán đong nước là bộ bốn T, S, G, F xác đinh như sau:

4 T = { (x,y) / 0 <= x <= m; 0 <= y <= n }

5 S = (0,0)

6 G = { (x,k) hoặc (k,y) / 0 <= x <= m; 0 <= y <= n}

7 F = Tập các thao tác đong đầy, đổ ra hoặc đổ sang bình khác thực hiện trên một bình.

Ví dụ 2. Không gian trạng thái của bài toán Tháp Hà nội với n = 3:

T = { (x1, x2, x3)/ xi $\in$ {1, 2, 3} }

S = (1, 1, 1)

G = {(3, 3, 3)}

F = Tập các khả năng có thể chuyển đĩa đã xác định trong phần trước.

Ví dụ 3. Không gian trạng thái của bài toán trò chơi 8 số:

T = { $(a_{ij})_{3x3}$ / 0<= a_{ij} <= 8 và a_{ij} <> a_{kl} với i<> j hoặc k <> l}

S = Ma trận xuất phát của bài toán,

G = Ma trận cuối cùng của bài toán (các số nằm theo vị trí yêu cầu)

F = {f_l, f_r, f_u, f_d}

Tìm kiếm lời giải trong không gian trạng thái là quá trình tìm kiếm xuất phát từ trạng thái ban đầu, dựa vào toán tử chuyển trạng thái để xác định các trạng thái tiếp theo cho đến khi gặp được trạng thái đích.

5. Biểu diễn không gian trạng thái dưới dạng đồ thị

5.1. Các khái niệm

- Đồ thị G = (V,E) trong đó V:tập đỉnh, E: tập cung (E$\subset$V*V)

Chú ý

- G là đồ thị vô hướng thì (i, j) là một cạnh cũng như là (j, i) (tức là:(i, j)$\in$E thì (j,i)$\in$E)
- Nếu G là đồ thị có hướng thì cung (i, j) hoàn toàn khác với cung (j, i).

Ví dụ xét dồ thị vô hướng G_1 và đồ thị có hướng G_2