1. 一元函数微积分

1.1 微分学

1.1.1函数、极限、连续

- 函数:
  - 函数概念（定义域、对应规则）
  - 几类常见的函数（单调函数、奇偶函数、周期函数、有界函数）--符号函数、取整函数

```
奇函数：sinx，tanx，arcsinx,arctanx,ln{(1-x)/(1+x)},ln{x+(1+x^2)^(1/2)},{(e^x -1)/(e^x +1)},f(x)-f(-x);
偶函数:x^2,|x|,cosx,f(x)+f(-x);
奇函数关于原点对称，f(0) = 0; 偶函数关于y轴对称;
运算：奇+奇=奇; 偶+偶=偶;
     奇*奇=偶; 偶*偶=偶; 奇*偶=奇;
周期函数:sinx,cosx --2π; sin2x,|sinx| --π; 若f(x)--T,则f(ax+b)--T/|a|;
有界函数定义：存在M>0,对任意的x∈X,恒有|f(x)|<=M --上下界
无界函数定义:对于任意的M>0,至少存在x0∈X，使得|f(x0)|>M
常见有界函数:|sinx|,|cosx| <= 1;|arcsinx|<= π/2;|arctanx|< π/2; |arccosx|< π
无界函数:f(x)=xsinx
```

  - 复合函数与反函数

```
1. 复合函数要求定义域有交集
2.1 不是每一个函数都有反函数，y=x^3 有反函数，y = x^2没有反函数
2.2 单调函数一定有反函数，反之不然
2.3 函数与反函数图像关于 y = x 对称
```

  - 常见的函数形式（初等函数、分段函数、隐函数、有参数确定的函数、由变限积分确定的函数、由级数确定的函数）

```
基本函数：幂函数、指数、对数、三角函数、反三角函数
初等函数：由基本函数加减乘除和复合等到的一个解析式表示的函数
```

- 极限
  - 定义与性质，判别极限存在与不存在的方法

> 选择题、证明题--大多为难题
>
> 一、函数极限定义:
>
> 1)自变量趋于无穷大时函数的极限
>
> $$\lim_{n\to+\infty} f(x)=A$$
>
> $$<=>$$
>
> $$任意\varepsilon>0,存在正数X>0,当|x|>X时，恒有|f(x)-A|<\varepsilon$$
>
> 2)自变量趋于有限值时函数的极限
>
> $$\lim_{n\to x_0} f(x)=A$$
>
> $$<=>$$
>
> $$任意\varepsilon>0,存在正数\delta>0,当0<|x-x_0|<\delta时，恒有|f(x)-A|<\varepsilon$$
>
> - sin口/口 口--> 0， **口！ =0**
> - 需要分左右求极限问题主要有三种
>   - 分段函数在分界点的极限
>   - e^∞型极限 +-
>   - arctan∞型极限 +-
>
> ---

2.数列极限定义：数列中n->∞表示n->+∞

$$\text{当}\lim_{n\to+\infty}x_n=a\text{时，任意}\varepsilon>0,\text{存在正整数}N>0,\text{当}n>N\text{时，恒有}|x_n-a|<\varepsilon$$
$$(1)\text{数列}xn\text{的极限与前有限项无关.}$$
$$(2)\lim_{n\to+\infty}x_n=a\text{可推出}\lim_{n\to+\infty}x_{2k-1}=\lim_{n\to+\infty}x_{2k}=a;$$

数列极限存在又叫**收敛**，否则叫发散。

二、极限性质

1.数列极限

- 不等式性质（保号性）

$$\lim_{n\to\infty}x_n=a,\quad\lim_{n\to\infty}y_n=b$$
$$1)a>b\text{时},x_n>y_n$$
$$2)x_n\le y_n\text{时，}a\le b$$

- 收敛数列的有界性

$$\text{数列}\{x_n\}\text{收敛，则}\{x_n\}\text{有界}$$

2.函数极限

- 不等式性质（保号性）

$$\lim_{x\to x_0}f(x)=A,\quad\lim_{x\to x_0}g(x)=B$$
$$1)A>B\text{时},f(x)>g(x)$$
$$2)f(x)\le g(x)\text{时，}A\le B\text{，其中}f(x)<g(x)\text{时也成立}$$

- 有界性

> 存在极限的函数局部有界

$$\text{存在极限}\lim_{x\to x_0}f(x)=A,\text{，在}x_0\text{的某空心邻域}U_0(x_0,\delta)\text{内有界，存在}\delta\text{，}M>0,\text{使得}0<|x-x_0|<\delta\text{时有}|f(x)|\le M.$$

- 极限值与无穷小之间的关系

$$\lim_{x\to x_0}f(x)=A,\quad f(x)=A+\alpha(x),\quad\lim_{x\to x_0}\alpha(x)=0.$$

两个重要极限：

$$\lim_{x\to0}\frac{sinx}{x}=1,\quad\lim_{x\to\infty}(1+\frac{1}{x})^x=e,\lim_{x\to0}\frac{ln(1+x)}{x}=1$$

三、存在准则

1. 夹逼定理

2. 单调有界必收敛

- 求极限的方法

> 重点

- 函数极限
  - 直接运算法则（四则运算、幂指数运算、代入法）
  - 未定式

            - “0/0”或“∞/∞”型（恒等变形相消之后代入，洛必达法则，变量替换与重要极限，泰勒公式，等价无穷小因子替换）
            - 其他未定式（化为“0/0”或“∞/∞”型）
        - 分别求左右极限
    - 数列极限

    >

        - 递归数列
            - n项和的数列（恒等变形，夹逼法则，化为定积分，级数求和）
        - n项积的数列（恒等变形，转化为n项和）
    - 一般情形（转化为函数极限、恒等变形，夹逼法则）
- 无穷小
  - 概念与性质（高阶、低阶、同阶、等阶、阶数）
  - 无穷小阶的比较与确定无穷小阶的方法（洛必达法则、阶的运算性质、泰勒公式）
- 连续
  - 连续与间断的定义
  - 判断连续性与间断点类型的方法（初等函数连续性，连续函数运算性质，按定义）
  - 连续函数的性质

1.1.2 导数与微分

1.1.3 微分中值定理以及导数的应用

1.2 积分学

1.2.1 不定积分

1.2.2 定积分与反常积分

1.2.3 定积分应用

2.多元函数微积分

2.1 微分学

2.1.1 函数、极限、连续

2.1.2 偏导数与全微分

2.1.3 微分学的应用（极值与最值）

2.2 积分学

2.2.1 重积分（数二只考二重积分）

2.2.2 线面积分（数一）

2.2.3 积分应用（数一）

3. 空间解析几何与向量代数（数一）

4. 微分方程

4.1 一阶方程

4.2 可降阶方程

4.3 高阶线性方程

4. 无穷级数（数二不要求）

4.1 常数项级数

4.2 幂级数

4.3 傅里叶级数