大家好，我是蓝蓝，这是我们一期数据结构应用题专题的第一天。day05/15

蓝蓝B站首页：[蓝蓝希望你上岸呀B站首页]

蓝蓝公众号：[应用题训练营专题]

01、树的基础性质(知道多少写多少)

1.树中结点数等于所有结点度数之和加1； 度数 = 边数 eg  $n=3$ $e=2$ $n=e+1$

2.度为m的树中第i层上至多有 m^{i-1} 个结点（$i\geq1$）； 度为m = m个分支

3.高为h的m叉树至多 $\frac{m^h-1}{m-1}$ 个结点； 由(2)可知 $S=m^{h-1}+m^{h-2}+\dots+m^2+m^1+1=\frac{m^h-1}{m-1}$

02、树的结点与读与树高的关系

4.具有n个结点m叉树最小高度为 $\lceil \log_m(n(m-1)+1)\rceil$； 最小高度 = 越宽且树越矮（即每层都取满）

证明如下： $\frac{m^{h-1}-1}{m-1} < n \leq \frac{m^h-1}{m-1}$ 故 $\begin{cases} h \geq \log_m(n(m-1)+1); \\ h < \log_m(n(m-1)+1)+1; \end{cases}$

$\Rightarrow h=\lceil \log_m n(m-1)+1 \rceil$

5.树结点与度的关系有：

① 总结点数 $= n_0+n_1+\dots+n_m$

② 总分支数 $= 1\cdot n_1+2\cdot n_2+\dots+m\cdot n_m$ （度为m的结点引出m条分支） 类比2记忆

③ 总结点数 = 总分支数 +1

03、二叉树的结点与度和树高的关系

6. 二叉树的性质

① 非空二叉树上叶子结点数等于度为2的结点度树加1；即 $n_0=n_2+1$

证明：$\begin{cases} n = n_0+n_1+n_2 \\ n = 1\cdot n_1+2\cdot n_2 \end{cases} \Rightarrow n_0 = n_2$

拓展：对任一颗树，若结点数量为n，边数为n-1

② 非空二叉树上第k层至多 2^{k-1} 个结点，$(k\geq 1)$

证明 第1层至多 $2^{1-1}=1$ 个结点（根）

第2层至多 $2^{2-1}=2$ 个结点　　数学归纳法

……

第k层至多 $2^{k-1}=2^{k-1}$ 个结点

③ 高为h的二叉树至多有 2^h-1 个结点，$(h\geq 1)$

证明 由②得前h项求和可得

$$S=2^{h-1}+2^{h-2}+\cdots+2^2+2^1+2^0$$

$$=\frac{1\cdot(1-2^h)}{1-2}=2^h-1 \text{ 个结点}$$

04、完全二叉树的性质，包含做完全二叉树计算题的技巧

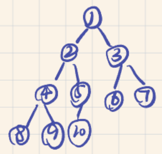
⑤ 对完全二叉树，从上到下从左到右顺序编号则：

1) 当 $i>1$ 时，结点 i 的双亲为 $\lfloor i/2 \rfloor$，
   - i 为偶 双亲为 $i/2$（度为1的非叶结点）
   - i 为奇 双亲为 $(i-1)/2$（度为2的非叶结点）

2) 当 $2i \le n$ 时，结点 i 的左孩子为 $2i$，否则无左孩子

3) 当 $2i+1 \le n$ 时，结点 i 的右孩子为 $2i+1$，否则无右孩子

eg:



① 当 $i=3$ $2\times3<10$ $i=3$ 的左为 6

② 当 $i=5$ $2\times5+1>10$ 则 $i=5$ 无右孩子

4) 结点 i 所在深度为 $\lfloor \log_2 i \rfloor+1$

eg $i=5$ 则 $h=\lfloor \log_2 5 \rfloor+1=2+1=3$

7、具有 n 个 $(n>0)$ 结点的完全二叉树高度为 $\lceil \log_2(n+1) \rceil$ 或 $\lfloor \log_2 n \rfloor+1$

推广到m叉树（特殊到一般）

具有 n 个结点 m 叉树最小高度为 $\lceil \log_m(n(m-1)+1) \rceil$

证明 设 $h>3$ 且由性质3与完全二叉树定义

$$2^{h-1}-1<n\le 2^h-1 \quad 或 \quad 2^{h-1}\le n<2^h$$

则 $2^{h-1}<n+1\le 2^h$ 或 $2^{h-1}+1\le n+1<2^h+1$

即 $h-1<\log_2(n+1)\le h$ 或 $h-1\le \log_2 n<h$

$\Rightarrow$ $h=\lceil \log_2(n+1) \rceil$ 或 $h=\lfloor \log_2 n \rfloor+1$