Лекция 6

Электрические взаимодействия.

Закон Кулона. Электрическое поле

① Электрический заряд

— Электрический заряд - физическая величина, характеризующая электромагнитные взаимодействия тел

— ~~Экс~~ Экспериментальные факты:

1, Существует два рода электрических зарядов, условно называемых положительными и отрицательными

2, Заряды могут передаваться от одного тела к другому

3, Одноименные заряды отталкиваются, разноименные - притягиваются

4, Заряд инвариантен по отношению к системе отсчета

Взаимодействие заряженных тел невозможно объяснить без понятия электрического поля. Заряд создает электрическое поле и взаимодействует с ним. Силовое поле, создаваемое одиночным зарядом, является центральным.

— Электрический заряд имеет дискретную природу. Любой заряд в природе кратен целому числу зарядов электрона

$\boxed{e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{Кл}}$ $\boxed{m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}\ \text{кг}}$

Таким образом, заряд передается от одного тела к другому порциями

⊛ Закон сохранения электрического заряда

В изолированной системе алгебраическая сумма зарядов сохраняется.

$$\boxed{\Sigma q_i = const}$$

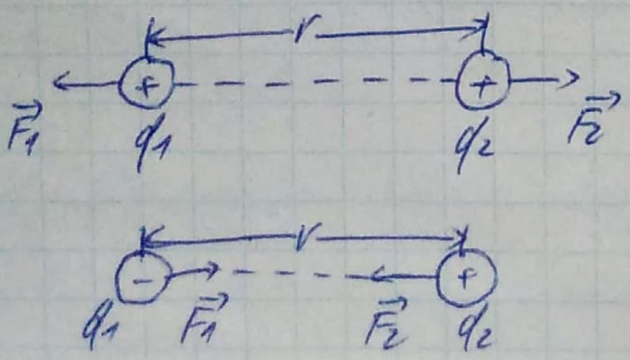
– Точечный заряд – идеализированная модель – заряженное тело, размеры которого малы по сравнению с расстояниями до других заряженных тел.

– Поверхностная, объемная и линейная плотности распределения зарядов

$$\boxed{\sigma = \frac{dq}{ds}}, \quad \boxed{\rho = \frac{dq}{dV}}, \quad \boxed{\tau = \frac{dq}{dl}}$$

Интегрируя эти выражения, можно найти заряд, находящийся на поверхности, в объеме или на длине конечных размеров

⊛ Закон Кулона



Сила взаимодействия двух точечных зарядов, находящихся в вакууме, прямо пропорциональна произведению этих зарядов и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними.

Сила направлена вдоль прямой, соединяющей заряды.

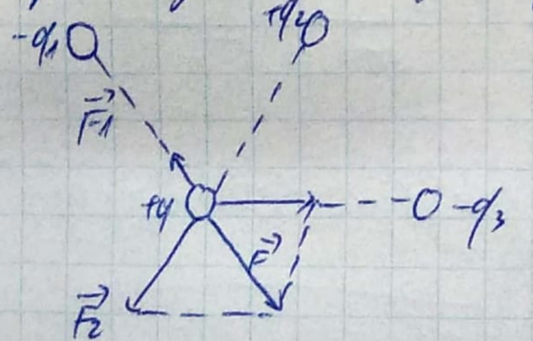
$$\boxed{\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^3} \vec{r}}$$

В системе единиц Си

$$\boxed{k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \times 10^9 \frac{H \cdot м^2}{Кл^2}} ; \quad \boxed{\varepsilon_0 = 8{,}85 \times 10^{-12} \frac{Кл^2}{H \cdot м^2}}$$

⑧ Принцип суперпозиции для электростатических сил

Результирующая сила, действующая на данное тело при его взаимодействии с несколькими заряженными телами, равна векторной сумме сил, действующих со стороны отдельных тел



$$\vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3}$$

$$\vec{F}_{рез} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F_i}$$

(*) Напряженность электрического поля

- Напряженность электрического поля в некоторой точке пространства - физическая величина, численно равная силе, действующей на помещённый единичный положительный заряд помещённый в данную точку. Вектор напряженности направлен в сторону действия этой силы.

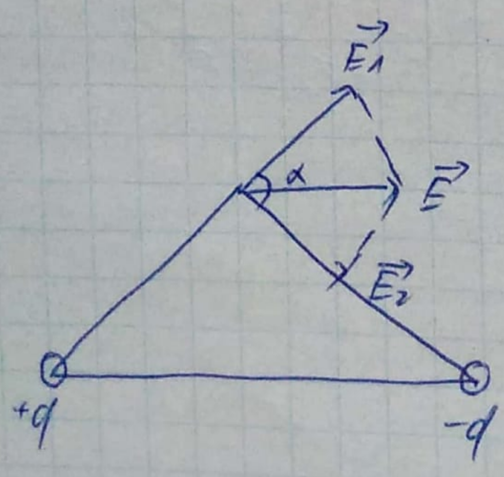
$$\boxed{\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}} \qquad E = \boxed{\frac{Н}{Кл}} = \boxed{\frac{В}{м}}$$

Для точечного заряда

$$\boxed{\vec{E} = k\frac{q}{r^3}\vec{r}}$$

- Принцип суперпозиции для напряженностей

$$\vec{E} = \vec{E_1} + \vec{E_2} + \ldots + \vec{E_N} = \sum_{i=1}^{N}\vec{E_i} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\sum_{i=1}^{N}\frac{q_i\vec{r_i}}{r_i^3}$$



для двух точечных зарядов

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2\cos\alpha}$$

⑦ Силовые линии ~~э~~ электрического поля

– Силовыми линиями электрического поля называются линии касательная к которым в каждой точке совпадает с направлением вектора напряженности

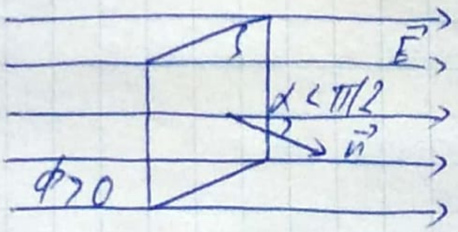
– Силовые линии начинаются на положительных зарядах и заканчиваются на отрицательных

– Поле называется однородным, если его напряженность во всех точках одинакова

⑧ Поток вектора напряженности электрического поля

– Поток вектора напряженности через элементарную площадку dS определяется числом силовых линий поля, проходящих через эту площадку.

$$\boxed{d\Phi_E = \vec{E}d\vec{S} = E_n dS}$$



$$\boxed{\Phi_E = \oint_S \vec{E}d\vec{S} = \oint_S E_n dS}$$

⑨ Теорема Гаусса

– Поток вектора напряженности электрического поля точечного заряда через сферическую поверхность радиуса R

$$\Phi_E = \oint \vec{E} d\vec{S} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{R^2}\oint dS = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

Эта формула также справедлива для любой замкнутой поверхности (не сферической) и для любых расположений заряда внутри нее.

– Для системы точечных зарядов, находящихся внутри сферы, согласно принципу суперпозиции, имеем

$$\Phi_E = \oint \vec{E} d\vec{S} = \oint (\vec{E_1} + \vec{E_2} + \dots) d\vec{S} = \Phi_{E_1} + \Phi_{E_2} + \dots = \frac{\sum q_i}{\varepsilon_0}$$

– Теорема Гаусса: поток вектора напряженности электрического поля в вакууме через произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме зарядов, которые она охватывает, разделенной на электрическую постоянную.

⊕ Понятие дивергенции векторного поля

– Векторное поле

$$\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k} = \vec{a}(x, y, z)$$

$$\boxed{div\,\vec{a} = \frac{\partial a_x}{\partial x} + \frac{\partial a_y}{\partial y} + \frac{\partial a_z}{\partial z} = \varphi(x, y, z)}$$ – дивергенция векторного поля.

Используем оператор Гамильтона $\nabla = \frac{\partial}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial}{\partial x}\vec{k}$

и запишем выражение для дивергенции в виде

$$\nabla \vec{a} = \varphi(x, y, z)$$

Дивергенция векторного поля — скалярное поле

— Дивергенция характеризует мощность источников поля и его стоков в каждой точке пространства

$$\operatorname{div}\vec{a} = \lim_{V \to 0} \frac{\Phi_a}{V} = \lim_{V \to 0} \frac{1}{V} \oint \vec{a}\, d\vec{S} = \lim_{V \to 0} \frac{1}{V} \oint a_n dS$$

$$\oint_S \vec{a}\, d\vec{S} = \int_V \operatorname{div}\vec{a}\, dV$$

— Теорема Остроградского-Гаусса: суммарная мощность источников поля внутри некоторого объема V равна потоку вектора через его поверхность S.

— Для напряженности электростатического поля

$$\Phi_E = \oint_S \vec{E}\, d\vec{S} = \oint_S E_n dS = \oint_V \operatorname{div}\vec{E}\, dV = \frac{\sum q_i}{\varepsilon_0}$$

$$\int_V \operatorname{div}\vec{E}\, dV = \frac{\sum q_i}{\varepsilon_0}$$

— Для распределенных в пространстве зарядов введем объемную плотность

$$\rho = \frac{dq}{dV} \Rightarrow \sum q_i = \int_V \rho\, dV$$

Получаем теорему Гаусса в дифференциальной форме

$$\boxed{\operatorname{div}\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}}$$