

Электрические взаимодействия.

Закон Кулона. Электрическое поле

⑧ Электрический заряд

- Электрический заряд - физическая величина, характеризующая электромагнитные взаимодействия тел

- ~~факты~~ Экспериментальные факты:

1, Существует два рода электрических зарядов, условно называемых положительными и отрицательными

2, Заряды могут передаваться от одного тела к другому

3, Одноименные заряды отталкиваются, разноименные - притягиваются

4, Заряд инвариантен по отношению к системе отсчета

Взаимодействия заряженных тел невозможно объяснить без понятия электрического поля. Заряд создает электрическое поле и взаимодействует с ним. Силовое поле, создаваемое точечным зарядом, является центральным.

- Электрический заряд имеет дискретную природу. Любой заряд в природе кратен элементарному заряду электрона

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$$

$$m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$$

Таким образом, заряд передается от одного тела к другому
прикосновением

⊗ Закон сохранения электрического заряда

В замкнутой системе алгебраическая сумма зарядов
сохраняется.

$$\Sigma q_i = \text{const}$$

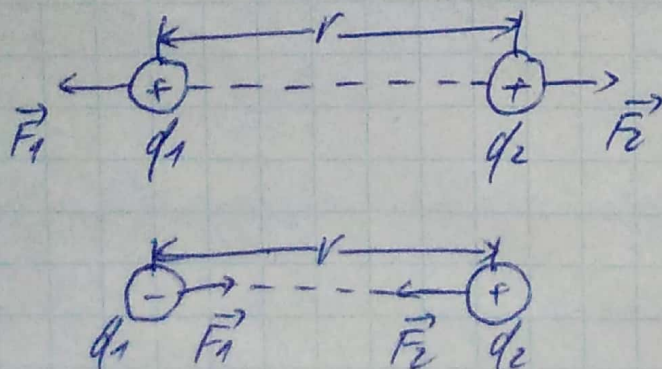
- Точечный заряд - идеализированная модель - заряженное
тело, размеры которого малы по сравнению с расстояниями до
других заряженных тел.

- Поверхностная, объемная и линейная плотности распределения
зарядов

$$\sigma = \frac{dq}{ds}, \quad \rho = \frac{dq}{dv}, \quad \tau = \frac{dq}{dl}$$

Интегрируя эти выражения, можно найти заряд, находящийся
на поверхности, в объеме или на линии конечных размеров

⊗ Закон Кулона



Сила взаимодействия двух точечных зарядов, находящихся в вакууме, прямо пропорциональна произведению этих зарядов и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними. Сила направлена вдоль прямой, соединяющей заряды.

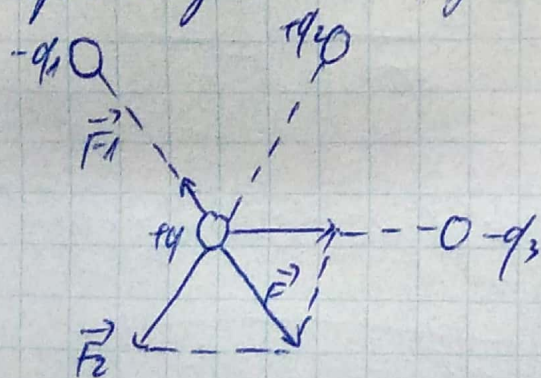
$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^3} \vec{r}$$

В системе единиц СИ

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \times 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2}$$

$$\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \frac{\text{Кл}^2}{\text{Н} \cdot \text{м}^2}$$

⊗ Принцип суперпозиции для электростатических сил
Результирующая сила, действующая на данное тело при его взаимодействии с несколькими заряженными телами, равна векторной сумме сил, действующих со стороны отдельных тел



$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$$

$$\vec{F}_{\text{рез}} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i$$

⊛ Напряженность электрического поле

- Напряженность электрического поле в некоторой точке пространства - физическая величина, численно равная силе, действующей на находящийся единичный положительный заряд помещенный в данную точку. Вектор напряженности направлен в сторону действия этой силы.

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$$

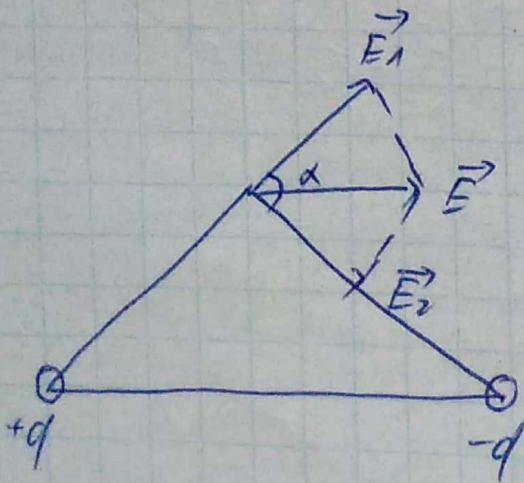
$$E = \left[\frac{H}{K_1} \right] = \left[\frac{B}{m} \right]$$

Для точечного заряда

$$\vec{E} = k \frac{q}{r^3} \vec{r}$$

- Принцип суперпозиции для напряженностей

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_N = \sum_{i=1}^N \vec{E}_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \sum_{i=1}^N \frac{q_i \vec{r}_i}{r_i^3}$$



для двух точечных зарядов

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2\cos\alpha}$$

② Силовые линии электрического поля

- Силовые линии электрического поля называются линиями касательная к которым в каждой точке совпадает с направлением вектора напряженности

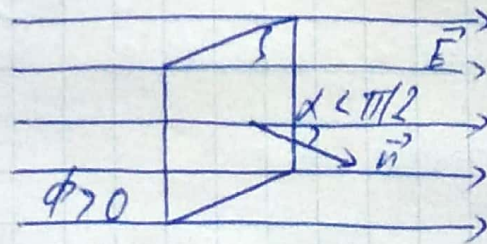
- Силовые линии начинаются на положительных зарядах и заканчиваются на отрицательных

- Поле называется однородным, если его напряженность во всех точках одинакова

③ Поток вектора напряженности электрического поля

- Поток вектора напряженности через элементарную площадку dS определяется числом силовых линий поля, проходящих через эту площадку.

$$d\Phi_E = \vec{E} d\vec{S} = E_n dS$$



$$\Phi_E = \int_S \vec{E} d\vec{S} = \int_S E_n dS$$

④ Теорема Гаусса

- Поток вектора напряженности электрического поля точечного заряда через сферическую поверхность радиуса R

$$\Phi_E = \oint \vec{E} d\vec{s} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R^2} \oint ds = \frac{q}{\epsilon_0}$$

Эта формула также справедлива для любой замкнутой поверхности (не сферической) и для любых расположений заряда внутри нее.

- Для системы точечных зарядов, находящихся внутри сферы, согласно принципу суперпозиции, имеем

$$\Phi_E = \oint \vec{E} d\vec{s} = \oint (\vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots) d\vec{s} = \Phi_{E_1} + \Phi_{E_2} + \dots = \frac{\sum q_i}{\epsilon_0}$$

- Теорема Гаусса: поток вектора напряженности электрического поля в вакууме через произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме зарядов, которые она охватывает, разделенной на электрическую постоянную.

⊕ Понятие дивергенции векторного поля

- Векторное поле

$$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k} = \vec{a}(x, y, z)$$

$$\text{div} \vec{a} = \frac{\partial a_x}{\partial x} + \frac{\partial a_y}{\partial y} + \frac{\partial a_z}{\partial z} = \varphi(x, y, z) \quad \text{- дивергенция векторного поля.}$$

Используем оператор Гамильтона $\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial}{\partial z} \vec{k}$

и запишем выражение для дивергенции в бугре

$$\nabla \vec{a} = \varphi(x, y, z)$$

Дивергенция векторного поля — скалярное поле

— Дивергенция характеризует мощность источников поля и его стоков в каждой точке пространства

$$\operatorname{div} \vec{a} = \lim_{V \rightarrow 0} \frac{\Phi_a}{V} = \lim_{V \rightarrow 0} \frac{1}{V} \oint \vec{a} d\vec{S} = \lim_{V \rightarrow 0} \frac{1}{V} \oint a_n dS$$

$$\oint_S \vec{a} d\vec{S} = \int_V \operatorname{div} \vec{a} dV$$

— Теорема Остроградского-Гаусса: суммарная мощность источников поля внутри некоторого объема V равна потоку вектора через его поверхность S .

— Для напряженности электростатического поля

$$\Phi_E = \oint \vec{E} d\vec{S} = \oint E_n dS = \int_V \operatorname{div} \vec{E} dV = \frac{\sum q_i}{\epsilon_0}$$

$$\int_V \operatorname{div} \vec{E} dV = \frac{\sum q_i}{\epsilon_0}$$

— Для распределенных в пространстве зарядов введем объемную плотность

$$\rho = \frac{dq}{dV} \Rightarrow \sum q_i = \int \rho dV$$

Панзальи Лоренц Гаусса в дифференциальной форме

$$\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$