THÀNH PHỐ HỒ CHÍ MINH

TRƯỜNG ĐẠI HỌC GIA ĐỊNH

KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN

BÀI TIỂU LUẬN MÔN TOÁN RỜI RẠC

GVHD:	ThS. Nguyễn Ngọc Quỳnh Như
TÊN SINH VIÊN:	Nguyễn Trí Tuấn Phong
LỚP:	K14DCMT01
MSSV:	2005110008
KHÓA:	2020-2023

Hồ Chí Minh , December 27th 2021

Mục lục

LỜI CẢM ƠN.

Em xin gửi lời cảm ơn chân thành đến cô, giáo viên hướng dẫn ThS. Nguyễn Ngọc Quỳnh Như. Trong quá trình nghiên cứu đề tài ,cô đã tạo điều kiện về tài liệu và kiến thức liên quan, tận tình hướng dẫn em cũng như tạo mọi điều kiện thuận lợi để em có thể hoàn thành tốt đề tài.

Em xin chân thành cảm ơn thầy, cô giáo trong Khoa Công nghệ thông tin trường Đại Học Gia Định, những người đã dạy và cung cấp cho em những kiến thức quý báu. Xin cảm ơn cô đã giúp em hoàn thành tốt đề thi này.

LỜI NÓI ĐẦU.

Đối tượng nghiên cứu của toán học rời rạc là tập hợp các đối tượng có cấu trúc và rời rạc, các bộ môn này đã được tập hợp thành nền tảng toán học của khoa học máy tính từ khi xuất hiện. Nó còn được gọi là toán học máy tính, lý thuyết đồ thị. Một cái nhìn rộng hơn bao gồm tất cả các nhánh của toán học giải quyết các tập hợp hữu hạn hoặc đếm được đến toán học rời rạc, chẳng hạn như số học mô-đun, lý thuyết nhóm hữu hạn, lý thuyết mật mã,... Cấu trúc, các đối tượng rời rạc không có cấu trúc cơ bản thực sự, bởi vì hầu hết các cấu trúc có thể vượt qua hầu hết mọi kiểu khác. Vì vậy, nội dung sẽ trình bày cấu trúc cơ bản và quan trọng nhất. Việc định vị các module cũng vậy, có thể nói toán rời rạc là môn học tiên quyết và hiệu quả nhất để người học nâng cao tư duy toán học và rèn luyện kỹ năng lập trình phân tích và thiết kế thuật toán.

ĐỀ THI

MSSV: 200511008

N = 0;

M= 8;

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO	**CỘNG HÒA XÃ HỘI CHỦ NGHĨA VIỆT NAM**
TRƯỜNG ĐẠI HỌC GIA ĐỊNH	**Độc lập - Tự do - Hạnh phúc**

ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN-HỌC KỲ 1 NĂM HỌC 2021 2022

Môn thi: Toán rời
rạc Đề các lớp
K14.

Lưu ý:

-M là số cuối mã số sinh viên.

-N là số áp cuối mã số sinh viên.

VD: MSSV: 12240578 =>M=8 ; N=7

Câu 1:(2 điểm) Các hàm f sau có song ánh hay không? Và tìm hàm ngược của nó (nếu có) ?

$$a/\ f:(2;+\infty)\to R$$
$$x \quad \to f(x)=M\ln(4x-8)+N$$
$$b/\ f:R\to R$$
$$x\to f(x)=Nx^2-x+M$$

Câu 2:(2 điểm) Tìm nghiệm tổng quát của các hệ thức đệ quy:

$$\begin{cases} x_n = x_{n-1}+6x_{n-2}+10n(-2)^n-3(-2)^{n-1} \\ x_0=M;x_1=N \end{cases}$$

Câu 3: (1 điểm) M= 8

a) Lập bảng chân trị.
b) Rút gọn biểu thức (ghi rõ luật logic áp dụng, ví dụ: luật giao hoán, luật lũy đẳng…).

***M* = 8, 9:**

$$E=[(p\to r)\vee(q\to r)]\wedge[(p\wedge q)\to r]$$

Câu 4: (3 điểm) M= 8 Trình bày "Nguyên lí bù trừ" trong Toán rời rạc. Cho ví dụ bài tập áp dụng và giải cụ thể.

Lưu ý:

- Các trình bày câu 4: ghi rõ cơ sở lý thuyết, cho ví dụ bài toán cụ thể và giải theo phương pháp yêu cầu.
- Bài thi được soạn thảo trên giấy khổ A4.
- Bố cục 1 điểm, Trình bày 0.25 điểm, đánh máy. Chính tả 0.25 điểm, trích dẫn nguồn tài liệu tham khảo cuối bài 0.5 điểm.

TP HCM, ngày 15 tháng 12 năm 2021

Cán bộ ra đề thi

ThS Nguyễn Ngọc Quỳnh Như

CÂU 1: (2 điểm) Các hàm f sau có song ánh hay không? Và tìm hàm ngược của nó (nếu có)?

$a)\ f\ :(2;+\infty) \to \mathrm{R}$

$$x \ \to\ f(x) = 8\ln(4x-8)+0$$

Giải:

$\forall x, x' \in (2;+\infty): 8\ln(4x-8)+0 = 8\ln(4x'-8)+0$

- ⇨ $\ln(4x-8) = \ln\ln\,(4x'-8)$
- ⇨ $4x-8 = 4x'-8$
- ⇨ $4x = 4x'$
- ⇨ $x = x'$
- ⇨ f đơn $ánh$ (1)

$\forall y \in\ R\!: pt\ f(x) =\ y <=> 8\ln(4x-8)+0$

- ⇔ $\ln(4x-8) = \frac{y-0}{8}$
- ⇔ $4x-8 =\ e^{\frac{y-0}{8}}$
- ⇔ $x = \frac{8+e^{\frac{y-0}{8}}}{4}$ $có\ nghiệm$
- ⇨ $f\ toàn\ ánh$ (2)

$Từ$ (1) $và$ (2)

- ⇨ $f\ song\ ánh.$

*Hàm ngược:

$x \ \to\ f(x) = 8\ln(4x-8)+0 = y$

⇔ $\ln(4x-8) = \frac{y-0}{8}$

⇔ $4x-8 = e^{\frac{y-0}{8}}$

⇔ $x = \frac{8+e^{\frac{y-0}{8}}}{4} = f^{-1}(y)$

$b)\ f\!: R\ \to\ R$

$$x\ \to f(x) = -x+8$$

$\forall x, x' \in R$:

- ⇨ $f(x) = f(x')$
- ⇨ $-x + 8 = -x' + 8$
- ⇨ $-x = x'$
- ⇨ f đơn ánh.

$\forall y \in R\ Pt: y = -x + 8$

- ⇨ $-x = y - 8$
- ⇨ $x = -y + 8$
- ⇨ f toàn ánh.
- ⇨ f song ánh.

*Hàm ngược

$y = -x + 8$

⇔ $y = -x + 8$
⇔ $-x = y - 8$
⇔ $x = -y + 8$
⇔ $y = -x + 8 = f^{-1}(x)$

Hàm ngược $\varphi = f^{-1}(x)$

Câu 2: Tìm nghiệm tổng quát của hệ thức đệ quy:

$$\begin{cases} x_n = x_{n-1} + 6x_{n-2} + 10n(-2)^n - 3(-2)^{n-1} \\ x_0 = 8;\ x_1 = 0 \end{cases}$$

Giải:

$x_n = x_{n-1} + 6x_{n-2} + 10n(-2)^n - 3(-2)^{n-1}$

$x_n - x_{n-1} - 6x_{n-2} = 10n(-2)^n - 3(-2)^{n-1}$ (1)

Hệ thức đệ quy tuyến tính thuần nhất tương ứng: $x_n - x_{n-1} - 6x_{n-2} = 0$ (2)

Phương trình đặc trưng: $\lambda^2 - \lambda - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda_1 = 3 \\ \lambda_2 = -2 \end{cases}$

Vậy (2) có nghiệm tổng quát là $x_n = C_1.3^n + C_2(-2)^n$

Nghiệm riêng của (1): $f(n) = 10n(-2)^n - 3(-2)^{n-1}$

⇨ $A = -2$; $P_r(n)$ là đa thức bậc 1

Vì $A = -2$ là nghiệm đơn phương trình đặc trưng nên (1) có nghiệm riêng:

$x_n = n(-2)^n(an + b)$ (3)

Thế (3) vào (1)

$n(-2)^n(an + b) - (n-1)(-2)^{n-1}[a(n-1) + b] - 6[(n-2)(-2)^{n-2}(a(n-2) + b)] = 10n(-2)^n - 3(-2)^{n-1}$

$n = 0, n = 1$ ta có:

$$\begin{cases} -\frac{1}{2}(-a + b) - 6\left[-\frac{1}{2}(-2a + b)\right] = \frac{3}{2} \\ -2(a + b) - 6\left[-\frac{1}{2}(-a + b)\right] = -23 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{11}{2}a + \frac{5}{2}b = \frac{3}{2} \\ a - 5b = -23 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 5 \end{cases}$$

Vậy nghiệm riêng của (1) là: $x_n = n(-2)^n(2n + 5)$

Nghiệm tổng quát của (1) là: $x_n = C_1.3^n + C_2(-2)^n + n(-2)^n(2n + 5)$

Từ điều kiện: $\begin{cases} x_0 = 8 \\ x_1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C_1 + C_2 = 8 \\ 3C_1 - 2C_2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C_1 = \frac{16}{5} \\ C_2 = \frac{24}{5} \end{cases}$

Vậy nghiệm cần tìm là: $x_n = \frac{16}{5} + \frac{24}{5}.(-2)^n + n(-2)^n(2n+5)$

Câu 3: M=8.

a) Lập bảng chân trị.

b) Rút gọn biểu thức (ghi rõ luật logic áp dụng, ví dụ: luật giao hoán, luật lũy đẳng...)

$E = [p \to r] \lor (q \to r) \land [(p \land q) \to r]$

Giải:

a) Bảng chân trị

p	q	r	$p \to r$	$q \to r$	$(p \to r) \lor (q \to r)$	$p \land q$	$p \land q) \to r$	Đề $bài$
0	0	0	1	1	1	0	1	1
0	0	1	1	1	1	0	1	1
0	1	0	1	0	1	0	1	1
0	1	1	1	1	1	0	1	1
1	0	0	0	1	1	0	1	1
1	0	1	1	1	1	0	1	1
1	1	0	0	0	0	1	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1

b) Rút gọn biểu thức:

$E = [p \to r] \lor (q \to r) \land [(p \land q) \to r]$

$\Leftrightarrow [(\neg p \lor r) \lor (q \to r)] \land [\neg(p \land q) \to r]$ *Luật về phép kéo theo.

$\Leftrightarrow [(\neg p \lor \neg q) \lor r] \land [(\neg p \land \neg q) \lor r]$ *Luật DeMorgan

$\Leftrightarrow (\neg p \lor \neg q) \lor r$ *Luật lũy đẳng

$\Leftrightarrow \neg(p \land q) \lor r$ *Luật DeMorgan

$\Leftrightarrow (p \land q) \to r$ *Luật về phép kéo theo.

Câu 4: Trình bày "Nguyên lí bù trừ" trong Toán rời rạc. Cho ví dụ bài tập áp dụng và giải cụ thể.

Khi hai công việc có thể được làm đồng thời, ta không thể dùng quy tắc cộng để tính số cách thực hiện nhiệm vụ gồm cả hai việc. Để tính đúng số cách thực hiện nhiệm vụ này ta cộng số cách làm mỗi một trong hai việc rồi trừ đi số cách làm đồng thời cả hai việc. Ta có thể phát biểu nguyên lý đếm này bằng ngôn ngữ tập hợp. Cho A_1, A_2 là hai tập hữu hạn, khi đó

$|A_1 \cup A_2| = |A_1| + |A_2| - |A_1 \cap A_2|$.

Từ đó với ba tập hợp hữu hạn A_1, A_2, A_3, ta có:

$|A_1 \cup A_2 \cup A_3| = |A_1| + |A_2| + |A_3| - |A_1 \cap A_2| - |A_2 \cap A_3| - |A_3 \cap A_1| + |A_1 \cap A_2 \cap A_3|$,

và bằng quy nạp, với k tập hữu hạn $A_1, A_2, ..., A_k$ ta có:

$| A_1 \cup A_2 \cup ... \cup A_k| = N_1 - N_2 + N_3 - ... + (-1)^{k-1}N_k$,

trong đó N_m ($1 \leq m \leq k$) là tổng phần tử của tất cả các giao m tập lấy từ k tập đã cho, nghĩa là

$\sum\left|A_{i_1} \cap A_{i_2} \cap ... \cap A_{i_m}\right|$

$N_m =$ $1 \leq i_1 \leq i_2 ... \leq i_m \leq k$

Bây giờ ta đồng nhất tập A_m ($1 \leq m \leq k$) với tính chất A_m cho trên tập vũ trụ hữu hạn U nào đó và đếm xem có bao nhiêu phần tử của U sao cho không thỏa mãn bất kỳ một tính chất A_m nào. Gọi $\overline{N}$ là số cần đếm, N là số phần tử của U. Ta có:

$$\overline{N} = N - | A_1 \cup A_2 \cup ... \cup A_k| = N - N_1 + N_2 - ... + (-1)^k N_k,$$

trong đó N_m là tổng các phần tử của U thỏa mãn m tính chất lấy từ k tính chất đã cho. Công thức này được gọi là **nguyên lý bù trừ**. Nó cho phép tính $\overline{N}$ qua các N_m trong trường hợp các số này dễ tính toán hơn.

Ví dụ 1: Trong một lớp học ngoại ngữ Anh Pháp. Có 24 học sinh học Tiếng Pháp, 26 học sinh học Tiếng Anh. 15 học sinh học Tiếng Anh và Tiếng Pháp. Hỏi lớp có bao nhiêu người?

Giải ví dụ 1:

Gọi A là những học sinh học Tiếng Pháp

B là những học sinh học Tiếng Anh

Khi đó, số học sinh của lớp là$|A \cup B|$. Theo nguyên lí bù trừ ta có $|A \cup B| = |A| + \lceil B \rceil - |A \cap B| = 24 + 26 - 15 = 35$.

Ví dụ 2: Có bao nhiêu số nguyên <=1000 chia hết cho 7 hoặc 11.

Giải:

Gọi A là tập các số nguyên <=1000 chia hết cho 7
Gọi B là tập các số nguyên <=1000 chia hết cho 11
Khi đó tập số nguyên <= 1000 hoặc chia hết cho 7 hoặc chia hết cho 11 là $|A \cup B|$. Theo công thức ta có:

$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$

$|A \cup B| = \frac{1000}{7} + \frac{1000}{11} - \frac{1000}{7x11}$

$|A \cup B| = 142 + 90 - 12 = 220$.

TÀI LIỆU THAM KHẢO.

(1) https://lhu.edu.vn/Data/News/8/files/ThongBao/Ch2_Phep_Dem_9supb.pdf

(2) "TOÁN RỜI RẠC-CHƯƠNG II BÀI TOÁN ĐẾM." https://cuuduongthancong.com/atc/120/toan-roi-rac---chuong-ii-bai-toan-dem

(3) Theo nội dung bài giảng do ThS. Nguyễn Ngọc Quỳnh Như cung cấp trong suốt quá trình học.

.