

Gọi $V(i)[j]$: độ ồn nhỏ nhất có thể đạt được ở phòng thứ i dưới j lần
 $dpl(i)[j]$: độ ồn nhỏ nhất từ phòng thứ $1 \rightarrow i$ khi đã dưới j lần.

NX1: Thứ tự vào phòng không ảnh hưởng đến kết quả. Vì vậy ta có thể sử lý từng phòng.

NX2: Với mỗi phòng, độ ồn là 1 dãy số có dạng:

$$\begin{aligned} &1 + 2 + 3 + \dots + n : \text{nếu phòng chứa dưới lần nào} \\ &1 + 2 + \dots + n_1 + 1 + 2 + 3 + \dots + n_2 \quad \quad \quad 2 \text{ lần} \\ &1 + 2 + \dots + n_1 + 1 + 2 + \dots + n_2 + 1 + 2 + \dots + n_3 \quad \quad \quad 3 \text{ lần} \end{aligned}$$

TQ: độ ồn = $\sum_{i=1}^sz C_n^i$ $\left\{ \begin{array}{l} C_n^k : \text{số hợp chập } k \text{ của } n. \\ sz : \text{số lượng lần dưới của nhóm thứ } i \end{array} \right.$

Nhận thấy để tổng trên tối ưu ta cần chia các nhóm sao cho số lượng người của mỗi lần dưới cũng cân bằng cũng tốt.

Nghĩa là: $\{ \forall n_i, i \in [1, sz] : |n_i - n_{i-1}| \approx 0 \}.$ \otimes

\Rightarrow Với nhóm thứ i và có j lượt dưới ta có thể tính $V(i)[j]$ là:

Giả sử: với mỗi lần dưới thì xem như là 1 lần tách nhóm

VD: dưới 0 lần thì độ ồn là:

$$\begin{aligned} &1 + 2 + 3 + 4 + \dots + \text{cnt}(i) \\ &\text{dưới 1 lần thì độ ồn sẽ là tổng độ ồn của 2 nhóm:} \\ &1 + 2 + \dots + n_1 + 1 + 2 + \dots + n_2 \quad (n_1 + n_2 = \text{cnt}(i)). \end{aligned}$$

nhóm 1

nhóm 2

Nói chung khi dưới j lần thực chất chúng ta đang thực hiện thao tác tách nhóm ban đầu thành $j+1$ nhóm sao cho tối ưu.

Gọi p : số lượng người trong 1 nhóm đây đủ

x : số lượng nhóm có p người

y : số lượng nhóm có $p+1$ người.

$$p = \text{cnt}(i) / (j+1).$$

$$y = \text{cnt}(i) \% (j+1)$$

$$x = j+1 - y.$$

$\left\{ \begin{array}{l} \text{cnt}(i) : \text{số lượng người tại nhóm thứ } i \\ j+1 : \text{số lượng nhóm có thể chia khi đã dưới } j \text{ lần.} \end{array} \right.$

$$V(i)[j] = x \times C_p^2 + y \cdot C_{p+1}^2.$$

Với nhóm thứ i và đang thực hiện j lượt dưới ta có thể tính $dpl(i)[j]$ như sau:

\Rightarrow TH1: Không thực hiện lượt dưới nào:

$$dpl(i)[j] = dpl(i-1)[j] + V(i)[0]$$

\Rightarrow TH2: đã thực hiện c lượt dưới tại phòng thứ i :

$$dpl(i)[j] = dpl(i-1)[j-c] + V(i)[c].$$

Kết quả: $dpl(n)[r]$.