

UNIVERSITÀ DI PISA



Dipartimento di Informatica
Corso di Laurea Triennale in Informatica

Localizzazione Indoor Basata su Beacon Bluetooth a Bassa Potenza Attraverso Tecniche di Deep Learning

un progetto realizzato per Consorzio Metis e ASL Toscana

Relatori:
Prof. GianLuigi Ferrari

Presentata da:
Marco Pampaloni

Anno Accademico 2019/2020

Sommario

Il problema della Localizzazione Indoor si è rivelato di particolare interesse pratico negli ultimi anni. Questa tesi mostra come moderne tecniche di Deep Learning possano risultare determinanti nella corretta risoluzione di tale problema.

L'approccio analizzato sfrutta una rete neurale convoluzionale (CNN) profonda: l'input del modello è caratterizzato da una serie temporale di segnali broadcast *Bluetooth Low Energy* (BLE) emessi da un insieme di Beacon disposti all'interno dell'edificio adibito alla Localizzazione Indoor, mentre l'output è una coppia di coordinate relative alla posizione all'interno dell'edificio stesso. Sono state inoltre utilizzate varie tecniche di *data augmentation* per produrre un dataset di grandi dimensioni sulla base dei campionamenti dei segnali effettuati in loco.

A seguito dell'addestramento, il modello utilizzato ha mostrato un errore medio assoluto (MAE) sul dataset di test pari a *30cm*, esibendo una discreta affidabilità anche rispetto a variazioni significative dei segnali dovute al rumore ambientale. Un ensemble di modelli, ognuno addestrato con diversi iperparametri, ha permesso di ridurre l'errore medio fino a circa *26cm*.

Il modello prodotto risulta eseguibile in tempo reale su dispositivi mobile con ridotte capacità computazionali, rendendolo particolarmente adatto alla cosiddetta navigazione "*blue-dot*" all'interno di contesti Indoor. Tuttavia si evidenzia come la variazione dell'output del modello possa risultare in una navigazione poco fluida. Per arginare questo problema viene applicato un filtro di Kalman al modello e viene sfruttato il sensore inerziale dello smartphone per produrre un'euristica utile a individuare i movimenti dell'utente.

Indice

1	Introduzione	4
1.1	Localizzazione Indoor	4
1.2	Soluzioni Tecnologiche	4
1.3	Bluetooth Low Energy	5
1.4	RSSI e propagazione del segnale	6
1.5	Variabilità e rumore di fondo: requisiti di usabilità	6
1.6	Installazione dei Beacon e Acquisizione dei Dati	6
2	Deep Learning	7
2.1	Machine Learning	7
2.1.1	Regressione Lineare	7
2.1.2	Perceptron	9
2.2	Multi Layer Perceptron	11
2.3	BackPropagation	12
2.4	Attivazione: ReLU	13
2.5	Reti Neurali Convoluzionali	14
2.6	Regolarizzazione	17
2.6.1	Overfitting e Underfitting	17
2.6.2	Regolarizzazione L2	17
2.6.3	Dropout	17
2.7	Dataset Augmentation e Preprocessing	17

2.7.1	Jittering	17
2.7.2	Ridimensionamento (Scaling)	17
2.7.3	Magnitude Warping	17
2.7.4	Permutazione di Sottoinsiemi (Subset Shuffling)	17
2.7.5	Deattivazione Selettiva	17
3	Architettura Software	18
3.1	TensorFlow	19
3.2	Keras	19
3.3	Google Colab	19
3.4	Weights & Biases	19
3.5	Modello di Apprendimento	19
3.5.1	Input del Modello	19
3.5.2	Blocco Convolutionale	19
3.5.3	Uso della Bussola e Output Ausiliario	19
3.5.4	Coefficiente di Memoria Residua e Input Ausiliario	19
3.5.5	Output del Modello	19
3.6	Addestramento del Modello	19
3.7	Ensembling	19
3.8	Compilazione e Deploy del Modello	19
4	Applicazione Mobile	20
4.1	Flutter	20
4.2	Planimetrie e Poligoni	20
4.3	Backend TensorFlow	20
4.3.1	TensorFlow Lite	20
4.3.2	Implementazione del Bridge di Comunicazione	20
4.4	Stabilizzazione del Modello	20
4.4.1	Utilizzo di Sensori Inerziali	20
4.4.2	Filtro di Kalman	20

5	Conclusioni	21
5.1	Risultati Sperimentali	21
5.1.1	Metriche di Errore: MSE, MAE, MaxAE	21
5.2	Lavori futuri	21
5.2.1	Input a Lunghezza Variabile	21
5.2.2	Reti Neurali Residuali	21
5.2.3	Variational Autoencoder: Generazione di nuovi dati	21
5.2.4	Transfer Learning	21
5.2.5	Input Masking e Ricostruzione dei Segnali	21
5.2.6	Transformers per Problemi di Regressione	21
5.2.7	Simulatore BLE	21
5.2.8	Posizionamento Magnetico	21

Capitolo 1

Introduzione

1.1 Localizzazione Indoor

Il problema della Localizzazione Indoor consiste nell'individuazione di un utente all'interno di uno spazio chiuso e in riferimento a un sistema di coordinate predefinito. Tale sistema di coordinate, relativo ad un determinato edificio, può essere poi espresso in termini georeferenziali conoscendo la precisa dislocazione geografica del locale in questione.

La localizzazione indoor apre le porte a diverse possibilità nel campo dell'esperienza utente all'interno di edifici pubblici, nel settore della gestione dei flussi di persone, della sicurezza e della contingentazione. Attraverso l'impiego di tale tecnologia è possibile coadiuvare la navigazione degli utenti all'interno di edifici complessi e migliorare l'esperienza individuale di persone affette da disabilità. Per ottenere questi risultati è però richiesto un certo grado di precisione, di affidabilità, di efficienza e di sicurezza nella gestione della privacy dei dati di localizzazione degli utenti. Inoltre la tecnologia scelta per risolvere il problema, per essere fruibile, deve avere come ulteriore requisito il basso impatto economico.

1.2 Soluzioni Tecnologiche

Nel corso degli anni sono state implementati diversi sistemi di localizzazione indoor, che possiamo dividere in due macrocategorie: soluzioni ad-hoc e soluzioni che sfruttano tec-

nologie esistenti. Nel primo caso si fornisce all'utente l'attrezzatura necessaria ad essere localizzato, mentre nel secondo si utilizza un dispositivo mobile di proprietà dell'utilizzatore. Spesso tale dispositivo è uno smartphone.

I sistemi che implementano tecnologie sviluppate ad-hoc, sono spesso più efficienti, più precisi e flessibili. Tuttavia, il loro impiego rimane limitato a causa dell'alto costo di progettazione, installazione e di gestione. È poi richiesto che ad ogni utente che intenda essere localizzato sia assegnato un dispositivo che si interfacci col sistema impiegato.

Per l'impiego su larga scala, un sistema di localizzazione indoor deve essere facilmente utilizzabile dalle masse e non deve richiedere particolari requisiti tecnologici.

TODO: Inserire riferimenti bibliografici che mettano in comparazione le varie tecnologie utilizzate, ad-hoc e non, e in particolare mostrino i risultati dei sistemi che sfruttano il Bluetooth.

1.3 Bluetooth Low Energy

La tecnologia *Bluetooth* è talmente pervasiva che ogni smartphone in circolazione ne implementa il protocollo, mostrandosi particolarmente adeguata alla risoluzione del problema in esame. Nello specifico, *Bluetooth Low Energy* (BLE) è un protocollo che riduce notevolmente il consumo energetico dei dispositivi che ne sfruttano le capacità.

La soluzione riportata in questo documento prevede l'utilizzo di una serie di beacon BLE programmabili, ciascuno installato in un punto significativo dell'edificio e configurato per emettere un segnale broadcast con una frequenza di circa 50Hz. La potenza dei segnali viene quindi utilizzata per produrre, attraverso l'utilizzo di una rete neurale artificiale, una coppia di coordinate rappresentative della posizione dell'utente all'interno dell'edificio. Ciò viene reso possibile da una fase preliminare in cui viene mappata la superficie del locale raccogliendo i segnali ricevuti dai beacon in vari punti. Per ogni punto della superficie mappato si registra una serie temporale di segnali, dei quali si considera solo il valore *RSSI*, ovvero la potenza del segnale nel punto in cui questo viene ricevuto.

Il modello utilizzato è di fatto completamente agnostico rispetto all'ubicazione dei beacon installati, fin quando questa sia unica e non mutata nel tempo.

L'utilizzo di tale sistema assicura il completo anonimato dell'utente, il quale non necessita di condividere la propria posizione, essendo quest'ultima calcolata direttamente sul suo smartphone in funzione dei segnali che riceve.

Questa tesi si pone l'obiettivo di descrivere nello specifico la rete neurale progettata per risolvere il problema, le tecniche utilizzate per alzare il grado di precisione del modello e le principali differenze rispetto a modelli già esistenti.

TODO: introdurre breve descrizione dei capitoli

1.4 RSSI e propagazione del segnale

1.5 Variabilità e rumore di fondo: requisiti di usabilità

1.6 Installazione dei Beacon e Acquisizione dei Dati

Capitolo 2

Deep Learning

stretch=1.0documentclassstandalone

In questo capitolo saranno introdotti i concetti fondamentali alla base delle moderne tecniche di Deep Learning e le strutture matematiche necessarie alla loro comprensione.

2.1 Machine Learning

Il *Machine Learning*, o apprendimento automatico, è un insieme di tecniche e algoritmi che consente a dei programmi di “imparare” a svolgere un determinato compito sulla base di esperienze pregresse, senza bisogno da parte del programmatore di specificare come eseguire tali mansioni.

2.1.1 Regressione Lineare

Un classico esempio di algoritmo di machine learning è quello della regressione lineare. Scopo dell'algoritmo è predire l'output di una determinata funzione. Si consideri quindi un vettore $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$, e un valore scalare $\hat{y} = \boldsymbol{\theta}^\top \mathbf{x}$. il vettore $\boldsymbol{\theta}$ introduce i parametri del modello, mentre \hat{y} ne rappresenta l'output, che è una funzione lineare di \mathbf{x} . Siano quindi

$\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_m$ dei vettori in \mathbb{R}^n e y_1, y_2, \dots, y_m i corrispettivi valori della funzione $f(\mathbf{x}_i)$ che stiamo cercando di approssimare.

Perchè la funzione $\hat{y}(\mathbf{x})$ approssimi $f(\mathbf{x})$ è necessario che i parametri $\boldsymbol{\theta}$ del modello si adattino in modo da minimizzare la differenza tra l'output prodotto dal modello e la cosiddetta *ground truth*: $y = f(\mathbf{x})$. A questo scopo si definisce una metrica di errore propria del processo di apprendimento: l'errore quadratico medio (MSE dall'inglese)

$$MSE = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (\hat{y} - y_i)^2 \quad (2.1)$$

Per minimizzare l'errore sul nostro dataset di test è sufficiente porre a zero la derivata, rispetto a $\boldsymbol{\theta}$, della nostra funzione di costo. Nel caso della regressione lineare è possibile risolvere l'equazione risultante ottenendo un sistema di equazioni che prende il nome di *normal equations*. Esistono tuttavia metodi numerici iterativi che si basano sulle informazioni fornite dal gradiente della funzione di costo che permettono di aggiornare i parametri del modello cercando di ridurre l'errore, anche nel caso di modelli non lineari. L'algoritmo su cui si basano molti dei moderni metodi di apprendimento del Deep Learning è il *gradient descent* o metodo del gradiente.

Il metodo del gradiente aggiorna i parametri $\boldsymbol{\theta}$ del modello secondo la seguente regola:

$$\boldsymbol{\theta}' = \boldsymbol{\theta} - \eta \nabla_{\boldsymbol{\theta}} J(\boldsymbol{\theta}) \quad (2.2)$$

dove $J(\boldsymbol{\theta})$ rappresenta la funzione di costo associata al modello, mentre η è un coefficiente chiamato *learning rate*. Un'interpretazione dell'algoritmo è data dalle informazioni sulla monotonia ottenute dal gradiente della funzione di costo: per η abbastanza piccolo risulta $J(\boldsymbol{\theta}') \leq J(\boldsymbol{\theta})$ poichè il gradiente negativo di J determina la direzione di massima decrescita della funzione[1]. Ne consegue che applicando ricorsivamente la regola di aggiornamento del metodo del gradiente, la nostra funzione \hat{y} tenderà ad avvicinarsi alla funzione originale y , minimizzando la funzione di costo. Possiamo interpretare il coefficiente η come la velocità con cui seguire la pendenza della funzione di errore.

TODO: Inserire un'immagine che fornisca un'intuizione del funzionamento del gradient descent

Nel caso di un modello di regressione lineare che usa l'MSE come funzione di costo, risulta:

$$\begin{aligned}
 \forall j \in 1, \dots, n : \\
 \frac{\partial}{\partial \theta_j} MSE &= \frac{\partial}{\partial \theta_j} \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (\hat{y}_i - y_i)^2 \\
 &= \frac{\partial}{\partial \theta_j} \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (\boldsymbol{\theta}^\top \mathbf{x}_i - y_i)^2 \\
 &= \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \frac{\partial}{\partial \theta_j} (\boldsymbol{\theta}^\top \mathbf{x}_i - y_i)^2 \\
 &= \frac{2}{m} \sum_{i=1}^m (\boldsymbol{\theta}^\top \mathbf{x}_i - y_i) x_i^{(j)}
 \end{aligned}$$

Ovvero abbiamo che la regola di aggiornamento è:

$$\theta'_j = \theta_j - \eta \frac{\partial}{\partial \theta_j} J(\boldsymbol{\theta}) = \theta_j - \eta \left(\frac{2}{m} \sum_{i=1}^m (\boldsymbol{\theta}^\top \mathbf{x}_i - y_i) x_i^{(j)} \right), \quad \forall j \in \{1, \dots, n\}$$

2.1.2 Perceptron

Il *Perceptron* è il modello che ha posto le basi per le moderne reti neurali artificiali e il deep learning. Esso prende spunto dalla neurologia, cercando di imitare il comportamento dei neuroni del cervello umano, con ovvie limitazioni e senza presunzione di volerne fornire una simulazione accurata del funzionamento. Una schematizzazione del modello è descritta in Figura 2.1

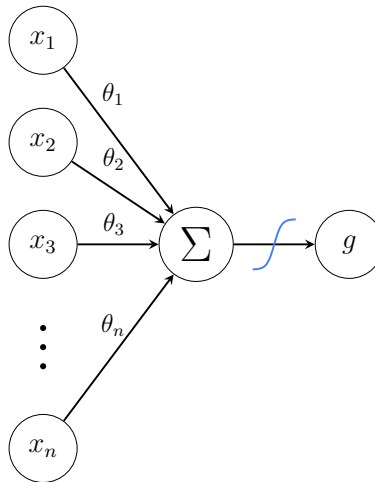


Figura 2.1: Schematizzazione del Perceptron

Il perceptron è molto simile al modello di regressione lineare descritto precedentemente, ma si distingue per un fattore fondamentale: la non linearità. L'output del perceptron è infatti definito come:

$$\hat{y}(\mathbf{x}) = g(\boldsymbol{\theta}^\top \mathbf{x})$$

dove g è una funzione *sigmoidea*, cioè una funzione che ha un andamento a “S”, con due

asintoti orizzontali come in Figura 2.2: di solito è utilizzata la funzione logistica $g(x) =$

$$\frac{1}{1 + e^{-x}}.$$

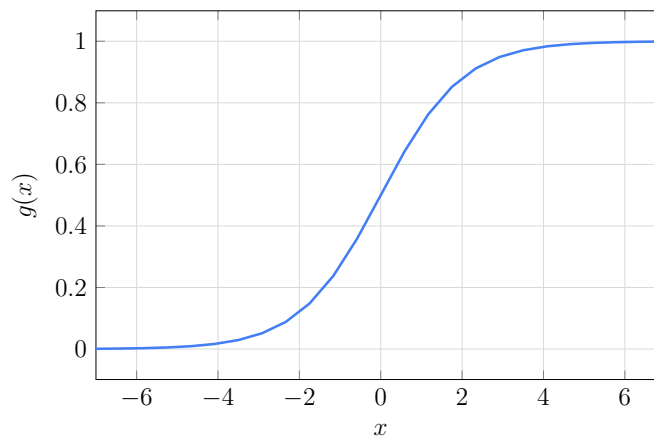


Figura 2.2: Funzione sigmoidea $g(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}$

Malgrado la nonlinearità del modello, il perceptron non è in grado di approssimare molte classi di funzioni. È famoso l'esempio della funzione XOR, la quale non può essere imparata dal perceptron. Per questo motivo è stata sviluppata un'estensione del modello che prende il nome di *Multi Layer Perceptron*.

2.2 Multi Layer Perceptron

Il Multi Layer Perceptron (MLP) è uno dei modelli più emblematici del Deep Learning. Esso si basa sui concetti descritti finora ed è la naturale estensione del perceptron. L'MLP risolve infatti il principale problema del modello su cui è fondato, essendo in grado di approssimare qualsiasi tipo di funzione continua con precisione arbitraria, sotto l'assunzione che la funzione di attivazione sia non polinomiale[2].

L'MLP è un modello di machine learning che fa parte della categoria delle reti neurali, in quanto è composto da un insieme di neuroni artificiali (perceptron) disposti su più livelli e interconnessi tra di loro. Una schematizzazione del modello è fornita in Figura 2.3.

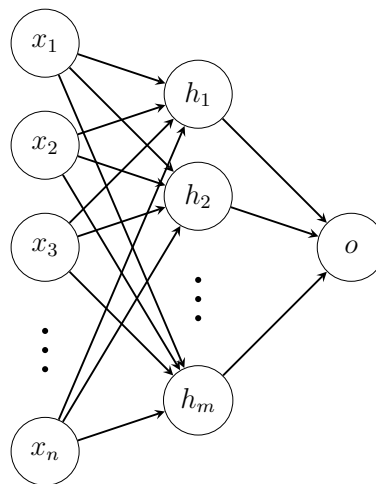


Figura 2.3: Schematizzazione del Multi Layer Perceptron: in Figura è mostrata una rete neurale con n valori di input, un singolo hidden layer con m neuroni e un solo output. Si noti che non si è limitati ad usare un solo neurone di output. Sono omissi per chiarezza i parametri del modello e le funzioni di attivazione, riassunte in questo caso all'interno di ogni neurone.

Nello specifico, l'MLP presenta un primo livello N -dimensionale che coincide con il

suo input, un livello di output M -dimensionale e una serie arbitraria di livelli intermedi (*hidden layers*) di ampiezza variabile. Ogni nodo del livello precedente è connesso con ogni neurone del livello successivo e ogni neurone del modello si comporta come un singolo perceptron, ovvero esegue una somma pesata degli input ricevuti dal livello precedente e produce in output il risultato attraverso una funzione di attivazione non-lineare. Per questo motivo i parametri del modello, cioè i coefficienti con cui vengono sommati gli input di ogni nodo, sono uno per ogni connessione. Questo tipo di modelli vengono anche chiamati *Feed Forward Networks*, in quanto le connessioni tra nodi sono dirette soltanto verso i livelli direttamente successivi, e mai il contrario.

Sia Θ^ℓ la matrice dei pesi delle connessioni tra il livello $\ell - 1$ e quello successivo, definita in modo che Θ_{ij}^ℓ rappresenti il coefficiente relativo alla connessione tra il neurone i -esimo del livello ℓ e il neurone j -esimo del livello $\ell - 1$. Questa configurazione della matrice dei coefficienti, nonostante sia poco intuitiva, permette di esprimere l'insieme di valori uscenti da un generico livello ℓ sotto forma di prodotto: $\mathbf{h}^\ell = \Theta^\ell \mathbf{h}^{\ell-1}$. Se L è il numero di livelli intermedi della rete neurale, risulta:

$$\begin{aligned} o(\mathbf{x}) &= \Theta^{L+1} \mathbf{h}^L \\ &= \Theta^{L+1} g(\Theta^L \mathbf{h}^{L-1}) \\ &= \Theta^{L+1} g(\Theta^L g(\dots g(\Theta^1 \mathbf{x}))) \end{aligned}$$

2.3 BackPropagation

Per utilizzare il metodo del gradiente con una rete neurale Feed Forward, è necessario calcolare la derivata della funzione di costo del modello. Tuttavia nell'MLP essa dipende sia dai parametri del livello immediatamente precedente che da tutti i parametri dei livelli più bassi, per ricorsione. Si può pensare al BackPropagation come un modo per propagare all'indietro le informazioni relative all'errore commesso dai nodi di output rispetto ai target del dataset di addestramento.

L'algoritmo calcola il gradiente della funzione di costo in modo automatico applicando ricorsivamente lungo il grafo di computazione di $J(\Theta)$ la "regola della catena", ovvero la regola di derivazione per le funzioni composte: $(f \circ g)' = (f' \circ g) \cdot g'$. Esso sfrutta la tecnica della programmazione dinamica per evitare di ricalcolare più volte la derivata di branch comuni dell'albero di computazione, rendendolo di fatto un metodo molto efficiente.

2.4 Attivazione: ReLU

Come descritto, la funzione di attivazione conferisce al modello la nonlinearità. Ciò è fondamentale perchè l'MLP riesca ad approssimare funzioni continue arbitrarie. Se non ci fosse alcuna funzione di attivazione o se questa fosse lineare rispetto ai parametri del modello, l'output della rete si potrebbe esprimere come una semplice applicazione lineare, rendendolo di fatto equivalente a un semplice modello di regressione lineare.

Con l'avvento delle reti neurali profonde e di nuove architetture più complesse, l'utilizzo delle funzioni di attivazioni logistiche è andato calando. Una delle cause è il cosiddetto "vanishing gradient", un problema che insorge nel calcolare numericamente il gradiente della funzione di costo di una rete neurale con molti livelli. In questo caso l'uso della funzione sigmoidea è in generale sconsigliato poichè il suo valore "satura" a causa dei suoi asintoti e questo rende la sua derivata prossima a zero. Il metodo del gradiente risulta quindi poco efficace nell'aggiornare i parametri del modello. Per questo motivo è stata introdotta la funzione ReLU (dall'inglese *rectified linear unit*) definita nel modo seguente: $g(x) = \max\{0, x\}$. L'operazione di rettificazione è mostrata in Figura 2.4.

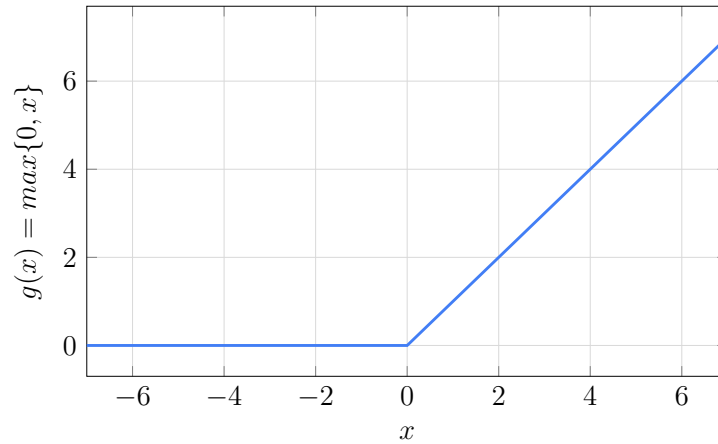


Figura 2.4: La funzione di attivazione ReLU

L'output del rettificatore, essendo esso quasi una funzione lineare, mantiene le informazioni del gradiente in modo migliore rispetto al sigmoide, rendendo la convergenza del metodo del gradiente più veloce.

2.5 Reti Neurali Convoluzionali

Una particolare categoria di reti feed forward è quella delle reti neurali convoluzionali, o *convolutional neural networks* (CNN) in inglese. Una CNN non è altro che una rete neurale che utilizza l'operazione di *convoluzione* in almeno uno dei suoi layer, al posto della più comune moltiplicazione matriciale.

L'operazione di convoluzione, usualmente indicata con un asterisco $*$, è definita per due funzioni continue come:

$$(f * g)(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)k(t - x)dx$$

Nel caso discreto, è invece definita nel seguente modo:

$$(f * g)(t) = \sum_{x=-\infty}^{\infty} f(x)k(t - x)$$

Poichè in una rete neurale le funzioni f e g sono rappresentate generalmente da tensori, l'operazione può essere limitata ai soli elementi di tali insiemi di valori, con l'assunzione che le due funzioni siano nulle ovunque tranne nei punti in cui sono definiti i tensori. Nel caso di input bidimensionali, come è quello delle immagini, si ha quindi:

$$\begin{aligned}(X * K)(i, j) &= \sum_m \sum_n X(m, n) K(i - m, j - n) \\ &= \sum_m \sum_n X(i - m, j - n) K(m, n)\end{aligned}$$

in cui X rappresenta l'input dell'operazione, mentre K è chiamato *kernel*, o filtro e costituisce i parametri adattivi della CNN. Nella pratica è tuttavia più comune utilizzare l'operazione di *cross-correlation*, definita come

$$(K * X)(i, j) = \sum_m \sum_n X(i + m, j + n) K(m, n)$$

Tale operazione è equivalente a spostare il filtro K lungo le due dimensioni dell'input X eseguendo un moltiplicazione elemento per elemento, sommandone i risultati. Un esempio è illustrato in Figura 2.5.

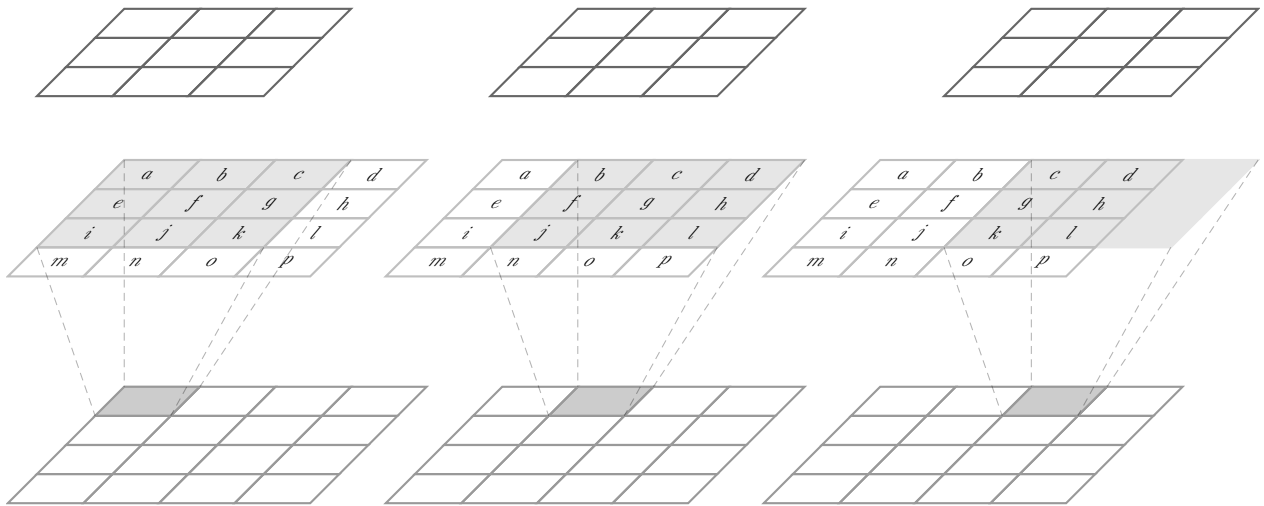


Figura 2.5: Spostamento di un filtro 3x3 lungo una matrice di dimensioni 4x4. Nel primo e secondo riquadro il filtro rientra completamente nelle dimensioni della matrice, mentre nel terzo caso una colonna risulta al di fuori. Gli elementi del filtro che vengono proiettati esternamente alla matrice vengono moltiplicati con valori nulli e non contribuiscono al valore finale della convoluzione.

2.6 Regularizzazione

2.6.1 Overfitting e Underfitting

2.6.2 Regularizzazione L2

2.6.3 Dropout

2.7 Dataset Augmentation e Preprocessing

2.7.1 Jittering

2.7.2 Ridimensionamento (Scaling)

2.7.3 Magnitude Warping

2.7.4 Permutazione di Sottoinsiemi (Subset Shuffling)

2.7.5 Deattivazione Selettiva

Capitolo 3

Architettura Software

3.1 TensorFlow

3.2 Keras

3.3 Google Colab

3.4 Weights & Biases

3.5 Modello di Apprendimento

3.5.1 Input del Modello

3.5.2 Blocco Convolutionale

3.5.3 Uso della Bussola e Output Ausiliario

3.5.4 Coefficiente di Memoria Residua e Input Ausiliario

3.5.5 Output del Modello

3.6 Addestramento del Modello

19

3.7 Ensembling

Capitolo 4

Applicazione Mobile

4.1 Flutter

4.2 Planimetrie e Poligoni

4.3 Backend TensorFlow

4.3.1 TensorFlow Lite

4.3.2 Implementazione del Bridge di Comunicazione

4.4 Stabilizzazione del Modello

4.4.1 Utilizzo di Sensori Inerziali

4.4.2 Filtro di Kalman

Capitolo 5

Conclusioni

5.1 Risultati Sperimentali

5.1.1 Metriche di Errore: MSE, MAE, MaxAE

5.2 Lavori futuri

5.2.1 Input a Lunghezza Variabile

5.2.2 Reti Neurali Residuali

5.2.3 Variational Autoencoder: Generazione di nuovi dati

5.2.4 Transfer Learning

5.2.5 Input Masking e Ricostruzione dei Segnali

5.2.6 Transformers per Problemi di Regressione

5.2.7 Simulatore BLE

5.2.8 Posizionamento Magnetico

Bibliografia

- [1] Ian Goodfellow, Yoshua Bengio e Aaron Courville. *Deep Learning*. <http://www.deeplearningbook.org>. MIT Press, 2016.
- [2] Allan Pinkus Moshe Leshno Vladimir Ya. Lin e Shimon Schocken. “Multilayer Feed-forward Networks With a Nonpolynomial Activation Function Can Approximate Any Function”. In: *Neural Networks* (1993).