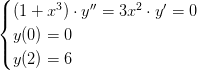
**Exercițiul 1** Se consideră modelul logistic (Verhulst) de creștere a unei populații:  
\begin{cases}  x'(t)=r_0 \cdot x \cdot (1 - \frac{x}{K}) \\  x(0)=x_0  \end{cases}    
Se cere:  
(a) (0.5p) Care este semnificația parametrilor r_0și K?  
(b) (0.5p) Determinați soluția modelului;  
(c) (0.5p) Determinați soluțiile echilibru și stabilitatea acestora.

**Exercițiul 2** (0.5p) Definiți noțiunea de punct de echilibru asimptotic stabil pentru o ecuuație diferențială autonomă de ordinul 1.

Exercițiul 3 Determinați soluțiile generale pentru ecuațiile:  
(a) (0.5p) y' \cdot cos(x) -2 y \cdot sin(x) =1   
(b) (1p) y'' - 4y' +8y = 8x-4 

**Exercițiul 4** (1p) Determinați soluția problemei bilocale:  


**Exercițiul 5** (1p) Se consideră problema Cauchy \begin{cases} y'=x+2y \\ y(0)=1 \end{cases}. Scrieți formula lui Euler de calcul a valorilor soluției aproximante pentru o rețea de noduri echidistante. Pentru pasul h = 0.1 calculați primele trei valori aproximative ale soluției pe intervalul [0; 1] .

**Exercițiul 6** Se consideră sistemul  
\begin{cases}  x'(t) = x-xy^2 \\  y'(t) = x-y  \end{cases}    
Se cere:  
(a) (0.5p) Să se determine punctele de echilibru  
(b)(1p) Să se studieze stabilitatea acestora.

Timpul de lucru a fost două ore. Au fost multe subiecte diferite.

a) r_0 este rata de creștere, iar K este populația maximă.

b) x = \frac{K \cdot x_0 \cdot e^{rt}}{K+x_0(e^{rt}-1)} 

c) Soluțiile de echilibru se găsesc prin rezolvarea ecuației f(x) = 0 și sunt x_1 =0, x_2=K . Prima este soluție de echilibru instabil, a doua este echilibru asimptotic stabil.  
  
2. Teorie

3. a) [[y(x) = \frac{c_1}{cos^2(x)} + \frac{tan(x)}{cos(x)} ](http://www.wolframalpha.com/input/?i=y%27+cos%28x%29+-+2+y+sin%28x%29+%3D1)](http://www.wolframalpha.com/input/?i=y%27+cos%28x%29+-+2+y+sin%28x%29+%3D1)  
b) [y(x) = c_1 e^{2x}sin(2x)+c_2 e^{2x} cos(2x)+x ](http://www.wolframalpha.com/input/?i=y%27%27+-+4+y%27+%2B8y+%3D+8x+-4)

4. Soluția generală: y(x) = \frac{c_1 x^4} {4} + c_1 x + c_2 . Soluția problemei bilocale: y(x) = \frac{x^4} {4} + x .

5. Formula lui Euler: y_{n+1} = y_n + (x_n + 2y_n) \cdot 0.1; x_n = 0.1 n . Primele trei valori: y_1 = 1.21, y_2=1.472, y_3 = 1.796 .

6. Soluții: (-1,-1),(0,0),(1,1). Toate sunt stabile. Cred.