Memorator laborator

Ingineria Reglării Automate 1

Structură laborator

Laborator 1 – Noțiuni introductive

Bibliografie: Cristina I. Pop, Eva H. Dulf, Clement Feştilă, Ingineria Reglării Automate 1, îndrumător de laborator.

Evaluare laborator: verificare orală la fiecare ședință prin 1-2 întrebări/student din tematica lucrării studiate.

Nota finală: 60% examen (examen scris / scris + prezentare orală constând în rezolvarea unor exerciții practice cu acces la documentație) + 40% laborator (media notelor de pe parcursul semestrului).

Exemplu subiect examen: Se dă $H_f(s)$ ... . Să se calculeze $H_c(s)$ care respectă următorul set de performanțe...

Scopul disciplinei: Determinarea $H_c(s)$. În funcție de complexitatea $H_f(s)$ și a performanțelor dorite se vor studia mai multe tipuri de algoritmi de determinare a $H_c(s)$.

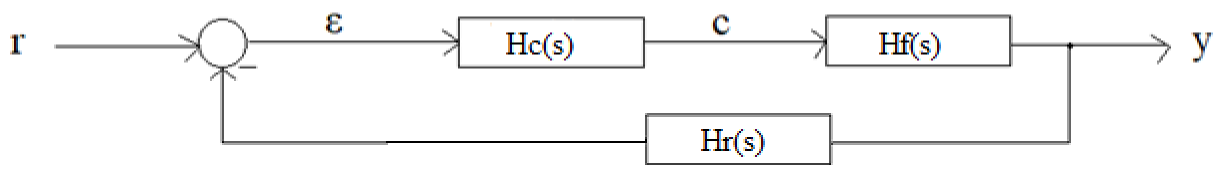

Figura 1.1. Structura de reglare monocontur cu reacție după ieșire

Recapitulare:

$$H_o(s) = \frac{H_d(s)}{1 \pm H_{des}(s)} = \begin{cases} \dfrac{H_d(s)}{1 + H_{des}(s)}, reacție\ negativă \\ \dfrac{H_d(s)}{1 - H_{des}(s)}, reacție\ pozitivă \end{cases} \tag{1.1}$$

$$H_d(s) = H_c(s) \cdot H_f(s) \tag{1.2}$$

$$H_{des}(s) = H_d(s) \cdot H_r(s) \tag{1.3}$$

$$\varepsilon(t) = r(t) - y(t) \tag{1.4}$$

Laborator 2 – Interpretarea erorilor staționare în sistemele automate (partea I)

Teorie

1. Tipuri de erori
   a. Eroarea staționară la poziție pentru referință treaptă unitară:

$$\varepsilon_{stp} = \frac{1}{1 + \lim_{s \to 0} H_d(s)} \tag{2.1}$$

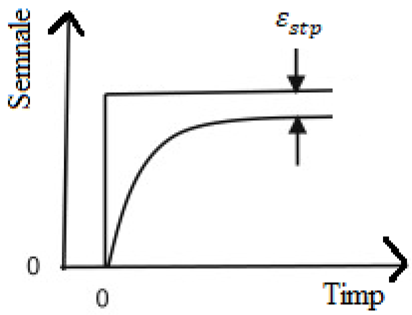

Figura 2.1. Reprezentarea grafică a erorii staționare la poziție.

   b. Eroarea staționară la viteză pentru referință rampă unitară:

$$\varepsilon_{stv} = \lim_{s \to 0} \frac{1}{s \cdot H_d(s)} \tag{2.2}$$

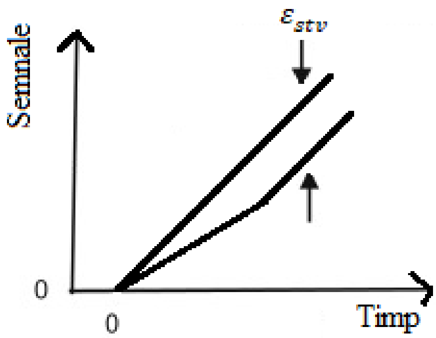

Figura 2.2. Reprezentarea grafică a erorii staționare la viteză.

   c. Eroarea staționară la accelerație pentru referință parabolă unitară:

$$\varepsilon_{sta} = \lim_{s \to 0} \frac{1}{s^2 \cdot H_d(s)} \tag{2.3}$$

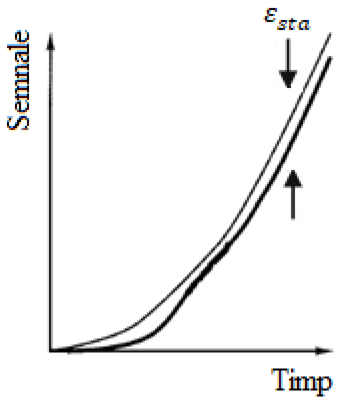

Figura 2.3. Reprezentarea grafică a erorii staționare la accelerație.

Tabel 1. Număr de integratoare necesar pe calea directă în funcție de setul de performanțe impus.

Integratoare pe calea directă	ε_{stp}	ε_{stv}	ε_{sta}
0	$\neq 0, finită$	∞	∞
1	0	$\neq 0, finită$	∞
2	0	0	$\neq 0, finită$
3	0	0	0

2. Funcții de transfer regulatoare:

$$H_{PID_{ideal}}(s) = V_R \cdot \left(1 + \frac{1}{T_i \cdot s} + T_d \cdot s\right) \quad (2.4)$$

$$H_P(s) = V_R \quad (2.5)$$

$$H_{PI}(s) = V_R \cdot \left(1 + \frac{1}{T_i \cdot s}\right) \quad (2.6)$$

$$H_{PD}(s) = V_R \cdot (1 + T_d \cdot s) \quad (2.7)$$

$$H_{ID}(s) = V_R \cdot \left(\frac{1}{T_i \cdot s} + T_d \cdot s\right) \quad (2.8)$$

$$H_{PID_{real}}(s) = V_R \cdot \left(1 + \frac{1}{T_i \cdot s} + \frac{T_d \cdot s}{T_N \cdot s + 1}\right), T_N \ll T_d - aprox.\ de\ 100\ ori \quad (2.9)$$

$$H_{PD_{real}}(s) = V_R \cdot \left(1 + \frac{T_d \cdot s}{T_N \cdot s + 1}\right), T_N \ll T_d - aprox.\ de\ 100\ ori \quad (2.9)$$

$$H_{avans_{fază}}(s) = V_R \cdot \frac{T_1 \cdot s + 1}{T_2 \cdot s + 1}, T_1 > T_2,\ T_1\ și\ T_2\ de\ valori\ apropiate \quad (2.10)$$

$$H_{întârziere_{fază}}(s) = V_R \cdot \frac{T_1 \cdot s + 1}{T_2 \cdot s + 1}, T_1 < T_2,\ T_1\ și\ T_2\ de\ valori\ apropiate \quad (2.11)$$

Exerciţiu rezolvat succint

Se consideră un proces caracterizat prin $H_f(s) = \frac{1}{s+1}$. Se cere determinarea regulatorului proporţional care asigură o eroare staţionară la poziţie mai mică de 0.5.

1. Ce ştim?

$$H_f(s) = \frac{1}{s+1}$$

$$\varepsilon_{stp} < 0.5$$

2. Ce trebuie să determinăm?

$$H_c(s) = ?$$

3. Cum procedăm?

$$\begin{cases} \varepsilon_{stp} = \dfrac{1}{1 + \lim\limits_{s\to 0} H_d(s)} = \dfrac{1}{1 + \lim\limits_{s\to 0} H_c(s) \cdot H_f(s)} = \dfrac{1}{1 + \lim\limits_{s\to 0} V_R \cdot \dfrac{1}{s+1}} = \dfrac{1}{1+V_R} \to \\ \varepsilon_{stp} < 0.5 \end{cases}$$

$$\frac{1}{1+V_R} < 0.5 \to V_R > 1 \to H_c(s) = 2.$$

4. Verificare rezultat

$$\varepsilon_{stp} = \frac{1}{1 + \lim\limits_{s\to 0} H_d(s)} = \frac{1}{1 + \lim\limits_{s\to 0} H_c(s) \cdot H_f(s)} = \frac{1}{1 + \lim\limits_{s\to 0} V_R \cdot \frac{1}{s+1}} = \frac{1}{1+V_R} = \frac{1}{3} = 0.33 < 0.5$$

Laborator 3 – Interpretarea erorilor staționare în sistemele automate (partea II)

Teorie

1. Teorema superpoziției:

Definiție: Teorema superpoziției se poate aplica pe orice circuit liniar. Dacă există în circuit mai multe surse independente, tensiunile si curenții care rezultă din cauza fiecărei surse se pot determina separat, iar rezultatele se adună algebric. Pentru cazul nostru:

$$\begin{cases} y_1 \in [0, t_1] \\ y_2 \in (t_1, t_2] \rightarrow y = [y_1 \quad y_2 \quad y_3] = y_1 + y_2 + y_3\,, \qquad y \in [0, t_3] \\ y_3 \in (t_2, t_3] \end{cases} \tag{3.1}$$

2. Generalizarea formulelor de calcul pentru erorile staționare, unde r – valoarea referinței :

$$\begin{cases} \varepsilon_{stp} = \lim\limits_{s \to 0} s \cdot \left(1 - H_o(s)\right) \cdot \dfrac{r}{s} \\ \varepsilon_{stv} = \underset{s \to 0}{lim}\ s \cdot \left(1 - H_o(s)\right) \cdot \dfrac{r}{s^2} \\ \varepsilon_{sta} = \underset{s \to 0}{lim}\ s \cdot \left(1 - H_o(s)\right) \cdot \dfrac{r}{s^3} \end{cases} \tag{3.2}$$

Exercițiu rezolvat succint

Fie $H_d(s) = H_{des}(s) = \frac{50 \cdot (s+1)}{s \cdot (s+3)}$. Să se calculeze erorile staționare pentru referințe de 10r(t), 10tr(t), 10t²r(t).

1. Ce știm?

$$H_d(s) = H_{des}(s) = \frac{50 \cdot (s+1)}{s \cdot (s+3)}$$

$$r = 10 \cdot r(t), 10 \cdot t \cdot r(t), 10 \cdot t^2 \cdot r(t)$$

2. Ce trebuie să determinăm?

$$\varepsilon_{stp}, \varepsilon_{stv}, \varepsilon_{sta} = ?$$

3. Cum procedăm?

a) Referință treaptă => răspuns la poziție: r=10r(t) -> ε_{stp}
b) Referință rampă => răspuns la viteză: r=10tr(t) -> ε_{stv}
c) Referință parabolă => răspuns la accelerație: r=10t²r (t) -> ε_{sta}

4. Rezolvare:

a) $\varepsilon_{stp} = \lim\limits_{s \to 0} s \cdot \left(1 - H_o(s)\right) \cdot \frac{r}{s} = \underset{s \to 0}{lim}\ s \cdot \left(\frac{s \cdot (s+3)}{s \cdot (s+3) + 50 \cdot (s+1)}\right) \cdot \frac{10}{s} = 0$

b) $\varepsilon_{stv} = \lim\limits_{s \to 0} s \cdot \left(1 - H_o(s)\right) \cdot \frac{r}{s^2} = \underset{s \to 0}{lim}\ s \cdot \left(\frac{s \cdot (s+3)}{s \cdot (s+3) + 50 \cdot (s+1)}\right) \cdot \frac{10}{s^2} = \frac{30}{50}$

c) $\varepsilon_{sta} = \lim_{s\to 0} s \cdot \left(1 - H_o(s)\right) \cdot \frac{r}{s^3} = \lim_{s\to 0} s \cdot \left(\frac{s\cdot(s+3)}{s\cdot(s+3)+50\cdot(s+1)}\right) \cdot \frac{10}{s^3} = \frac{30}{0} = \infty$

Laborator 4 – Mărimi de performanță ale sistemului de reglare automată

Teorie

1. Mărimi de performanță în:
   a. Domeniul timp (vom lucra cu H_o):
      i. Regim staționar: $\varepsilon_{stp},\ \varepsilon_{stv},\ \varepsilon_{sta}$

$$\begin{cases} \varepsilon_{stp} = \lim\limits_{s\to 0} s\cdot\left(1-H_o(s)\right)\cdot\dfrac{r}{s} = \dfrac{1}{1+\lim\limits_{s\to 0} H_d(s)} = \dfrac{1}{1+c_p} \\ \varepsilon_{stv} = \lim\limits_{s\to 0}\ s\cdot\left(1-H_o(s)\right)\cdot\dfrac{r}{s^2} = \lim\limits_{s\to 0}\dfrac{1}{s\cdot H_d(s)} = \dfrac{1}{c_v} \\ \varepsilon_{sta} = \lim\limits_{s\to 0}\ s\cdot\left(1-H_o(s)\right)\cdot\dfrac{r}{s^3} = \lim\limits_{s\to 0}\dfrac{1}{s^2\cdot H_d(s)} = \dfrac{1}{c_a} \end{cases} \tag{4.1}$$

      ii. Regim tranzitoriu: $\sigma, t_s, t_r, t_d, t_p$

      Sisteme de ordinul I: $H(s) = \frac{k}{T\times s+1}$

$$\begin{cases} \sigma = \dfrac{y_{max}-y_{st}}{y_{st}}\cdot 100[\%] \\ t_s = 4\cdot T\ (+/-2\%) : timp\ de\ răspuns \\ t_s = 3.2\cdot T\ (+/-5\%) : timp\ de\ răspuns \\ t_s = 2.3\cdot T\ (+/-10\%) : timp\ de\ răspuns \end{cases} \tag{4.2}$$

   Sisteme de ordinul II: $H(s) = \frac{{\omega_n}^2}{s^2+2\times\zeta\times\omega_n\times s+{\omega_n}^2},\ 0<\zeta<1$

$$\begin{cases} \sigma = e^{-\frac{\pi\cdot\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}} : suprareglaj \\ t_s \cong \dfrac{4}{\zeta\cdot\omega_n} : timp\ de\ răspuns\ (durată\ regim\ tranzitoriu) \\ t_r \cong \dfrac{0.8+2.5\cdot\zeta}{\omega_n} : timp\ de\ ridicare\ (10-90\%) \\ t_d \cong \dfrac{1+0.7\cdot\zeta}{\omega_n} : timp\ de\ întârziere\ (0-50\%) \\ t_p = \dfrac{\pi}{\omega_n\cdot\sqrt{1-\zeta^2}} : timpul\ primului\ maxim \end{cases} \tag{4.3}$$

   b. Domeniul frecvenței (vom lucra cu H_{des} și aplicăm rezultatele pentru H_o):
      i. Regim staționar: $K_p,\ K_v,\ K_a$

$$\begin{cases} K_p = \lim\limits_{s\to 0}[H_d(s)] \\ K_v = \lim\limits_{s\to 0}[s\cdot H_d(s)] \\ K_a = \lim\limits_{s\to 0}[s^2\cdot H_d(s)] \end{cases} \tag{4.4}$$

      ii. Regim tranzitoriu: $\omega_t, \omega_{-\pi}, \gamma_k, m_k, \Delta\omega_B$

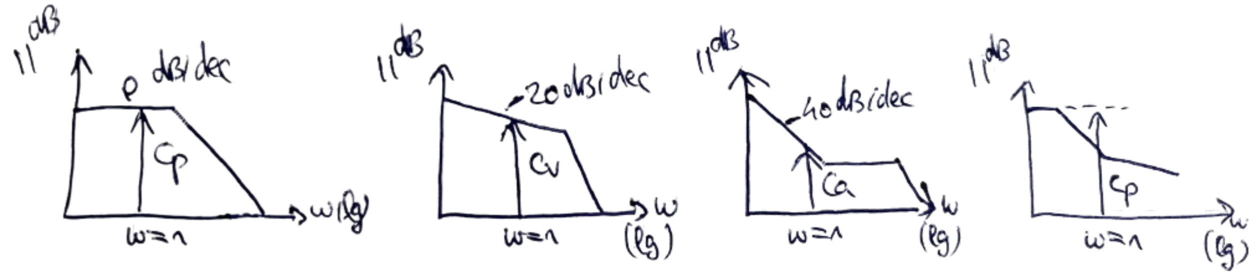

Figura 4.1. Mărimi de performanță în regim staționar, frecvențial.

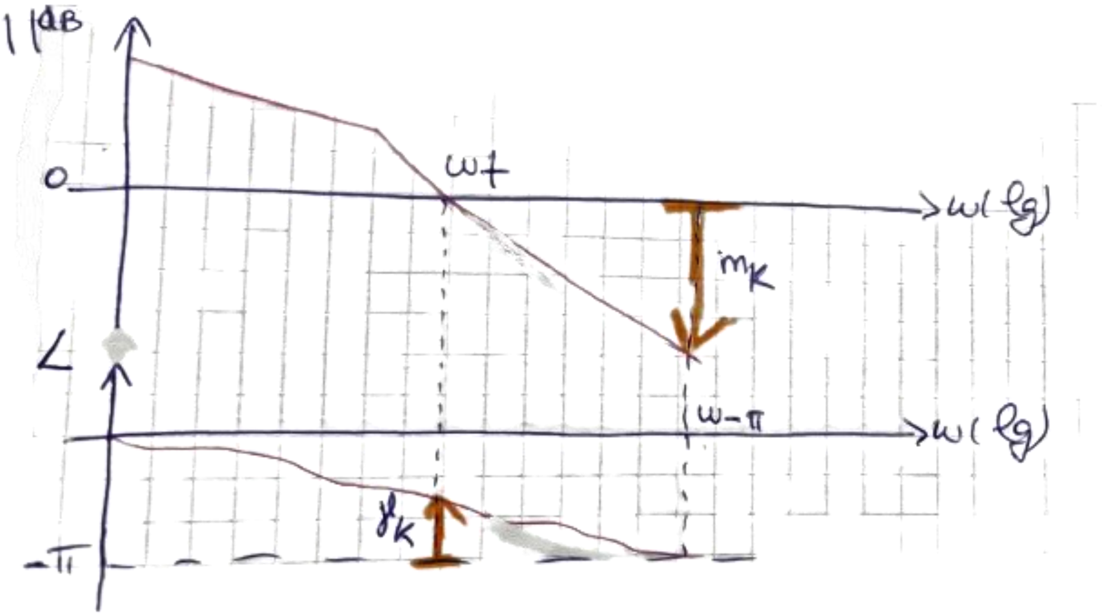

Figura 4.2. Reprezentarea grafică a marginii de fază și a marginii de câștig.

$$\Delta\omega_B = \omega_n \cdot \sqrt{1 - 2 \cdot \zeta^2 + \sqrt{2 - 4 \cdot \zeta^2 + 4 \cdot \zeta^4}} \tag{4.5}$$

Exercițiu rezolvat succint

Fiind dat procesul caracterizat de următoarea funcție de transfer: $H(s) = \frac{81}{s^2+9\cdot s+81}$ să se determine t_p, σ, t_r și t_s.

1. Ce știm: $H(s) = \frac{81}{s^2+9\cdot s+81}$
2. Ce trebuie să determinăm: t_p, σ, t_r și t_s
3. Cum procedăm?
    a. Identificăm valorile pentru ζ și ω_n din forma funcției de transfer;
    b. Utilizând formulele de calcul determinăm mărimile de performanță solicitate.
4. Rezolvare:
    a. $H(s) = \frac{81}{s^2+9\cdot s+81} = \frac{9^2}{s^2+2\cdot 0.5\cdot 9\cdot s+9^2} \to \zeta = 0.5;\ \omega_n = 9.$

b. $t_p = \frac{\pi}{\omega_n \cdot \sqrt{1-\zeta^2}} = \frac{\pi}{9 \cdot \sqrt{1-0.25}} \cong 0.403\ (sec.)$

c. $\sigma = e^{-\frac{\pi \times \zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}} = e^{-\frac{\pi \times 0.5}{\sqrt{1-0.25}}} \cong 0.163 \cong 16.3\ (\%)$

d. $t_r \cong \frac{0.8+2.5 \cdot \zeta}{\omega_n} = \frac{0.8+2.5 \cdot 0.5}{9} \cong 0.227\ (\mathrm{sec})$

e. $t_s \cong \frac{4}{\zeta \cdot \omega_n} = \frac{4}{0.5 \cdot 9} \cong 0.888\ (\mathrm{sec})$

Laborator 5 – Structuri de reglare calculate prin metoda Guillemin - Truxal

Teorie

Setul de performanțe uzual pentru metoda Guillemin – Truxal:

$$\begin{cases} \varepsilon_{stp} = 0 \\ \varepsilon_{stv} < \varepsilon_{stv}^{*} \\ t_s < t_s^{*} \\ \sigma < \sigma^{*} \\ \Delta\omega_B < \Delta\omega_B^{*} \end{cases} \tag{5.1}$$

Pași obținere regulator prin metoda Guillemin – Truxal

1. Pentru a îndeplini $\varepsilon_{stp} = 0$ impunem funcția de transfer în buclă închisă de forma:

$$H_0(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2 \cdot \zeta \cdot \omega_n \cdot s + \omega_n^2} \tag{5.2}$$

2. Dacă se cunoaște valoarea maximă pentru suprareglaj vom identifica factorul de amortizare:

$$\zeta = \frac{|\ln(\sigma)|}{\sqrt{ln^2(\sigma) + \pi^2}} \tag{5.3}$$

3. Din valoarea timpului de răspuns impus t_s^* vom defini pulsația naturală ω_n:

$$\omega_n \cong \frac{4}{\zeta \cdot t_s} \tag{5.4}$$

4. Folosind valorile de la (5.2) și (5.3) se verifică valoarea coeficientului la viteză:

$$c_v = \frac{\omega_n}{2 \cdot \zeta} \tag{5.5}$$

5. Pe baza coeficientului la viteză se estimează valoarea erorii staționare la viteză:

$$\varepsilon_{stv} = \frac{1}{c_v} \tag{5.6}$$

6. În cazul în care valoarea calculată la (5.5) nu respectă $\varepsilon_{stv} < \varepsilon_{stv}^*$ se aleg alte valori pentru timpul de răspuns și/sau suprareglaj (mai mici decât cele impuse în setul de performanțe) care să asigure îndeplinirea acestei condiții.
7. Se verifică îndeplinirea cerinței legate de banda de trecere:

$$\Delta\omega_B = \omega_n \cdot \sqrt{1 - 2 \cdot \zeta^2 + \sqrt{2 - 4 \cdot \zeta^2 + 4 \cdot \zeta^4}} \tag{5.7}$$

8. Calculul final al regulatorului este realizat cu ajutorul oricărei din următoarele formule:

$$\begin{cases} H_R(s) = \dfrac{1}{H_f(s)} \cdot \dfrac{H_0(s)}{1 - H_0(s)} \\ H_R(s) = \dfrac{\frac{\omega_n}{2 \cdot \zeta} \cdot \left(T_f \cdot s + 1\right)}{K_f \cdot \left(\frac{1}{2 \cdot \zeta \cdot \omega_n} \cdot s + 1\right)}, \qquad unde\ H_f(s) = \dfrac{K_f}{s \cdot \left(T_f \cdot s + 1\right)} \end{cases} \tag{5.8}$$

9. Definim tipul regulatorului obținut, în funcție de forma ecuației (5.7):

$$\begin{cases} H_{PID_{ideal}}(s) = V_R \cdot \left(1 + \dfrac{1}{T_i \cdot s} + T_d \cdot s\right) \\ H_{PID_{real}}(s) = V_R \cdot \left(1 + \dfrac{1}{T_i \cdot s} + \dfrac{T_d \cdot s}{T_N \cdot s + 1}\right), T_N \ll T_d \\ H_{PD_{real}}(s) = V_R \cdot \left(1 + \dfrac{T_d \cdot s}{T_N \cdot s + 1}\right), T_N \ll T_d \\ H_C(s) = V_R \cdot \dfrac{T_1 \cdot s + 1}{T_2 \cdot s + 1}, \qquad \begin{cases} T_1 > T_2 : \ element\ cu\ avans\ de\ fază \\ T_1 < T_2 : element\ cu\ întârziere\ de\ fază \end{cases} \end{cases} \tag{5.9}$$

Laborator 6 – Corecția în cazul metodei Guillemin - Truxal

Teorie

1. Obsevație: Vom aplica această metodă de corecție doar dacă metoda inițială, prezentată în lucrarea anterioară, nu conduce la proiectarea unui regulator care să respecte toate cerințele din setul de performanțe.
2. Diferența față de metoda Guillemin – Truxal este reprezentată de adăugarea unui dipol (p_c, z_c) – pol, respectiv zero de corecție cu scopul îndeplinirii unui set de performanțe mai strict.

Pași obținere regulator în cazul metodei corecției metodei Guillemin – Truxal

1. Impun structura de corecție a sistemului în buclă închisă:

$$H_{0C}(s) = \frac{{\omega_n}^2}{s^2 + 2 \cdot \zeta \cdot \omega_n \cdot s + {\omega_n}^2} \cdot \frac{s + z_c}{s + p_c} \cdot \frac{p_c}{z_c}\ , unde \tag{6.1}$$

$$\frac{{\omega_n}^2}{s^2 \cdot 2 \cdot \zeta \cdot \omega_n \cdot s + {\omega_n}^2} \rightarrow \sigma_2\ arbitrar\ ales\ astfel\ \text{încât}\ \sigma_2 = \sigma^* - \Delta\sigma_c$$

$$\frac{s + z_c}{s + p_c} \cdot \frac{p_c}{z_c} \rightarrow \Delta\sigma_c$$

2. Aleg valoarea raportului dipolului (p_c, z_c):

$$\frac{p_c}{z_c} \in (1\ ; 1.1) \tag{6.2}$$

3. Calculez celelalte valori pentru mărimile de performanță, utilizând formulele:

$$\begin{cases} \Delta\sigma_c = \dfrac{p_c}{z_c} - 1 \\ \zeta = \dfrac{|ln(\sigma_2)|}{\sqrt{ln^2(\sigma_2) + \pi^2}} \\ \omega_n \cong \dfrac{4}{\zeta \cdot t_s} \\ \Delta\omega_B = \omega_n \cdot \sqrt{1 - 2 \cdot \zeta^2 + \sqrt{2 - 4 \cdot \zeta^2 + 4 \cdot \zeta^4}} \end{cases} \tag{6.3}$$

4. Cunoscând valorile pentru ω_n și ζ vom calcula noua valoare a coeficientului la viteză:

$$\begin{cases} \dfrac{p_c}{z_c} = 1 + \Delta\sigma_c \\ \dfrac{1}{c_v^*} = \dfrac{1}{c_{v_2}} - \dfrac{1}{z_c} + \dfrac{1}{p_c} \end{cases} \rightarrow c_{v_2} = \frac{\omega_n}{2 \cdot \zeta} \tag{6.4}$$

5. Pentru o determinare precisă a dipolului (p_c, z_c) creez următorul sistem:

$$\begin{cases} \dfrac{p_c}{z_c} = 1 + \Delta\sigma_c \\ \dfrac{1}{c_v^*} = \dfrac{1}{c_{v_2}} - \dfrac{1}{z_c} + \dfrac{1}{p_c} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} p_c = \dfrac{\Delta\sigma_c}{2 \cdot \dfrac{\zeta}{\omega_n} - \dfrac{1}{c_v^*}} \\ z_c = \dfrac{p_c}{1 + \Delta\sigma_c} \end{cases} \tag{6.5}$$

6. Verificăm dacă sunt respectate performanțele referitoare la timpul de răspuns.
7. Forma regulatorului va fi una complexă și se calculează prin următoarea formulă:

$$H_R(s) = \frac{1}{H_f(s)} \cdot \frac{H_0(s)}{1 - H_0(s)} \tag{6.6}$$

8. Pentru a simplifica structura regulatorului vom aplica următoarele posibilități de simplificare:

$$\begin{cases} \dfrac{T \cdot s + 1}{s + \beta} = \dfrac{T \cdot s + 1}{\beta \cdot \left(\dfrac{1}{\beta} \cdot s + 1\right)} \cong \begin{cases} \dfrac{1}{\beta \cdot \left[\left(\dfrac{1}{\beta} - T\right) \cdot s + 1\right]}, dacă\ T \cdot \beta < \dfrac{1}{5} \\ \dfrac{1}{\beta}, dacă\ T \cdot \beta \in \left(\dfrac{1}{5}, 5\right) \\ \dfrac{1}{\beta} \cdot \left[\left(T - \dfrac{1}{\beta}\right) \cdot s + 1\right], dacă\ T \cdot \beta > 5 \end{cases} \\ (T \cdot s + 1) \cdot (T_1 \cdot s + 1) \cong (T + T_1) \cdot s + 1, dacă\ T \gg T_1 \end{cases} \tag{6.7}$$

9. În urma simplificărilor vom verifica dacă sunt îndeplinite toate performanțele buclei închise.
10. Definim tipul regulatorului obținut, în funcție de forma ecuației (6.7):

$$\begin{cases} H_{PID_{ideal}}(s) = V_R \cdot \left(1 + \dfrac{1}{T_i \cdot s} + T_d \cdot s\right) \\ H_{PID_{real}}(s) = V_R \cdot \left(1 + \dfrac{1}{T_i \cdot s} + \dfrac{T_d \cdot s}{T_N \cdot s + 1}\right), T_N \ll T_d \\ H_{PD_{real}}(s) = V_R \cdot \left(1 + \dfrac{T_d \cdot s}{T_N \cdot s + 1}\right), T_N \ll T_d \\ H_C(s) = V_R \cdot \dfrac{T_1 \cdot s + 1}{T_2 \cdot s + 1}, \quad \begin{cases} T_1 > T_2 : \ element\ cu\ avans\ de\ fază \\ T_1 < T_2 : element\ cu\ întârziere\ de\ fază \end{cases} \end{cases} \tag{6.8}$$

Laborator 7 – Calculul regulatoarelor prin metode frecvențiale pe baza sistemului echivalent de ordinul doi (reg. P&PI)

Teorie

1. Se poate aplica doar pentru funcții de transfer de forma:

$$H_f(s) = \frac{K_f}{s \cdot (T_f \cdot s + 1)} \tag{7.1}$$

2. Setul de performanțe tipic de îndeplinit este:

$$\begin{cases} \varepsilon_{stp}^* = 0 \\ \sigma \le \sigma^* \\ t_s \le t_s^* \quad \rightarrow Identic\ cu\ Guillemin - Truxal \\ c_v \ge c_v^* \\ \Delta\omega_B \le \Delta\omega_B^* \end{cases} \tag{7.2}$$

Pași obținere regulator P prin metode frecvențiale

1. Reprezentăm diagrama Bode pentru partea fixată $H_f(s)$ și identificăm punctul de frângere F a graficului modulului $|H_f(s)|$.
2. Dacă se cunoaște valoarea maximă pentru suprareglaj vom identifica factorul de amortizare:

$$\zeta = \frac{|ln(\sigma)|}{\sqrt{ln^2(\sigma) + \pi^2}} \tag{7.3}$$

3. Calculăm dreapta pe care va fi poziționat noul punct de frângere, aferent $|H_d(s)|$, unde $H_d(s) = H_c(s) * H_f(s)$, pentru a respecta setul de performanțe impus:

$$\begin{cases} A = \dfrac{1}{4 \cdot \zeta^2 \cdot \sqrt{2}} \rightarrow pt.valori\ din\ diagrama\ Bode\ din\ MATLAB \\ A = \dfrac{1}{4 \cdot \zeta^2} \rightarrow pt.valorile\ din\ diagrama\ Bode\ reprezentată\ prin\ asimptote \end{cases} \tag{7.4}$$

4. Realizăm conversia în dB pentru A cu scopul definirii dreptei pe care se va situa noul punct de frângere N:

$$A^{dB} = 20 \cdot lg(A) \tag{7.5}$$

   Atenție: $A^{dB} < 0$ întotdeauna pentru $\zeta \in (0, 1)$

5. Calculăm valoarea regulatorului P în funcție de valoarea modulului $\overline{FN}$:

$$\begin{cases} {V_{R_P}}^{dB} = +/- \overline{FN} \rightarrow \begin{cases} = +\overline{FN}, & dacă\ F\ urcă\ până\ la\ N \\ = -\overline{FN}, & dacă\ F\ coboară\ până\ la\ N \end{cases} \\ H_c(s) = V_{R_P} = 10^{\frac{+/- \overline{FN}}{20}} \end{cases} \tag{7.6}$$

6. Verificăm dacă sunt respectate performanțele, analizând $H_0(s)$:

$$\begin{cases} \varepsilon_{stp}^* = 0 \\ \sigma \le \sigma^* \end{cases} \rightarrow respectate\ implicit\ datorită\ formei\ funcției\ de\ transfer\ în\ buclă\ închisă\ și\ datorită\ valorii\ alese\ pentru\ suprareglaj \tag{7.7}$$

Din ecuația (7.7), cunoscând valorile pentru $H_c(s)$ și $H_f(s)$ pot fi determinate ζ și ω_n :

$$H_0(s) = \frac{H_c(s) \cdot H_f(s)}{1 + H_c(s) \cdot H_f(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2 \cdot \zeta \cdot \omega_n \cdot s + \omega_n^2} \tag{7.8}$$

Cunoscând valorile pentru ζ și ω_n se verifică respectarea celorlalte mărimi de performanță:

$$\begin{cases} t_s \cong \dfrac{4}{\zeta \cdot \omega_n} \\ c_v = \dfrac{\omega_n}{2 \cdot \zeta} \\ \Delta\omega_B = \omega_n \cdot \sqrt{1 - 2 \cdot \zeta^2 + \sqrt{2 - 4 \cdot \zeta^2 + 4 \cdot \zeta^4}} \end{cases} \tag{7.9}$$

Dacă valorile obținute nu respectă setul de performanțe impus inițial va fi necesară proiectarea altor tipuri de regulatoare, după cum urmează:

$$\begin{cases} t_s > t_s^* \rightarrow regulator\ PD \\ c_v < c_v^* \rightarrow regulator\ PI \\ t_s > t_s^* \text{ și } c_v < c_v^* \rightarrow regulator\ PID \end{cases} \tag{7.10}$$

Pași obținere regulator PI prin metode frecvențiale

1. Alegem să proiectăm un regulator PI doar după ce cu ajutorul regulatorului P nu am putut îndeplini și condiția $c_v \geq c_v^*$. Astfel valorile obținute anterior vor fi reutilizate.
2. Regulatorul PI real va fi de forma:

$$H_c(s) = V_{R_{PI}} \cdot \frac{T_Z \cdot s + 1}{T_P \cdot s + 1}, T_P \gg T_Z \tag{7.11}$$

3. Valorile variabilelor din ecuația (7.11) se determină cu ajutorul următoarelor ecuații:

$$\begin{cases} T_Z = \dfrac{1}{\omega_z} = \dfrac{1}{0.1 \cdot \omega_t} \\ T_P = \dfrac{1}{\omega_p} = \dfrac{1}{\omega_z} \cdot \dfrac{c_v^*}{c_v} \\ \omega_z \cong 0.1 \cdot \omega_t \\ \omega_p = \omega_z \cdot \dfrac{c_v}{c_v^*} \\ V_{R_{PI}} = V_{R_P} \cdot \dfrac{c_v^*}{c_v} \end{cases} \tag{7.12}$$

4. Observație: c_v reprezintă valoarea obținută cu regulatorul P, iar c_v^* este cea impusă în setul de performanțe, pe care ne dorim să o obținem cu ajutorul regulatorului PI.
5. Verificăm dacă sunt respectate performanțele, utilizând ecuațiile prezentate la pasul 6 de la proiectarea regulatorului P. De regulă, atunci când proiectăm un regulator PI știm că toate performanțele sunt realizate, cu excepția c_v și $\Delta\omega_B$. Așadar, după ce verificăm performanțele ar trebui să constatăm că toate sunt îndeplinite.

Laborator 8 – Calcularea regulatoarelor prin metode frecvențiale pe baza sistemului echivalent de ordinul doi (reg. PD&PID)

Pași obținere regulator PD prin metode frecvențiale

1. Alegem să proiectăm un regulator PD doar după ce cu ajutorul regulatorului P nu am putut îndeplini și condiția $t_s < t_s^*$. Astfel valorile obținute anterior vor fi reutilizate.
2. Regulatorul PD real va fi de forma:

$$H_c(s) = V_{R_{PD}} \cdot \frac{T_d \cdot s + 1}{T_N \cdot s + 1}, T_N \ll T_d \tag{8.1}$$

3. Valorile variabilelor din ecuația (8.1) se determină cu ajutorul următoarelor ecuații:

$$\begin{cases} H_f(s) = \dfrac{K_f}{s \cdot \left(T_f \cdot s + 1\right)} \\ \omega_{t_1} - identificat\ prin\ regulatorul\ P \\ \omega_{t_2} = \omega_{t_1} \cdot \dfrac{t_s}{t_s^*} \\ V_{R_{PD}} = V_{R_P} \cdot \dfrac{\omega_{t_2}}{\omega_{t_1}} \\ T_d = T_f \\ T_N = T_d \cdot \dfrac{t_s^*}{t_s} \end{cases} \tag{8.2}$$

4. Observație: t_s reprezintă valoarea obținută cu regulatorul P, iar t_s^* este cea impusă în setul de performanțe, pe care ne dorim să o obținem cu ajutorul regulatorului PD.
5. Verificăm dacă sunt respectate performanțele, după cum urmează:

$$\begin{cases} \left.\begin{matrix} \varepsilon_{stp}^* = 0 \\ \sigma \le \sigma^* \\ t_s \le t_s^* \\ c_v \ge c_v^*\ pt.\text{că}\ c_v\ va\ crește \end{matrix}\right\} \rightarrow Trebuie\ \text{să}\ se\ respecte\ obligatoriu \\ \Delta\omega_B \le \Delta\omega_B^* - de\ verificat\ pt.\text{că}\ \Delta\omega_B\ va\ crește \end{cases} \tag{8.3}$$

Pași obținere regulator PID prin metode frecvențiale

1. Alegem să proiectăm un regulator PID doar după ce cu ajutorul regulatoarelor P, PI și PD nu am putut îndeplini simultan condițiile $t_s < t_s^*$ și $c_v \ge c_v^*$. Valorile obținute anterior pentru regulatoarele P, PI și PD vor fi reutilizate.
2. Regulatorul PD real va fi de forma:

$$H_c(s) = V_{R_{PID}} \cdot \frac{T_d \cdot s + 1}{T_N \cdot s + 1} \cdot \frac{T_Z \cdot s + 1}{T_P \cdot s + 1} \tag{8.4}$$

3. Valorile variabilelor din ecuația (8.4) se determină cu ajutorul următoarelor ecuații:

$$\begin{cases} H_f(s) = \dfrac{K_f}{s \cdot (T_f \cdot s + 1)} \\ V_{R_{PID}} = V_{R_P} \cdot \dfrac{\omega_{t_2}}{\omega_{t_1}} \cdot \dfrac{c_v^*}{c_v} \\ \omega_{t_1} - identificat\ prin\ regulatorul\ P \\ \omega_{t_2} = \omega_{t_1} \cdot \dfrac{t_s}{t_s^*} \\ T_d = T_f \\ T_N = T_d \cdot \dfrac{t_s^*}{t_s} \\ T_Z = \dfrac{1}{\omega_z} = \dfrac{1}{0.1 \cdot \omega_t} \\ T_P = \dfrac{1}{\omega_p} = \dfrac{1}{\omega_z} \cdot \dfrac{c_v^*}{c_v} \end{cases} \tag{8.5}$$

4. Verificăm dacă sunt respectate performanțele. Toate performanțele trebuie să fie respectate dacă proiectăm un regulator PID, cu o mică eroare datorită aproximărilor calculelor matematice.

Laborator 9 – Calculul regulatoarelor pentru procese cu timp mort folosind marginea de fază

Teorie

1. Fie o funcție de transfer de forma:

$$H_f(s) = \frac{k}{T_f \cdot s + 1} \times e^{-\tau_m \cdot s} \tag{9.1}$$

2. Pentru a proiecta un regulator vom analiza raportul $\frac{\tau_m}{T_f}$:

   a. $\boldsymbol{\frac{\tau_m}{T_f} < 0.2}$ – valoarea τ_m se neglijează și se proiectează clasic regulatorul pentru $H_f(s) = \frac{k}{(T_f \cdot s+1)\cdot(\tau_m \cdot s+1)}$;

   b. $\boldsymbol{0.2 < \frac{\tau_m}{T_f} < 1}$ – valoarea τ_m nu poate fi neglijată și trebuie ținut cont de ea în proiectarea regulatorului;

   c. $\boldsymbol{\frac{\tau_m}{T_f} > 1}$ - τ_m este preponderent. Pentru control sunt utilizate structuri speciale de reglare sub forma predictorului Smith.

3. Pentru controlul sistemelor cu τ_m mare putem utiliza:

   a. Metode frecvențiale: impunerea marginii de fază, aproximarea timpului mort (Pade);

   b. Metode experimentale: Ziegler-Nichols, metoda releului etc.

4. În funcție de performanțele impuse în setul inițial vom proiecta regulatoare de tip:

   a. PI – pentru $\varepsilon_{stp} = 0$;

   b. PD – pentru a scădea t_s;

   c. PID – pentru $\varepsilon_{stp} = 0$ și pentru a scădea t_s.

Pași obținere regulator PI prin metoda impunerii marginii de fază

1. Alegem funcția de transfer a regulatorului PI de forma:

$$H_c(s) = k_p \cdot \left(1 + \frac{1}{T_i \cdot s}\right) \tag{9.2}$$

2. Reprezentăm diagrama Bode pentru $H_f(s)$ pentru a identifica performanțele pe care le putem îmbunătăți.

3. Calculăm ω_t' pentru a avea PM* dorită:

$$\begin{gathered} \langle H_c(j \cdot \omega_t') + \langle H_f(j \cdot \omega_t') = -\pi + PM^* \\ \langle H_f(j \cdot \omega_t') = -165° + PM^* \rightarrow \omega_t' \end{gathered} \tag{9.3}$$

4. Pentru a obține regulatorul utilizez formulele (10.4):

$$\begin{cases} T_i = \dfrac{4}{\omega_t'} \\ k_p^{dB} = -\dfrac{1}{\left|H_f(j \cdot \omega_t')\right|} \\ k_p = 10^{\frac{k_p^{dB}}{20}} \end{cases} \tag{9.4}$$

5. Verificăm dacă performanțele obținute bode(H_{des}) respectă setul inițial de performanțe impus (PM* dat).

Pași obținere regulator PD prin metoda impunerii marginii de fază

1. Alegem funcția de transfer a regulatorului PD de forma:

$$H_c(s) = k_p \cdot \frac{T_d \cdot s + 1}{\beta \cdot T_d \cdot s + 1} \tag{9.5}$$

2. Reprezentăm diagrama Bode pentru $H_f(s)$ pentru a identifica performanțele pe care le putem îmbunătăți.

3. Calculăm $\beta\ și/sau\ \omega_t'$ pentru a avea PM* dorită:

   a. Dacă știm valoarea pentru β:

$$\langle H_f(j \cdot \omega_t') = -180° \rightarrow \omega_t' \tag{9.6}$$

   b. Dacă știm valoarea pentru PM*:

$$\begin{gathered} PM^* = arctg\left(\frac{1-\beta}{2 \cdot \sqrt{\beta}}\right) \rightarrow \beta \\ \langle H_f(j \cdot \omega_t') = -180° \rightarrow \omega_t' \end{gathered} \tag{9.7}$$

4. Pentru a obține regulatorul utilizez formulele (10.4):

$$\begin{cases} T_d = \dfrac{1}{\omega_t' \cdot \sqrt{\beta}} \\ k_p^{dB} = -\dfrac{\sqrt{\beta}}{\left|H_f(j \cdot \omega_t')\right|} \\ k_p = 10^{\frac{k_p^{dB}}{20}} \end{cases} \tag{9.8}$$

5. Verificăm dacă performanțele obținute pentru bode(H_{des}) respectă setul inițial de performanțe impus (PM* dat).

Pași obținere regulator PID prin metoda impunerii marginii de fază

Pentru a proiecta un regulator PID vom proiecta un regulator PI și un regulator PD pe care le înseriem la final. Trebuie ales aceeași valoare pentru PM*, doar ω_t' vor fi diferite.

Laborator 10 – Acordarea regulatoarelor cu metodele modulului și simetriei

Teorie

1. Pentru aplicarea metodelor modulului și simetriei va trebui ca funcția de transfer a procesului să fie de forma ecuației (9.1). Vom aproxima funcția de transfer $H_f(s)$ conform (9.2):

$$H_f(s) = \frac{k}{(T \cdot s + 1) \cdot (T_1 \cdot s + 1) \cdot (T_2 \cdot s + 1) \cdot \ldots \cdot (T_n \cdot s + 1)} \times e^{-\tau_m \cdot s}, \tag{10.1}$$

Unde $T > T_1 > T_2 > \cdots > T_n$

$$H_f(s) \cong \frac{k}{(T \cdot s + 1) \cdot (T_\Sigma \cdot s + 1)}, T_\Sigma = \sum_{i=1}^{n} T_i + \tau_m \tag{10.2}$$

2. În funcție de setul de performanțe impus vom alege una dintre cele două metode:

$$\begin{gathered} \begin{cases} Răspuns\ foarte\ bun\ la\ referință\ treaptă \\ Rejectare\ perturbații\ de\ tip\ treaptă \end{cases} \rightarrow Metoda\ modulului \\ \begin{cases} Răspuns\ foarte\ bun\ la\ referință\ rampă \\ Rejectare\ perturbații\ de\ tip\ rampă \end{cases} \rightarrow Metoda\ simetriei \end{gathered} \tag{10.3}$$

Pași obținere regulator PID prin metoda modulului

1. Pornind de la aproximarea funcției de transfer (9.2) vom impune funcția de transfer în buclă directă de forma:

$$H_d^*(s) = \frac{1}{2 \cdot T_\Sigma \cdot s \cdot (T_\Sigma \cdot s + 1)} \tag{10.4}$$

2. Obținem astfel regulatorul din ecuația:

$$H_c(s) = \frac{H_d^*(s)}{H_f(s)} \tag{10.5}$$

3. Regulatorul proiectat prin metoda modulului asigură pentru structura de reglare următoarele performanțe:

$$\begin{cases} \varepsilon_{stp} = 0 \\ \varepsilon_{stv} = 2 \cdot T_\Sigma \\ c_v = \frac{1}{\varepsilon_{stv}} = \frac{1}{2 \cdot T_\Sigma} \\ \omega_n = \frac{1}{\sqrt{2} \cdot T_\Sigma} \\ \zeta = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ t_s = 8 \cdot T_\Sigma \\ \sigma = 4.3\% \\ PM = 63.6° \end{cases} \tag{10.6}$$

4. Verificăm dacă performanțele obținute respectă setul inițial de performanțe impus.

Pași obținere regulator PID prin metoda simetriei

1. Pornind de la aproximarea funcției de transfer (9.2) vom impune funcția de transfer în buclă directă de forma:

$$H_d^*(s) = \frac{4 \cdot T_\Sigma \cdot s + 1}{8 \cdot T_\Sigma^2 \cdot s^2 \cdot (T_\Sigma \cdot s + 1)} \tag{10.7}$$

2. Obținem astfel regulatorul din ecuația:

$$H_c(s) = \frac{H_d^*(s)}{H_f(s)} \tag{10.8}$$

3. Regulatorul proiectat prin metoda modulului asigură pentru structura de reglare următoarele performanțe:

$$\begin{cases} \varepsilon_{stp} = 0 \\ \varepsilon_{stv} = 0 \\ t_s = 13 \cdot T_\Sigma \\ \sigma = 43\% \\ PM \cong 23° \end{cases} \tag{10.9}$$

4. Verificăm dacă performanțele obținute respectă setul inițial de performanțe impus.

Laborator 11 – Calculul regulatoarelor în cazul reglării în cascadă

Teorie

1. Structura procesului pentru reglarea în cascadă este:

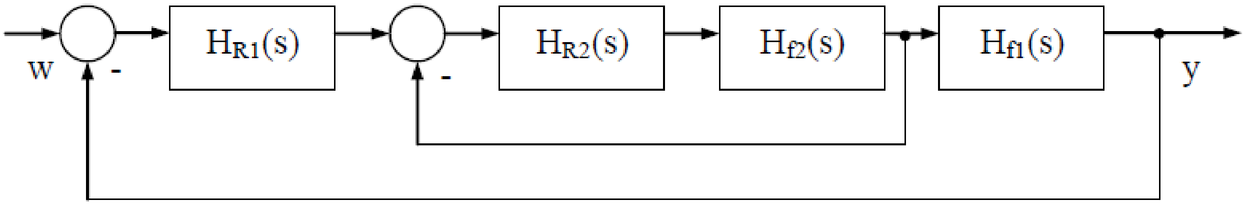

Fig.11.1. Structura reglării în cascadă

2. Trebuie să existe o parte rapidă și una lentă. Vom impune:
   a. Constante de timp mici în bucla internă;
   b. Constante de timp mari în bucla externă.
3. Vom utiliza reglarea în cascadă pentru situații neprevăzute care pot apărea în procesul nostru.

Pași obținere regulator PID în cazul reglării în cascadă

1. Se proiectează un regulator doar pentru bucla internă, prin una din metodele de proiectare învățate anterior:

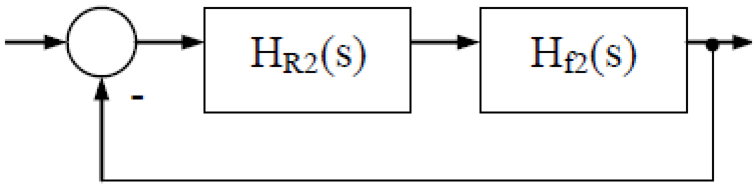

Fig.11.2. Structura reglării în cascadă pentru bucla internă

2. Înlocuim toată bucla internă cu funcția de transfer în buclă închisă corespunzătoare:

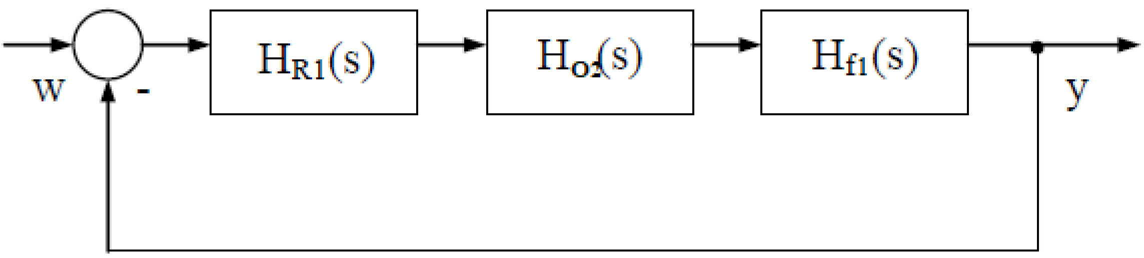

Fig.11.3. Structura reglării în cascadă pentru bucla externă

3. Considerăm $H'_{f_1}(s) = H_{O_2}(s) \cdot H_{f_1}(s)$ și proiectăm un regulator, prin una din metodele de proiectare învățate anterior, pentru $H_{R_1}(s)$ și $H'_{f_1}(s)$.

Sinteza metodelor de proiectare prezentate exclusiv la curs

Metode industriale de proiectare a regulatoarelor
Majoritatea proceselor industriale pot fi aproximate sau sunt de forma:

$$H_f(s) = \frac{k}{1 + T \cdot s} \times e^{-L \cdot s} \tag{12.1}$$

Cunoscând valorile pentru T și L se pot proiecta regulatoare prin următoarele metode:

a. Metoda Ziegler-Nichols:

Tip controller	Răspuns la treaptă			Răspuns în frecvență		
	Kp	Ti	Td	Kp	Ti	Td
P	$\frac{1}{a}$			$0.5 \cdot k_c$		
PI	$\frac{0.9}{a}$	$3 \cdot L$		$0.4 \cdot k_c$	$0.8 \cdot T_c$	
PID	$\frac{1.2}{a}$	$2 \cdot L$	$\frac{L}{2}$	$0.6 \cdot k_c$	$0.5 \cdot T_c$	$0.12 \cdot T_c$

Kc, Tc se determină din perioada critică.

b. Algoritmul lui Chien-Hrones-Reswick (CHR):

Scop	Tip controller	$\sigma = 0$ % (mic)			$\sigma = 20$ % (mai mare)		
		Kp	Ti	Td	Kp	Ti	Td
Urmărire referință	P	$\frac{0.3}{a}$			$\frac{0.7}{a}$		
	PI	$\frac{0.35}{a}$	$1.2 \cdot T$		$\frac{0.6}{a}$	T	
	PID	$\frac{0.6}{a}$	T	$0.5 \cdot L$	$\frac{0.95}{a}$	$1.4 \cdot T$	$0.47 \cdot L$
Rejectare perturbație	P	$\frac{0.3}{a}$			$\frac{0.7}{a}$		
	PI	$\frac{0.6}{a}$	$4 \cdot L$		$\frac{0.7}{a}$	$2.3 \cdot L$	
	PID	$\frac{0.95}{a}$	$2.4 \cdot L$	$0.42 \cdot L$	$\frac{1.2}{a}$	$2 \cdot L$	$0.42 \cdot L$

c. Algoritmul Cohen-Coon:

Controller	Kp	Ti	Td
P	$\frac{1}{a} \cdot \left(1 + \frac{0.35 \cdot \tau}{1 - \tau}\right)$		
PI	$\frac{0.9}{a} \cdot \left(1 + \frac{0.92 \cdot \tau}{1 - \tau}\right)$	$\left(\frac{3.3 - 3 \cdot \tau}{1 + 1.2 \cdot \tau}\right) \cdot L$	
PD	$\frac{1.24}{a} \cdot \left(1 + \frac{0.13 \cdot \tau}{1 - \tau}\right)$		$\left(\frac{0.27 - 0.36 \cdot \tau}{1 - 0.87 \cdot \tau}\right) \cdot L$
PID	$\frac{1.35}{a} \cdot \left(1 + \frac{0.18 \cdot \tau}{1 - \tau}\right)$	$\left(\frac{2.5 - 2 \cdot \tau}{1 - 0.39 \cdot \tau}\right) \cdot L$	$\left(\frac{0.37 - 0.37 \cdot \tau}{1 - 0.81 \cdot \tau}\right) \cdot L$

Unde: $\begin{cases} a = \frac{k \times L}{T} \\ \tau = \frac{L}{L+T} \end{cases}$

Metode experimentale de proiectare

După ce sistemul este adus la limita de stabilitate (prin varierea parametrilor Kp, Ti, Td) se definesc valorile critice. În funcție de aceste valori se definesc parametrii regulatorului.

Controller	Kp	Ti	Td
P	$\frac{1}{3} \cdot K_{p_{cr}}$		
PI	$\frac{1}{3} \cdot K_{p_{cr}}$	$3 \cdot T_{i_{cr}}$	
PD	$\frac{1}{3} \cdot K_{p_{cr}}$		$\frac{1}{3} \cdot T_{d_{cr}}$
PID	$\frac{1}{3} \cdot K_{p_{cr}}$	$3 \cdot T_{i_{cr}}$	$\frac{1}{3} \cdot T_{d_{cr}}$

Metode optime de proiectare

Se dorește îmbunătățirea unor funcții de cost:

$$\begin{cases} ISE = \int_0^T e^2(t)dt \\ IAE = \int_0^T |e(t)|dt \\ ITAE = \int_0^T t \times |e(t)|dt \\ ITSE = \int_0^T t \times |e^2(t)|dt \end{cases} \tag{12.2}$$

Pentru aceasta se utilizează metode numerice de rezolvare, precum metoda optimPID din MATLAB.

Metode de proiectare pentru procese cu timp mort mare

Pentru a compensa timpul mort mare există următoarele metode de proiectare a regulatoarelor:

a. Metoda impunerii marginii de fază;
b. Neglijarea timpului mort (pentru valori mari nu este de dorit);
c. Aproximarea timpului mort (prin aproximări Pade sau alte metode).
d. Utilizarea unei structuri complexe pentru mecanismul de control – predictorul Smith.

Predictorul Smith presupune adăugarea unei bucle suplimentare de reacție pentru compensarea timpului mort:

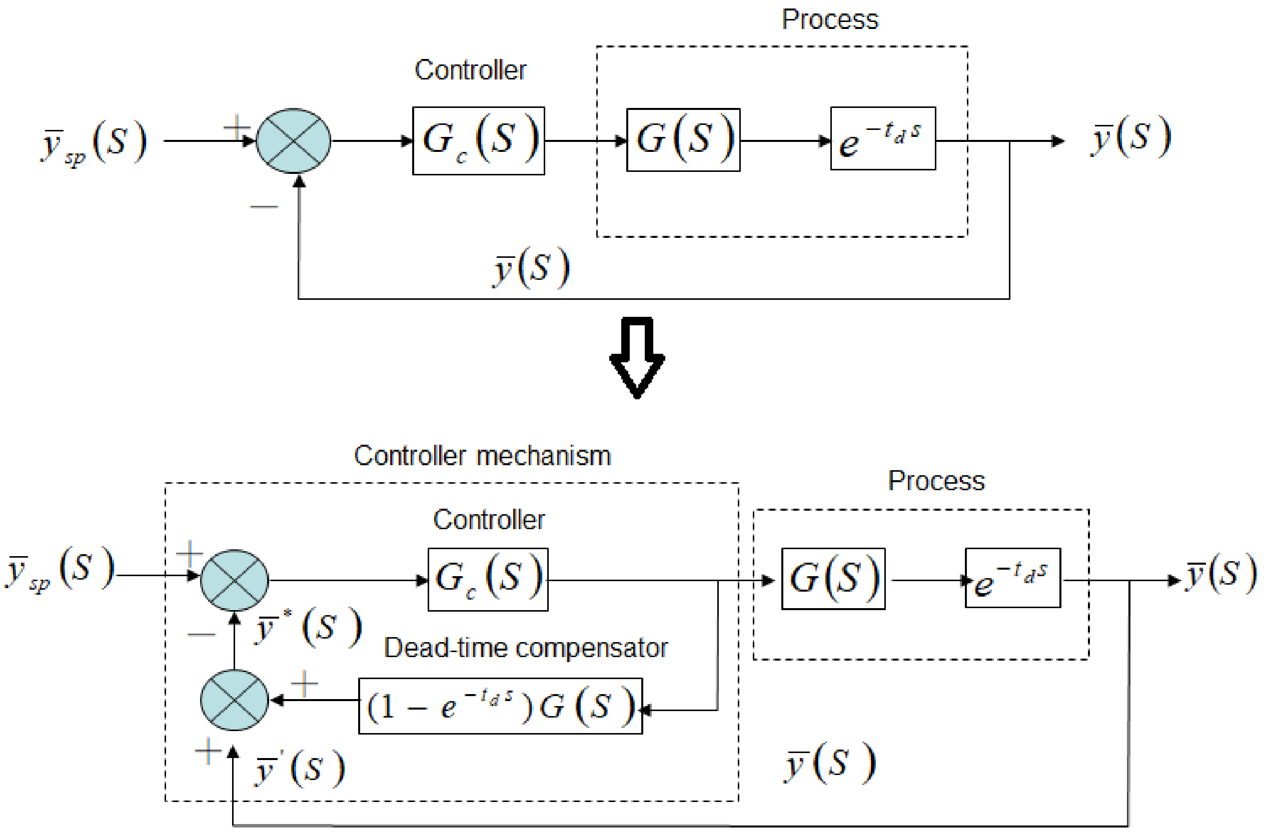

Fig.12.1. Mecanismul de control utilizând predictorul Smith

Sisteme MIMO. Matrice RGA. Decuplarea

Un sistem MIMO cu 2 intrări și 2 ieșiri este caracterizat de următoarea funcție de transfer:

$$G_o(s) = \begin{bmatrix} G_{11}^0(s) & G_{12}^0(s) \\ G_{21}^0(s) & G_{22}^0(s) \end{bmatrix} \qquad (12.3)$$

Pentru a aplica controlul descentralizat este utilizată matricea RGA (Relative Gain Array), cu ajutorul căreia se pot indentifica dependențele mari și mici. Se vor proiecta regulatoare pentru dependențele mari cu scopul de a le anula.

$$\lambda_{ij} = [G_o(0)]_{ij} \cdot [G_o^{-1}(0)]_{ji} \qquad (12.4)$$

Pentru procese cu 2 intrări și 2 ieșiri matricea RGA este:

$$\lambda(G) = \begin{bmatrix} \lambda_{11} & \lambda_{12} \\ \lambda_{21} & \lambda_{11} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_{11} & 1-\lambda_{11} \\ 1-\lambda_{11} & \lambda_{11} \end{bmatrix} \quad (12.5)$$

Se vor impune regulatoare unde există valori pozitive mici în matricea RGA. NU se vor proiecta regulatoare pentru valori negative sau valori pozitive foarte mari în matricea RGA.

Se utilizează decuplarea doar când interdependențele nu pot fi neglijate. Pentru aceasta se folosește următoarea schemă de decuplare:

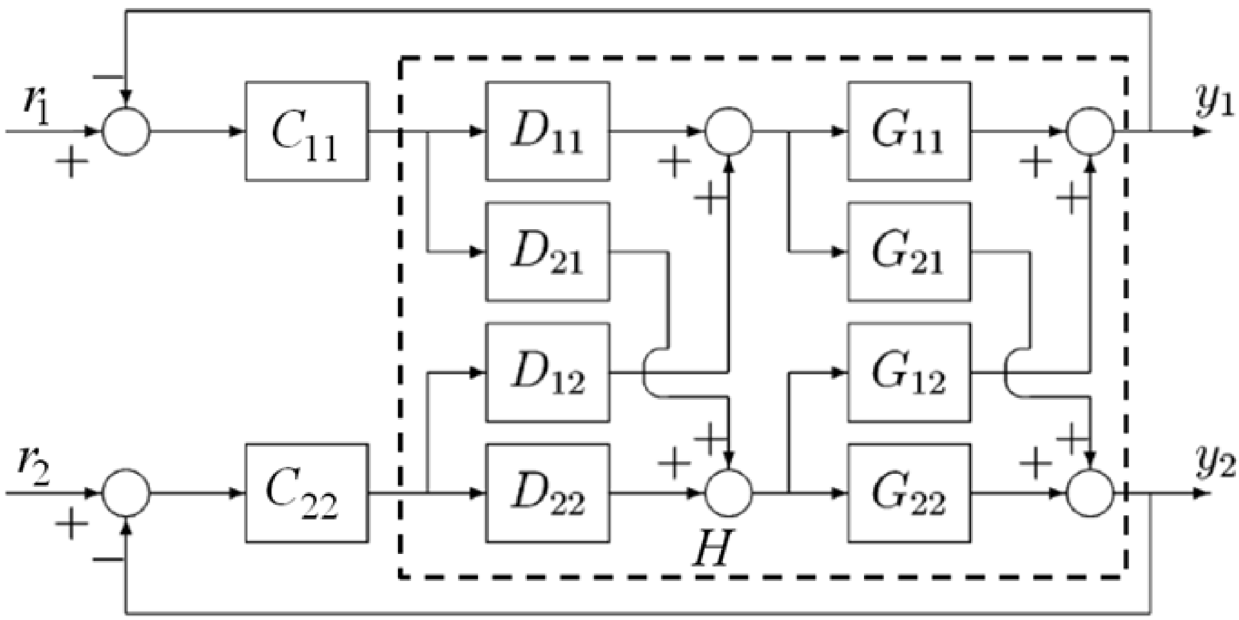

Fig.12.2. Diagrama bloc pentru decuplarea unui sistem cu 2 intrări și 2 ieșiri

Matricea D reprezintă decuplarea sistemului și se calculează cu ajutorul formulei 12.6.

$$D(s) = \frac{1}{\det(G(s))} \begin{bmatrix} G_{22}(s) \cdot H_{11}(s) & -G_{12}(s) \cdot H_{22}(s) \\ -G_{21}(s) \cdot H_{11}(s) & G_{11}(s) \cdot H_{22}(s) \end{bmatrix} \quad (12.6)$$

Unde:

$$det\big(G(s)\big) = G_{11}(s) \cdot G_{22}(s) - G_{12}(s) \cdot G_{21}(s) \quad (12.7)$$

Știind că $D(s) = G^{-1}(s) \cdot H(s)$ pentru a obține H(s) în forma ecuației 12.8, proiectantul regulatorului trebuie să aleagă valori potrivite pentru H(s) astfel încât matricea D(s) să conducă la proiectarea unor regulatoare simplificate. Nu există o alegere mai bună sau mai rea.

$$H(s) = \begin{bmatrix} H_{11}(s) & 0 \\ 0 & H_{11}(s) \end{bmatrix} \quad (12.8)$$