



## **Relatório do Projeto**

Parte 1 e 2

Nome do Integrante	RA
Arthur Cezar da Silveira Lima	10409172
Gabriel Morgado Nogueira	10409493

## **Relatório**

**Título: Conexão Inteligente: Otimização da Rede de Fibra Óptica em Áreas Urbanas**  
**GitHub: [TuideTui/FibraProjeto: Otimização da Rede de Fibra Óptica em Áreas Urbanas](#)**

### **Introdução**

De acordo com estudos realizados pelo Cetic.br (Centro Regional de Estudos para o Desenvolvimento da Sociedade da Informação) e o NIC.br (Núcleo de Informação e Coordenação do Ponto BR), a cidade de São Paulo apresenta uma significativa desigualdade no acesso à internet banda larga entre seus bairros. Regiões como Moema e Pinheiros contam com acesso muito superior em comparação a bairros da zona leste e sul, como São Miguel Paulista e Cidade Tiradentes. Esses dados revelam um problema estrutural de exclusão digital, provocado pela concentração de infraestrutura em áreas economicamente mais favorecidas e pela falta de investimento em regiões periféricas. O presente projeto se propõe a modelar e otimizar a expansão da rede de fibra óptica como uma solução estratégica para reduzir essas disparidades e garantir acesso mais equitativo à conectividade urbana.

([Fonte da notícia](#))

### **Cidade de São Paulo apresenta desigualdade no acesso à banda larga**

Por **Bruno do Amaral** - 28/10/19, 19:53 Atualizado em 28/10/19, 19:53



Foto: Pixabay



# UNIVERSIDADE PRESBITERIANA MACKENZIE

## Faculdade de Computação e Informática

Prof. Dr. Ivan Carlos Alcântara de Oliveira

Teoria dos Grafos



Pensamos no projeto com base no avanço da digitalização e a crescente demanda por internet de alta velocidade, a expansão da infraestrutura de fibra óptica vem se tornando necessário nas áreas urbanas. No entanto, planejar uma expansão de forma eficiente requer análise de custos, viabilidade técnica e otimização do trajeto dos cabos.

Este nosso projeto propõe uma solução baseada em teoria dos grafos, modelando a malha urbana como um grafo ponderado, com o objetivo de encontrar as melhores rotas de instalação da rede de fibra óptica com o menor custo possível.

### Definição do nosso Problema

O desafio consiste em interligar 60 bairros da cidade de São Paulo, representados como vértices, por meio de 150 conexões possíveis (arestas) com pesos correspondentes às distâncias reais (em km) entre eles, coletadas por fontes confiáveis. O objetivo é construir um grafo que represente a rede urbana e aplicar algoritmos de otimização para identificar a rede mais econômica possível.

A rede de fibra óptica pode ser modelada por um grafo não orientado com pesos nas arestas. Cada bairro representa um ponto de distribuição da rede (vértice), e cada possível ligação entre bairros é uma aresta ponderada pela distância real de condução entre os pontos.

Número de vértices (bairros): 60

Número de arestas (ligações): 150

Peso da aresta: Distância real em km (rota de condução)

Tipo do grafo utilizado: 2 – Grafo não orientado com peso nas arestas.

### Coleta de Dados

#### Distribuição Geográfica e Modelagem do Grafo:

Os bairros foram escolhidos visando cobrir todas as regiões de São Paulo (zona norte, sul, leste, oeste e centro), essa seleção garante que a malha urbana modelada no grafo seja realista e condizente com a diversidade espacial da cidade. Para embasar essa escolha, utilizamos dados do **Censo 2022 do IBGE**, especificamente o mapa de **densidade populacional de São Paulo (habitantes por km<sup>2</sup>)**. Como pode ser observado na figura abaixo, os bairros com maior densidade populacional concentram-se principalmente nas zonas leste, sudeste e parte do centro expandido, justamente regiões onde a demanda por conectividade tende a ser mais crítica, seja por volume de usuários ou carência histórica de infraestrutura adequada. A seleção dos bairros levou em conta não apenas sua localização geográfica, mas também sua **importância estratégica do ponto de vista populacional, comercial e estrutural**, refletindo áreas com potencial elevado de demanda por conectividade digital. Assim, a modelagem não se limita a uma distribuição uniforme, mas prioriza também os polos urbanos onde a expansão da fibra óptica pode ter maior impacto social e econômico. O grafo foi definido como **não orientado**, pois as ligações entre bairros são bidirecionais na prática e o custo de instalação da infraestrutura não varia conforme a direção da conexão. Essa abordagem também simplifica a aplicação de algoritmos clássicos de otimização em grafos, como o de Kruskal e Prim, voltados à construção de redes mínimas de custo.



# UNIVERSIDADE PRESBITERIANA MACKENZIE

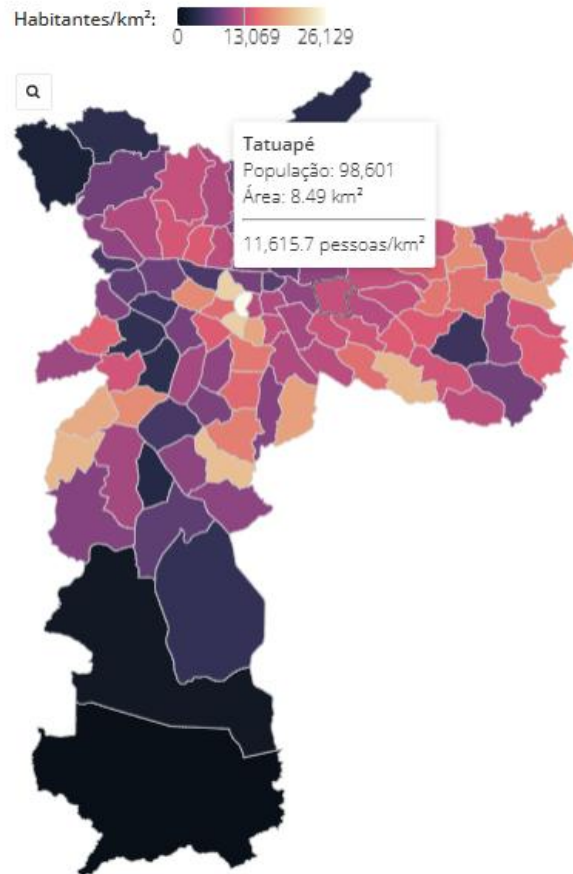
## Faculdade de Computação e Informática

Prof. Dr. Ivan Carlos Alcântara de Oliveira  
Teoria dos Grafos



([Fonte do gráfico](#))

### Densidade populacional de São Paulo-SP



Fonte: Censo 2022/IBGE

As distâncias foram obtidas por meio do site <https://pt.distance.to>, utilizando a distância por rota de condução entre bairros (Em azul na imagem abaixo), o que melhor representa a viabilidade real da instalação de cabos de fibra óptica. O site representa com precisão as distâncias geográficas entre vértices do grafo, pois utiliza a fórmula de Haversine, que considera a curvatura terrestre ao calcular a distância entre dois pontos definidos por suas coordenadas geográficas (latitude e longitude).

Fórmula de Haversine que o site utiliza([Link da Fórmula](#)):

$$a = \sin^2(\phi B - \phi A / 2) + \cos \phi A * \cos \phi B * \sin^2(\lambda B - \lambda A / 2)$$

$$c = 2 * \text{atan2}(\sqrt{a}, \sqrt{1-a})$$

$$d = R * c$$



**UNIVERSIDADE PRESBITERIANA MACKENZIE**  
**Faculdade de Computação e Informática**  
Prof. Dr. Ivan Carlos Alcântara de Oliveira  
Teoria dos Grafos



Distância(Tatuapé - Pinheiros):

Distância de Tatuapé, São-Paulo, BRA a Pinheiros, São-Paulo, BRA

#1 **Tatuapé, São-Paulo, BRA** -23.540891,-46.575009

São Paulo, Região Metropolitana de São Paulo, São Paulo, Brasil

São Paulo, Região Metropolitana de São Paulo, São Paulo, Brazil

Linha aérea: 13,36 km

Rota de condução: 17,00 km (0h 27min)

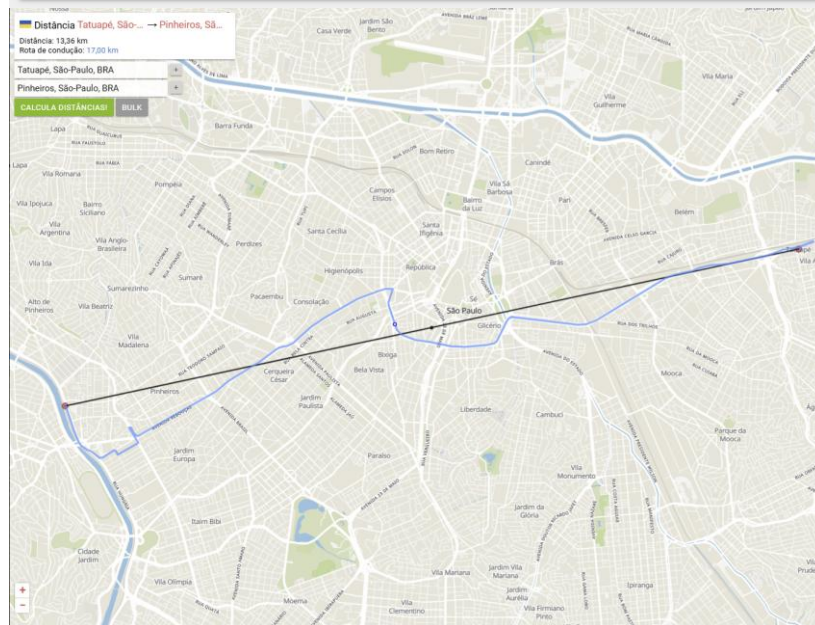
#2 **Pinheiros, São-Paulo, BRA** -23.565935,-46.703149

São Paulo, Região Metropolitana de São Paulo, São Paulo, Brasil

São Paulo, Região Metropolitana de São Paulo, São Paulo, Brazil

Linha aérea: 13,36 km

Rota de condução: 17,00 km (0h 27min)



**Exemplo de Aplicação da Fórmula:**

**1. Converter graus para radianos:**

$$\phi_1 = -23.5407 \times \pi / 180 \approx -0.4109$$

$$\phi_2 = -23.5672 \times \pi / 180 \approx -0.4114$$

$$\Delta\phi = \phi_2 - \phi_1 = -0.0005$$

$$\Delta\lambda = (-46.7016 + 46.5754) \times \pi / 180 \approx -0.0022$$

**2. Aplicar na fórmula:**

$$a = \sin^2(\Delta\phi/2) + \cos(\phi_1) \cdot \cos(\phi_2) \cdot \sin^2(\Delta\lambda/2)$$

$$a \approx 1.3 \times 10^{-6}$$

$$c = 2 \cdot \arcsin(\sqrt{a}) \approx 0.0023$$

$$d = 6.371 \times 0.0023 \approx 14.7 \text{ km}$$

A distância estimada entre Tatuapé e Pinheiros, usando a fórmula de Haversine, é de aproximadamente 14,7 km. Isso está de acordo com o valor de 17 km utilizado no grafo, que foi obtido por rotas reais de condução (e não em linha reta), justificando o uso da distância de condução como peso no grafo.



# UNIVERSIDADE PRESBITERIANA MACKENZIE

## Faculdade de Computação e Informática

Prof. Dr. Ivan Carlos Alcântara de Oliveira  
Teoria dos Grafos



### Exemplo de representação:

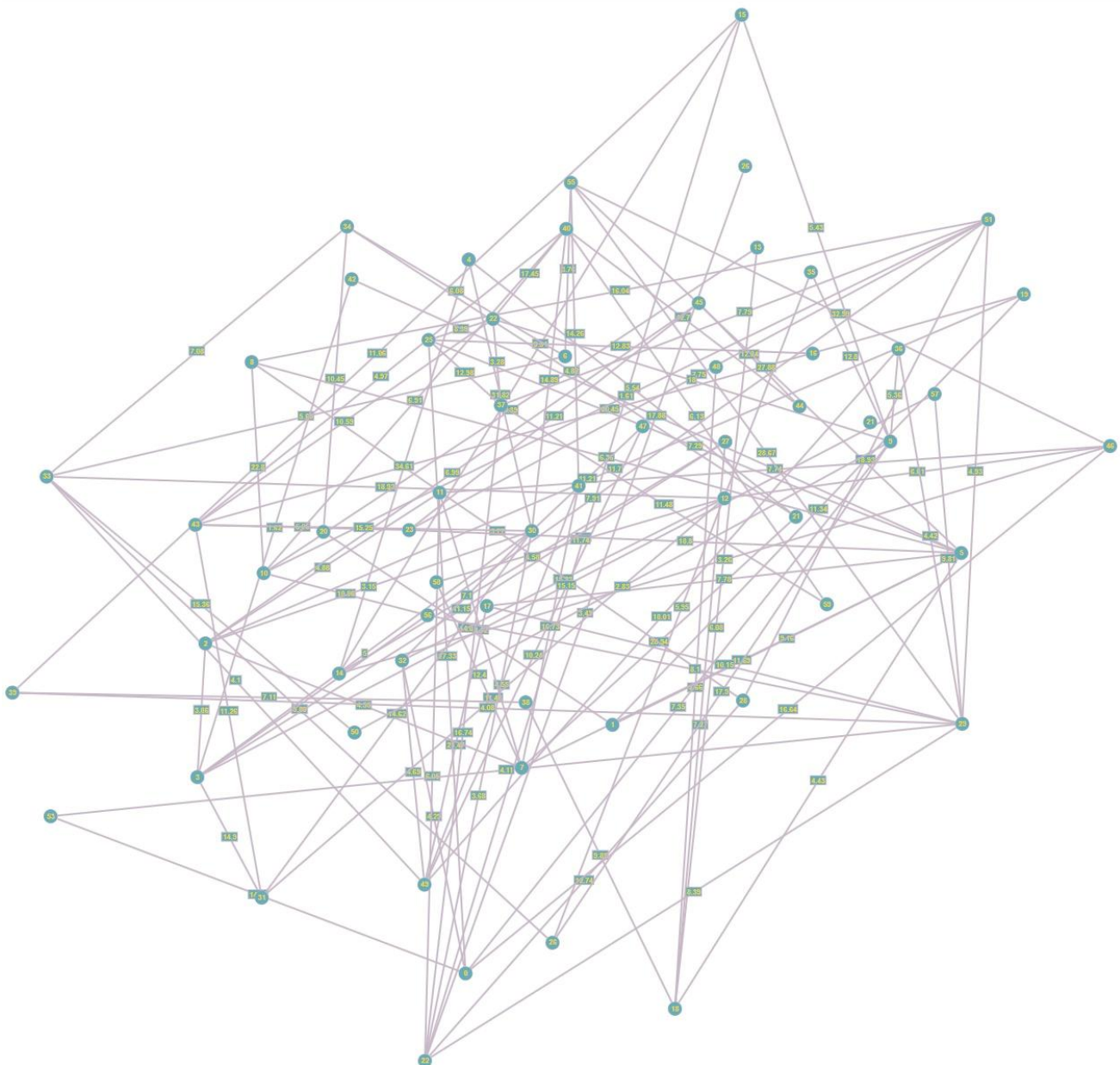
Supondo:

- Bairro Tatuapé = vértice 0
- Bairro Pinheiros = vértice 1
- Distância real (rota de condução) = 17,00 km

### Representação no grafo:

0 1 17.00

Rede de Fibra Óptica – Grafo não direcionado e sem os pesos nas arestas







## **Estrutura do Arquivo grafo.txt**

**Tabela com os ID's dos bairros:**

ID	Bairro
0	Agua Rasa
1	Alto de Pinheiros
2	Aricanduva
3	Artur Alvim
4	Barra Funda
5	Belem
6	Bixiga
7	Bom Retiro
8	Bras
9	Brasilândia
10	Butanta
11	Cambuci
12	Campo Belo
13	Casa Verde
14	Cidade Lider
15	Higienópolis
16	Indianópolis
17	Ipiranga
18	Itaim Bibi
19	Itaim Paulista
20	Itaquera
21	Jabaquara
22	Jaguare
23	Jardim Paulista
24	Jose Bonifacio
25	Lapa
26	Limaó
27	Moema
28	Mooca
29	Morumbi
30	Paraíso
31	Pari
32	Parque do Carmo
33	Penha
34	Perdizes
35	Pinheiros
36	Pirituba
37	República
38	Sacoma
39	Santa Cecília
40	Santana
41	Santo Amaro
42	São Miguel
43	Sapopemba



# UNIVERSIDADE PRESBITERIANA MACKENZIE

## Faculdade de Computação e Informática

Prof. Dr. Ivan Carlos Alcântara de Oliveira



### Teoria dos Grafos

44	Saude
45	Se
46	Tatuape
47	Tucuruvi
48	Vila Carrao
49	Vila Formosa
50	Vila Guilherme
51	Vila Maria
52	Vila Mariana
53	Vila Matilde
54	Vila Medeiros
55	Vila Monumento
56	Vila Olimpia
57	Vila Prudente
58	Vila Romana
59	Vila Sonia

### Arquivo grafo.txt:

2

60

0 "Agua Rasa" 0

1 "Alto de Pinheiros" 0

2 "Aricanduva" 0

3 "Artur Alvim" 0

4 "Barra Funda" 0

5 "Belem" 0

6 "Bixiga" 0

7 "Bom Retiro" 0

8 "Bras" 0

9 "Brasilandia" 0

10 "Butanta" 0

11 "Cambuci" 0

12 "Campo Belo" 0

13 "Casa Verde" 0

14 "Cidade Lider" 0

15 "Higienopolis" 0

16 "Indianopolis" 0

17 "Ipiranga" 0

18 "Itaim Bibi" 0

19 "Itaim Paulista" 0

20 "Itaquera" 0

21 "Jabaquara" 0

22 "Jaguare" 0

23 "Jardim Paulista" 0

24 "Jose Bonifacio" 0

25 "Lapa" 0

26 "Lima" 0

27 "Moema" 0

28 "Mooca" 0

29 "Morumbi" 0

30 "Paraiso" 0

31 "Pari" 0



**UNIVERSIDADE PRESBITERIANA MACKENZIE**  
**Faculdade de Computação e Informática**

Prof. Dr. Ivan Carlos Alcântara de Oliveira

Teoría dos Grafos



32 "Parque do Carmo" 0

33 "Penha" 0

34 "Perdizes" 0

35 "Pinheiros" 0

36 "Pirituba" 0

37 "Republica" 0

38 "Sacoma" 0

39 "Santa Cecilia" 0

40 "Santana" 0

41 "Santo Amaro" 0

42 "Sao Miguel" 0

43 "Sapopemba" 0

44 "Saude" 0

45 "Se" 0

46 "Tatuape" 0

47 "Tucuruvi" 0

48 "Vila Carrao" 0

49 "Vila Formosa" 0

50 "Vila Guilherme" 0

51 "Vila Maria" 0

52 "Vila Mariana" 0

53 "Vila Matilde" 0

54 "Vila Medeiros" 0

55 "Vila Monumento" 0

56 "Vila Olimpia" 0

57 "Vila Prudente" 0

58 "Vila Romana" 0

59 "Vila Sonia" 0

150

46 53 5.64

33 53 3.83

3 53 5.95

3 14 5.89

14 20 7.08

14 32 5.69

20 32 6.08

24 32 3.76

20 42 4.82

19 42 5.54

33 51 9.03

33 48 6.95

28 33 11.21

47 51 5.61

31 51 5.43

0 31 7.35

31 53 12.80

31 50 2.83

0 49 4.29

49 57 5.66

28 49 7.10

2 49 4.69

43 49 6.71

2 43 4.55





**UNIVERSIDADE PRESBITERIANA MACKENZIE**  
**Faculdade de Computação e Informática**

Prof. Dr. Ivan Carlos Alcântara de Oliveira

Teoría dos Grafos



2 14 4.10  
43 53 10.92  
48 49 2.49  
5 28 3.68  
11 28 3.15  
5 46 3.43  
5 51 4.53  
8 11 4.55  
8 43 16.73  
11 17 3.86  
17 28 5.00  
17 27 7.91  
17 38 1.62  
27 30 4.93  
15 30 4.08  
18 30 4.11  
30 35 8.10  
35 56 8.59  
16 35 10.86  
16 27 1.61  
16 21 6.91  
21 44 6.13  
21 28 14.89  
12 21 4.97  
44 52 4.36  
35 44 10.07  
34 35 7.16  
4 34 2.66  
4 40 7.27  
4 25 4.43  
10 25 7.78  
8 25 11.69  
22 25 7.29  
25 36 6.36  
9 36 5.77  
22 29 12.98  
22 59 8.39  
29 59 3.28  
41 59 10.37  
23 41 11.21  
27 41 7.75  
12 41 5.25  
25 41 18.80  
1 12 11.26  
1 7 11.46  
13 40 4.58  
40 47 3.98  
47 54 3.15  
6 47 11.34  
13 26 3.26  
26 37 7.74  
7 26 6.61  
37 45 1.75



**UNIVERSIDADE PRESBITERIANA MACKENZIE**  
**Faculdade de Computação e Informática**

Prof. Dr. Ivan Carlos Alcântara de Oliveira

Teoría dos Grafos



11 37 4.88  
8 37 4.12  
45 46 7.52  
35 45 10.54  
4 45 6.08  
39 45 4.49  
30 39 4.42  
5 30 8.39  
30 58 9.81  
10 30 10.15  
46 50 6.17  
53 54 12.52  
3 31 17.90  
14 50 15.36  
32 57 16.60  
24 43 14.26  
20 48 10.45  
8 42 28.94  
19 28 31.82  
2 33 10.24  
13 51 9.31  
38 47 16.34  
31 39 5.36  
0 26 16.64  
7 49 13.23  
21 57 12.70  
2 39 18.01  
6 48 14.05  
12 28 15.25  
5 37 6.05  
11 47 11.70  
8 56 12.40  
17 40 11.15  
9 27 18.93  
25 38 17.88  
24 30 28.67  
15 51 11.06  
0 18 14.47  
35 50 23.49  
7 56 11.74  
16 36 22.80  
21 59 17.45  
29 44 11.48  
22 52 12.83  
34 43 24.99  
4 55 9.85  
32 40 26.13  
24 25 27.88  
2 10 21.47  
0 22 27.33  
5 29 16.74  
31 59 18.00  
41 50 19.83



# UNIVERSIDADE PRESBITERIANA MACKENZIE

## Faculdade de Computação e Informática

Prof. Dr. Ivan Carlos Alcântara de Oliveira  
Teoria dos Grafos



23 57 12.84  
12 47 20.45  
1 28 14.62  
7 14 18.92  
13 19 34.61  
24 26 32.99  
32 37 24.07  
16 45 8.39  
39 43 19.96  
17 58 15.15  
27 36 16.04  
5 9 12.74  
33 54 9.14  
15 55 7.11  
6 25 9.16  
50 56 11.56  
12 59 10.59  
27 29 7.79  
1 17 14.90  
11 23 6.99

A modelagem da rede de fibra óptica urbana como um grafo não orientado com pesos reais permite o uso de algoritmos eficientes para planejar a instalação com o menor custo possível. Esse tipo de abordagem torna o processo de expansão de infraestrutura mais racional, econômico e escalável, contribuindo diretamente com a qualidade e eficiência do serviço de internet nas cidades.

## Prints da Aplicação Parte 1

Ler dados do arquivo grafo.txt:

```
=== Conexão Inteligente: Otimização da Rede de Fibra Óptica ===  
1. Ler dados do arquivo grafo.txt  
2. Gravar dados no arquivo grafo.txt  
3. Inserir vértice  
4. Inserir aresta  
5. Remover vértice  
6. Remover aresta  
7. Mostrar conteúdo do arquivo  
8. Mostrar grafo (lista de adjacência)  
9. Verificar conexidade  
0. Encerrar aplicação  
Opção: 1
```



**UNIVERSIDADE PRESBITERIANA MACKENZIE**  
**Faculdade de Computação e Informática**

Prof. Dr. Ivan Carlos Alcântara de Oliveira

Teoria dos Grafos



Gravar dados no arquivo grafo.txt(Removendo vértices 0 e 1):

```
=== Conexão Inteligente: Otimização da Rede de Fibra Óptica ===
1. Ler dados do arquivo grafo.txt
2. Gravar dados no arquivo grafo.txt
3. Inserir vértice
4. Inserir aresta
5. Remover vértice
6. Remover aresta
7. Mostrar conteúdo do arquivo
8. Mostrar grafo (lista de adjacência)
9. Verificar conexidade
0. Encerrar aplicação
Opção: 2
```

Após gravação no txt(Vértice 0 - Agua Rasa removido):

```
≡ grafo.txt
1      2
2      59
3      1 "Alto de Pinheiros" 0
4      2 "Aricanduva" 0
5      3 "Artur Alvim" 0
6      4 "Barra Funda" 0
```



Após gravação no txt(Vértice 1 - Alto de Pinheiros removido):

```
≡ grafo.txt
```

```
1      2
2      58
3      2 "Aricanduva" 0
4      3 "Artur Alvim" 0
5      4 "Barra Funda" 0
6      5 "Belem" 0
```

1º Inserir vértice(Brooklin – 60):

```
=== Conexão Inteligente: Otimização da Rede de Fibra Óptica ===
1. Ler dados do arquivo grafo.txt
2. Gravar dados no arquivo grafo.txt
3. Inserir vértice
4. Inserir aresta
5. Remover vértice
6. Remover aresta
7. Mostrar conteúdo do arquivo
8. Mostrar grafo (lista de adjacência)
9. Verificar conexidade
0. Encerrar aplicação
Opção: 3
Nome do novo vértice: Brooklin
Vértice 'Brooklin' adicionado com índice 60.
```



2º Inserir vértice(Jaboti Queimado – 61):

```
=== Conexão Inteligente: Otimização da Rede de Fibra Óptica ===
1. Ler dados do arquivo grafo.txt
2. Gravar dados no arquivo grafo.txt
3. Inserir vértice
4. Inserir aresta
5. Remover vértice
6. Remover aresta
7. Mostrar conteúdo do arquivo
8. Mostrar grafo (lista de adjacência)
9. Verificar conexidade
0. Encerrar aplicação
Opção: 3
Nome do novo vértice: Jaboti Queimado
Vértice 'Jaboti Queimado' adicionado com índice 61.
```

1º Inserir aresta:

```
=== Conexão Inteligente: Otimização da Rede de Fibra Óptica ===
1. Ler dados do arquivo grafo.txt
2. Gravar dados no arquivo grafo.txt
3. Inserir vértice
4. Inserir aresta
5. Remover vértice
6. Remover aresta
7. Mostrar conteúdo do arquivo
8. Mostrar grafo (lista de adjacência)
9. Verificar conexidade
0. Encerrar aplicação
Opção: 4
Índice do vértice origem: 4
Índice do vértice destino: 32
Peso (distância em km): 12.4
Aresta 4 - 32 com peso 12.4 adicionada.
```





**UNIVERSIDADE PRESBITERIANA MACKENZIE**  
**Faculdade de Computação e Informática**

Prof. Dr. Ivan Carlos Alcântara de Oliveira  
Teoria dos Grafos



Resultado na contagem de arestas no txt após adicionar 4 – 32:

```
2      59 "Vila S
3      151
4      46 53 5.64
```

Aresta 4 – 32:

```
213      11 23 6.99
214      4 32 12.4
```

2º Inserir aresta:

```
=== Conexão Inteligente: Otimização da Rede de Fibra Óptica ===
1. Ler dados do arquivo grafo.txt
2. Gravar dados no arquivo grafo.txt
3. Inserir vértice
4. Inserir aresta
5. Remover vértice
6. Remover aresta
7. Mostrar conteúdo do arquivo
8. Mostrar grafo (lista de adjacência)
9. Verificar conexidade
0. Encerrar aplicação
Opção: 4
Índice do vértice origem: 59
Índice do vértice destino: 23
Peso (distância em km): 9.56
Aresta 59 - 23 com peso 9.56 adicionada.
```



**UNIVERSIDADE PRESBITERIANA MACKENZIE**  
**Faculdade de Computação e Informática**

Prof. Dr. Ivan Carlos Alcântara de Oliveira  
Teoria dos Grafos



Resultado na contagem de arestas no txt após adicionar 59 – 23:

```
62      59 "Vila Sonia" 0
63      152
64      46 53 5.64
65      33 53 3.83
```

Aresta 59 – 23:

```
213      11 23 8.99
214      4 32 12.4
215      59 23 9.56
```

1º Remover vértice:

```
=== Conexão Inteligente: Otimização da Rede de Fibra Óptica ===
1. Ler dados do arquivo grafo.txt
2. Gravar dados no arquivo grafo.txt
3. Inserir vértice
4. Inserir aresta
5. Remover vértice
6. Remover aresta
7. Mostrar conteúdo do arquivo
8. Mostrar grafo (lista de adjacência)
9. Verificar conexidade
0. Encerrar aplicação
Opção: 5
Índice do vértice a remover: 60
Vértice 60 removido com suas arestas.
```



2º Remover vértice:

```
=== Conexão Inteligente: Otimização da Rede de Fibra Óptica ===
1. Ler dados do arquivo grafo.txt
2. Gravar dados no arquivo grafo.txt
3. Inserir vértice
4. Inserir aresta
5. Remover vértice
6. Remover aresta
7. Mostrar conteúdo do arquivo
8. Mostrar grafo (lista de adjacência)
9. Verificar conexidade
0. Encerrar aplicação
Opção: 5
Índice do vértice a remover: 61
Vértice 61 removido com suas arestas.
```

1º Remover aresta(4 – 32):

```
=== Conexão Inteligente: Otimização da Rede de Fibra Óptica ===
1. Ler dados do arquivo grafo.txt
2. Gravar dados no arquivo grafo.txt
3. Inserir vértice
4. Inserir aresta
5. Remover vértice
6. Remover aresta
7. Mostrar conteúdo do arquivo
8. Mostrar grafo (lista de adjacência)
9. Verificar conexidade
0. Encerrar aplicação
Opção: 6
Índice do vértice origem: 4
Índice do vértice destino: 32
Arestas removidas: 1
```



**UNIVERSIDADE PRESBITERIANA MACKENZIE**  
**Faculdade de Computação e Informática**

Prof. Dr. Ivan Carlos Alcântara de Oliveira  
Teoria dos Grafos



2º Remover aresta(59 – 23):

```
=== Conexão Inteligente: Otimização da Rede de Fibra Óptica ===  
1. Ler dados do arquivo grafo.txt  
2. Gravar dados no arquivo grafo.txt  
3. Inserir vértice  
4. Inserir aresta  
5. Remover vértice  
6. Remover aresta  
7. Mostrar conteúdo do arquivo  
8. Mostrar grafo (lista de adjacência)  
9. Verificar conexidade  
0. Encerrar aplicação  
Opção: 6  
Índice do vértice origem: 59  
Índice do vértice destino: 23  
Arestas removidas: 1
```



**UNIVERSIDADE PRESBITERIANA MACKENZIE**  
**Faculdade de Computação e Informática**

Prof. Dr. Ivan Carlos Alcântara de Oliveira  
Teoria dos Grafos



Opção 7 - Mostrar Conteúdo do arquivo:

Mostra todos os vértices:

```
=== Conexão Inteligente: Otimização da Rede de Fibra Óptica ===
1. Ler dados do arquivo grafo.txt
2. Gravar dados no arquivo grafo.txt
3. Inserir vértice
4. Inserir aresta
5. Remover vértice
6. Remover aresta
7. Mostrar conteúdo do arquivo
8. Mostrar grafo (lista de adjacência)
9. Verificar conexidade
0. Encerrar aplicação
Opção: 7
Tipo do grafo: 2
Vértices:
0: Agua Rasa
1: Alto de Pinheiros
2: Aricanduva
3: Artur Alvim
4: Barra Funda
5: Belem
6: Bixiga
7: Bom Retiro
8: Bras
9: Brasilandia
10: Butanta
11: Cambuci
12: Campo Belo
13: Casa Verde
14: Cidade Lider
15: Higienopolis
16: Indianopolis
17: Ipiranga
18: Itaim Bibi
19: Itaim Paulista
20: Itaquera
```



**UNIVERSIDADE PRESBITERIANA MACKENZIE**  
**Faculdade de Computação e Informática**

Prof. Dr. Ivan Carlos Alcântara de Oliveira  
Teoria dos Grafos



Todas as arestas(ID, ID, Distância em Km):

58: Vila Romana

59: Vila Sonia

Arestas:

46 - 53 : 5.64 km

33 - 53 : 3.83 km

3 - 53 : 5.95 km

3 - 14 : 5.89 km

14 - 20 : 7.08 km

14 - 32 : 5.69 km

20 - 32 : 6.08 km

24 - 32 : 3.76 km

20 - 42 : 4.82 km

19 - 42 : 5.54 km

33 - 51 : 9.03 km

33 - 48 : 6.95 km

28 - 33 : 11.21 km

47 - 51 : 5.61 km

31 - 51 : 5.43 km

0 - 31 : 7.35 km

31 - 53 : 12.8 km

31 - 50 : 2.83 km

0 - 49 : 4.29 km

49 - 57 : 5.66 km

28 - 49 : 7.1 km

2 - 49 : 4.69 km

43 - 49 : 6.71 km

2 - 43 : 4.55 km

2 - 14 : 4.1 km

43 - 53 : 10.92 km

48 - 49 : 2.49 km

5 - 28 : 3.68 km

11 - 28 : 3.15 km

5 - 46 : 3.43 km

5 - 51 : 4.53 km





**UNIVERSIDADE PRESBITERIANA MACKENZIE**  
**Faculdade de Computação e Informática**

Prof. Dr. Ivan Carlos Alcântara de Oliveira  
Teoria dos Grafos



Opção 8 – Mostrar grafo com Lista de Adjacência:

Opção: 8

```
0 -> 31(7.35), 49(4.29), 26(16.64), 18(14.47), 22(27.33)
1 -> 12(11.26), 7(11.46), 28(14.62), 17(14.9)
2 -> 49(4.69), 43(4.55), 14(4.1), 33(10.24), 39(18.01), 10(21.47)
3 -> 53(5.95), 14(5.89), 31(17.9)
4 -> 34(2.66), 40(7.27), 25(4.43), 45(6.08), 55(9.85)
5 -> 28(3.68), 46(3.43), 51(4.53), 30(8.39), 37(6.05), 29(16.74), 9(12.74)
6 -> 47(11.34), 48(14.05), 25(9.16)
7 -> 1(11.46), 26(6.61), 49(13.23), 56(11.74), 14(18.92)
8 -> 11(4.55), 43(16.73), 25(11.69), 37(4.12), 42(28.94), 56(12.4)
9 -> 36(5.77), 27(18.93), 5(12.74)
10 -> 25(7.78), 30(10.15), 2(21.47)
11 -> 28(3.15), 8(4.55), 17(3.86), 37(4.88), 47(11.7), 23(6.99)
12 -> 21(4.97), 41(5.25), 1(11.26), 28(15.25), 47(20.45), 59(10.59)
13 -> 40(4.58), 26(3.26), 51(9.31), 19(34.61)
14 -> 3(5.89), 20(7.08), 32(5.69), 2(4.1), 50(15.36), 7(18.92)
15 -> 30(4.08), 51(11.06), 55(7.11)
16 -> 35(10.86), 27(1.61), 21(6.91), 36(22.8), 45(8.39)
17 -> 11(3.86), 28(5.0), 27(7.91), 38(1.62), 40(11.15), 58(15.15), 1(14.9)
18 -> 30(4.11), 0(14.47)
19 -> 42(5.54), 28(31.82), 13(34.61)
20 -> 14(7.08), 32(6.08), 42(4.82), 48(10.45)
21 -> 16(6.91), 44(6.13), 28(14.89), 12(4.97), 57(12.7), 59(17.45)
22 -> 25(7.29), 29(12.98), 59(8.39), 52(12.83), 0(27.33)
23 -> 41(11.21), 57(12.84), 11(6.99)
24 -> 32(3.76), 43(14.26), 30(28.67), 25(27.88), 26(32.99)
25 -> 4(4.43), 10(7.78), 8(11.69), 22(7.29), 36(6.36), 41(18.8), 38(17.88), 24(27.88), 6(9.16)
26 -> 13(3.26), 37(7.74), 7(6.61), 0(16.64), 24(32.99)
27 -> 17(7.91), 30(4.93), 16(1.61), 41(7.75), 9(18.93), 36(16.04), 29(7.79)
28 -> 33(11.21), 49(7.1), 5(3.68), 11(3.15), 17(5.0), 21(14.89), 19(31.82), 12(15.25), 1(14.62)
29 -> 22(12.98), 59(3.28), 44(11.48), 5(16.74), 27(7.79)
30 -> 27(4.93), 15(4.08), 18(4.11), 35(8.1), 39(4.42), 5(8.39), 58(9.81), 10(10.15), 24(28.67)
31 -> 51(5.43), 0(7.35), 53(12.8), 50(2.83), 3(17.9), 39(5.36), 59(18.0)
32 -> 14(5.69), 20(6.08), 24(3.76), 57(16.6), 40(26.13), 37(24.07)
33 -> 53(3.83), 51(9.03), 48(6.95), 28(11.21), 2(10.24), 54(9.14)
```



# UNIVERSIDADE PRESBITERIANA MACKENZIE

## Faculdade de Computação e Informática

Prof. Dr. Ivan Carlos Alcântara de Oliveira

Teoria dos Grafos



```
34 -> 35(7.16), 4(2.66), 43(24.99)
35 -> 30(8.1), 56(8.59), 16(10.86), 44(10.07), 34(7.16), 45(10.54), 50(23.49)
36 -> 25(6.36), 9(5.77), 16(22.8), 27(16.04)
37 -> 26(7.74), 45(1.75), 11(4.88), 8(4.12), 5(6.05), 32(24.07)
38 -> 17(1.62), 47(16.34), 25(17.88)
39 -> 45(4.49), 30(4.42), 31(5.36), 2(18.01), 43(19.96)
40 -> 4(7.27), 13(4.58), 47(3.98), 17(11.15), 32(26.13)
41 -> 59(10.37), 23(11.21), 27(7.75), 12(5.25), 25(18.8), 50(19.83)
42 -> 20(4.82), 19(5.54), 8(28.94)
43 -> 49(6.71), 2(4.55), 53(10.92), 8(16.73), 24(14.26), 34(24.99), 39(19.96)
44 -> 21(6.13), 52(4.36), 35(10.07), 29(11.48)
45 -> 37(1.75), 46(7.52), 35(10.54), 4(6.08), 39(4.49), 16(8.39)
46 -> 53(5.64), 5(3.43), 45(7.52), 50(6.17)
47 -> 51(5.61), 40(3.98), 54(3.15), 6(11.34), 38(16.34), 11(11.7), 12(20.45)
48 -> 33(6.95), 49(2.49), 20(10.45), 6(14.05)
49 -> 0(4.29), 57(5.66), 28(7.1), 2(4.69), 43(6.71), 48(2.49), 7(13.23)
50 -> 31(2.83), 46(6.17), 14(15.36), 35(23.49), 41(19.83), 56(11.56)
51 -> 33(9.03), 47(5.61), 31(5.43), 5(4.53), 13(9.31), 15(11.06)
52 -> 44(4.36), 22(12.83)
53 -> 46(5.64), 33(3.83), 3(5.95), 31(12.8), 43(10.92), 54(12.52)
54 -> 47(3.15), 53(12.52), 33(9.14)
55 -> 4(9.85), 15(7.11)
56 -> 35(8.59), 8(12.4), 7(11.74), 50(11.56)
57 -> 49(5.66), 32(16.6), 21(12.7), 23(12.84)
58 -> 30(9.81), 17(15.15)
59 -> 22(8.39), 29(3.28), 41(10.37), 21(17.45), 31(18.0), 12(10.59)
```

Opção 9 – Verificar se é conexo e mostrar o grafo reduzido:

```
=== Conexão Inteligente: Otimização da Rede de Fibra Óptica ===
1. Ler dados do arquivo grafo.txt
2. Gravar dados no arquivo grafo.txt
3. Inserir vértice
4. Inserir aresta
5. Remover vértice
6. Remover aresta
7. Mostrar conteúdo do arquivo
8. Mostrar grafo (lista de adjacência)
9. Verificar conexidade
0. Encerrar aplicação
Opção: 9
Grafo conexo.
```



Forma reduzida  $Gr(G)$  – Árvore Geradora Mínima:

16 - 27 : 1.61 km  
17 - 38 : 1.62 km  
37 - 45 : 1.75 km  
48 - 49 : 2.49 km  
4 - 34 : 2.66 km  
31 - 50 : 2.83 km  
11 - 28 : 3.15 km  
47 - 54 : 3.15 km  
13 - 26 : 3.26 km  
29 - 59 : 3.28 km  
5 - 46 : 3.43 km  
5 - 28 : 3.68 km  
24 - 32 : 3.76 km  
33 - 53 : 3.83 km  
11 - 17 : 3.86 km  
40 - 47 : 3.98 km  
15 - 30 : 4.08 km  
2 - 14 : 4.1 km  
18 - 30 : 4.11 km  
8 - 37 : 4.12 km  
0 - 49 : 4.29 km  
44 - 52 : 4.36 km  
30 - 39 : 4.42 km  
4 - 25 : 4.43 km  
39 - 45 : 4.49 km  
5 - 51 : 4.53 km  
2 - 43 : 4.55 km  
8 - 11 : 4.55 km  
13 - 40 : 4.58 km  
2 - 49 : 4.69 km  
20 - 42 : 4.82 km  
27 - 30 : 4.93 km  
12 - 21 : 4.97 km  
12 - 41 : 5.25 km  
31 - 39 : 5.36 km  
19 - 42 : 5.54 km  
47 - 51 : 5.61 km  
46 - 53 : 5.64 km  
49 - 57 : 5.66 km  
14 - 32 : 5.69 km  
9 - 36 : 5.77 km  
3 - 14 : 5.89 km  
3 - 53 : 5.95 km  
20 - 32 : 6.08 km  
4 - 45 : 6.08 km  
21 - 44 : 6.13 km  
25 - 36 : 6.36 km



**UNIVERSIDADE PRESBITERIANA MACKENZIE**  
**Faculdade de Computação e Informática**

Prof. Dr. Ivan Carlos Alcântara de Oliveira

Teoria dos Grafos



```
7 - 26 : 6.61 km
16 - 21 : 6.91 km
11 - 23 : 6.99 km
15 - 55 : 7.11 km
34 - 35 : 7.16 km
22 - 25 : 7.29 km
10 - 25 : 7.78 km
27 - 29 : 7.79 km
35 - 56 : 8.59 km
6 - 25 : 9.16 km
30 - 58 : 9.81 km
1 - 12 : 11.26 km
```

Opção 0 – Encerrar Aplicação:

```
0. Encerrar aplicação
```

```
Opção: 0
```

```
Encerrando aplicação...
```

```
PS C:\Users\ThurC\OneDrive\Documentos\Grafos Projeto\ProjetoFibra> █
```



### **3 Técnicas Escolhidas – Parte 2**

#### **1. Grau dos Vértices**

A análise do grau dos vértices permite identificar quais bairros possuem maior número de conexões na rede de fibra óptica. Cada conexão representa uma ligação física entre dois bairros, portanto, o grau indica o quão central ou periférico um bairro é dentro da rede.

##### **Aplicação no projeto:**

Essa métrica nos ajuda a localizar pontos críticos ou estratégicos, como hubs de distribuição, que devem ser monitorados com mais atenção. Além disso, permite prever gargalos ou vulnerabilidades, caso um bairro altamente conectado sofra uma falha.

#### **2. Coloração de Vértices**

A coloração de vértices consiste em atribuir cores diferentes a vértices adjacentes de modo que nenhum par conectado possua a mesma cor. Isso nos permite particionar a rede em grupos mutuamente independentes.

##### **Aplicação no projeto:**

Essa técnica pode ser usada para segmentar a rede por zonas operacionais, facilitando a gestão regionalizada de manutenção ou expansão. Também é útil em cenários onde se deseja evitar interferência de sinal ou sobreposição de rotas operacionais.

#### **3. Verificação de Caminho ou Ciclo Hamiltoniano**

Um caminho ou ciclo Hamiltoniano percorre todos os vértices uma única vez (e no caso de ciclo, retorna à origem). Embora seja um problema computacionalmente complexo (NP-completo), a verificação fornece informações sobre a possibilidade de realizar visitas técnicas completas sem repetições ou sobreposição de rotas.

##### **Aplicação no projeto:**

Essa análise é útil para simular rondas de inspeção técnica pela rede, ou estratégias de manutenção de fibra óptica. A existência de um ciclo Hamiltoniano, por exemplo, permite a criação de um trajeto fechado ideal que passa por todos os pontos da rede uma única vez, otimizando tempo e custo.

##### **Limitação prática:**

Devido à complexidade do algoritmo (tempo exponencial), a implementação exaustiva foi mantida com fins acadêmicos e ilustrativos, especialmente útil em grafos pequenos ou testes simulados. Para grafos com dezenas de vértices, propõe-se no futuro o uso de heurísticas aproximadas, que permitam encontrar trajetos eficientes em tempo viável.



### Prints das Novas Aplicações

#### 10 – Grau dos Vértices

```
10. Mostrar grau dos vértices
11. Aplicar coloração dos vértices
12. Verificar caminho ou ciclo Hamiltoniano
0. Encerrar aplicação
Opção: 10
```

Grau de cada vértice:

```
0 (Agua Rasa): grau 5
1 (Alto de Pinheiros): grau 4
2 (Aricanduva): grau 6
3 (Artur Alvim): grau 3
4 (Barra Funda): grau 5
5 (Belem): grau 7
6 (Bixiga): grau 3
7 (Bom Retiro): grau 5
8 (Bras): grau 6
9 (Brasilandia): grau 3
10 (Butanta): grau 3
11 (Cambuci): grau 6
12 (Campo Belo): grau 6
13 (Casa Verde): grau 4
14 (Cidade Lider): grau 6
15 (Higienopolis): grau 3
16 (Indianopolis): grau 5
17 (Ipiranga): grau 7
18 (Itaim Bibi): grau 2
```





11 – Coloração de Vértices

```
11. Aplicar coloração dos vértices
12. Verificar caminho ou ciclo Hamiltoniano
0. Encerrar aplicação
Opção: 11
```

Coloração dos vértices:

```
0 (Agua Rasa): cor 0
1 (Alto de Pinheiros): cor 0
2 (Aricanduva): cor 0
3 (Artur Alvim): cor 0
4 (Barra Funda): cor 0
5 (Belem): cor 0
6 (Bixiga): cor 0
7 (Bom Retiro): cor 1
8 (Bras): cor 0
9 (Brasilandia): cor 1
10 (Butanta): cor 1
11 (Cambuci): cor 1
12 (Campo Belo): cor 1
13 (Casa Verde): cor 0
14 (Cidade Lider): cor 2
15 (Higienopolis): cor 0
16 (Indianopolis): cor 0
17 (Ipiranga): cor 2
18 (Itaim Bibi): cor 1
19 (Itaim Paulista): cor 1
20 (Itaquera): cor 0
```



# UNIVERSIDADE PRESBITERIANA MACKENZIE

## Faculdade de Computação e Informática

Prof. Dr. Ivan Carlos Alcântara de Oliveira  
Teoria dos Grafos



### 12 – Caminho ou Ciclo Hamiltoniano

A função foi implementada utilizando uma abordagem de busca recursiva com backtracking, mesmo sendo funcional, o algoritmo é inviável para grafos com muitos vértices devido ao tempo necessário para explorar todas as possibilidades. Mesmo após milhões de tentativas, o tempo de execução ainda é insuficiente para encontrar uma solução em tempo real. É evidenciado visualmente para o usuário que o caminho ou ciclo está sendo buscado, indicando que pode demorar e mostra as tentativas executadas a cada 1000 ciclos.

```
11. Aplicar coloração dos vértices
12. Verificar caminho ou ciclo Hamiltoniano
0. Encerrar aplicação
Opção: 12
Buscando caminho ou ciclo Hamiltoniano... (isso pode demorar)
Tentativas de caminho: 1154984000
```

### Validando a funcionalidade

Alterando de 60 vértices para 5 vértices, para que a funcionalidade de busca seja comprovada.

```
2
5
0 "Centro" 0
1 "Leste" 0
2 "Oeste" 0
3 "Norte" 0
4 "Sul" 0
6
0 1 2.5
1 2 3.0
2 3 2.0
3 4 4.0
4 0 3.5
1 4 2.0
```

```
11. Aplicar coloração dos vértices
12. Verificar caminho ou ciclo Hamiltoniano
0. Encerrar aplicação
Opção: 12
Buscando caminho ou ciclo Hamiltoniano... (isso pode demorar)

Ciclo Hamiltoniano encontrado!

Tempo total: 0.00 segundos

Resultado:
Centro -> Leste -> Oeste -> Norte -> Sul -> Centro
```



**UNIVERSIDADE PRESBITERIANA MACKENZIE**

**Faculdade de Computação e Informática**

Prof. Dr. Ivan Carlos Alcântara de Oliveira

Teoria dos Grafos



## **ODS 9 – Indústria, Inovação e Infraestrutura**



O projeto Conexão Inteligente: Otimização da Rede de Fibra Óptica em Áreas Urbanas está diretamente ligado à **ODS 9 – Indústria, Inovação e Infraestrutura**, pois promove o desenvolvimento de uma infraestrutura digital moderna e eficiente. Modelando e otimizando a instalação de cabos de fibra óptica, a nossa proposta busca reduzir custos e ampliar o acesso à internet de alta velocidade em áreas urbanas. Isso contribui para a conectividade do meio urbano, essencial à inclusão digital e ao desenvolvimento social. Além disso, o uso de algoritmos computacionais representa inovação tecnológica aplicada ao planejamento urbano. A melhoria na infraestrutura de rede também favorece o desenvolvimento de cidades inteligentes. Por fim, elaboramos o projeto para fortalecer a inovação e a sustentabilidade nas infraestruturas urbanas de comunicação.