# Теория:

Дискретное преобразование Фурье (ДПФ, DFT - Discrete Fourier Transform) и быстрое преобразование Фурье (БПФ, FFT - Fast Fourier Transform) являются ключевыми инструментами в области цифровой обработки сигналов. Они позволяют анализировать частотные составляющие сигналов, что находит применение в самых разных областях, от аудиообработки до анализа финансовых временных рядов.

### Дискретное преобразование Фурье (ДПФ)

ДПФ преобразует последовательность комплексных или действительных чисел из временного представления в частотное. **СТОП** Суть преобразования заключается в том, что любой сигнал можно представить как сумму синусоид и косинусоид с разными амплитудами и фазами. ДПФ вычисляет амплитуды и фазы этих синусоид и косинусоид, что позволяет анализировать частотный состав сигнала.

**СТОП что значит преобразовать из временного представления в частотное?**

> Давайте рассмотрим пример с музыкальной нотой. Представьте, что вы слушаете ноту "ля" (A), которая в стандартной настройке имеет частоту 440 Гц. Если бы мы записали эту ноту и посмотрели на её график во времени, мы бы увидели повторяющиеся волны, которые поднимаются и опускаются с определённой частотой. Это временное представление сигнала, показывающее, как давление воздуха (или амплитуда сигнала) изменяется со временем.
>
> Теперь, применив преобразование Фурье к этому временному графику, мы можем перейти к частотному представлению сигнала. В результате мы получим график, на котором по горизонтальной оси отложены частоты, а по вертикальной — амплитуда (или интенсивность) этих частот в сигнале. Для нашей ноты "ля" на этом графике будет выделяться пик на частоте 440 Гц, показывая, что в сигнале присутствует основная частота 440 Гц.
>
> Этот процесс особенно полезен в музыке и акустике, где одновременно могут звучать несколько нот. Временное представление такого сигнала будет выглядеть как сложная смесь волн, и будет трудно определить, какие именно ноты звучат. Однако частотное представление позволит нам увидеть отдельные пики для каждой ноты, тем самым указывая на присутствие конкретных частот (нот) в сигнале.

**То есть это переход от графика (время; амплитуда)
к графику (частота; амплитуда)**

**Быстрое преобразование Фурье (БПФ)**

БПФ - это алгоритмы, которые эффективно вычисляют ДПФ, значительно сокращая количество необходимых вычислений. Самым известным алгоритмом БПФ является алгоритм Кули-Тьюки, который предполагает, что количество точек сигнала является степенью двойки. БПФ значительно ускоряет обработку сигналов, делая возможным выполнение сложных анализов в реальном времени.

Преобразование Фурье позволяет перейти от временного представления сигнала к его частотному представлению. Это имеет огромное значение для анализа, фильтрации, сжатия и восстановления сигналов. Например, в аудиообработке можно удалять шумы, выделять определенные частоты или анализировать музыкальные композиции. В телекоммуникациях преобразование Фурье используется для модуляции и демодуляции сигналов.

**Эффект близнецов**

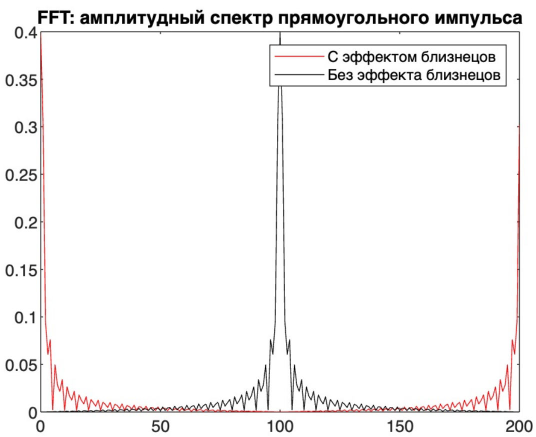
Эффект близнецов (также известный как эффект зеркального отображения или aliasing) возникает при дискретизации сигналов, когда частоты выше половины частоты дискретизации (частота Найквиста) неправильно интерпретируются как более низкие частоты. Это происходит из-за недостаточной частоты дискретизации, которая не соответствует теореме ~~Найквиста-Шеннона~~ (Котельникова 🇷🇺🇷🇺🇷🇺). В результате, высокочастотные составляющие "отображаются" на низкие частоты, порождая искажения в сигнале.

Искажения, вызванные эффектом близнецов, могут существенно ухудшить качество сигнала, приводя к потере важной информации и появлению ложных частотных компонентов. В аудио это может проявляться в виде нежелательных звуков или шумов. В изображениях - в виде муара и других артефактов. Чтобы избежать этих проблем, применяют антиалиасинговые фильтры перед дискретизацией сигнала, которые подавляют высокочастотные составляющие, не позволяя им вызывать искажения.

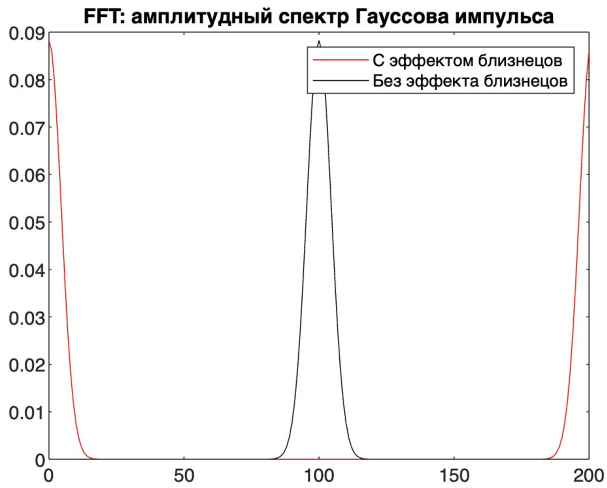
# КОТ

Кот хуита. Че тут:

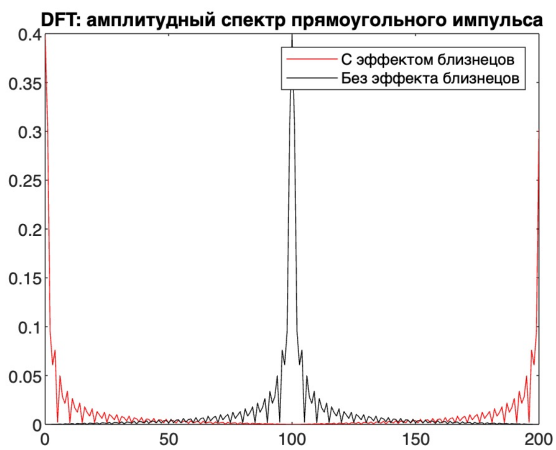
```
function lab_02()
% Объявили константы для квадратного сигнала и Гаусовского
T = 2.0;
A = 1.0;
sigma = 0.5;

% Границы расчета
mult = 5;
t = -mult:0.05:mult;

% Расчет импульсных функций. По аналогии с той лабой
x1 = zeros(size(t));
x1(abs(t) - T < 0) = 1;
x1(abs(t) == T) = 0.5;
x2 = A * exp(-(t/sigma).^2);

% FFT. Пащитали с помощью либы
yx1 = fft(x1);
yx2 = fft(x2);

% Избавилась от близнецов
yg1 = fftshift(yx1);
yg2 = fftshift(yx2);

% DFT. Пащитали с помощью нашей функции
zx1 = dft(x1);
zx2 = dft(x2);

zg1 = fftshift(zx1);
zg2 = fftshift(zx2);

M = 0:length(t)-1;

figure (1);
plot(M,abs(yx1)/length(M),'r',M,abs(yg1)/length(M),'black');
title('FFT: амплитудный спектр прямоугольного импульса');
legend('С эффектом близнецов','Без эффекта близнецов');
```



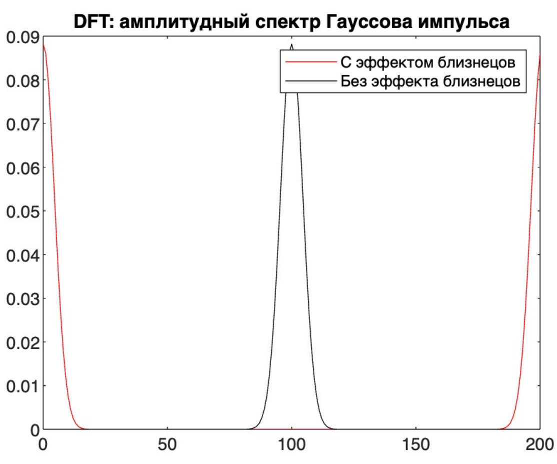
```
figure(2);
plot(M,abs(yx2)/length(M),'r',M,abs(yg2)/length(M),'black');
title('FFT: амплитудный спектр Гауссова импульса');
legend('С эффектом близнецов','Без эффекта близнецов');
```




```
figure (3);
plot(M,abs(zx1)/length(M),'r',M,abs(zg1)/length(M),'black');
title('DFT: амплитудный спектр прямоугольного импульса');
legend('С эффектом близнецов','Без эффекта близнецов');
```




```
figure (4);
```



```
plot(M,abs(zx2)/length(M),'r',M,abs(zg2)/length(M),'black');
title('DFT: амплитудный спектр Гауссова импульса');
legend('С эффектом близнецов','Без эффекта близнецов');
end

% Дискретное преобразование Фурье. Тупо по формуле из условия
function y = dft(x)
a = 0:length(x)-1;
b = -2 * pi * sqrt(-1) * a / length(x);
for i = 1:length(a)
    a(i) = 0;
    for j = 1:length(x)
        a(i) = a(i) + x(j) * exp(b(i) * j);
    end
end
y = a;
end
```