

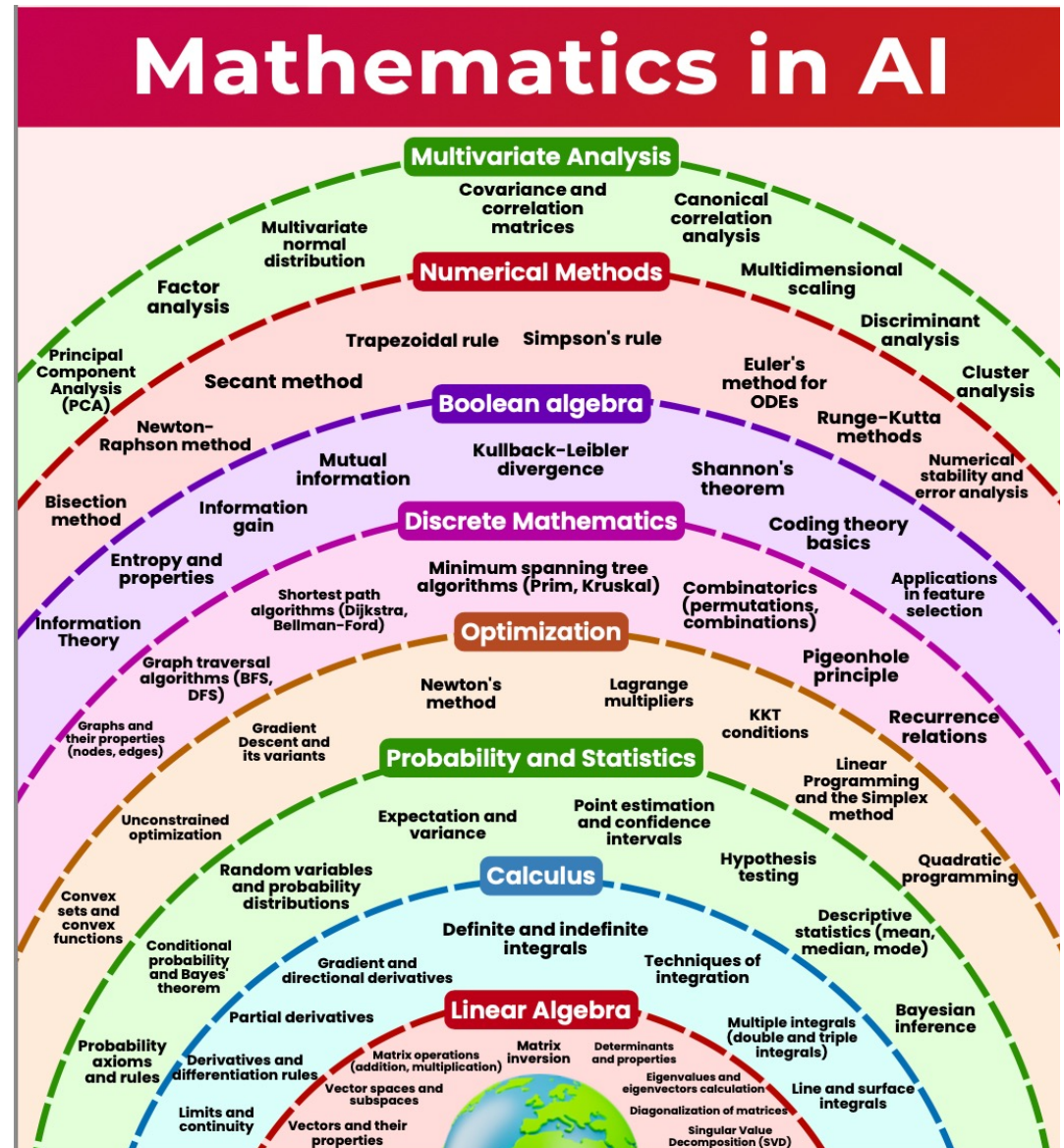
Introdução à Modelagem Computacional



Gisele Tessari Santos, D.Sc.

Introdução

■ Aonde estamos?



Introdução

■ O que é Cálculo Numérico?

- O Cálculo Numérico consiste de um conjunto de ferramentas ou métodos para se obter a solução de problemas matemáticos de forma aproximada.
- Esses métodos se aplicam principalmente a problemas que não apresentam uma solução exata (analítica), portanto precisam ser resolvidos de maneira aproximada (numérica).

Introdução

- **Por que produzir resultados numéricos?**
 - 1. Um problema de matemática pode ser resolvido analiticamente, mas esse método pode se tornar impraticável com o aumento do tamanho do problema.
 - **Ex 1:** Solução de sistemas de equações lineares.
 - **Ex 2:** Problema do Caixeiro Viajante. Veja a seguir:

Introdução

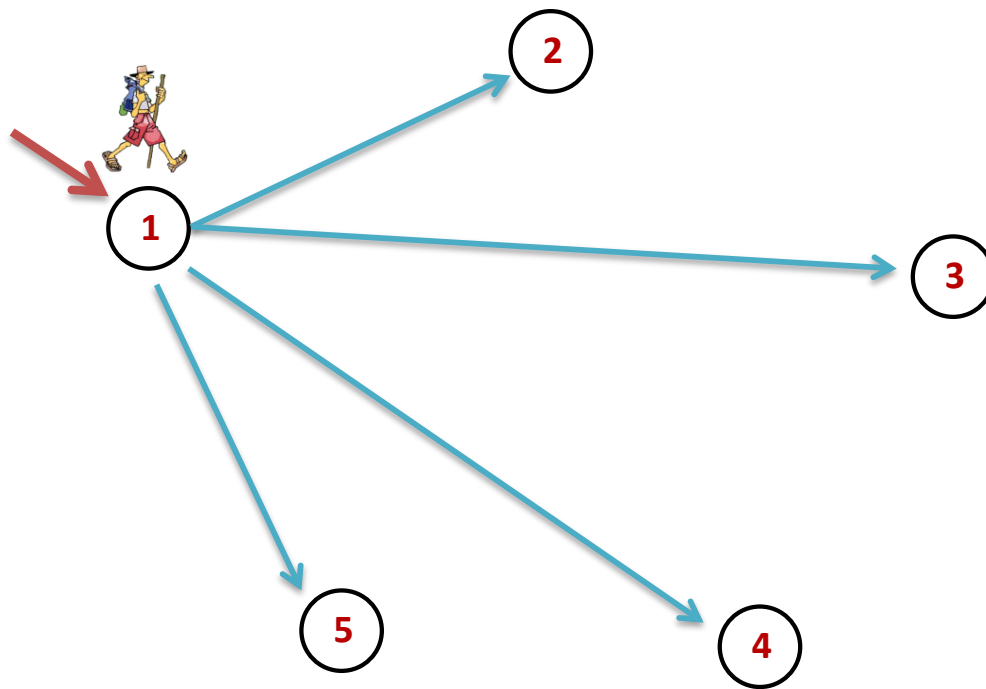
- **Problema do Caixeiro Viajante**



- **Conjunto de cidades**
- **Objetivo:** Saindo de uma cidade origem, visitar todas as outras e retornar para a cidade origem (minimizando a distância ou tempo percorrido)
- **Restrições:** Cada cidade deve ser visitada, exatamente, uma vez.

Introdução

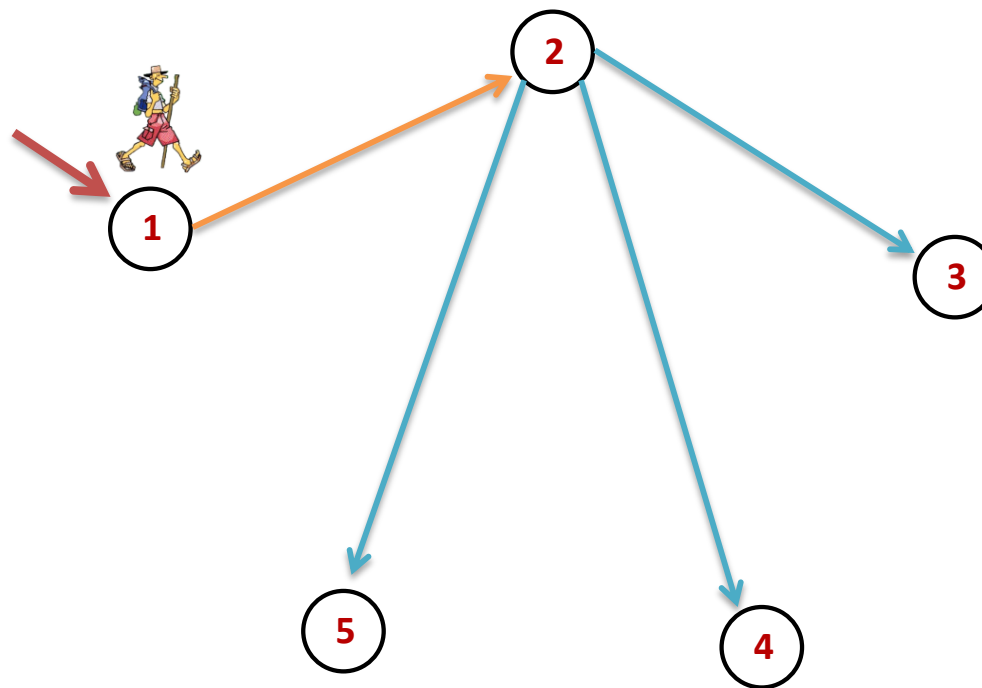
■ Problema do Caixeiro Viajante



Total: 4

Introdução

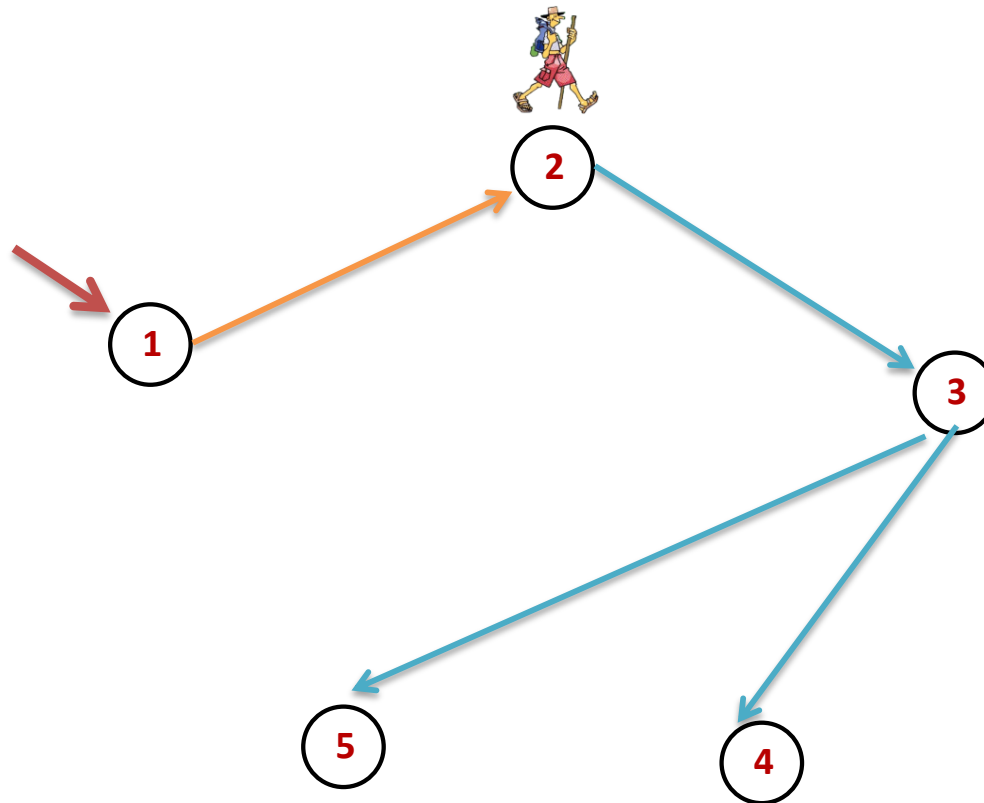
■ Problema do Caixeiro Viajante



Total: 4×3

Introdução

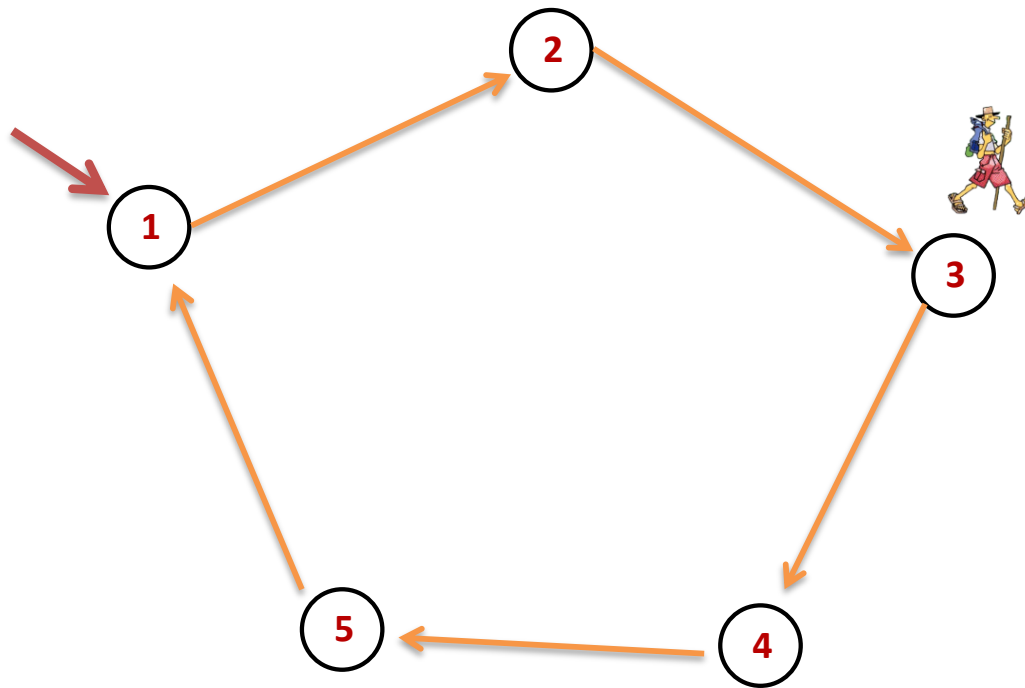
■ Problema do Caixeiro Viajante



Total: $4 \times 3 \times 2$

Introdução

■ Problema do Caixeiro Viajante



Total: $4 \times 3 \times 2 = 24$

Total: $4!$
possibilidades

Com 6 cidades: $5!$
 $5! = 5 \times 4!$

Com n cidades: $(n-1)!$

Introdução

■ Problema do Caixeiro Viajante

- **Problema:** a quantidade $(n-1)!$ cresce com uma velocidade alarmante, sendo que muito rapidamente o **computador torna-se incapaz de executar** o que lhe pedimos.

Cidades (n)	Combinações possíveis (n-1!)
3	2
5	24
9	40.320
13	479.001.600
17	20.922.789.888.000
20	121.645.100.408.832.000



Introdução

- **Problema do Caixeiro Viajante**
- **Aplicação:** O problema do Caixeiro Viajante foi adaptado para diversas áreas. É considerado uma base para criar soluções para problemas modernos de logística (Ifood, Uber, Waze, etc), otimização de processos fabricação, sequenciamento de DNA e até mesmo minimizar o tempo gasto na movimentação de telescópios na astronomia.

Introdução

- **Por que produzir resultados numéricos ?**
- 2. A existência de problemas para os quais não existem métodos matemáticos para solução (não podem ser resolvidos analiticamente). Veja o exemplo a seguir:

Introdução

■ Ex:



$$\int_0^1 e^x dx$$



$$\int_0^1 e^x dx = e^x \Big|_0^1 = e - 1$$



$$\int_0^1 e^{x^2} dx$$



$$\int_0^1 e^{x^2} dx =$$



Métodos
Aproximados

Introdução

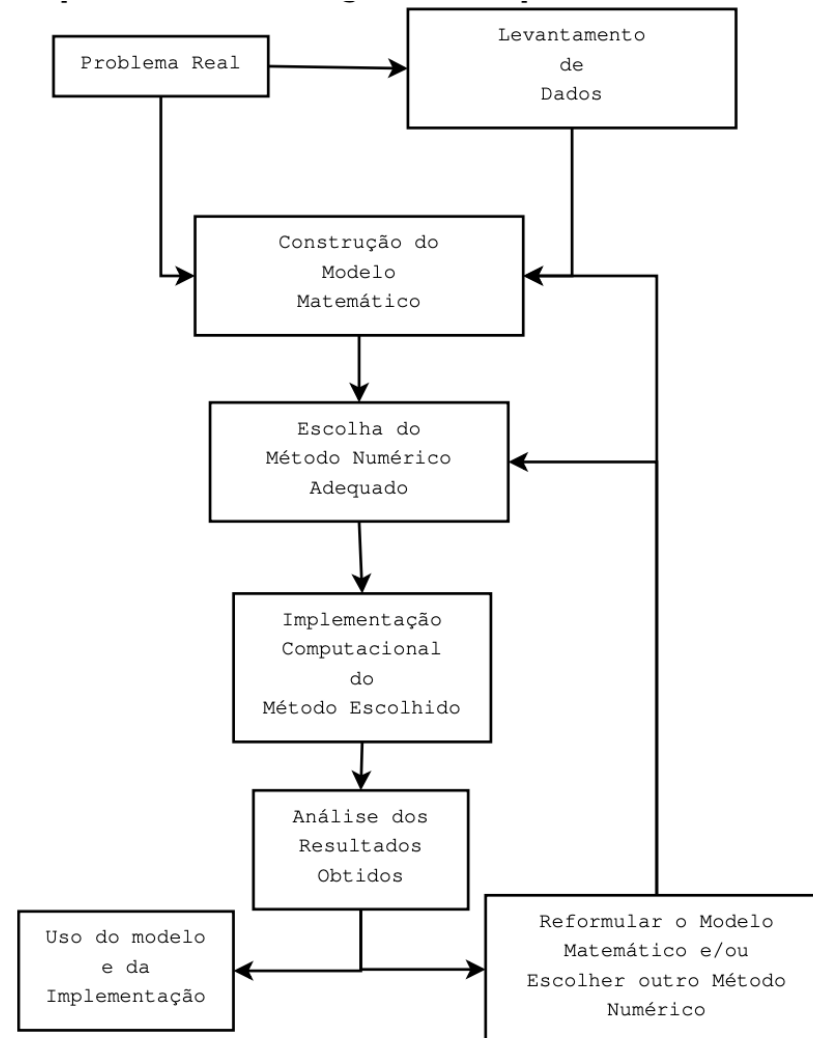
- Os métodos numéricos buscam soluções aproximadas para as formulações matemáticas.
- Nos problemas reais, os dados são medidas e, como tais, não são exatos. Uma medida física não é um número, é um intervalo, pela própria imprecisão das medidas. Daí, trabalha-se sempre com a figura do **erro**, inerente à própria medição.
- Os métodos aproximados buscam uma aproximação do que seria o valor exato. Dessa forma, é inerente aos métodos se trabalhar com a figura da **aproximação**, do **erro**, do **desvio**.

Introdução

- **Função do Cálculo:**
 - Buscar solucionar problemas técnicos por meio de métodos numéricos → modelo matemático

Introdução

- Passos para a resolução de problemas:



Introdução



*Na matemática numérica não basta solucionar o problema, interessa-se também o **tempo** que é necessário para obter a solução e a **estimação do erro** da aproximação.*

Objetivo: A eleição do método mais adequado para a solução do problema.

Introdução

- **Exemplo: Qual é a área de uma circunferência de raio 100 m? ($A = \pi \cdot r^2$)**
- **a. 31400 m²**
- **b. 31416 m²**
- **c. 31415.92654 m²**

Introdução

- **Como justificar as diferenças entre os resultados?**
- **É possível obter o valor exato desta área?**
- Os erros ocorridos dependem da representação dos números na máquina utilizada.
- A representação de um número depende da base escolhida ou disponível na máquina em uso e do número máximo de dígitos usados na sua representação.
- O número π , por exemplo, não pode ser representado através de um número finito de dígitos decimais.
- No exemplo mostrado acima, o número π foi escrito como 3.14, 3.1416 e 3.141592654 respectivamente nos casos (a), (b) e (c). Em cada um deles foi obtido um resultado diferente, e o erro neste caso depende exclusivamente da aproximação escolhida para π .
- Qualquer que seja a circunferência, a sua área nunca será obtida exatamente, uma vez que π é um número irracional.

Introdução

- Qualquer cálculo que envolva números que não podem ser representados através de um número finito de dígitos não fornecerá como resultado um valor exato.
- Quanto maior o número de dígitos utilizados, maior será a **precisão** obtida.
- Por isso, no nosso exemplo, a **melhor aproximação** para o valor da área da circunferência é aquela obtida no caso (c).

Introdução

- **Exemplos da influência dos erros nas soluções:**
- **Exemplo 1:** Falha no lançamento de mísseis (25/02/1991 - Guerra do Golfo - míssil Patriot)
 - Problema modelado: cálculo da rota para interceptação de mísseis inimigos.
 - Erro: limitação na representação numérica (24 bits) → erro de 0,34s no cálculo do tempo de lançamento.
 - Resultado: 28 soldados mortos.



Introdução

- **Exemplos da influência dos erros nas soluções:**
- **Exemplo 2:** Explosão do foguete Ariane 5 - (04/06/1996 - Guiana Francesa)
 - Problema modelado: lançamento do foguete.
 - Erro: limitação na representação numérica (64 bits ponto flutuante / 16 bits de inteiro).
 - Resultado: foguete destruído (\$7 bilhões + \$500 milhões).



Introdução

- **Aplicações:**
 - Simulações;
 - Determinação de raízes de equações;
 - Interpolação de valores tabelados;
 - Integração numérica;
 - Etc...

Referências bibliográficas

- CHAPRA, Steven C.; CANALE, Raymond P. Métodos numéricos para engenharia. 7^a ed. São Paulo: McGrawHill, 2016.